

DGRST

SECRETARIAT D'ETAT AUPRES DU
MINISTRE DE L'EQUIPEMENT (TRANSPORTS)

élaboration de critères permettant une intégration des divers aspects liés au temps dans l'aide à la décision en matière de transports

2^e phase

B. ROY
E. JACQUET-LAGREZE
M. BLANCHER

JUIN 1977

SEMA (METRA INTERNATIONAL)
16-18, Rue Barbès
92128 MONTROUGE
Tél : 657-13-00

CDAT
4482

AVANT-PROPOS

Ce rapport est le résultat de la seconde phase d'un travail confié par la DGRST et le SAEI à la SEMA dans le cadre de l'ATP Socio-Economie des Transports (marché n° 7400020002257501).

La première phase avait donné lieu, en août 1975 à un rapport général et à deux annexes traitant du problème sur un plan essentiellement méthodologique et théorique.

Cette seconde phase avait pour objet :

- a) l'élaboration d'une gamme de critères permettant d'intégrer les divers aspects liés au temps dans l'aide à la décision en matière de transports. Il s'agit là d'un travail à la fois créatif et constructif qu'il faut mener sur la base de "problème supports". Ceux-ci sont empruntés à des domaines variés relativement auxquels l'approche actuelle intègre tous les aspects temporels au travers du seul concept valeur du temps.
- b) de montrer à l'aide de une ou deux applications concrètes comment cette gamme de critères peut être utilisée dans le cadre de problèmes réels en explicitant l'articulation entre ceux des critères de la gamme retenus et les autres critères non liés au temps. Il s'agit là d'un travail pédagogique prenant appui sur l'approfondissement d'un ou deux problèmes supports.

Ce travail a été réalisé par une équipe de la SEMA, sous la responsabilité scientifique de B. ROY.

II

Cette équipe a travaillé en étroite collaboration avec :

La Direction Générale à l'Aviation Civile (D.G.A.C.)

La Direction des Routes et de la Circulation Routière (D.R.C.R.)

La Régie Autonome des Transports Parisiens (R.A.T.P.)

Elle est reconnaissante envers ces institutions d'avoir bien voulu faciliter et enrichir cette recherche.

Pour l'appui et le concours dont ils ont bénéficié, les membres de l'équipe tiennent tout particulièrement à remercier :

MM.	BARJANSKY	M.	LAFFARGUE
	BAUCHOT	Mlle	LESAGE
	BRESSON	Mme	MAGUET
	COLLET	M.	MISSUD
	DANZANVILLIERS	Mlle	NIEGO
Mme	DHEDIN	MM.	PAVAUX
MM.	EMSELLEM		QUINET
	HEUX		

SOMMAIRE

	<u>Pages</u>
<u>Résumé</u>	1
<u>1ère Partie : Sur la construction de critères permettant une prise en compte des aspects liés au temps</u>	7
0 - <u>Introduction</u>	8
I - <u>Dimensions et indicateurs de prise en compte des aspects liés au temps dans le domaine des transports</u>	10
1. Dimensions et indicateurs au niveau individuel	10
1.1 Dimensions et indicateurs de durées	10
1.2 Dimensions et indicateurs relatifs au vécu du temps	11
2. Dimensions et indicateurs au niveau collectif	13
2.1 Dimensions et indicateurs économiques	13
2.2 Dimensions et indicateurs sociaux	14
3. Dimensions et indicateurs au niveau structurel	15
II - <u>Sur la construction des critères</u>	17
1. Construction d'un critère par recherche d'un équivalent ponctuel sur une dimension	18
1.1 Exemples de procédés opérationnels	18
1.2 Remarques sur ces procédés	21
2. Construction de plusieurs critères par éclatement d'une distribution	23
3. Construction d'un critère par sous-agrégation de dimensions	24
4. Remarques sur la nature des critères	27

<u>2e Partie : Trois exemples d'aide à la décision en présence de critères multiples dans le domaine des transports</u>	29
0 - <u>Présentation des trois problèmes</u>	30
I - <u>Comparaison de politiques tarifaires sur un réseau de lignes intérieures</u>	32
0. Le problème	
1. Définition de l'ensemble A des structures tarifaires et choix d'une problématique	33
1.1 Politiques et sous-politiques tarifaires	34
1.2 L'ensemble A des structures tarifaires	35
2. De l'analyse des conséquences à la construction des critères	36
2.1 Analyse des conséquences et agents concernés	36
2.2 Liste des dimensions	37
2.3 Vers la construction d'une famille cohérente de critères	40
3. Exemples d'application	46
3.1 Elaboration d'un ensemble de variantes par le modèle du SEI	46
3.2 Application numérique : évaluation de 76 variantes	48
II - <u>Méthodologie de classement des projets de déviations de routes nationales</u>	56
0. Le problème	
1. Définition de l'ensemble A et choix d'une problématique	56
2. Dimensions et critères	58
3. Classement des projets - Phase d'évaluation expérimentale	70
3.1 Les données	71
3.2 Les résultats	76
4. Pour d'autres familles de critères	85
4.1 Dimensions	85

	<u>Pages</u>
4.2 Famille de critères utilisant les données actuelles	86
4.3 Famille de critères nécessitant de nouvelles données	87
III - <u>Appréhension et classement de trajets noirs dans le réseau ferré de la RATP</u>	89
0. Le problème	
1. Définition de l'ensemble A des trajets noirs et choix d'une problématique	92
1.1 Comment choisir les trajets noirs à évaluer dans une station et que représentent-ils ?	92
1.2 Problématique de l'aide à la décision	94
2. Dimensions et évaluations	95
2.1 Les dimensions retenues	95
2.2 Mode de recueil des données utilisées dans la construction des critères	97
3. Construction de la famille de critères	104
3.1 Présentation générale de la famille de critères	104
3.2 Présentation détaillée des critères	105
4. Utilisation de la famille de critères dans le classement des trajets noirs	120
 <u>ANNEXES</u>	 123
<u>Annexe A : Méthodologie - Concepts utilisés</u>	125
Tableau 5 : Des conséquences élémentaires aux évaluations dans l'analyse de $\vee(a)$	126
Tableau 6 : Nature des indicateurs de modulation entrant dans les évaluations non ponctuelles	127
Tableau 7 : Autres informations précisant la signification des évaluations en vue d'une modélisation plus synthétique de $\vee(a)$	128
Tableau 8 : Modélisation de $\vee(a)$ sur la base d'une famille cohérente de critères	130
Tableau 9 : Situations auxquelles peut conduire la comparaison des deux actions candidates a, a'	132

Tableau 10 : Trois attitudes opérationnelles types permettant de retrouver par combinaison la quasi-totalité de celles qu'on observe	133
<u>ANNEXE B : La méthode ELECTRE III</u>	135
I - <u>Le problème</u>	137
1. Les données du problème	137
2. La problématique adoptée	137
3. Le type de solution recherchée	138
II - <u>La modélisation des préférences globales</u>	140
1. Surclassement trivial et surclassement flou	140
2. Construction de la relation de surclassement floue dans ELECTRE III	146
2.1 Définition d'un indice de concordance	146
2.2 Définition des indices de discordance	147
2.3 Définition du degré de crédibilité du surclassement de a' par a	149
3. Le degré de crédibilité comme pré-critère	150
III - <u>La procédure de classement</u>	152
1. Principe de la procédure	152
2. Concepts et formules de base	154
3. Obtention du premier distillat relativement à $B \subset A$	155
4. Passage du K ième au $k + 1$ ème distillat	156
5. Conditions d'arrêt de chaque distillation et enchaînement des distillations	157
6. Préordres finals	157
IV - <u>Eléments de programmation et exemples numériques</u>	159
1. Hypothèse	159
2. Sous-programme : "degré de crédibilité"	159
3. Les sous-programmes "classement"	162
4. Applications numériques	165

RESUME

Il est difficile, sinon illusoire, de vouloir appréhender des conséquences multiples, complexes au travers d'un seul critère. Telle est la principale conviction des auteurs de ce rapport, conviction qu'ils ont essayé de faire partager dans le rapport de la 1ère phase.

Si l'honne d'étude renonce à l'agrégation en un critère unique, ou s'il la repousse jusqu'à un stade ultime de l'étude afin de rendre aussi intelligible que possible la part d'arbitraire qu'elle contient, il ne peut toutefois renoncer à toute agrégation à des stades primaires de l'étude, à toute réduction d'informations recueillies dans le but de saisir les conséquences et d'aider à comparer pour mieux décider.

Une voie raisonnable consiste donc à sous-agréger les informations ayant trait à des dimensions homogènes de façon à résumer l'information en un petit nombre de critères dont la signification soit aussi concrète que possible (cf. le concept de famille cohérente de critères introduit dans le rapport de 1ère phase, section III). Ainsi, toute agrégation ultérieure, qu'elle soit explicite ou non, pourra révéler clairement les arbitrages que le décideur est prêt à effectuer.

En ce qui concerne la saisie des conséquences liées au temps, elle ne peut se réduire dans la plupart des problèmes au seul calcul de temps totaux ou temps moyens, qui suppose le plus souvent une utilité (ou un coût) linéaire en fonction de ce temps ou des temps parcellaires qui le constituent. C'est pourquoi la première partie de ce rapport illustre différents modes de constructions de critères à partir d'une liste de dimensions et de modes d'évaluations relativement étendue. Cette liste a été établie à l'aide de nombreux exemples que nous avons eu l'occasion de connaître, tant lors de la première phase que de la seconde phase de cette recherche. Dans cette liste, on a regroupé les dimensions et modes d'évaluations selon les trois niveaux individuel, collectif et structurel présentés dans la 1ère

phase, section III. Au niveau individuel (conséquences perçues au niveau de l'utilisateur du système de transport), nous avons regroupé les dimensions de durée et celles relatives au vécu du temps (confort de l'accès, du trajet, de l'attente ; information, etc.). Au niveau collectif (conséquences mieux perçues ou valorisées au niveau de l'état ou d'une autorité locale), nous avons distingué les dimensions et indicateurs économiques (accessibilité, effets externes, ..) et les dimensions et indicateurs sociaux. Enfin, quelques dimensions au niveau structurel sont présentées.

Après avoir choisi un certain nombre de dimensions et de modes d'évaluations conduisant le plus souvent à des évaluations distributionnelles, l'homme d'étude se trouve confronté à un problème de réduction importante des données de base en vue de construire quelques critères. On analyse ici certains modes de construction de critères liés au temps :

- punctualisation d'une dimension : il s'agit de bâtir un critère en réduisant l'information relative à une dimension à une seule valeur ponctuelle (exemple : calcul d'un temps total ou d'un temps moyen);
- éclatement d'une dimension : il s'agit de bâtir deux ou plus de deux critères pour saisir de façon significative l'information relative à une dimension lorsque le procédé de punctualisation est jugé trop arbitraire ;
- sous-agrégation de dimensions : il s'agit de bâtir un critère en agrégeant plusieurs dimensions. Cette agrégation peut se faire à l'aide de tables d'agrégaions en s'inspirant de la méthode des déclassements comparés lorsque les échelles associées aux dimensions comprennent peu d'échelon ou à l'aide d'une fonction de valeur explicitant une règle d'agrégation à l'aide d'une fonction (somme pondérée par exemple). Des méthodes d'analyse statistique explicatives peuvent être utilisées pour estimer des paramètres de la fonction de valeur. Enfin, ayant construit quelques critères sur la saisie des conséquences liées au temps, l'homme d'étude doit s'interroger sur l'existence de seuils et sur la nature de critères (critères ordinaux, graduables, mesurables, ...).

La seconde partie de la recherche a pour objet d'illustrer l'utilisation opérationnelle des critères que l'on peut ainsi construire dans l'aide à la décision.

Dans le problème de la comparaison des politiques tarifaires sur un réseau de lignes intérieures, on s'est limité aux lignes intérieures françaises. Trois sous-réseaux ont été définis (courte distance, moyenne distance, longue distance). Pour chaque sous-réseau, différentes sous-politiques sont à comparer :

- tarif unique
- discrimination pure : tarif normal - tarif jeunes
- discrimination pure : tarif normal - tarif carte vermeil
- discrimination liée aux conditions de réservation (deux sous-politiques)
- discrimination liée au confort (1ère et 2e classes)
- discrimination liée au moment du vol (pointe, hors pointe).

Pour comparer ces sept sous-politiques, il est nécessaire de préciser le mode de calcul du tarif (ou des tarifs) sur un groupe de lignes représentatif du réseau. Six modes de calcul ont été envisagés :

- coût moyen
- coût marginal à long terme
- coût moyen majoré par un coefficient multiplicateur
- coût marginal à long terme majoré par un coefficient multiplicateur
- coût moyen majoré par une constante additive
- coût marginal à long terme majoré par une constante additive

conduisant ainsi à la notion de structure tarifaire.

Plusieurs structures tarifaires ont été évaluées sur les critères suivants :

- coût pour la collectivité
- bénéfice d'exploitation
- coefficient de remplissage
- accessibilité
- tarifs.

La méthodologie de classement des projets de déviations de routes nationales comprend une famille cohérente de critères et la méthode ELECTRE III qui permet une prise en compte de seuils. Les critères retenus dans la phase d'évaluation sont :

- la rentabilité
- le bénéfice actualisé
- la réduction des nuisances
- le surplus des piétons
- la cohérence du projet avec le réseau
- la sécurité locale
- le dynamisme de l'agglomération déviée.

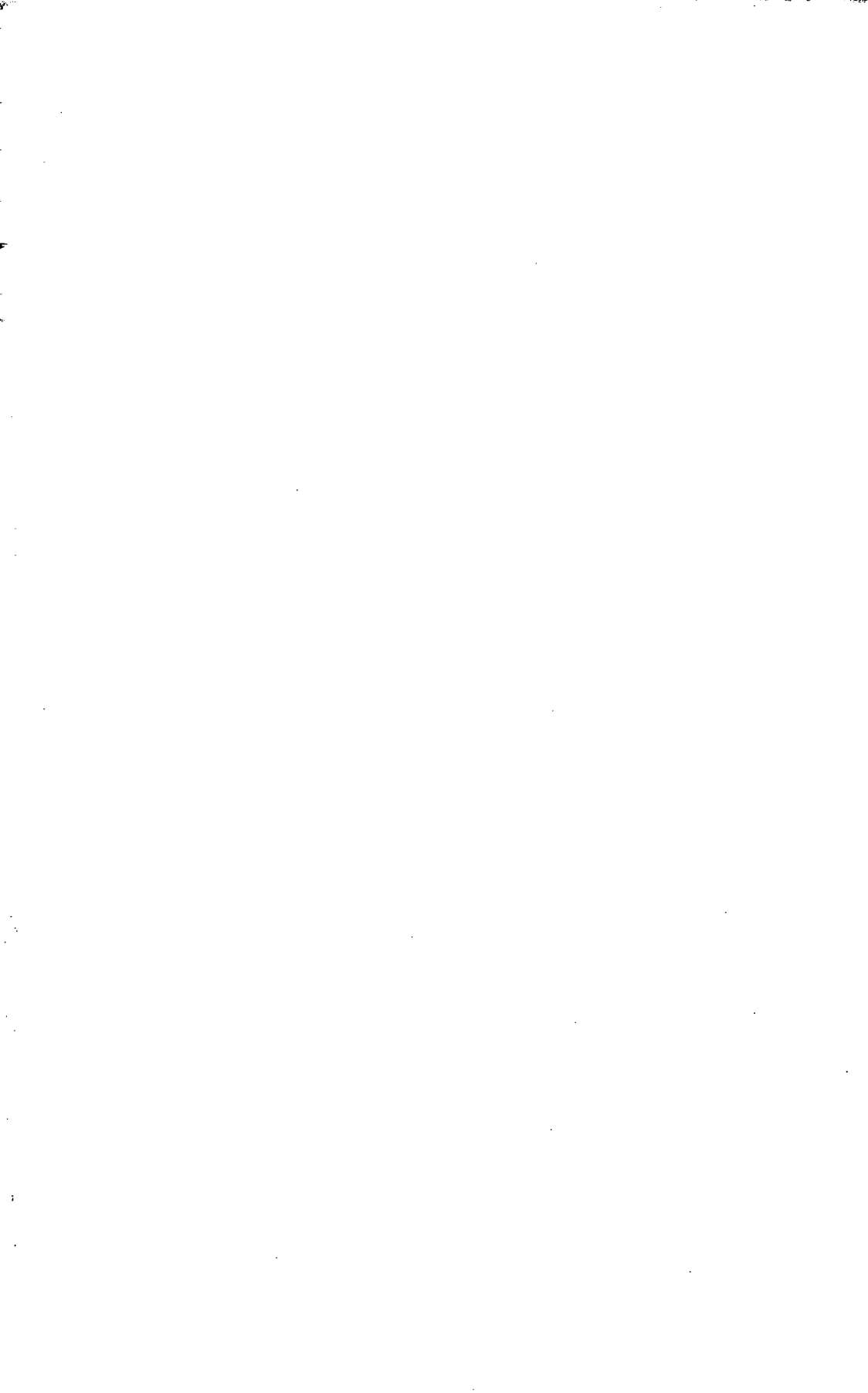
On s'est interrogé sur les transformations des données brutes définissant ces critères afin de les rendre graduables (comparaison ordonable des écarts possibles) afin d'utiliser la méthode ELECTRE III. Plusieurs jeux de poids reflétant quatre politiques ont été utilisés (rentabilité globale, efficacité économique, satisfaction des habitants, aménagement du territoire). D'autres familles de critères permettant une meilleure prise en compte des aspects liés au temps sont proposées.

Le problème du classement de trajets noirs dans le réseau ferré de la RATP illustre parfaitement à nos yeux le problème de la saisie des aspects liés au temps. Informations "objectives" (chronométrages, comptages) et informations "subjectives" (questionnaires) sont associées dans la construction d'une famille de critères en utilisant simultanément les procédés de ponctualisation, d'éclatement, de sous-agrégation. Les critères retenus dans l'évaluation des trajets noirs (trajets piétonniers tels que des accès, des correspondances ou des sorties dans le métro) sont les suivants :

- durée de référence (corrigée par le vécu)
- pénibilité topographique (corrigée par le vécu)
- perte de temps relative pendant la période d'affluence (corrigée par le vécu)
- perte de temps relative quasi maximale (corrigée par le vécu)
- pénibilité en période d'affluence (corrigée par le vécu)
- pénibilité projective du trajet en période d'affluence
- importance du trajet en période d'affluence

- environnement : conditions locales sur le trajet
- environnement et image : conditions globales sur le trajet
- qualité de l'information pour les usagers occasionnels du trajet
- sécurité en période d'affluence.

Les données nécessaires à l'évaluation selon ces critères ont été recueillies mais les résultats ne sont pas connus au moment de la rédaction de ce rapport.



PREMIERE PARTIE

SUR LA CONSTRUCTION DE CRITERES
PERMETTANT UNE PRISE EN COMPTE DES ASPECTS LIES AU TEMPS

0 - INTRODUCTION

Dans le cadre de la méthodologie présentée dans le rapport de la première phase, la saisie et la formalisation des conséquences, dont celles liées au temps, reposent sur :

- une définition précise des dimensions, échelles et mode d'évaluation (indicateurs d'états et indicateurs de modulation),
- un passage des évaluations multi-dimensionnelles au concept de famille cohérente de critères.

Dans une première section, on donne une liste de dimensions avec échelles et modes d'évaluation. Malgré son importance, elle ne peut prétendre à l'exhaustivité. Notre souhait est qu'elle puisse servir de référence ou plutôt de point de départ au chercheur, à l'homme d'étude soucieux d'une prise en compte réaliste des aspects liés au temps. Cette liste est structurée suivant les trois niveaux présentés dans la première phase : saisie des conséquences aux niveaux individuel, collectif et structurel.

La construction explicite de critères nous a semblé trop contingente à des types de problèmes particuliers pour pouvoir en donner également une liste (cf le concept de famille cohérente de critères).

C'est pourquoi on a préféré, dans une seconde section, illustrer quelques méthodes de constructions de critères à partir des évaluations multi-dimensionnelles en mettant en évidence les problèmes rencontrés. Un tel passage de dimensions aux critères pose, en effet, des problèmes délicats de réduction d'information qu'il est important d'analyser et d'exploiter :

- recherche d'un équivalent ponctuel d'une distribution (exemple : une durée moyenne peut-elle être substituée valablement et sans perte abusive d'informations à une distribution de durées de trajets domicile-travail ?),
- sous-agrégation de dimensions multiples en vue d'obtenir un critère jugé significatif (exemple : correction d'une durée chronométrée par une durée perçue par des usagers).

Enfin, comme la terminologie utilisée fait explicitement référence au cadre méthodologique présenté dans la première phase (section III, rapport général), on en a extrait les concepts et on les a rassemblés en annexe de cette première partie. Le lecteur désirant avoir des précisions ou des éclaircissement sur ces tableaux pourra se reporter au rapport de la première phase.

I - DIMENSIONS ET INDICATEURS DE PRISE EN COMPTE DES ASPECTS LIÉS AU TEMPS DANS LE DOMAINE DES TRANSPORTS.

Pour chacune des dimensions que nous avons retenues, nous proposons quelques indicateurs avec les échelles qui leur sont liées. Dans certains cas, nous proposons plusieurs indicateurs pris dans des applications différentes et dans d'autres, nous sous-entendons les échelles qui paraissent évidentes (pour un pourcentage, l'échelle est l'ensemble des nombres compris entre 0 et 100, par exemple).

1. Dimensions et indicateurs au niveau individuel

Deux sortes d'indicateurs sont à considérer : ceux basés sur des quantités de temps (durées objectivement mesurables par chronométrage) et ceux introduisant le vécu du temps (qualité et maîtrise du temps).

1.1 Dimensions et indicateurs de durées

L'échelle associée aux dimensions de durée est naturellement l'échelle de durée exprimée en heures, minutes ou secondes.

- dimension de temps d'accès au réseau de transport

. temps nécessaire pour aller chercher sa voiture dans son garage, la faire démarrer et être sur la voie publique

. temps requis pour atteindre de sa porte d'entrée (ou de bureau) un équipement de transport particulier (autoroute, aéroport, port, gare de chemin de fer, station de métro, arrêt de bus...).

- dimension de temps d'attente aux abords (entrée ou sortie) d'un réseau

. temps d'attente d'un véhicule de transport collectif (bus, avion, bateau...)

. temps perdu par le ralentissement d'un péage

. temps perdu pour se garer.

- dimension de temps de trajet

. temps normal pour aller d'un point à un autre avec une combinaison donnée de moyens de transports (marche à pied, bus, métro, marche à pied)

. temps à la pointe pour effectuer un trajet

. écart maximum prévisible entre deux temps mis pour effectuer un même trajet

. différence de temps suivant le sens du parcours.

- dimension de gain de temps

. gain de temps consécutif à un investissement nouveau pour traverser une ville (ou relier deux villes)

. gain de temps apporté par une amélioration de l'exploitation d'un réseau (régulation, déviations, ...)

. gain de temps récupérable (pour lire son journal, fumer une cigarette...)

. pertes de temps bonifiables (train de nuit lent pour permettre de dormir).

- dimension de comparaison entre différents modes ou itinéraires

. écart de temps pour un trajet urbain (ou interurbain) suivant que l'on utilise un véhicule particulier ou les transports en commun

. écart de temps entre deux modes de transport collectifs (avion-train, métro-bus, ...)

. différence de temps de parcours entre deux itinéraires concurrents.

1.2 Dimensions et indicateurs relatif au vécu du temps

Les échelles d'évaluation doivent être définies pour chaque dimension, en liaison notamment avec l'indicateur d'état et la signification concrète de la dimension dans le problème particulier étudié.

- dimension de confort de l'accès (ou de l'attente)

. agrément de l'environnement (ou du site) du point de vue esthétique, climatique, pénibilité physique (bruit, station debout...) ou pénibilité psychologique (attention requise pour un parcours dangereux)

. facilité de la desserte (échelle : nombre de terminaux, fréquence de la desserte, nombre d'accès)

. facilité de compréhension du réseau (achat du billet, réservation, tarification).

- dimension de confort du trajet

. nombre d'arrêt prévus ou occasionnels (site propre, lignes directes, nombre de feux, nombre d'intersections prioritaires)

. nombre de ruptures de charge

. agrément de l'environnement esthétique, climatique, sociologique (promiscuité, solitude, bousculade) et sa pénibilité physique (nombre de personnes debout à l'heure de pointe) ou psychologique.

. fluidité ou encombrement de parcours : vitesse (échelle en km/h), espace entre deux voitures (échelle en mètres)

. sécurité (nombre d'accidents, réputation du rail ou de l'avion, visibilité sur route, facilités d'évacuation en cas d'incident...)

. hétérogénéité des usagers (pourcentage de poids lourds sur une route, pourcentage de touristes dans les vols d'affaires)

. possibilité d'expression personnelle (vitesse...) ou d'une activité (lire, discuter...) (échelle ordinale)

. facilités d'interconnexion avec d'autres réseaux (échelle ordinale à définir).

- dimension d'information sur l'accès, l'attente ou le trajet

. existence d'une liaison usager-exploitant

. incertitude sur le temps d'attente

. connaissance des impondérables (interruptions dues à

à des accidents, grèves, ...)

. existence et connaissance de déviations ou trajets parallèles possibles.

- dimension de maîtrise du système

- . fiabilité du système (horaires)
- . diversification du système (substituabilité en cas de grèves)
- . disponibilité temporelle et spatiale (la nuit, les jours de fête)
- . facilité de modification d'itinéraire (souplesse du réseau)
- . possibilité de changer de réseau (métro-bus, avion-train, ...)

2. Dimensions et indicateurs au niveau collectif

Les indicateurs de ce paragraphe ont, soit un aspect économique (un rapport avec des activités économiques), soit un aspect social (prise en compte du type de vie sociale).

2.1 Dimensions et indicateurs économiques

A ce niveau, nous avons pensé à observer les phénomènes de durées (à l'échelon global), d'accessibilité, d'efficacité interne et d'effets externes des projets.

- dimension de durées

. temps total passé dans les transports (en 1 journée, 1 année, ...) pour l'ensemble de la collectivité ;

. temps récupérable par la collectivité (temps affectable à une autre activité)

- dimension d'accessibilité à des points ou zones particulières

. accessibilité aux emplois (nombre d'emplois atteints en un temps donné)

. accessibilité aux zones de main-d'oeuvre

. accessibilité aux zones de loisirs (nombre d'activités de loisirs atteintes en un temps donné)

- . accessibilité à un centre administratif (préfecture, mairie, ...)

- . attraction d'un mode de transport collectif (nombre d'habitants à moins de 500 m pour le métro, à moins de 50 km pour l'avion)

- dimension d'efficacité quant à la totalité des temps de déplacement

- . sous-exploitation d'un réseau (échelle ordinale à définir suivant la nature du réseau)

- . souplesse d'exploitation de l'ensemble des réseaux (pour les gestionnaires), risque de blocages (grèves, sabotages) (échelle ordinale à définir dans le cadre du problème posé)

- . rapport du trafic réel sur le trafic potentiel

- . longueur des files d'attente (aux guichets, dans les bouchons)

- . cohérence entre prévision et capacité (échelle ordinale)

- dimension d'effets externes entraînant des dysfonctionnements dans le temps de déplacement

- . croissance (ou décroissance) d'un autre réseau de transport (par exemple cas de la fermeture d'une ligne de transport collectif régulière à la suite de la création d'un ramassage ouvrier) (échelle ordinale)

- . modification des modes de vie (possibilité de rentrer déjeuner par exemple) (échelle ordinale).

2.2 Dimensions et indicateurs sociaux

Nous proposons au moins trois dimensions à retenir :

- dimension d'agressivité perturbant l'allocation du temps de transport de la collectivité

- . nombre de conflits (bagarres, altercations) enregistrés en un lieu entre usagers et entraînant des retards ou arrêts (signal d'alarme tiré, barrage de la voie, ..)

- . nombre de conflits entre les exploitants et les usagers (contraventions entraînant des coûts importants en temps, détournements des véhicules (avions) par des individus, ...)

- dimension de santé

. nombre de jours d'arrêts de travail (ou d'hospitalisation) dus aux transports.

- dimension familiale et sociale caractérisant l'allocation du temps d'une population.

. accessibilité pour les "captifs des transports collectifs"

. temps de transport journalier par famille (couple, enfants) par C.S.P.

. temps de transport pour les loisirs par C.S.P.

3. Dimensions et indicateurs au niveau structurel

Voici quelques dimensions qui nous ont paru appréhendables :

- dimension de centralisation

. temps d'accès au centre de décision

. Temps d'accès à Paris.

- dimension d'aménagement du territoire en rapport avec des variations de temps de transport

. implantation d'activités induites par une modification d'un réseau de transport (nombre d'activités économiques, nombre de logements)

. plus-values foncières (en Francs du m²)

. diversification des moyens de transport (concurrence, monopoles technologiques).

- dimension sociale de répartition du budget temps des individus

. modification des habitudes de consommation de transport (changement de modes de transport, accroissement des consommations individuelles (échelle ordinale).

. modification de la population ou travaillant dans un lieu, après transformation du système de transport.

- . équilibre habitat-emploi par rapport aux possibilités de transport.
- . évolution des motifs de déplacement (% de touristes, ...)
- . durée des déplacements de travail/durée des déplacements de loisirs (modes de vie).

II - SUR LA CONSTRUCTION DES CRITERES

La plupart des dimensions, échelles, modes d'évaluation proposées ci-dessus conduisent l'homme d'étude à considérer des évaluations distributionnelles des actions candidates sur les échelles associées à ces dimensions (voir tableau 6 et 7, annexe III).

Progresser vers la construction de critères en vue d'en établir une famille cohérente exige de l'homme d'étude une réduction souvent importante des données de base contenues dans les indicateurs d'état $\Upsilon(a)$ et de modulation $\mathcal{O}(a)$ (évaluations distributionnelles le plus souvent). Cette réduction de l'information repose sur deux procédés fondamentaux :

- la ponctualisation (recherche d'un équivalent ponctuel d'une distribution. Exemples : moyenne, valeur actualisée, ...)

- la sous-agrégation (agrégation de dimensions).

Ces deux procédés opérationnels posent tous deux des problèmes théoriques : quels sont les axiomes nécessaires relatifs à la préférence du décideur, légitimant tel procédé de ponctualisation ? Quelles sont les conditions d'indépendance au sens des préférences et des utilisés auxquelles soient satisfaire les préférences du décideur, légitimant tel procédé d'agrégation ?

La théorie de l'utilité multidimensionnelle (Multi Attribute Utility Theory (1)) est un exemple de cette double réduction : agrégation des dimensions ou attributs en une fonction d'utilité et ponctualisation sur la dimension ainsi définie par calcul de l'espérance mathématique. De par sa tentative d'être rigoureuse sur le plan axiologique permet de prendre conscience du nombre considérable d'hypothèses qu'il y aurait lieu de vérifier pour opérer ainsi une réduction globale et complète dont l'objet est d'associer une utilité (c.à.d. un chiffre unique) à toute action candidate. En pratique, l'homme d'étude ne peut, à quelques très rares exceptions près, vérifier un corps aussi complexe d'axiomes et d'hypothèses et ceci quelles

(1) Voir rapport général de la 1ère phase, annexe B, § I.2 : A propos de la construction d'une fonction d'utilité : la cas de l'aéroport de Mexico.

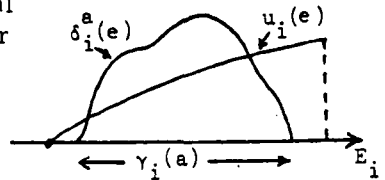
qu'en soient les raisons (sa compétence, son budget temps d'étude, son souci de rester clair et compris par ses interlocuteurs, bref son souci de s'insérer lui et son étude au mieux dans un processus décisionnel).

C'est pourquoi dans cette section, plutôt que de donner ces corps d'hypothèses, nous présenterons quelques exemples de ces procédés en soulignant les difficultés rencontrées lorsqu'on cherche un équivalent ponctuel sur une dimension ou lorsqu'on sous-agrège un peu trop rapidement des dimensions.

1. Construction d'un critère par recherche d'un équivalent ponctuel sur une dimension

Soit $\left\{ \gamma_i(a), \delta_i(a) \right\}$ l'évaluation distributionnelle d'une action a sur une dimension i (échelle E_i).

Un procédé opérationnel très général pour établir un critère consiste à déterminer un coût ou une utilité $u_i(e)$ pour tout échelon $e \in E_i$ et à poser comme critère, équivalent ponctuel de l'évaluation distributionnelle :



$$g_i(a) = \frac{\sum_{e \in E_i} \delta_i^a(e) u_i(e)}{\gamma_i(a)} \quad (1)$$

1.1 Exemples de procédés opérationnels

Laissons tomber l'indice de dimension i et donnons des exemples qui illustrent la très grande généralité de ce procédé.

- Calcul d'une valeur moyenne (barycentrique) ou totale

Ce procédé n'est valable que si E_i l'échelle associée à la dimension est numérique

(1) Si l'échelle E_i est continue et non discrétisée, alors :

$$g_i(a) = \int_{e \in E_i} \delta_i^a(e) u_i(e) \, de$$

$$u(e) = e \text{ et } g(a) = \sum_{e \in \mathcal{E}} \gamma(a) \delta^a(e) \cdot e$$

Exemples

. $\delta^a(t)$: nombre d'usagers d'un système de transport a , passant un temps t dans ce système. $g(a)$ est le temps total perdu dans le système

. $\delta^a(t)$: pourcentage d'usagers gagnant t minutes grâce à une nouvelle variante "a" d'un nouveau tracé routier. $g(a)$ est le gain de temps moyen.

Une valeur moyenne peut également être déterminée pour des valeurs supérieures à une valeur donnée. S'agissant par exemple d'une distribution de durées de trajets domicile-travail, on peut s'intéresser aux seules durées supérieures à une valeur donnée t_0 (30 mn par exemple) :

$$u(t) = t \text{ si } t > t_0$$

$$u(t) = 0 \text{ si } t \leq t_0$$

$\delta^a(t)$: pourcentage d'usagers passant un temps t dans le système "a"

$g(a)$: temps moyen mis par les usagers passant plus de t_0 mn pour effectuer leur trajet domicile-travail.

- Calcul d'une masse liée à la distribution

Alors que le calcul d'une valeur moyenne ou totale s'exprimait à l'aide de l'unité attachée à l'échelle E de la dimension (des minutes dans les exemples précédents), les critères calculés ici utilisent comme unité l'unité de mesure de la distribution.

Exemples

. Soit une échelle de confort à deux échelons :

e_0 : position debout

e_1 : position assise

$\delta^a(e_1)$: pourcentage de voyageurs assis

En prenant $u(e_0) = 0$ et $u(e_1) = 1$ on détermine toujours selon le même procédé un critère :

$$g(a) = \delta^a(e_1) : \text{pourcentage de voyageurs assis}$$

. Soit une distribution de durées de trajets domicile-travail, on peut s'intéresser au seul critère pourcentage d'usagers mettant plus de t_0 (30 mn par exemple) pour ces trajets :

$$u(t) = 1 \text{ si } t > t_0$$

$$u(t) = 0 \text{ si } t \leq t_0$$

$$\delta^a(t) : \text{pourcentage d'usagers mettant un temps } t$$

$g(a)$: pourcentage d'usagers passant plus de t_0 mn en trajet domicile-travail.

. Les critères d'accessibilité supposent un mode de ponctualisation identique.

Soit une distribution des nombres d'emplois à t minutes à partir d'un centre donné pour une variante d'un système de transport "a" : $\delta^a(t)$

$$- \text{ si } u(t) = 0 \text{ si } t > t_0$$

$$u(t) = 1 \text{ si } t \leq t_0$$

$g(a) = \sum_t \delta^a(t) u(t)$ représente le nombre d'emplois à moins de t_0 minutes ($t_0 = 30$ mn par exemple)

- si $u(t) = \exp(-\alpha t)$ représente l'utilité d'un emploi situé à t minutes, le critère $g(a) = \sum_t \delta^a(t) \exp(-\alpha t)$ représente accessibilité gravitaire aux emplois.

- Actualisation

Si $\delta^a(t)$ représente une somme monétaire dépensée ou reçue à l'année t (ou le cash-flow) et si $u(t) = 1/(1+i)^t$ représente l'utilité (la valeur) actuelle d'une unité monétaire,

$g(a) = \sum_t \delta^a(t) \frac{1}{(1+i)^t}$ représente la valeur actuelle du flux de recettes et dépenses "a".

- Théorie de l'utilité de von Neumann

Si $\delta^a(e)$ est la probabilité d'obtenir la conséquence certaine e et $u(e)$ est l'utilité attachée à cette conséquence certaine, $g(a) = \sum_e \delta^a(e) u(e)$ est l'utilité "espérée" de "a" (espérance mathématique).

- Valeur monétaire dans un calcul économique

Si $\delta^a(e)$ est un nombre de personnes concernées par la conséquence e et $u(e)$ le coût ou l'avantage monétaire par personne, $g(a) = \sum_e \delta^a(e) u(e)$ est l'évaluation monétaire de "a" pour la conséquence considérée

. valeur du temps, valeur des gains de temps

Il est classique de prendre $u(t) = \lambda t$ où λ est la valeur constante du temps (de l'heure par exemple). Le critère est alors le temps total ou le gain de temps total multiplié par la valeur du temps λ .

. valorisation monétaire du bruit

Les études de localisation d'aéroports (voir rapport 1ère phase, annexe B, I.1) utilisent des valeurs monétaires reflétant le coût social du bruit $u(e)$ pour une personne (ou un foyer) situé dans une zone de bruit d'intensité e (exprimé en MNI : Noise and Number Index dans les études citées). Etablir les valeurs monétaires $u(e)$ résoud en pratique simultanément le double problème de la recherche de l'équivalent ponctuel $g(a)$ et le problème de l'agrégation des dimensions et critères : $g(a)$ est exprimé en termes monétaires et on suppose les coûts et avantages additifs.

1.2 Remarques sur ces procédés

- Déterminer la fonction $u(e)$ dans une opération de ponctualisation est la tâche bien naturellement la plus délicate, que cette fonction soit monétaire ou non. Notamment, lorsque les distributions concernant deux actions a et b se "ressemblent", la classement des deux actions sur le critère équivalent ponctuel peut être très sensible au choix de $u(e)$ au point de renverser l'ordre des deux

actions sur ce critère ⁽¹⁾. Tout en restant dans des domaines de variations raisonnables pour $u(e)$, on sait par exemple que modifier un taux d'actualisation peut entraîner un ordre inverse dans le bilan des avantages et inconvénients de deux projets (avec un taux i_1 un projet a sera en tête, avec un taux i_2 légèrement différent, il pourra être second). De même, on a mis en évidence dans le rapport de la 1ère phase (annexe B, § I, 1 2 2 6) qu'une modification de la fonction coût du bruit inversait sur le critère bruit les rangs des sites candidats Balne Moor et Winterset.

- Un critère basé sur le calcul d'un temps total suppose par exemple l'égalité de la valeur du temps tout le long de cette échelle, même si cette valeur n'est pas explicitée - 100 minutes perdues par 1000 personnes est jugé équivalent à 10 minutes perdues par 10.000 personnes. Prendre un tel critère de temps total peut conduire, on l'a vu à propos de la régulation du complexe A_6H_6 (rapport 1ère phase, annexe B, II, 2 3) à des solutions jugées inadmissibles justement parce qu'une fraction faible d'usagers passerait un temps jugé beaucoup plus élevé dans un système de transport.

Pour éviter de tels inconvénients, on a souvent tendance à poser une contrainte sur ces durées afin d'éviter que certains usagers ne perdent plus de t_0 minutes. Cela revient à modifier la fonction $u(t)$ utilisée dans la ponctualisation :

$$u(t) = \lambda t \text{ si } t \leq t_0$$

$$u(t) = \infty \text{ si } t > t_0$$

On conçoit qu'une solution plus satisfaisante mais certainement plus délicate consisterait à déterminer la fonction d'utilité (ou de coût) $u(t)$ associée à des gains (ou des pertes de temps t au niveau de l'utilisateur. (cf. l'étude de T.C. THOMAS et D.G. HANEY, rapport 1ère phase, annexe A, § II, 2).

(1) On peut chercher à préciser cette notion de ressemblance en comparant des distributions à l'aide d'une relation floue mettant justement en évidence la plus ou moins grande sensibilité du classement de deux distributions suivant le choix de $u(e)$ (voir E. JACQUET-LAGREZE : "Modelling Preferences Among Distribution Using Fuzzy Relations", à paraître dans : H. Jungermann, G. de Zeeuw - "Decision Making and Change in Human Affairs" - D. REIDEL PUBLISHING Co).

- Signalons enfin que le procédé général étudié ci-dessus n'est pas le seul pour trouver un équivalent ponctuel sur une dimension. Dans certains cas, par exemple, une valeur médiane sera préférée à une valeur moyenne.

2. Construction de plusieurs critères par éclatement d'une dimension

Lorsque la ponctualisation s'avère trop difficile (ou arbitraire) en raison du choix explicite d'une fonction $u(e)$ (monétaire ou non) qu'elle exige, une solution consiste à ne pas déterminer directement cette fonction de préférence mais à éclater la dimension en deux ou plus de deux critères. La réduction de l'information contenue dans une évaluation distributionnelle est ainsi effectuée en partie seulement, la comparaison finale des différents niveaux de l'échelle initiale étant en effet repoussée au niveau de la construction de la préférence globale (l'agrégation des critères par exemple).

En reprenant l'exemple de la distribution des temps de trajet domicile-travail, il peut être plus significatif d'éclater cette dimension en trois critères définis par exemple par :

g_1 : durée dépassée par 5 % des usagers (durée quasi-maximale)

g_2 : durée dépassée par 50 % des usagers (durée médiane)

g_3 : durée dépassée par 95 % des usagers (durée quasi maximale).

Dans une opération d'exploitation d'un réseau routier, si la distribution observée est celle des temps mis par des automobilistes pour se rendre d'un point i à un point j durant différentes heures de la journée, les trois critères g_1, g_2, g_3 définis de la même façon permettent d'appréhender plus aisément le phénomène de congestion ou d'encombrement que ne le ferait un seul critère.

Lorsque l'échelle E associée à la dimension est ordinale, il sera souvent plus aisé d'éclater cette dimension que de chercher un équivalent ponctuel.

Soit par exemple une distribution de voyageurs sur une échelle définie par :

e_0 : position debout et pénible, aucune activité n'est possible

e_1 : position assise dans laquelle le voyageur peut lire un journal ou avoir une conversation facile

e_2 : position confortable dans un environnement calme permettant une lecture difficile, un travail écrit ou une conversation professionnelle.

La dimension peut être déclarée en deux critères :

$g_1 = \delta(e_0)$: nombre de personnes voyageant dans des conditions pénibles,

$g_2 = \delta(e_2)$: nombre de personnes voyageant dans d'excellentes conditions.

3. Construction d'un critère par sous-agrégation de dimensions

Dans certains cas, il peut s'avérer utile d'agréger entre elles plusieurs dimensions ayant trait à des aspects complémentaires ou de nature voisine.

- Lorsque les échelles des dimensions comportent peu d'échelons, une agrégation directe peut être envisagée en cherchant à déterminer un préordre sur des couples d'échelons.

Exemple : L'agrément d'un trajet est déterminé à l'aide d'une échelle à 4 échelons : $E_1 = \{e_0, e_1, e_2, e_3\}$ et la qualité de l'information sur ce trajet à l'aide d'une échelle à deux échelons : $E_2 = \{e_0, e_1\}$. Une dimension agrégée pourra être reportée sur la table suivante, définissant aussi l'échelle E_{12} correspondant à la nouvelle dimension agrégée.

E_1	e_0	e_1	e_2	e_3	
E_2					
e_0	e_0	e_1	e_2	e_3	} E_{12}
e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	

Si les deux sous-dimensions concernent des usagers (niveau individuel), un tel préordre pourra être obtenu en demandant à des usagers de classer les couples (e_i, e_j) . Si les deux dimensions concernent un niveau collectif, un tel préordre pourra être déterminé par le décideur.

- Plus généralement, la méthode des déclassements comparés (1), en explicitant la préférence du décideur à l'aide de quelques axiomes, permet ainsi d'agrèger des dimensions en une nouvelle dimension ayant un caractère plus synthétique.

Si les évaluations sur les dimensions initiales sont ponctuelles, définir une telle règle d'agrégation conduit encore à une évaluation également ponctuelle sur la nouvelle dimension. Un critère peut être alors déterminé directement à partir de la dimension agrégée. Dans l'exemple ci-dessus, une évaluation ponctuelle e_1 sur E_1 et e_1 sur E_2 conduit à l'évaluation ponctuelle e_3 sur E_{12} .

Lorsque les évaluations sont des distributions, il faut être en mesure de définir la distribution plus globale sur l'échelle E_{12} , les seules distributions marginales sur E_1 et sur E_2 n'étant pas suffisantes. Dans le même exemple, si l'évaluation résulte d'un sondage auprès d'usagers, il faudra connaître la ventilation croisée aux deux questions sur l'agrément et sur la qualité de l'information sur le trajet pour pouvoir connaître l'indicateur de modulation sur E_{12} . Une action a sera évaluée par l'indicateur de modulation $\delta^a(e_3) =$ nombre de personnes interrogées ayant jugé "a" au niveau e_1 pour l'agrément et au niveau e_1 pour l'information plus nombre de personnes ayant jugé "a" au niveau e_3 pour l'agrément et au niveau e_0 pour l'information. Le problème de ponctualisation ou de l'éclatement pourra alors être étudié sur la nouvelle dimension.

- Lorsque les échelles de dimensions comportent un nombre beaucoup plus important d'échelons, il convient de définir une fonction de valeur explicitant la règle d'agrégation des dimensions, agrégation non nécessairement additive.

Exemples :

- . Concernant l'évaluation du "coût" pour l'utilisateur procuré par la traversée d'une agglomération, on peut agréger les dimensions suivantes :

(1) H. LE BOULANGER, B. ROY - "L'entreprise face à la sélection et à l'orientation des projets de recherche : la méthodologie en usage dans le groupe SEMA". Revue METRA, vol. VII, n° 4, 1968.

- Intersections avec feux (nombre)
- Intersections non prioritaires (nombre)
- Présence de tournants (nombre de tournants de 90 degrés)

et bâtie un critère s'exprimant par exemple en équivalent nombre d'intersections avec feux, en utilisant peut-être une forme additive (somme pondérée).

Si, pour le même problème, on cherche à bâtir un critère de bruit, on peut agréger les deux dimensions :

- T. trafic de la route aux heures de pointes (véhicule/heure)
- d. distance de la route à une zone d'habitation non protégée (mètres)

à l'aide d'une fonction de valeur du type $Te^{-\alpha d}$ par exemple, où α est un paramètre à déterminer à l'aide de la comparaison de la gêne occasionnée pour plusieurs couples (T,d). L'évaluation sur la nouvelle dimension ainsi construite se présente sous la forme d'une distribution où $N(T,d) = N(d)$ (nombre de personnes résidant dans la zone d'habitation non protégée) est l'indicateur de modulation. Si on recherche un équivalent ponctuel sur cette dimension, un critère pourrait être :

$$g = \sum_d T e^{-\alpha d} N(d) = T \sum_d N(d) e^{-\alpha d}$$

- Des méthodes d'analyse statistique (modèles explicatifs)

pourraient avantageusement être utilisés pour définir des fonctions de valeur agrégeant des dimensions, à condition que la fonction de valeur soit additive (prendre la fonction $\text{Log } T - \alpha d$ au lieu de

$Te^{-\alpha d}$ dans l'exemple ci-dessus). La variable à expliquer est alors soit une variable de comportement (exemple : choix d'itinéraires concurrents), soit une variable de préférence ordinaire le plus souvent (classements obtenus par des réponses à un questionnaire). Des modèles tels que l'analyse discriminante, la régression linéaire multiple ou mieux des modèles explicatifs de variables ordinales (tels que les modèles MONANOVA, ORDREG (LINMAP), MORALS) permettrait l'estimation des paramètres (tels que des taux de substitution) dans la sous-agrégation des dimensions considérées.

4. Remarques sur la nature des critères

Ayant défini des procédés opérationnels de construction de critères, l'homme d'étude doit encore s'interroger sur la nature de ces critères (voir annexe A, tableaux 7 et 8).

Problèmes de seuils : Existe-t-il des seuils de non-discrimination, d'imprécision ou d'imprévisibilité ?

Problèmes de graduabilité : quelle signification doit-on accorder aux écarts que l'on observe sur les critères (problème de la comparaison des intervalles) ?

- Des seuils d'imprécision ou d'imprévisibilité peuvent être établis notamment à l'aide d'un calcul d'incertitude. Lorsqu'un critère est une fonction de plusieurs paramètres, par exemple lorsque le critère est issu d'une ponctualisation d'une dimension ou d'une sous-agrégation de plusieurs dimensions, on peut, connaissant l'imprécision de chacun des paramètres en valeur absolue ou en valeur relative, déterminer un seuil d'imprécision sur la fonction critère agrégeant ces paramètres. Il en est de même pour les seuils d'imprévisibilité (prévision de trafic par exemple) : (cf. 2e partie, II, 2).

- Des seuils de non discrimination ou d'indifférence doivent être recherchés directement au niveau des personnes concernées (usagers, décideurs, ...).

Dans un critère exprimant un gain de temps, il importe de connaître même approximativement le gain de temps minimum jugé significativement non nul par les usagers.

On conçoit que dans un problème où l'on étudie une action dont la conséquence sur une distribution de durées de trajets est de faire gagner quelques minutes (2mn par exemple) à des dizaines de milliers d'usagers et de faire perdre 10 à 20 minutes à quelques centaines d'usagers, il est crucial de s'interroger sur des seuils de non-discrimination des usagers qui "gagnent" les 2 minutes (problèmes de création ou de suppression d'un arrêt ou d'une station sur une ligne par exemple). On conçoit que ce problème est d'autant plus crucial que, suivant la prise en compte ou non d'un tel seuil, on obtient des différences qui, exprimées en termes monétaires par exemple, peuvent largement dépasser les autres postes d'un bilan coût-avantages.

- Enfin, s'agissant d'agréger complètement ou partiellement (en une relation de surclassement floue par exemple) les critères, il faut s'interroger sur leur propriété en termes de mesurabilité ou graduabilité.

La construction d'une fonction de valeur suppose par exemple que les critères soient mesurables.

L'utilisation de la méthode dérivée d'ELECTRE II, exposée dans l'annexe de la seconde partie de ce rapport, suppose que les critères soient graduables (comparaison ordinale des intervalles), ce qui est une condition moins forte que celle de mesurabilité

DEUXIEME PARTIE

TROIS EXEMPLES D'AIDE A LA DECISION
EN PRESENCE DE CRITERES MULTIPLES DANS LE DOMAINE DES TRANSPORTS

0 - PRESENTATION DES TROIS PROBLEMES

Afin d'illustrer la méthodologie générale présentée dans le rapport de la première phase et de montrer comment les divers critères dont on décrit des modes de construction dans la première partie de ce présent rapport peuvent effectivement être intégrés dans cette méthodologie d'aide à la décision, nous avons été conduits, dès le début de cette seconde phase, à rechercher des problèmes concrets actuellement à l'étude.

Compte tenu de notre souci de nous intégrer au mieux au processus de décision, nous avons délibérément exclu, dans cette seconde phase, une réflexion sur des problèmes anciens (études terminées, décisions éventuellement prises). Nous avons au contraire recherché des interlocuteurs prêts à nous associer à leur réflexion présente. Nous nous sommes tout naturellement tournés vers les institutions qui nous avaient déjà prêté leur concours lors de la première phase de cette recherche : la Direction Générale à l'Aviation Civile et la Direction des Routes et de la Circulation Routière.

Le transport aérien offre une gamme de problèmes variés où la prise en compte du temps joue un rôle particulièrement et même traditionnellement important. Aussi nous sommes-nous tournés assez rapidement vers la D.G.A.C. Le seul problème que celle-ci ait pu nous proposer à l'époque était une réflexion qu'elle menait en matière de tarification. Devant les différentes politiques tarifaires orientées vers le marché (market oriented fares) ou celles orientées vers les coûts (cost oriented fares), comment préciser une politique tarifaire et laquelle préconiser ? Très vite, il nous est apparu que le temps n'intervenait que très secondairement dans ce type de problème. S'il intervenait dans des modèles de comportements de voyageurs à utiliser pour prévoir des trafics résultant d'une offre donnée, il n'apparaissait pas directement dans la comparaison de politiques tarifaires. Ce cas n'interfère donc qu'assez peu avec la réflexion menée dans la première partie de ce rapport et c'est pourquoi nous ne l'avons pas poussé très loin. Néanmoins, nous avons retenu cet exemple parce qu'il illustre certaines des préoccupations fondamentales de cette recherche, à savoir la comparaison d'actions au vu de conséquences complexes et révèle un bon nombre de difficultés types que l'on rencontre lorsque l'on cherche à analyser ce genre de problèmes.

De la même manière, nous nous sommes tournés vers la D.R.C.R., le temps étant également la principale conséquence prise en compte dans les calculs d'avantages apportés par des projets routiers. Le problème qui se posait alors à la D.R.C.R. était l'inscription au plan des projets de déviations de routes nationales. La D.R.C.R. était favorable à l'application d'une méthodologie de classement en présence de critères multiples car, à côté des critères classiques de taux de rentabilité ou de bénéfice actualisé, de nouveaux critères étaient à l'étude au SETRA (critères de réduction des nuisances par exemple). On a donc mené une réflexion avec la D.R.C.R. puis avec le SETRA sur une famille cohérente de critères venant compléter les critères classiques. Une application numérique utilisant la méthode ELECTRE III a été réalisée, suite à cette première réflexion. Cependant, nous avons eu l'occasion de souligner que la prise en compte du temps au travers d'une valorisation monétaire et d'un calcul de taux de rentabilité ne nous apparaissait pas comme une démarche satisfaisante pour saisir de façon significative les avantages liés au temps ; c'est pourquoi nous avons proposé, suite à l'application numérique, une réflexion sur d'autres familles de critères.

Enfin, durant cette même période, la R.A.T.P. qui avait eu connaissance du rapport de la première phase de cette recherche avait confié à la SEMA une étude sur les points noirs dans le réseau ferré de la R.A.T.P., un point noir étant un endroit où les voyageurs perdaient du temps. Cette étude a été menée par notre équipe (1) parallèlement à cette recherche dont elle a bénéficié et qu'elle a contribué à alimenter. Etant donné l'interférence très grande entre le contenu de cette étude et celui de cette recherche, l'importance du travail réalisé par l'équipe sur ce problème, nous avons demandé l'autorisation à la R.A.T.P. d'en faire état dans le présent rapport (2).

(1) Etude réalisée par notre équipe et par B. EMSELLEM.

(2) Nous remercions Monsieur GUIEYSSE, directeur général adjoint de la R.A.T.P. d'avoir bien voulu donner son accord sur ce point.

I - COMPARAISON DE POLITIQUES TARIFAIRES SUR UN RESEAU DE LIGNES AERIENNES INTERIEURES

0. Le problème

La Direction Générale à l'Aviation Civile (DGAC) exerce une tutelle sur les compagnies aériennes françaises (Air France, UTA, Air Inter, compagnies régionales). A ce titre, elle doit, entre autres, coordonner les politiques tarifaires de ces compagnies en tenant compte de la concurrence entre ces compagnies et entre certaines d'entre elles et les autres compagnies internationales. Ceci conduit la DGAC à se définir une politique de tarification afin de proposer des actions au sein de l'IATA d'une part et d'établir des conventions ou protocoles avec Air Inter et les compagnies régionales d'autre part.

En présence d'une situation internationale difficile, notamment sur l'Atlantique Nord en raison d'une surcapacité des compagnies et du développement rapide des vols charters, la DGAC poursuit des recherches afin d'asseoir sa politique et de contribuer à la réflexion menée dans les divers pays occidentaux sur tarification par les coûts ("cost-oriented fares") et tarification discriminante ("Market-oriented fares"). Nous nous sommes associés à la réflexion que les ingénieurs du SEI (1) menaient sur ce problème. Il nous est apparu très vite que les aspects liés au temps intervenaient de façon très secondaire ou très indirecte dans l'étude de la comparaison de politiques tarifaires. Néanmoins, cette étude pouvait à nos yeux permettre d'illustrer la méthodologie et les réflexions présentées dans la première phase de cette recherche, notamment en raison de la complexité des phénomènes mis en jeu et par là même de la difficulté d'en saisir les conséquences et de les évaluer au travers d'un critère unique.

(1) Messieurs BRESSION, COLLET, Madame MAGUET, Monsieur PAVAUX.

La participation du SEI a porté sur l'étude économique (1) dont l'objet fut l'élaboration d'un modèle permettant de relier entre elles des variables caractéristiques de l'offre (nombre de sièges offerts, tarifs, ...) et de la demande (trafics résultants, coefficients de remplissage, taux de refus, ...).

Notre participation a porté sur la définition de l'ensemble A des structures tarifaires à évaluer et à comparer, l'analyse des conséquences à prendre en compte, la proposition de dimensions et modes d'évaluation. Au départ, l'équipe ainsi constituée s'était proposée d'étudier le problème de la comparaison de politiques tarifaires pour trois classes de lignes : Air Inter, Atlantique Nord, autres lignes internationales. Compte tenu de l'étendue du problème et de sa complexité, nous nous sommes rapidement limités aux seules lignes du territoire français. L'analyse des conséquences et la proposition des dimensions et modes d'évaluation a donc été réalisée en ayant à l'esprit ce cadre plus restreint. Cependant, ce type d'analyse peut fort bien être étendu à l'analyse d'un système plus vaste.

1. Définition de l'ensemble A des structures tarifaires et choix d'une problématique.

L'objet de l'étude a donc été d'élaborer une méthodologie permettant de préciser la notion de politique tarifaire afin d'établir des comparaisons entre divers modes de tarification par les coûts et tarifications discriminantes et de sélectionner quelques unes des politiques parmi les meilleures (problématique Y). Trois grandes familles de politiques tarifaires ont été étudiées :

- politique de tarif unique
- politique de discrimination pure
- politique de discrimination liée au service.

Pour certaines de ces politiques, on a pu envisager des sous-politiques précisant notamment quel type de discrimination pure ou liée au service pouvait être retenu.

(1) "Tarification du transfert aérien - Comparaison de politiques tarifaires sur un réseau de lignes intérieures". SEE.SDEEP-DGAC. mars 1977.

Le rapport comprend les parties :

- I - Evaluation des coûts
- II - Calculs des tarifs de base
- III - Politiques tarifaires : mode de calcul et exemples.

Par ailleurs, plusieurs modes de calcul peuvent être envisagés pour calculer les tarifs (tarifs basés sur des coûts moyens, marginaux, ...). Cette distinction conduit à définir un ensemble de structures tarifaires.

Enfin, compte tenu du modèle économique élaboré, plusieurs variantes ne différant que par les valeurs numériques des variables mises en jeu peuvent être présentées et évaluées pour une même structure tarifaire.

L'ensemble A des actions ainsi défini (structures tarifaires et même variantes de structures tarifaires) peut naturellement évoluer par l'apport de nouvelles structures possibles envisageables. Par ailleurs, cet ensemble ne concerne qu'un fragment de ce que peut être une politique tarifaire réelle puisque dans la pratique une telle politique peut être établie en combinant plusieurs structures (réduction aux jeunes et cartes vermeil par exemple).

1.1 Politiques et sous-politiques tarifaires

Dans un premier temps et dans un souci de simplification, nous avons décidé de ne retenir que trois grands types de politiques tarifaires subdivisée en 7 sous-politiques différentes, chacune de ces sous-politiques n'offrant au maximum que 2 tarifs (l'un normal, l'autre majoré ou minoré). Ces politiques et sous-politiques sont :

- politique de tarification unique
- politiques de discrimination pure
 - . sous-politique de réduction aux jeunes
 - . sous-politique de réduction aux cartes vermeil
- politiques de discrimination liées au service
 - . sous-politiques de conditions de réservation : réservation faible (reportable) / pas de réservation (PAVAUX)
 - . sous-politique de conditions de réservation : billets non remboursables et payables une semaine après la réservation qui est close 15 jours avant le vol / 95 % de chances d'avoir une place en dernière heure dans la semaine de pointe mensuelle (BOAC)
 - . sous-politique de conditions de voyage : tarif 1ère classe
 - . sous-politique de conditions de moments : tarif pointe / tarif hors pointe.

Il est évident qu'une telle liste n'est pas limitative et que de nouvelles politiques pourraient être proposées.

1.2 L'ensemble A des structures tarifaires

Ainsi définies, les sous-politiques tarifaires doivent être encore précisées. Plusieurs modes de calcul peuvent en effet être envisagés pour établir le tarif unique ou bien le tarif normal ou de base pour les sous-politiques possédant deux tarifs.

Sept modes de calcul ont été envisagés pour établir le tarif de base :

- $b + ad$: tarification proportionnelle à la distance d de parcours (tarification Air Inter)
- C_m : tarification au coût moyen
- C_M : tarification au coût marginal à long terme
- KC_m : tarification au coût moyen majoré
- KC_M : tarification au coût marginal à long terme majoré
- $\left. \begin{array}{l} C_m + a \\ C_M + a \end{array} \right\}$: tarifications aux coûts majorés par une constante

En considérant ces 7 modes de calcul pour 6 des 7 sous-politiques tarifaires et 3 modes de calcul pour la sous-politique PAVAUX qu'utilisent simultanément le coût moyen C_m et le coût marginal C_M , nous définissons ainsi 45 structures tarifaires qui sont rassemblées dans le tableau 1 ci-après.

- L'évaluation et la comparaison de structures tarifaires peut se faire au niveau de l'ensemble du réseau intérieur. Cette approche est nécessaire si l'on veut retenir une seule et même structure tarifaire sur toutes les lignes. Cependant, il peut s'avérer que suivant l'importance des lignes (importance en distance et importance en trafic notamment), certaines structures tarifaires soient intéressantes pour certains types de lignes et peu intéressantes pour d'autres.
- Si l'on s'oriente vers la comparaison de structures tarifaires suivant le type de ligne, on peut déterminer des sous-réseaux (ou groupes de lignes).

Exemple 1 : Trois sous-réseaux sont définis :

- sous réseau des lignes longues distances (plus de 550 km)
- sous-réseau des moyennes distances (de 350 à 550 km)
- sous-réseau des courtes distances (moins de 350 km)

L'évaluation des structures tarifaires peut alors se faire au niveau de chaque sous-réseau et la sélection des meilleures structures tarifaires indique les meilleures pour le sous-réseau ou type de lignes correspondant.

Exemple 2 : Quatre sous-réseaux sont définis :

- sous-réseau longues distances à fort trafic
- sous-réseau longues distances à faible trafic
- sous-réseau moyennes et courtes distances à fort trafic
- sous-réseau moyennes et courtes distances à faible trafic.

- On peut également raisonner au niveau de la ligne et s'interroger au niveau d'une ligne donnée sur la meilleure structure tarifaire. Cette attitude est évidemment moins réaliste car il ne peut être question d'envisager autant de politiques qu'il y a de lignes. Néanmoins, au niveau d'une application numérique du modèle économique élaboré par le SEI, nous avons évalué des structures tarifaires au niveau d'une ligne. L'exemple donné au § 3 concerne la ligne Paris-Toulouse.

2. De l'analyse des conséquences à la construction de critères

2.1 Analyse des conséquences et agents concernés

Nombreux sont les agents concernés par une politique tarifaire dans le domaine du transport aérien et susceptibles d'intervenir de façon plus ou moins directe dans l'élaboration d'une telle politique. Citons entre autres :

- l'Etat
- les compagnies régulières
- les compagnies charters,
- les clients, c'est-à-dire :
 - . les administrations
 - . les entreprises (affaires techniques et commerciales)
 - . les agences de voyages (voyages organisés)
 - . les participants à diverses rencontres, congrès, colloques
 - . les touristes (vols charters)

- . les personnes pressées pour raisons familiales
- . les coopérants ou entreprises à l'étranger.
- les contribuables
- les assurances
- les autres modes de transports
- les organismes régionaux (chambres de commerce, ...)
- les sociétés gérantes des aéroports
- les constructeurs
- les communes riveraines d'aéroports et les associations de riverains
- etc.

L'analyse des conséquences peut se faire en étudiant les conséquences possibles de politiques tarifaires pour chacun de ces agents. Les conséquences seront cependant ressenties de façon plus ou moins directe, et il est vain de vouloir trop approfondir cette analyse, surtout si l'on n'est pas en mesure de prévoir même de façon qualitative les conséquences des structures tarifaires pour telle ou telle catégorie d'agents.

Dans la liste des dimensions proposées ci-dessous, nous avons surtout retenu :

- l'Etat et les contribuables
- les compagnies
- les clients.

2.2 Liste des dimensions

Une première analyse et de premiers échanges avec l'équipe du SEI nous ont conduits à proposer la liste de dimensions suivante .

Au niveau collectif

1. dimension d'équilibre budgétaire

Cette dimension peut donner naissance à plusieurs critères :

- . rentabilité pour la compagnie
- . incertitude sur la rentabilité

Ces deux critères pouvant être basés sur un indicateur des recettes, R, et des dépenses, D, de la compagnie : par exemple $(R - D)/D$; une estimation probabiliste ou avec place d'incertitude, à voir.

en liaison avec les prévisions du compte d'exploitation, notamment en fonction des sièges kilomètres offerts (S.K.O.) et de passagers kilomètres transportés (P.K.T.) prévus.

. coût pour l'état et donc le contribuable.

Ce critère peut être bâti à partir du montant des subventions nécessaires en raison du déficit probable.

2. dimension d'utilisation de la capacité de vol

C'est le bon usage du matériel que l'on veut prendre en compte ici. Un bon indicateur peut être le taux de remplissage (évaluation ponctuelle).

3. dimension de difficulté de mise en oeuvre et de gestion pour les compagnies

On cherche ici à appréhender des aspects tels que :

- . contrôle et vérification
- . système de réservation (complexe/simple)
- . transformation nécessaire d'avions (1ère et 2ème classes)
- . rythme de travail plus ou moins régulier (étalement des pointes, attitudes des syndicats)

à partir desquels on peut bâtir une échelle qualitative à l'aide de laquelle on évaluera les structures tarifaires en s'adressant à des experts des compagnies.

4. dimension de difficulté de mise en oeuvre pour des raisons externes à la compagnie

Une échelle qualitative serait à étudier pour évaluer les conséquences sur :

- . le contrôle aérien (étalement des pointes ou resserrement des horaires)
- . les nuisances (trafic absolu, étalement du trafic)

5. dimension d'accessibilité au transport aérien

On peut penser introduire plusieurs sous-dimensions :

- . trafic total
- . trafic touristes
- . trafic hommes d'affaires

avec, soit une échelle de trafic en PKT (ou PT) avec évaluation ponctuelle pour chaque sous-dimension, soit une échelle qualitative à étudier.

Au niveau individuel6. dimension de prix du billet

On déterminera un indice lié au tarif le plus bas de la structure tarifaire. Si l'on considère une ligne type, on aura une évaluation ponctuelle.

7. dimension de confort

Une échelle est à définir pour évaluer la qualité du confort durant le vol dans les meilleures conditions offertes par la structure tarifaire.

8. dimension de réservation

La facilité de réservation pour le tarif offrant la meilleure garantie sera évaluée, soit par une probabilité, soit par une échelle qualitative si l'on ne sait pas estimer cette probabilité.

Au niveau structurel9. dimension de structure de réseau

On cherche, par ce critère, à évaluer les conséquences à long terme sur la structure du réseau. On pourra avoir une échelle du type :

"Réseau type rentable"
|
"Réseau type service public"

10. dimension de structure concurrentielle

Les effets sur les modes de transport concurrents peuvent être pris en compte à partir d'une échelle du type :

"complémentarité avec d'autres modes"
|
"concurrence vive avec d'autres modes"

11. dimension de croissance

Il serait intéressant de pouvoir mesurer l'effet des actions sur l'évolution du transport aérien à long terme. Dans un premier temps, on peut simplement chercher à remplir un tableau du type :

	croissance	stagnation
effets positifs		
effets négatifs		

2.3 Vers la construction d'une famille cohérente de critères

Parallèlement aux recherches du SEI dont l'objet était d'élaborer le modèle économique permettant de définir de façon précise le mode de calcul du tarif de base intervenant dans une structure tarifaire ainsi que le niveau d'un certain nombre de variables, nous avons proposé une famille de critères en supposant connues pour chaque structure tarifaire les variables suivantes :

p_1, p_2 : tarifs associés aux deux catégories de structure tarifaire (1)

S_1, S_2 : nombre de sièges annuels offerts dans chaque catégorie

N_1, N_2 : trafics annuels résultant de l'offre (p_1, p_2, S_1, S_2)

R, D : les recettes et dépenses d'implantation correspondantes

Les critères proposés sont :

g_1 : coût pour l'état et la collectivité (les contribuables)

g_2 : capacité d'autofinancement de la compagnie

g_3 : coefficient de remplissage moyen

g_4 : difficultés de mise en oeuvre et de gestion pour la compagnie

g_5 : accessibilité au transport aérien et développement de ce dernier

g_6 : qualité de service pour les clients.

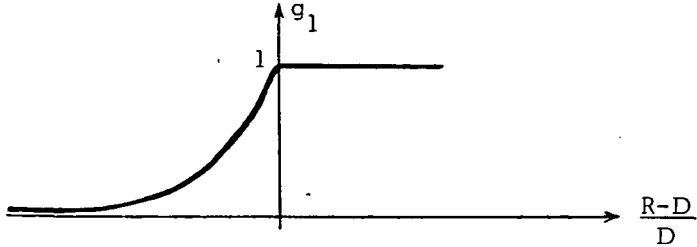
g_1 : Coût pour l'état et la collectivité

On suppose que ce coût intervient pour une exploitation déficitaire du groupe de lignes considéré, autrement dit si $R - D < 0$.

Si $R - D > 0$ ce coût est nul.

(1) Rappelons que l'on raisonne soit sur une ligne, soit sur un groupe de lignes formant un sous-réseau homogène ; p_1 et p_2 sont alors des tarifs moyens.

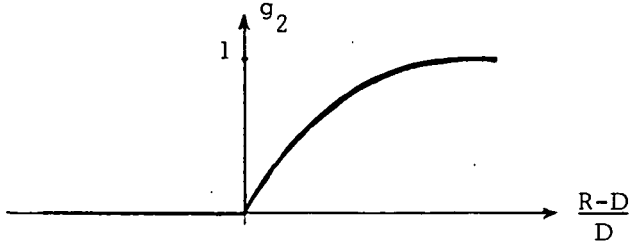
Pour rendre graduable (1) le critère g_1 , nous proposons une courbe $g_1 = g\left(\frac{R-D}{D}\right)$ du type suivant :



Un seuil d'imprécision pourrait être basé sur le calcul de l'imprécision de l'estimation de ce bilan (voisin de 5 %).

g_2 : Capacité d'autofinancement de la compagnie

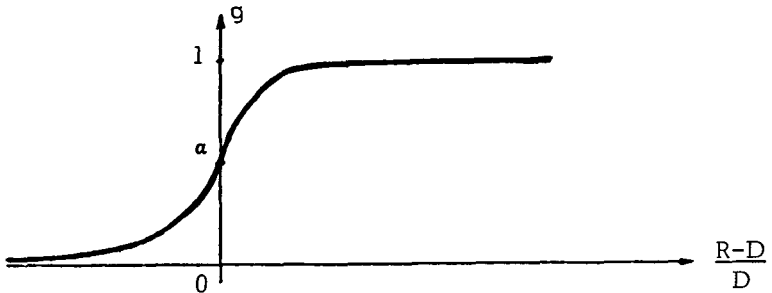
S'il y a déficit de la compagnie, on suppose qu'il y a subvention de la part de l'état (ou de la collectivité) et la capacité d'autofinancement est nulle. Pour rendre graduable le critère g_2 , nous proposons $g_2 = g\left(\frac{R-D}{D}\right)$ du type suivant :



Un seuil s_2 pourrait être estimé de façon analogue.

(1) $g_1(a) - g_1(b) = g_1(c) - g_1(d) > 0$ signifie alors que la supériorité de a sur b est jugée équivalente à celle de c sur d (un même écart a la même signification tout le long de l'échelle).

Remarque : Il eût été concevable de ne bâtir qu'un seul critère à partir des résultats d'exploitation ($R-D/D$), un critère graduable étant obtenu par une courbe du type :



Mais dans ce cas, l'arbitrage entre les deux sous-critères : coût pour l'état (partie de g pour $R-D < 0$) et capacité d'autofinancement (partie de g pour $R-D > 0$) est fait une fois pour toutes et $\alpha > 1/2$ suppose par exemple qu'on attache plus d'importance au premier critère qu'au second. Il nous semble préférable de distinguer nettement les deux critères afin de mieux représenter à l'aide de la famille de critères des préférences qui peuvent être fort différentes (état et compagnie). Relativement à une méthode d'agrégation des critères utilisant des poids π_1, π_2 , la préférence de l'état serait obtenue avec π_1 fort, π_2 faible et celle de la compagnie, au contraire, avec π_1 faible et π_2 fort.

g_3 : Coefficient de remplissage moyen

Soient N_1 et N_2 les deux trafics annuels correspondant aux capacités offertes S_1, S_2 .

Le coefficient de remplissage moyen est :

$$g_3 = (N_1 + N_2) / (S_1 + S_2)$$

Pour le seuil, on peut prendre le seuil d'imprécision issu du modèle de prévision de trafic associé au modèle économique permettant une évaluation des variables.

En supposant que : $\frac{\Delta N_1}{N_1} = \frac{\Delta N_2}{N_2} = \frac{\Delta N}{N}$

$$\frac{s_3}{g_3} = \frac{\Delta N_1}{N_1} + \frac{\Delta N_2}{N_2} = \frac{\Delta N_1}{N_1} \frac{\Delta N_1}{N_1 + N_2} + \frac{\Delta N_2}{N_2} \frac{\Delta N_2}{N_1 + N_2} = \frac{\Delta N}{N}$$

$$s_3 = g_3 \frac{\Delta N}{N}$$

g_4 : Difficulté de mise en oeuvre et de gestion pour la compagnie

Ce critère ne peut faire l'objet que d'une évaluation qualitative réalisée à l'aide d'une échelle qu'il convient de préciser. Les aspects à prendre en compte doivent recouvrir :

mise en oeuvre : - coût en matériels supplémentaires (moyens électroniques, informatiques)
- coût en recyclage du personnel ou création de nouveaux postes, rupture du nouveau système par rapport à l'ancien,

gestion : - complexité, lourdeur de la gestion
- aptitude à résorber (diminuer) les no-show
- aptitude à résorber (diminuer) les pointes.

Pour recueillir des opinions (jugements) de la part d'un groupe d'experts (DGAC, Air Inter, autres compagnies), nous proposons l'échelle E_4 construite de la façon suivante :

mise en oeuvre : échelle $\{e_0, e_1, e_2\}$

e_0 : système lourd à mettre en oeuvre. Nécessite soit une modification du personnel en place, soit un recyclage important de celui-ci. Système nécessitant une refonte du support matériel (moyens électroniques, fichiers ...).

e_1 : système nécessitant un changement non négligeable mais pouvant se faire, avec le personnel actuel (mise au courant rapide, ou avec les supports matériels actuels (même moyens électroniques, structure des fichiers à peu près équivalente).

e_2 : système pratiquement équivalent au système actuel. Ne nécessite aucune modification dans le contenu

des postes, ni dans les programmes en fichiers utilisés. Seuls des documents sont réédités.

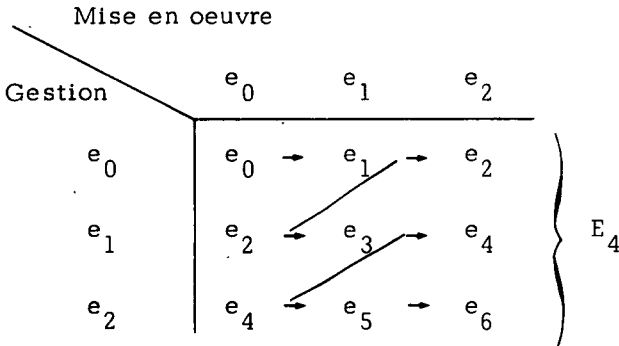
gestion : échelle $\{e_0, e_1, e_2\}$

e_0 : système à peu près équivalent au système de réservation existant, possibilité de no-show importante et de pointes importantes.

e_1 : système plus performant, soit au niveau du no-show, soit au niveau des pointes.

e_2 : système performant permettant un bon étalement des pointes et une diminution du no-show.

En accordant plus d'importance à la gestion plutôt qu'à la mise en oeuvre, l'échelle E_4 pourrait être définie par la table suivante :



g_5 : Accessibilité au transport aérien (développement du transport aérien).

Nous proposons de retenir le trafic total annuel $g_5 = N_1 + N_2$. Si cela était possible, il faudrait distinguer :

g_{51} - trafic affaires (distinct du trafic N_1)

g_{52} - trafic autres motifs (distinct du trafic N_2)

Seuil : celui de l'imprécision du modèle d'évaluation de N_1 et N_2 :

$$s_5 = g_5 \frac{\Delta N}{N}$$

g_6 : Qualité du service

Parmi les aspects intervenant dans la qualité du service pour la catégorie unique, ou pour chacune des catégories définies par la structure tarifaire, on peut citer :

- le tarif de la catégorie p_i
- le taux de refus qui est lié au coefficient de remplissage de la catégorie N_i/S_i
- le confort, mais cet aspect important (pour la première classe notamment) apparaît difficilement appréhendable à l'aide des variables retenues
- la simplicité de la structure tarifaire proposée : une évaluation peut se faire à l'aide de l'échelle suivante :
 - e_0 : tarif unique, absence de réservation, achat du billet possible au dernier moment,
 - e_1 : tarif unique, existence d'un système de réservation,
 - e_2 : tarif double (discrimination pure, 1ère et 2ème classes)
 - e_3 : tarif double imposant des contraintes, soit sur la réservation (nécessité de s'y prendre à l'avance), soit sur le moment du voyage.
- la fréquence des vols sur la ligne ou le groupe de lignes, cette fréquence étant notamment fonction de la capacité $s_1 + s_2$, de la distance, du type d'avions affectés ; mais là encore cet aspect semble difficilement appréhendable à l'aide des variables retenues pour définir une structure tarifaire.

Il ne nous a pas été possible d'envisager dans le temps consacré à cette étude un critère agrégeant de façon satisfaisante les divers aspects évoqués ci-dessus. Une possibilité consiste à définir deux sous-critères agrégeant tarif et taux de refus, chaque sous-critère étant relatif à l'une des deux catégories 1 et 2 :

$$g_{6\ 1} = p_1 \left(\frac{N_1}{S_1} \right)^{\alpha_1}$$

$$g_{6\ 2} = p_2 \left(\frac{N_1}{S_2} \right)^{\alpha_2}$$

Chaque critère apparaît comme le tarif multiplié par le coefficient de remplissage inférieur ou égal à 1 fonction du taux de refus. α_1 et α_2 apparaissent comme des coefficients de pondération entre les deux sous-critères. Si la catégorie 1 attache essentiellement de l'importance au tarif, on peut prendre comme coefficient de pondération α_1 voisin de 1. Et si la catégorie 2 attache de l'importance au taux de refus, on peut prendre α_2 voisin de 1 par exemple, ou même plus.

Dans les deux cas, plus faibles sont les valeurs, meilleures sont les structures tarifaires.

3. Exemples d'application

Nous présentons les premiers résultats de l'étude qui se poursuit au SEI. L'application numérique qu'on trouvera ci-après concerne une seule ligne : Paris-Toulouse. Il est prévu de faire tourner le modèle sur d'autres lignes.

3.1 Elaboration d'un ensemble de variantes par le modèle du SEI

On trouvera un exposé détaillé du modèle dans le rapport de l'étude du SEI citée au début de la présentation de l'étude de ce cas.

Disons simplement ici qu'il permet, pour une structure tarifaire, d'élaborer plusieurs variantes de cette structure tarifaire, chaque variante étant définie par un niveau des variables :

p_1 : tarif de la catégorie 1

p_2 : tarif de la catégorie 2

R : recettes annuelles d'exploitation de la ligne

D : dépenses annuelles d'exploitation de la ligne

N_1 : trafic annuel dans la catégorie 1

N_2 : trafic annuel dans la catégorie 2

S : Nombre de sièges annuels offerts pour l'ensemble des catégories.

Une action a est donc ici une variante de structure tarifaire ; est représentée par un vecteur de 6 variables :

$$a = (p_1, p_2, R, D, N_1, N_2, S)$$

Le modèle ainsi élaboré n'a pas permis la distinction entre S_1 et S_2 ; il ne donne que le nombre total de sièges S . Il n'a donc pas été possible, dans cette première application, d'utiliser directement les critères proposés.

- Nous donnons ci-après les évaluations pour les 76 variantes de structures tarifaires suivantes :

- . Sous-politique tarif unique : 4 structures C_m , C_μ , KC_m , KC_μ
- . Sous-politique de réduction aux jeunes (tarif normal - tarif jeune)
 - structure C_m : 6 variantes
 - structure C_μ : 6 variantes
 - structure KC_m : 6 variantes
 - structure KC_μ : 6 variantes
- . Sous-politique de conditions de moment (tarif normal/ tarif de pointe)
 - structure C_m : 11 variantes
 - structure C_μ : 13 variantes
 - structure KC_m : 12 variantes
 - structure KC_μ : 12 variantes

- Les critères sur lesquels ces actions ont été évaluées sont exprimées en valeurs brutes :

$$g'_1 = \begin{cases} -\frac{R-D}{D} & \text{si } R - D < 0 \\ 0 & \text{si } R - D > 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{perte relative pour la compagnie tra-} \\ \text{duisant un coût pour la collectivité} \end{array}$$

$$g'_2 = \begin{cases} \frac{R-D}{D} & \text{si } R - D > 0 \\ 0 & \text{si } R - D < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{capacité d'autofinancement pour} \\ \text{la compagnie en valeur relative} \end{array}$$

$$g'_3 = \frac{N_1 + N_2}{S} \quad \text{coefficient de remplissage}$$

$$g'_5 = N_1 + N_2 \quad \text{accessibilité au transport aérien.}$$

3.2 Application numérique : évaluation de 76 variantes

Les tableaux suivants donnent pour chaque variante de structure tarifaire les valeurs des variables p_1 , p_2 , R , D , N_1 , N_2 , S la définition ainsi que les valeurs sur les critères g'_1 , g'_2 , g'_3 , g'_5

p_1 et p_2 sont exprimés en Francs

R , D sont exprimés en millions de Francs

S , N_1 , N_2 , g'_5 sont exprimés en milliers de passagers

g'_1 , g'_2 , g'_3 sont sans unité.

TARIF UNIQUE

Structure ou variante	P ₁	P ₂	R	D	S	N ₁	N ₂	g' ₁	g' ₂	g' ₃	g' ₅
C _m	268	-	113,8	113,8	843	590	-	0	0	0,7	590
C _μ	260	-	118,3	121,6	902	631	-	2 × 10 ⁻²	0	0,7	631
KC _m	325	-	95,2	79,3	580	406	-	0	0,2	0,7	406
KC _μ	312	-	98	84,9	622	435	-	0	0,15	0,7	435

DISCRIMINATION PURE : TARIF NORMAL (p₁) - TARIF JEUNE (p₂)

Structure ou variante	p ₁	p ₂	R	D	S	N ₁	N ₂	g' ₁	g' ₂	g' ₃	g' ₅
C _m	268	254 (- 5)	115,5	113,8	843	531	71	0	1,4 × 10 ⁻²	0,71	602
C _m	268	241 (-10)	117,9	113,8	843	531	88	0	3,6 × 10 ⁻²	0,74	620
C _m	268	228 (-15)	122,1	113,8	843	531	119	0	7,2 × 10 ⁻²	0,77	651
C _m	268	214 (-20)	125,8	113,8	843	531	151	0	0,1	0,81	682
C _m	268	201 (-25)	128,9	113,8	843	531	182	0	0,13	0,85	714
C _m	268	187 (-30)	131,4	113,8	843	531	214	0	0,15	0,88	746
C _μ	260	247 (- 5)	120,4	121,6	902	568	77	1 × 10 ⁻²	0	0,72	646
C _μ	260	234 (-10)	123,7	121,6	902	568	102	0	1,8 × 10 ⁻²	0,74	670
C _μ	260	221 (-15)	127,7	121,6	902	568	132	0	5 × 10 ⁻²	0,78	701
C _μ	260	208 (-20)	131	121,6	902	568	163	0	7,8 × 10 ⁻²	0,81	732
C _μ	260	195 (-25)	133,8	121,6	902	568	194	0	0,1	0,85	762
C _μ	260	182 (-30)	136	121,6	902	568	225	0	0,12	0,88	793

DISCRIMINATION PURE : TARIF NORMAL (p_1) - TARIF JEUNE (p_2) (suite)

Structure ou variante	P_1	P_2	R	D	S	N_1	N_2	g'_1	g'_2	g'_3	g'_5
KC _m	325	309 (- 5)	96	79,3	580	365	46	0	0,21	0,71	411
KC _m	325	292 (-10)	96,9	79,3	580	365	53	0	0,22	0,72	418
KC _m	325	276 (-15)	98	79,3	580	365	62	0	0,24	0,74	427
KC _m	325	260 (-20)	99,6	79,3	580	365	74	0	0,26	0,76	439
KC _m	325	244 (-25)	102	79,3	580	365	93	0	0,29	0,79	459
KC _m	325	227 (-30)	106,7	79,3	580	365	128	0	0,35	0,85	493
KC _μ	312	(- 5)	98,9	84,9	622	392	49	0	0,16	0,71	442
KC _μ	312	(-10)	100	84,9	622	392	57	0	0,18	0,72	450
KC _μ	312	(-15)	101,3	84,9	622	392	68	0	0,19	0,74	461
KC _μ	312	(-20)	103,3	84,9	622	392	83	0	0,22	0,76	476
KC _μ	312	(-25)	107,1	84,9	622	392	111	0	0,26	0,81	504
KC _μ	312	(-30)	11,6	84,9	622	392	148	0	0,31	0,87	541

DISCRIMINATION LIEE AU SERVICE : TARIF HORS POINTE (p_1) - TARIF POINTE (p_2)

Structure ou variante	p_1	p_2	R	D	S	N_1	N_2	g_1^1	g_2^1	g_3^1	g_5^1
C_m	201 (-25)	268 -	143,5	171,8	1285	622	277	0,16	0	0,7	899
C_m	187 (-30)	268 -	147,1	186,6	1398	719	259	0,21	0	0,7	978
C_m	214 (-20)	281 (+ 5)	137,5	155,6	1162	563	249	0,12	0	0,7	813
C_m	201 (-25)	281 (+ 5)	142,5	170,4	1274	659	232	0,16	0	0,7	892
C_m	228 (-15)	295 (+10)	130,4	139,7	1041	501	227	$6,7 \times 10^{-2}$	0	0,7	728
C_m	214 (-20)	295 (+10)	136,9	154,5	1153	595	212	0,11	0	0,7	807
C_m	228 (-15)	308 (+15)	130	138,9	1034	528	195	$6,4 \times 10^{-2}$	0	0,7	724
C_m	241 (-10)	321 (+20)	122,2	123,8	919	461	181	$1,3 \times 10^{-2}$	0	0,7	643
C_m	254 (- 5)	335 (+25)	119	114,9	851	425	170	0	$3,6 \times 10^{-2}$	0,7	595
C_m	268 -	348 (+30)	117,7	108,6	803	402	159	0	$8,4 \times 10^{-2}$	0,7	562
C_m	254 (- 5)	348 (+30)	118,6	114,3	847	444	148	0	$3,8 \times 10^{-2}$	0,7	593

DISCRIMINATION LIEE AU SERVICE : TARIF HORS POINTE (p₁) - TARIF POINTE (p₂) (suite)

Structure ou variante	p ₁	p ₂	R	D	S	N ₁	N ₂	g' ₁	g' ₂	g' ₃	g' ₅
C _M	195 (-25)	260 -	148,7	182,9	1370	662	296	0,19	0	0,7	959
C _M	182 (-30)	260 -	151,4	197,3	1479	758	277	0,23	0	0,7	1035
C _M	208 (-20)	273 (+ 5)	143,4	167	1249	608	265	0,14	0	0,7	874
C _M	195 (-25)	273 (+ 5)	147,5	181,3	1358	703	247	0,19	0	0,7	950
C _M	221 (-15)	286 (+10)	137,2	151,4	1130	550	240	9,4 × 10 ⁻²	0	0,7	791
C _M	208 (-20)	286 (+10)	142,7	165,8	1239	642	224	0,14	0	0,7	867
C _M	234 (-10)	299 (+15)	129,9	136,1	1013	488	221	4,5 × 10 ⁻²	0	0,7	709
C _M	221 (-15)	299 (+15)	136,7	150,4	1122	579	206	9,1 × 10 ⁻²	0	0,7	785
C _M	247 (- 5)	312 (+20)	124,3	123,9	920	439	204	0	2,6 × 10 ⁻³	0,7	644
C _M	234 (-10)	312 (+20)	129,6	135,3	1007	513	191	4,2 × 10 ⁻²	0	0,7	704
C _M	260 -	325 (+25)	122,1	116,4	862	412	191	0	4,9 × 10 ⁻²	0,7	604
C _M	247 (- 5)	325 (+25)	124	123,3	915	462	178	0	6,4 × 10 ⁻³	0,7	640
C _M	260 -	338 (+30)	121,9	115,8	858	433	167	0	5,3 × 10 ⁻²	0,7	600

DISCRIMINATION LIEE AU SERVICE : TARIF HORS POINTE (p₁) - TARIF POINTE (p₂) (suite)

Structure ou variante	p ₁	p ₂	R	D	S	N ₁	N ₂	g' ₁	g' ₂	g' ₃	g' ₅
KC _m	228 (-30)	325 -	115	120,3	893	446	178	4,4 x 10 ⁻²	0	0,7	625
KC _m	244 (-25)	342 (+ 5)	105,6	103,4	763	370	164	0	2,1 x 10 ⁻²	0,7	534
KC _m	260 (-20)	358 (+10)	101,4	93,7	690	330	153	0	8,1 x 10 ⁻²	0,7	483
KC _m	244 (-25)	358 (+10)	105,1	102,8	759	389	142	0	2,2 x 10 ⁻²	0,7	531
KC _m	277 (-15)	374 (+15)	99,8	87,5	643	306	143	0	0,14	0,7	450
KC _m	260 (-20)	374 (+15)	101	93,2	686	347	133	0	8,3 x 10 ⁻²	0,7	480
KC _m	293 (-10)	391 (+20)	99,2	82,9	607	290	134	0	0,2	0,7	425
KC _m	277 (-15)	391 (+20)	99,5	87,1	639	322	125	0	0,14	0,7	447
KC _m	309 (- 5)	407 (+25)	99,3	79,2	579	278	127	0	0,25	0,7	405
KC _m	293 (-10)	407 (+25)	98,9	82,5	604	304	118	0	0,20	0,7	423
KC _m	325 -	423 (+30)	99,9	76,3	557	269	120	0	0,31	0,7	390
KC _m	309 (- 5)	423 (+30)	99,1	78,9	576	291	112	0	0,26	0,7	403

Structure ou variante	p_1	p_2	R	D	S	N_1	N_2	g'_1	g'_2	g'_3	g'_5
KC μ	219 (-30)	312 -	122,8	134,1	998	507	191	$8,4 \times 10^{-2}$	0	0,7	698
KC μ	234 (-25)	328 (+ 5)	113,4	116,1	860	426	176	$2,3 \times 10^{-2}$	0	0,7	602
KC μ	250 (-20)	343 (+10)	106,1	102,3	755	365	163	0	$3,7 \times 10^{-2}$	0,7	528
KC μ	234 (-25)	343 (+10)	112,9	115,4	855	447	151	$2,2 \times 10^{-2}$	0	0,7	598
KC μ	265 (-15)	359 (+15)	103,5	94,6	697	335	152	0	$9,4 \times 10^{-2}$	0,7	487
KC μ	250 (-20)	359 (+15)	105,7	101,7	751	384	141	0	$3,9 \times 10^{-2}$	0,7	525
KC μ	281 (-10)	375 (+20)	102,4	89,1	654	315	143	0	0,15	0,7	458
KC μ	265 (-15)	375 (+20)	103,2	94,1	693	352	132	0	$9,6 \times 10^{-2}$	0,7	485
KC μ	297 (- 5)	390 (+25)	102,2	84,9	622	301	135	0	0,2	0,7	436
KC μ	281 (-10)	390 (+25)	102,1	88,6	651	330	125	0	0,15	0,7	455
KC μ	312 -	390 (+30)	102,8	81,6	597	290	127	0	0,26	0,7	411
KC μ	297 (- 5)	406 (+30)	102	84,6	620	315	118	0	0,21	0,7	434

II - METHODOLOGIE DE CLASSEMENT DES PROJETS DE DEVIATIONS DE ROUTES NATIONALES

0. Le problème

Il s'agit de définir une méthodologie de classement de projets routiers. Cette méthodologie doit permettre d'une part d'aider la Direction des Routes et de la Circulation Routière dans sa tâche d'inscription au plan (le 7ème plan notamment) des projets, d'autre part de l'aider dans sa tâche de programmation annuelle compte tenu du rythme réel des programmations antérieures et d'éventuels nouveaux dossiers d'inscription.

Dans un premier temps, on a cherché, en collaboration avec la D.R.C.R. et le S.E.T.R.A., à définir une famille cohérente de critères utilisant au mieux l'information déjà couramment utilisée dans les méthodologies antérieures basées principalement sur des calculs de taux de rentabilité. Un premier essai de la méthodologie a été effectué à l'aide d'une vingtaine de projets de déviations, l'étude de la sensibilité des classements aux divers paramètres de la méthode d'agrégation ELECTRE III (poids, seuils de présomption de préférence, niveaux de veto) a été rendue possible par la programmation de cette méthode par le SETRA en version Time Sharing.

Cependant, d'autres familles de critères nous paraissent plus pertinentes pour résoudre ce problème mais elles nécessiteraient une modification plus importante de la définition des informations de base à recueillir lors de l'établissement des D.I. (Dossiers d'Inscription) ; de plus, elles relèveraient d'une démarche plus différente des pratiques actuelles et poseraient des problèmes d'insertion immédiate. Néanmoins, nous avons voulu proposer dans ce travail de recherche d'autres critères permettant une saisie plus significative à nos yeux des avantages et inconvénients (notamment de ceux liés aux gains de temps) que ne le permet la famille retenue pour l'expérimentation.

1. Définition de A et choix d'une problématique

Pour notre problème de classement des projets de déviations de routes nationales, nous dirons qu'un projet (matérialisé par un Dossier d'Inscription : D.I.) représente une action, c'est-à-dire

un élément a de A , ensemble des actions candidates. L'ensemble A , formé de tous les projets de déviations parmi lesquels sont choisis ceux qui sont programmés chaque année, doit pouvoir s'enrichir de nouveaux éléments inconnus au moment de l'élaboration du plan quinquennal. Pour ce choix, les éléments de A ne sont pas exclusifs deux à deux. De plus, il est souvent possible de ne programmer qu'une partie d'un projet et d'augmenter ainsi considérablement la complexité de A . Suivant nos concepts (cf. Rapport de 1ère phase, page 38), nous disons que l'ensemble A est fragmenté et évolutif.

Connaissant la totalité de ces actions candidates, le décideur, ici bien défini, cherche à préciser ceux des projets qui seront programmés selon l'importance de l'enveloppe budgétaire dont il disposera. En période de prospérité, sa problématique a donc pu être de type β : retenir tous les bons projets ; mais actuellement l'austérité a plutôt tendance à l'obliger à choisir seulement les meilleurs, c'est-à-dire à être dans une problématique de type γ (cf. Rapport de 1ère phase, page 41). Pour se rapprocher de la réalité du choix qui, depuis quelque temps, tend à devenir un traitement régionalisé (certaines régions, comme la Bretagne étant traitées à part) on pourrait procéder à un classement en deux temps. A partir des classements effectués région par région, on pourrait construire un classement national en ne retenant pour ce classement final, par exemple, que les 10 meilleurs projets de chaque région sauf pour les régions à favoriser où l'on retiendrait tous les bons projets. Ce classement permettrait ainsi de comparer à la fois tous les bons projets prioritaires et les meilleurs projets régionaux et de ne retenir que les meilleurs projets nationaux. On voit donc que la problématique de l'aide à la décision concernant ce problème d'inscription de projets peut évoluer au fil des années.

Nous avons noté dans le Rapport de 1ère phase (pp. 35-36) l'effet rétroactif de la modélisation sur l'objet de la décision (ensemble A et problématique). Le deuxième niveau (analyse des conséquences élémentaires) et le troisième niveau (détermination de la préférence globale) de la modélisation peuvent, par exemple, faire accepter ou découvrir des possibles préalablement refusés ou insoupçonnés. C'est pourquoi, dès maintenant, il faut avoir présent à l'esprit que, vu la dimension du problème (plusieurs centaines de projets), nous utiliserons la méthodologie ELECTRE III (voir § 3 ci-dessous) qui nous permettra d'établir une relation de surclassement flou et de dégager, par la procédure explicitée dans l'annexe un classement des projets de déviations. La méthode ELECTRE III n'exige pas que les critères soient des mesures (cas d'une fonction de valeur ou d'utilité agrégeant tous les critères) mais une hypothèse

plus faible : que les critères soient des graduations (voir 1ère partie, § II-4).

2. Dimensions et critères

A la suite de nombreux échanges de vues que nous avons eus avec les décideurs et les techniciens concernés par les projets de déviations de routes nationales, sept aspects paraissent intervenir de manière conséquente dans le processus de décision. En conclusion de nos discussions avec la Direction des Routes et le SETRA, un consensus s'est établi pour l'utilisation de la famille formée par les sept critères g_1 à g_7 ci-dessous.

2.1 Critères de rentabilité : g_1

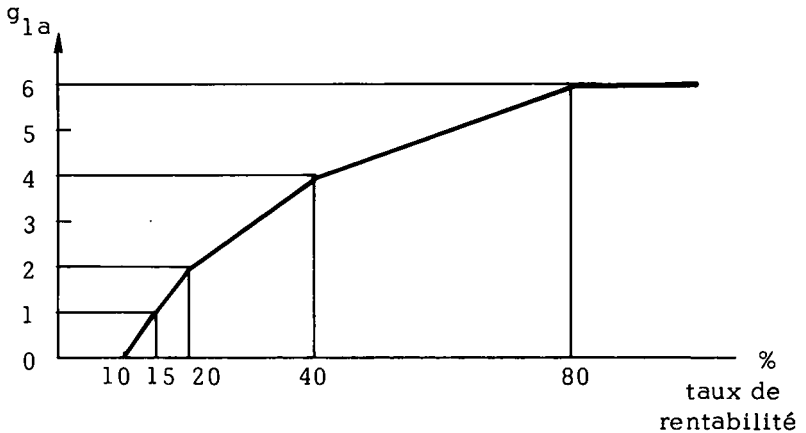
Le taux de rentabilité, tel qu'il est défini dans la circulaire du 20 janvier 1970 et calculé dans les Dossiers d'Inscription, étant le principal élément de décision dans la procédure actuelle du classement des projets de déviations, a été conservé pour l'établissement de cette première famille de critères. Nous n'oublions pas les réserves que nous avons faites à son sujet dans le rapport de 1ère phase (annexe B, pages et suivantes) et dans un paragraphe ci-dessous, nous proposons d'autres critères permettant de prendre en compte le temps.

Ce critère de rentabilité prend donc en compte des gains de temps généralisé et, généralement, favorise les petits projets. Son utilisation a révélé deux attitudes de choix possibles pour le décideur. Soit il estime que plus le taux est fort meilleur est le projet, soit qu'au-delà d'un certain seuil le taux de rentabilité n'est plus discriminant. Dans le premier cas, tous les projets sont différenciables, au seuil de présomption de préférence près (si l'écart entre les taux est suffisamment grand pour être significatif d'une préférence) et l'on peut établir, sur ce critère, une préférence d'autant plus forte que les écarts sont élevés. Dans le second cas, le taux de rentabilité ne permet de différencier que les projets ayant des taux inclus dans une fourchette de valeurs assez restreinte (dans le cas ci-dessous, de 10 à 25 %) : tous les projets au-delà de ces bornes sont jugés équivalents à la valeur de la borne la plus proche. Deux familles cohérentes de critères, chacune utilisant une variante de la graduation de la rentabilité, seront donc comparées.

Variante a :

g'_{1a} = taux de rentabilité, critère initial

g_{1a} = valeurs réelles de 0 à 6 obtenues en rendant graduable (c'est-à-dire en rendant directement comparables des intervalles : un même écart représente la même intensité de préférence quel que soit l'endroit où il se trouve sur l'échelle) le taux de rentabilité par la transformation suivante :



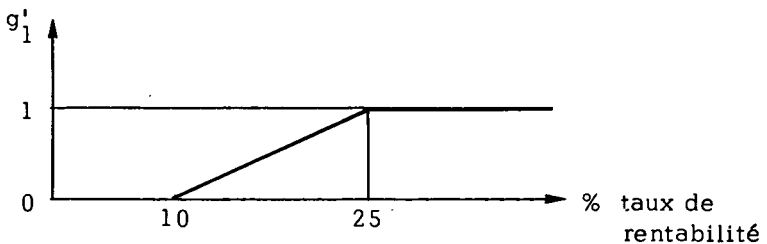
Signification : passer de 15 à 20 % est jugé équivalent à passer de 20 à 30 %

$s_1 a$ (seuil de présomption de préférence) = 0,5.

Variante b :

g'_{1b} = taux de rentabilité

g_{1b} = valeurs réelles comprises entre 0 et 1 et obtenues en rendant graduable le taux de rentabilité par la transformation suivante :



Signification : seuls les projets compris entre 10 et 25 % sont discutés et nécessaires à classer sur ce critère.

$$s_{1b} = 0,1.$$

s_{1a} et s_{1b} ont été déterminés en accord avec les experts de la Direction des Routes et du SETRA et correspondent à des seuils de présomption de préférence (non-discrimination et imprécision, voir tableau 7).

Remarque : Ce critère de rentabilité agrège toutes les dimensions de préférence qui sont prises en compte dans la circulaire du 20 janvier 1970. On peut noter, entre autres :

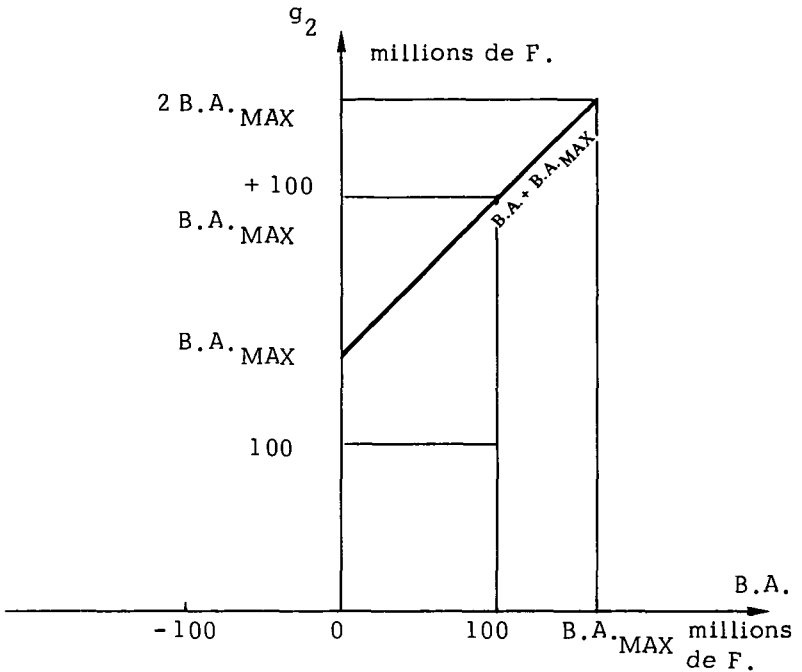
- un coût kilométrique qui agrège les dimensions :
 - . usure et entretien du véhicule,
 - . consommation d'essence,
 - . bonus de confort favorisant les chaussées séparées, les chaussées interdites aux riverains, les carrefours dénivelés;
 - . la sécurité (véhicules accidentés),
 - . le temps passé
- la longueur de la déviation
- le trafic moyen
- le coût du projet.

2.2 Critère d'utilité collective : g_2

Pour tenir compte de l'effet de masse d'un projet (son montant) et pour réavantager les gros projets par rapport aux petits, le Bénéfice Actualisé a été retenu comme critère et a pu être calculé à partir des données utilisées pour le taux de rentabilité (en actualisant les avantages). Avec des informations peu différentes de celles du taux de rentabilité, nous calculons ainsi un nouvel indicateur ayant un effet notablement différent sur le classement :

g_2' = Bénéfice actualisé

g_2 = Valeurs réelles du Bénéfice Actualisé, en francs, augmentées de la valeur maximale de l'échelle, et telles que l'on ait le schéma suivant :



Avec : $B.A._{MAX}$ = Valeur maximale du B.A. pour tous les D.I.

ce qui revient à pénaliser très fortement tous les projets avec un B.A. négatif, au seuil de présomption de préférence près. Nous verrons dans le paragraphe 3 ci-dessous que le critère ainsi défini permet d'introduire un effet de veto pour tous les projets ayant un B.A. négatif.

$$s_2 = 10$$

g_2 est graduable

s_2 est un seuil de présomption de préférence (non-discrimination et imprécision).

Remarque : Ce critère réexprime, sous une autre forme, sensiblement les mêmes dimensions que g_1 .

2.3 Critère de réduction des nuisances : g_3

En supposant que la pollution de l'air et les nuisances dues au bruit sont directement liées au trafic, on peut retenir comme indicateur de nuisance (bruit + pollution de l'air) sur l'itinéraire à dévier, l'indicateur actuellement calculé par le SETRA :

$$g'_3 = 10 \log \frac{T_1}{T_2} \times \frac{L_{urb}}{L_{arg}}$$

avec :

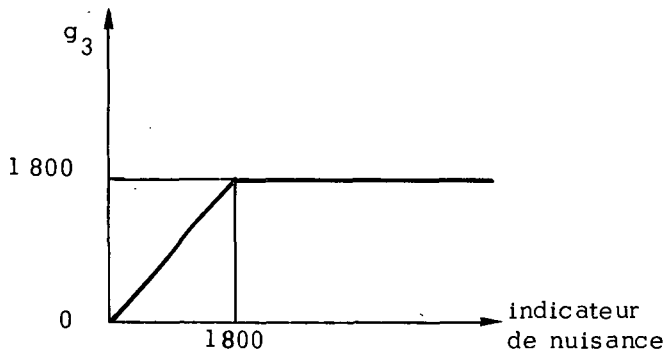
T_1 = trafic initial

T_2 = trafic restant sur l'ancien itinéraire après mise en service de la déviation

L_{urb} = largeur de la partie urbanisée de l'ancien itinéraire

L_{arg} = largeur (entre façades) de l'ancien itinéraire

E_3 = valeurs réelles de 0 à 1 800, obtenues en transformant, pour définir un critère graduable, les valeurs de l'indicateur comme suit :



Tous les projets ayant une valeur au moins égale à 1 800 sont jugés équivalents.

$$s_3 = 300$$

S_3 est un seuil d'imprécision (voir remarques ci-dessous).

Remarques :

- Dans ce critère, on agrège, en fait, trois dimensions de préférence : la variation de trafic, la longueur urbanisée et la largeur de la voie. En effet, on aurait pu asseoir la préférence sur chacune de ces dimensions, prise séparément.
- Ce critère suppose que, compte tenu du tracé, la nuisance est nulle le long de la déviation. Une amélioration de g_3 , sur ce point, paraît souhaitable pour les cas où cette hypothèse est inacceptable.
- Le seuil de présomption de préférence peut, ici, être estimé proche de l'imprévision dont le calcul est entaché. Nous avons donc fait le calcul d'erreur suivant (qui nous donne un ordre de grandeur du seuil d'imprécision) :

$$\text{Soit : } N = 10 \left(\text{Log } \frac{T_1}{T_2} \right) \times \frac{L_{urb}}{L_{arg}}$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta \left(\text{Log } \frac{T_1}{T_2} \right)}{\text{Log } \frac{T_1}{T_2}} + \frac{\Delta L_{urb}}{L_{urb}} + \frac{\Delta L_{arg}}{L_{arg}}$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\frac{\Delta \left(\frac{T_1}{T_2} \right)}{\frac{T_1}{T_2}}}{\text{Log } \frac{T_1}{T_2}} + \frac{\Delta L_{urb}}{L_{urb}} + \frac{\Delta L_{arg}}{L_{arg}}$$

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\frac{\Delta T_1}{T_2} + \frac{\Delta T_2}{T_2}}{\text{Log } \frac{T_1}{T_2}} + \frac{\Delta L_{urb}}{L_{urb}} + \frac{\Delta L_{arg}}{L_{arg}}$$

D'où :

$$\Delta N = 10 \frac{\text{Lurb}}{\text{Larg}} \left(\frac{\Delta T_1}{T_1} + \frac{\Delta T_2}{T_2} \right) + 10 \left(\text{Log} \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{\text{Lurb}}{\text{Larg}} \left(\frac{\Delta \text{Lurb}}{\text{Lurb}} + \frac{\Delta \text{Larg}}{\text{Larg}} \right)$$

Si :

$$\frac{\Delta \text{Lurb}}{\text{Lurb}} = 0, \quad \frac{\Delta \text{Larg}}{\text{Larg}} = 0, \quad \frac{\Delta T_1}{T_1} = 0,1 \text{ et } \frac{\Delta T_2}{T_2} = 0,2$$

$$\text{On a : } \Delta N = 3 \frac{\text{Lurb}}{\text{Larg}}$$

Ce qui donne pour une voie urbanisée de 1 km de long et de 10 m de large :

$$N = 300$$

2.4 Critère de surplus des piétons : g_4

Ce critère introduit des particularités topographiques qui différencient nettement les projets du point de vue de leur utilité pour la vie quotidienne des populations locales.

Suivant les propositions du SETRA, nous définissons ce critère par :

$$g_4 = \frac{C_a}{C_t} \times \frac{T_1 - T_2}{T_2}$$

avec :

C_a = nombre de commerces et activités économiques ouvertes au public sur l'axe dévié,

C_t = nombre de commerces et activités économiques ouvertes au public dans la totalité de l'agglomération,

T_1 = trafic initial sur l'axe dévié,

T_2 = trafic restant sur cet axe après mise en service de la déviation

E_4 = nombres réels

s_4 = 1.000

g_4 est directement graduable

s_4 est un seuil de présomption de préférence (non-discrimination et imprécision).

Remarques :

- Deux dimensions de préférence sont contenues dans g_4 : la variation de trafic et le nombre de commerces et activités économiques ouvertes au public.
- L'indicateur étant lourd et difficile à mettre en oeuvre (dépouillement des fichiers INSEE) et ayant une signification mal saisie (parce qu'il n'a pas été testé), nous pensons que des recherches doivent être entreprises si son importance dans la décision le justifie.
- Comme autre indicateur, nous avons pensé soit à une échelle qualitative (du type de celle de l'effet de coupure ci-dessous), soit à des rapports de surfaces établis à partir de photos aériennes.

Notre première idée avait été d'introduire une notion d'effet de coupure qui mettait en cause des facteurs tels que :

- l : largeur de la voie
- λ : coefficient de visibilité sur l'ancien itinéraire
- T_1/T_2 : rapport des trafics sur ancien itinéraire
- v_{\max} : vitesse maximum effectivement mesurée sur l'ancien itinéraire en km/h
- z : coefficient de poids lourds
- n_v : nombre de voies sur l'ancien itinéraire
- N_1, N_2 : population de part et d'autre de l'ancien itinéraire.

Puis, nous avons seulement retenu la répartition de la population de part et d'autre de l'ancien itinéraire et une évaluation visuelle à partir des cartes IGN au 1/100.000ème nous permettait de dire si la variation locale de l'effet de coupure était :

- e_3 : très forte (pour les agglomérations de moins de 1 500 habitants actuellement coupées en leur milieu),

- e_2 : forte (pour les agglomérations de moins de 1 500 habitants dispersées ou pour les agglomérations entre 1 500 et 6 000 habitants coupées en deux parties égales, ou encore pour celles dont à la fois l'effet de coupure de la voie actuelle est moyen et celui de la déviation devant être mise en place non négligeable mais faible),
- e_1 : moyenne (pour les agglomérations inférieures à 6 000 habitants dissymétriques par rapport à la voie ou pour les agglomérations de 6 000 à 15 000 habitants ou encore pour celles dont la déviation produit un effet de coupure peu inférieur à celui existant actuellement),
- e_0 : nulle (pour les agglomérations de plus de 1 500 habitants ou pour celles dont la déviation produit un effet de coupure identique à celui qu'elle supprime).

On pourrait prendre en compte d'autres éléments, par exemple le trafic et la largeur de la voie, en dédoublant chaque échelon par un terme correctif, proportionnel à "Trafic x Larg" par exemple :

Si $T \times \text{Larg} > \alpha$ de e_3 on passe à e'_3 , e'_3 e_3
 de e_3 on passe à e'_2 , etc.

Enfin, l'indicateur : $\frac{C_a}{C_t} \times \frac{T_1}{T_2} \times P$ a été testé et abandonné

à cause de la trop forte influence du facteur P. Cette influence aurait pu être diminuée en considérant que la population est d'autant moins intéressée par l'axe qu'elle en est éloignée et qu'elle se répartit en forme d'ellipse le long de l'axe, ce qui aurait peut-être permis de justifier un facteur tel que \sqrt{P} .

2.5 Critère de cohérence du réseau : g_5

Chaque projet a un effet particulier sur les équipements routiers existants ou projetés. C'est donc l'aspect cohérence du réseau que la Direction des Routes évalue sur l'échelle suivante :

$E_5 = e_5$ - le projet est jugé indispensable pour la cohérence du réseau (par exemple : effet de continuité),

- e_4 - le projet rend notablement plus cohérent le réseau (accroissement de la rentabilité d'autres projets datés),
- e_3 - le projet améliore légèrement la cohérence du réseau (mais est non urgent) (faible effet immédiat, effet à long terme),
- e_2 - le projet est sans conséquence sur le reste du réseau,
- e_1 - le projet risque de dévaloriser un équipement (exemple de la déviation parallèle à une autoroute prévue mais non datée),
- e_0 - le projet dévalorise certainement un équipement (exemple de la déviation parallèle à une autoroute prévue et datée).

$$g_5 = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$s_5 = 2$$

g_5 est une graduation ponctuelle

s_5 est un seuil de non-discrimination.

Remarques :

- Ce critère ne prend en compte la préférence que sur la dimension de cohérence du réseau.
- g_5 peut ne pas être ponctuel ; par exemple si l'évaluation est faite par une série d'experts, on aura une distribution des experts sur les valeurs.
- Initialement, nous pensions appliquer ce critère à d'autres équipements d'aménagement du territoire, tels des implantations ou des maintiens d'activités. Son but aurait été de prendre en compte toutes les valorisations ou dévalorisations d'investissement qu'entraîne la réalisation d'une déviation. Il aurait fallu pouvoir mesurer l'influence des projets de déviation sur le développement des infrastructures régionales et locales. Son application a été restreinte, dans cet exercice, à des équipements routiers pour faciliter son évaluation.

2.6 Critère de sécurité locale : g_6

Cet aspect incorpore à la fois des éléments de sécurité de la population riveraine, insuffisamment valorisés dans le calcul du taux de rentabilité, et l'effet psychologique, sur la population locale, des accidents mettant directement en cause l'un de ses membres.

g_6 = nombre d'accidents observés de 1970 à 1974, ayant entraîné des morts ou blessés graves et mettant en cause des piétons ou des deux roues entre PK_1 et PK_2
(PK_1 et PK_2 délimitant le trajet actuel qui sera dévié)

$E_6 = 0, 1, 2, 3, \dots$

$s_6 = 1$

On admet que g_6 est graduable et que s_6 est un seuil de non-discrimination.

Deux dimensions sont agrégés en g_6 : sécurité locale et effet psychologique.

2.7 Critère de dynamisme : g_7

On considère que plus l'agglomération est dynamique, plus la déviation apparaît justifiée (voir remarques ci-dessous) et on évalue le dynamisme au moyen de :

$$g_7 = \left(1 + \frac{\Delta P_c}{P_c} - \frac{\Delta P_b}{P_b} \right)$$

avec : P_c = population de la commune

ΔP_c = variation de la population de la commune entre deux recensements

P_b = population du département

ΔP_b = variation de la population du département entre les deux mêmes recensements.

E_7 = valeurs réelles comprises entre 0 et +2

$s_7 = 0,05$

g_7 est considéré comme graduable

s_7 est un seuil de non-discrimination.

Remarques :

- Deux dimensions déterminent ce dynamisme : la croissance relative de la population de la commune et la croissance relative de la population du département.
- Pour saisir ce dynamisme, nous avons cherché quelles sont les dimensions intéressantes à retenir. Après avoir noté le rôle de la variation de la population, de la construction de logements, de la consommation d'énergie, de l'emploi, des conditions naturelles (ressources, relief), des diverses activités, etc., nous avons proposé de ne garder que le rapport E_c/P_c du nombre d'emplois offerts par la commune sur la population, pondéré par g_7 ; ce qui donnait l'indicateur : $(1 + \Delta P_c/P_c - \Delta P_b/P_b) \times (E_c/P_c)$ qui a été finalement simplifié en g_7 .
- Au cours de la discussion pour l'établissement de ce critère, nous avons rencontré des difficultés à définir le sens de la préférence. En effet, s'il paraît normal d'accélérer les déviations d'agglomérations importantes et dynamiques, il est moins évident de retarder celles de petites agglomérations en perte de vitesse : la déviation augmentant la tendance dynamique de l'agglomération (aussi bien en hausse qu'en baisse), n'a-t-on pas intérêt à faire mourir plus rapidement les petites agglomérations défavorisées pour augmenter le dynamisme d'autres centres d'activités ? En d'autres termes : la valeur la plus basse de g_7 est-elle bien celle qui représente la préférence la plus faible ?

2.8 Autre critère envisagé : adhésion de la population et des élus au projet

Ce critère n'a pas été retenu pour cet exercice du fait de la trop grande difficulté rencontrée pour mesurer les conséquences des projets sur cette dimension.

Pour ce critère, nous voulions prendre en compte l'opinion, d'une part des gens directement concernés par un projet et, d'autre part, de ceux qui en connaissent bien la réalité. D'abord, il aurait été nécessaire de préciser les conséquences que l'on veut prendre en compte : stationnement, espaces piétonniers, dégradations de sites (esthétique, écologique), etc. Ensuite, il aurait fallu que les premiers aient connaissance des projets suffisamment tôt pour pouvoir faire leurs observations (ce qui est exceptionnel : la plupart des personnes apprenant l'existence des projets au moment de la Déclaration d'Utilité Publique, une fois la réalisation décidée et datée)

et que les seconds ne modifient pas leurs opinions en sachant l'utilisation qu'il en est fait ; donc, deux écueils à éviter : la mauvaise information de la population concernée et les changements d'avis des représentants (des Ministères ou de la population) locaux (du fait de l'utilisation, dans ce critère, de l'information qu'ils transmettent). Enfin, des groupes pouvaient avoir des positions conflictuelles et gêner considérablement l'évaluation.

Malgré toutes ces difficultés, il nous semble quand même nécessaire et utile de connaître l'avis de la population locale et de tenir compte de sa volonté. Des recherches sur la prise en compte de ces éléments devraient permettre de bâtir un critère fiable sur une dimension qui, à notre avis, est appelée à prendre de l'importance.

Pour cet exercice, nous avons proposé de déterminer si, à partir du courrier et de la revue de presse de la Direction des Routes, on pouvait dire qu'un projet avait entraîné :

- e_4 : des réactions favorables dans la presse nationale, de la part d'élus ou d'associations,
- e_3 : des réactions favorables dans la presse régionale ou de la part d'individus,
- e_2 : aucune réaction enregistrée,
- e_1 : des réactions hostiles dans la presse régionale ou de la part d'individus,
- e_0 : une forte opposition exprimée dans la presse nationale, par des élus ou des associations.

Le seuil de présomption de préférence pouvait être de deux échelons vu le manque de fiabilité des informations recueillies.

3. Classement des projets - Phase d'évaluation expérimentale

La liste de critères du paragraphe ci-dessus forme, pour le problème traité, une famille cohérente de critères, c'est-à-dire un ensemble de critères satisfaisant aux trois conditions d'exhaustivité, de non incomparabilité et de non redondance (voir tableau 8 de l'annexe, 1ère partie), qui nous permet de poursuivre la modélisation et de déterminer la préférence globale du décideur. Cette dernière phase de la modélisation consiste à élaborer une méthode d'agrégation des préférences partielles relatives à chaque critère en fonction de l'attitude opérationnelle du décideur.

Pour ce problème de classement de projets routiers, le décideur a précisé la part des préférences dont il était sûr et qu'il était en mesure d'asseoir avec une objectivité et une sécurité satisfaisantes. Il se place dans une attitude opérationnelle qui revient à accepter l'incomparabilité et à n'appréhender que partiellement les préférences (voir tableau 10). Nous proposons donc d'utiliser ici une méthode de type ELECTRE comportant le concept de relation de surclassement. La méthode ELECTRE III employée ici, et développée dans l'annexe B, construit, dans une première phase, une relation de surclassement floue et, dans une seconde phase, deux classements.

Pour cette relation de surclassement, il nous fait introduire pour chaque critère : son poids p_j (l'importance qu'il a par rapport aux autres), son niveau de veto D_j^* (la différence d'évaluation entre deux projets a_k et a_l , avec $g_j(a_k) - g_j(a_l) > 0$, à partir de laquelle le projet le moins bon, a_l , ne peut en aucun cas surclasser a_k) et, enfin, les seuils de présomption de préférence tels qu'ils ont été présentés dans les critères du paragraphe 2. On trouvera dans la première partie de l'annexe (IV) le mode précis de construction de la relation de surclassement floue ainsi que la méthode utilisée pour obtenir les deux classements (méthode des distillations).

3.1 Les données

Au moment de la rédaction de ce rapport, la Direction des Routes a testé cette méthode sur 23 projets et en appliquant plusieurs jeux de poids différents ; chaque jeu traduisant les préférences d'un des acteurs du processus de décision (DRCR, SETRA, DATAR, population locale) en changeant l'importance relative des critères. Ces différents passages permettent d'analyser la sensibilité du classement des projets à la politique que peut suivre le décideur.

Quatre politiques ont donné lieu à six passages, la valeur des poids correspondants étant indiquée dans le tableau de la page suivante :

VALEURS NUMERIQUES DES SEUILS , NIVEAUX DE VETO
ET POIDS CORRESPONDANT AUX 6 PASSAGES

Critères		Seuils s_j	Veto D_1^*	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
g_1	rentabilité immédiate (variante a)	0,5	1,5	2	1	2	1		
g'_1	rentabilité immédiate (variable b)	0,1	1					2	2
g_2	bénéfice actualisé	10	$g_2 \text{ MAX}$	2	1	3	1	2	3
g_3	nuisances	300	1 800	1	2	1	1	1	1
g_4	surplus piétonnier	1000	8 000	1	2	1	1	1	1
g_5	cohérence du réseau	2	3	2	1	1	2	2	1
g_6	sécurité locale	1	7	1	2	1	1	1	1
g_7	dynamisme local	0,5	0,255	1	1	1	3	1	1

P_1	: Politique de rentabilité globale (variante a)
P_2	: Politique de satisfaction des habitants
P_3	: Politique d'efficacité économique (variante a)
P_4	: Politique d'aménagement du territoire
P_5	: Politique de rentabilité globale (variante b)
P_6	: Politique d'efficacité économique (variante b)

Les trois premiers tableaux (I à III) présentent les évaluations des 23 projets en valeurs brutes et en valeurs transformées : variante a), variante b).

TABLEAU I - EVALUATION DE 23 PROJETS SUR 7 CRITERES

PROGRAMME DE COMPARAISON DE PROJETS ROUTIERS

Nombre de critères : 7

Nombre d'actions : 23

DEVIATION :	VALEUR DE CRITERES						
	1	2	3	4	5	6	7
1	5.70	- 16.68	675.	8000.	3.	8.	0.984
2	17.50	8.96	1391.	3000.	3.	3.	0.993
3	10.40	- 4.24	600.	4800.	4.	2.	1.000
4	11.20	- 3.09	1000.	3000.	4.	3.	1.000
5	3.80	- 6.59	1000.	3800.	3.	5.	1.000
6	19.70	4.04	300.	2700.	3.	2.	1.000
7	14.20	4.38	273.	6400.	5.	2.	0.959
8	25.20	115.49	600.	3900.	5.	3.	1.000
9	20.40	45.03	205.	2400.	2.	4.	1.048
10	26.30	28.56	1769.	3000.	2.	3.	0.994
11	68.50	145.00	1987.	7000.	0.	6.	1.001
12	18.20	17.50	1473.	4500.	1.	4.	1.046
13	13.11	0.89	500.	2000.	2.	1.	1.000
14	30.00	12.50	400.	3000.	2.	2.	1.000
15	25.29	17.80	600.	2500.	2.	2.	1.000
16	11.49	- 0.20	600.	2500.	2.	2.	1.000
17	17.24	42.80	1255.	5000.	2.	6.	1.056
18	9.59	- 5.28	915.	4000.	1.	4.	1.207
19	21.66	31.56	491.	3500.	0.	4.	1.143
20	14.70	8.30	529.	4000.	1.	5.	0.943
21	26.03	44.45	1401.	2500.	4.	3.	1.059
22	17.96	31.60	746.	3000.	4.	4.	1.066
23	32.30	39.20	600.	2500.	3.	3.	1.000

TABLEAU II - TABLEAU DES EVALUATIONS TRANSFORMEES

(variante a pour le critère 1 rentabilisé)

DEVIATION :	VALEUR DE CRITERES TRANSFORMES						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0	0.0	675.	8000.	3.	8.	0.984
2	1.50	163.96	1391.	3000.	3.	3.	0.953
3	0.08	0.0	600.	4800.	4.	2.	1.000
4	0.24	0.0	1000.	3000.	4.	3.	1.000
5	0.0	0.0	1000.	3800.	3.	5.	1.000
6	1.94	159.04	300.	2700.	3.	2.	1.000
7	0.84	159.38	273.	6400.	5.	2.	0.959
8	2.52	270.49	600.	3900.	5.	3.	1.000
9	2.04	200.03	205.	2400.	2.	4.	1.048
10	2.63	183.56	1769.	3000.	2.	3.	0.994
11	5.42	300.00	1800.	7000.	0.	6.	1.001
12	1.64	172.50	1473.	4500.	1.	4.	1.046
13	0.62	155.89	500.	2000.	2.	1.	1.000
14	3.00	167.90	600.	3000.	2.	2.	1.000
15	2.53	172.80	600.	2500.	2.	2.	1.000
16	0.30	0.0	600.	2500.	2.	2.	1.000
17	1.45	197.80	1255.	5000.	2.	6.	1.066
18	0.0	0.0	915.	4000.	1.	4.	1.207
19	2.17	186.56	491.	3500.	0.	4.	1.143
20	0.94	163.30	529.	4000.	1.	5.	0.943
21	2.60	199.45	1401.	2500.	4.	3.	1.059
22	1.59	186.60	746.	3000.	4.	4.	1.066
23	3.23	194.20	600.	2500.	3.	3.	1.000

TABLEAU III - TABLEAU DES EVALUATIONS TRANSFORMEES

(variante b pour le critère 1 rentabilité)

DEVIATION :	VALEUR DE CRITERES TRANSFORMES						
	1	2	3	4	5	6	7
1	0.0	0.0	675.	8000.	3.	8.	0.984
2	0.50	163.96	1391.	3000.	3.	3.	0.953
3	0.03	0.0	600.	4800.	4.	2.	1.000
4	0.08	0.0	1000.	3000.	4.	3.	1.000
5	0.0	0.0	1000.	3800.	3.	5.	1.000
6	0.65	159.04	300.	2700.	3.	2.	1.000
7	0.28	159.38	273.	6400.	5.	2.	0.959
8	1.00	270.49	600.	3900.	5.	3.	1.000
9	0.69	200.03	205.	2400.	2.	4.	1.048
10	1.00	183.56	1769.	3000.	2.	3.	0.994
11	1.00	300.00	1800.	7000.	0.	6.	1.001
12	0.55	172.50	1473.	4500.	1.	4.	1.046
13	0.21	155.89	500.	2000.	2.	1.	1.000
14	1.00	167.90	600.	3000.	2.	2.	1.000
15	1.00	172.80	600.	2500.	2.	2.	1.000
16	0.10	0.0	600.	2500.	2.	2.	1.000
17	0.48	197.80	1255.	5000.	2.	6.	1.066
18	0.0	0.0	915.	4000.	1.	4.	1.207
19	0.78	186.56	491.	3500.	0.	4.	1.143
20	0.31	163.30	529.	4000.	1.	5.	0.943
21	1.00	199.45	1401.	2500.	4.	3.	1.059
22	0.53	186.60	746.	3000.	4.	4.	1.066
23	1.00	194.20	600.	2500.	3.	3.	1.000

3.2 Les résultats

Dans les pages suivantes, on représente sur six graphiques les résultats des passages correspondant aux six jeux de poids (les six politiques).

Sur ces graphiques, on positionne un projet par ses coordonnées : l'abscisse est le rang du projet r_d dans le préordre descendant (R_d) et l'ordonnée son rang r_a dans le préordre ascendant (R_a).

La projection des projets sur l'axe de l'abscisse (r_d) donne par conséquent le préordre descendant et la projection sur l'axe des ordonnées (r_a) donne le préordre ascendant.

Les graphiques représentent également l'ordre partiel, intersection des deux préordres ascendants et descendants :

$$(1) a R b \iff r_d(a) - r_d(b) \leq 0 \text{ et } r_a(a) - r_a(b) \leq 0 \\ \iff a R_d b \text{ et } a R_a b$$

$$(2) \text{ non } a R b \text{ et non } b R a \text{ (incomparabilité)} \iff a J b \\ \iff [r_d(a) - r_d(b)] [r_a(a) - r_a(b)] < 0$$

(1) représente la situation : a est préféré à b.

(2) représente la situation : a et b sont incomparables.

La situation d'incomparabilité dans le préordre intersection se lit donc sur les graphiques par deux projets reliés par une droite de pente strictement négative.

L'indice $i(a_k)$ d'incomparabilité d'un projet a_k est défini par

$$i(a_k) = n(a_k) / n - 1$$

où n = nombre de projets et

$$n(a_k) = \text{card} (a_j / a_j J a_k)$$

est le nombre de projets incomparables à a_k . Le taux de Kendall entre les deux préordres est défini par :

$$r(R_d, R_a) = 1 - \frac{2 d_K(R_d, R_a)}{d_K \max} = 1 - \frac{4 d_K(R_d, R_a)}{n(n-1)}$$

où d_K est la distance de Kendall, R_d et R_a les préordres descendants et ascendants. On peut vérifier $d_K = \frac{1}{2} \sum_k n(a_k)$, d'où la relation :

$$r(R_1, R_2) = 1 - \frac{2}{n} \sum_k i(a_k)$$

Enfin, la projection sur la 1ère bissectrice donne le préordre moyen obtenu en calculant un rang moyen, demi-somme des rangs r_d et r_a .

On constate tout d'abord une relativement grande stabilité des classements aux divers jeux de poids utilisés.

Les projets de tête

Les projets 11, 8, 21, 17 sortent toujours dans les 5 premiers avec un degré d'incomparabilité très faible.

Les projets de queue

La stabilité est assez forte également pour les projets en queue du classement : 3, 4, 6, 13, 16, 20 qui restent presque toujours les six derniers, excepté le projet 20 qui remonte dans la politique de satisfaction des habitants en passant devant les projets 2, 15, 14, 7, 9, 18, ce projet 20 étant en effet mieux évalué que ces derniers sur les critères {3, 4, 6}.

Les projets difficilement comparables

Les projets 1, 5, 9, 18, 19 apparaissent souvent comme fortement incomparables. Ceci est dû aux évaluations contrastées auxquelles ils donnent lieu.

Le projet 1 par exemple est le meilleur sur le critère 4 (surplus piétonnier) et le critère 6 (sécurité locale) mais il est parmi les plus mauvais sur les critères rentabilité et bénéfice actualisé. L'effet de veto jouant, il ne peut arriver en tête y compris dans la politique de satisfaction des habitants. L'incomparabilité se traduit notamment, pour cette politique, par le fait que ce projet 1 est, soit 2e, soit 13e dans les deux préordres et que $i(1) = .59$ (la plus forte incomparabilité rencontrée : 1 est incomparable à plus de la moitié des projets).

Les projets sensibles aux politiques (ceux qui bougent)

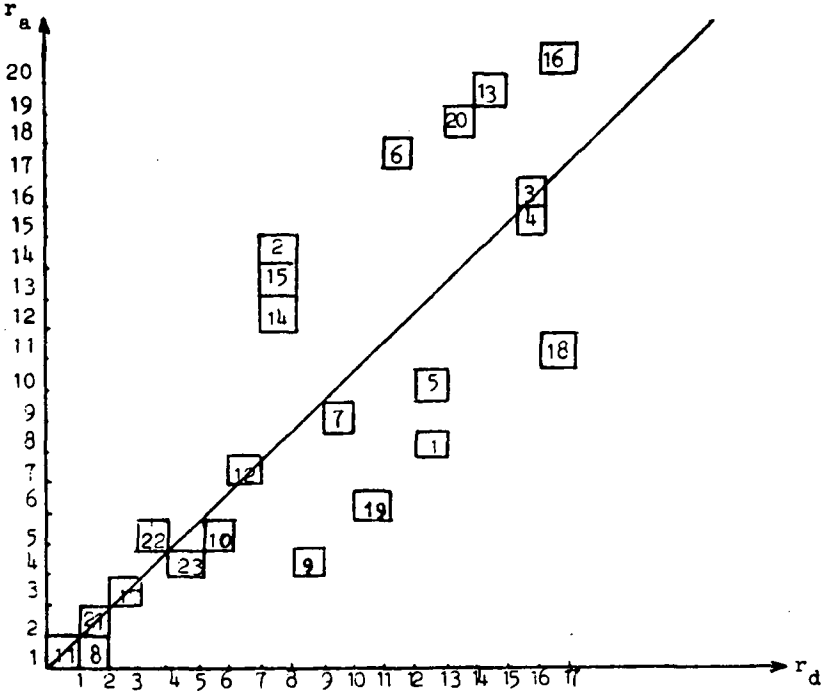
On a déjà vu que le projet 20 était favorisé par la politique de satisfaction des habitants. Il en est de même pour le projet 12 qui passe 3e dans le classement (12 est parmi les meilleurs sur les critères 3, 4, 6 correspondant à cette politique sans être pour autant éliminé par les autres critères, l'effet de veto ne jouant pas). Le projet 5 est sensible également dans cette politique. Les projets 23 et 9 se trouveraient plutôt défavorisés par cette politique. Le projet 22 arrive second quant à lui dans la politique d'aménagement du territoire pour laquelle il se trouve bien évalué.

L'influence de la courbe de graduabilité du critère 1
(variante a ou variante b).

Le projet 11 est favorisé par la variante a car son taux de rentabilité est très élevé (68 %). Sinon, les variantes semblent avoir une influence très limitée sur les préordres obtenus.

Politique de rentabilité globale (variante a)

Préordres obtenus avec le jeu de poids $\{2, 2, 1, 1, 2, 1, 1\}$



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection
 (a R b si a est en bas et à gauche par rapport à B)
 a J b (incomparabilité) si a et b peuvent être reliés par une droite
 de pente strictement négative.

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	5	6	4	4	4	5	5	0	6	1	0	2	3	6	6	0	0	8	5	3	0	2	1
$i(a_k)$.28	.27	.18	.18	.18	.23	.23	0	.27	.05	0	.09	.14	.27	.27	0	0	.36	.23	.14	0	.09	.05

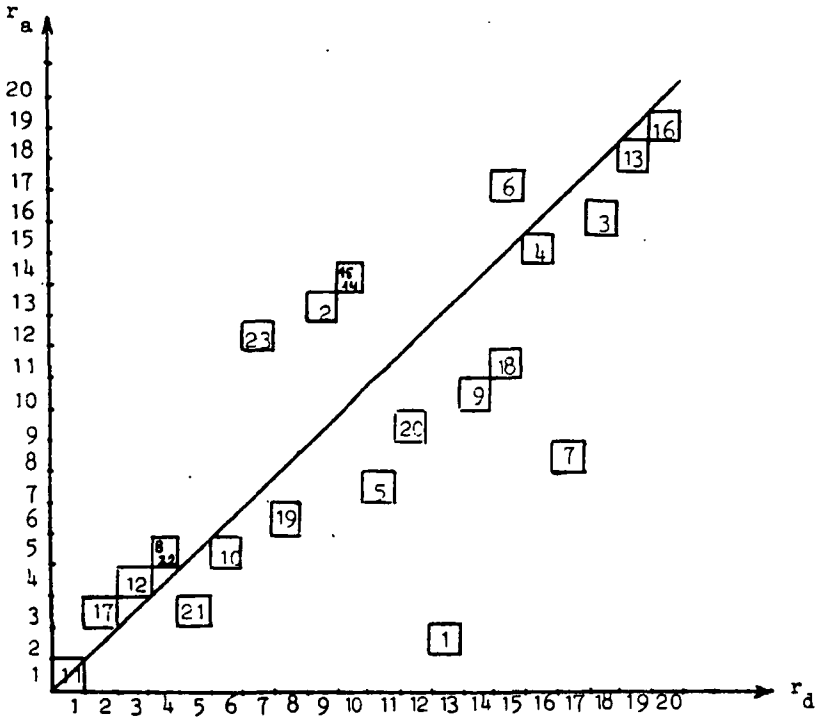
$$d_k (\text{asc.}, \text{desc.}) = 1/2 \sum_k n(a_k) = 38 \implies \tau (\text{asc.}, \text{desc.}) = .70$$

Préordre moyen :

11, 8, 21, 17 (22, 23), 10, 9, 12, 19, 7, 14, (1, 15), 2, 5, 18, 6,
 4, (3, 20), 13, 16.

Politique de satisfaction des habitants

Préordres obtenus avec le jeu de poids $\{1, 1, 2, 2, 1, 2, 1\}$



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection
 (a R b si a est en bas et à gauche par rapport à b)
 a J b (incomparabilité) si a et b peuvent être reliés par une droite
 de pente strictement négative.

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	13	6	1	2	5	3	9	2	5	1	0	2	0	6	6	0	1	5	2	6	4	2	7
$i(a_k)$.59	.27	.05	.09	.23	.14	.41	.09	.23	.05	0	.09	0	.27	.27	0	.05	.23	.09	.27	.18	.09	.32

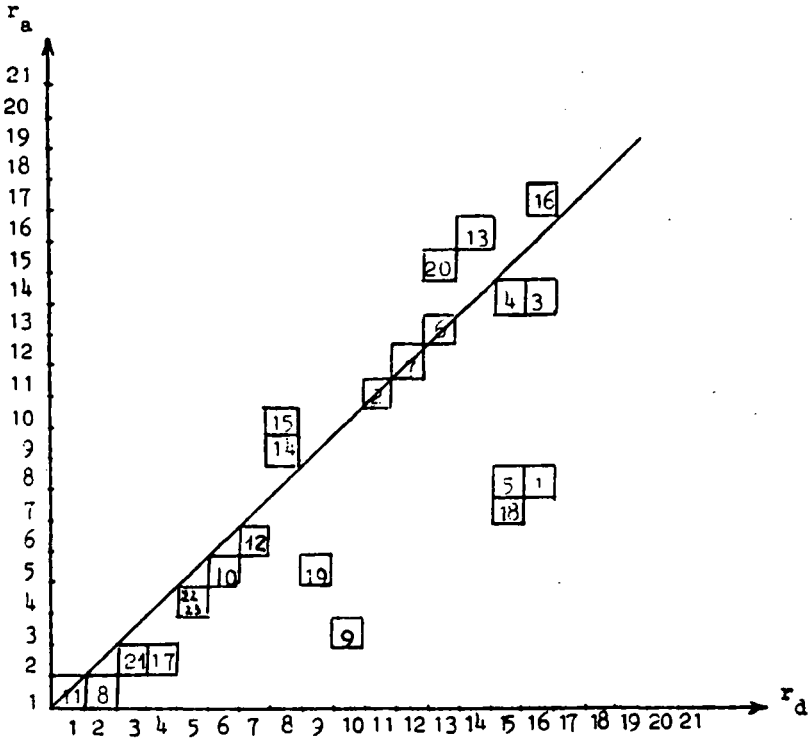
$$d_k = 1/2 \sum_k n(a_k) = 44 \Rightarrow \tau(\text{asc.}, \text{desc.}) = .65$$

Préordre moyen :

11, 17, 12, 21, (8, 22), 10, 19, 1, 5, 23, 20, 2, (15, 14, 9), 7,
 18, 4, 6, 3, 13, 16.

Politique d'efficacité économique (variante a)

Préordres obtenus avec le jeu de poids $\{2, 3, 1, 1, 1, 1, 1\}$



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection
 (a R b si a est en bas et à gauche par rapport à b).
 a J b (incomparabilité) si a et b peuvent être reliés par une droite
 de pente strictement négative.

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	8	3	2	3	7	3	3	0	7	1	0	2	5	5	5	0	0	7	4	5	0	1	1
$i(a_k)$.36	.14	.09	.14	.32	.14	.14	0	.12	.05	0	.09	.23	.23	.23	0	0	.32	.18	.23	0	.05	.05

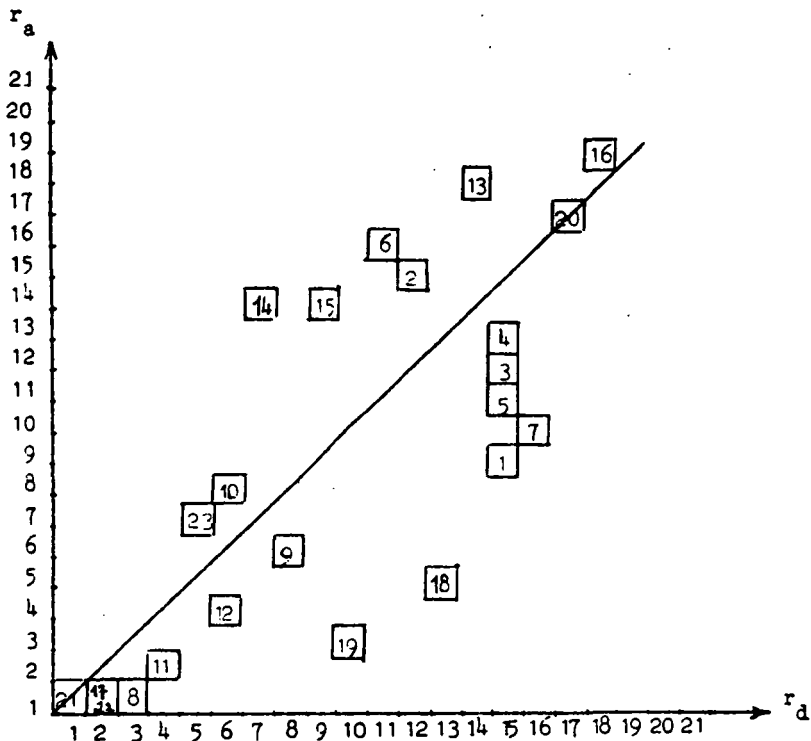
$$d_k(\text{asc.}, \text{desc.}) = 1/2 \sum_k n(a_k) = 36 \implies \tau_k(\text{asc.}, \text{desc.}) = .72$$

Préordre moyen :

11, 8, 21, 17 (22, 23), 10, (12, 9), 19, 14, 15, (2, 18), 5, (1, 7),
 6, 20, 4, (3, 13), 16

Politique d'aménagement du territoire

Préordres obtenus avec le jeu de poids { 1, 1, 1, 2, 2, 3 }



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection
 (a R b si a est en bas et à gauche par rapport à b)
 a J b (incomparabilité) si a et b peuvent être reliés par une droite
 de pente strictement négative.

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	5	7	6	6	6	7	8	0	5	3	0	2	6	8	7	0	0	7	6	1	0	0	4
$i(a_k)$.23	.32	.27	.27	.27	.32	.36	0	.23	.14	0	.09	.27	.36	.32	0	0	.32	.27	.05	0	0	.18

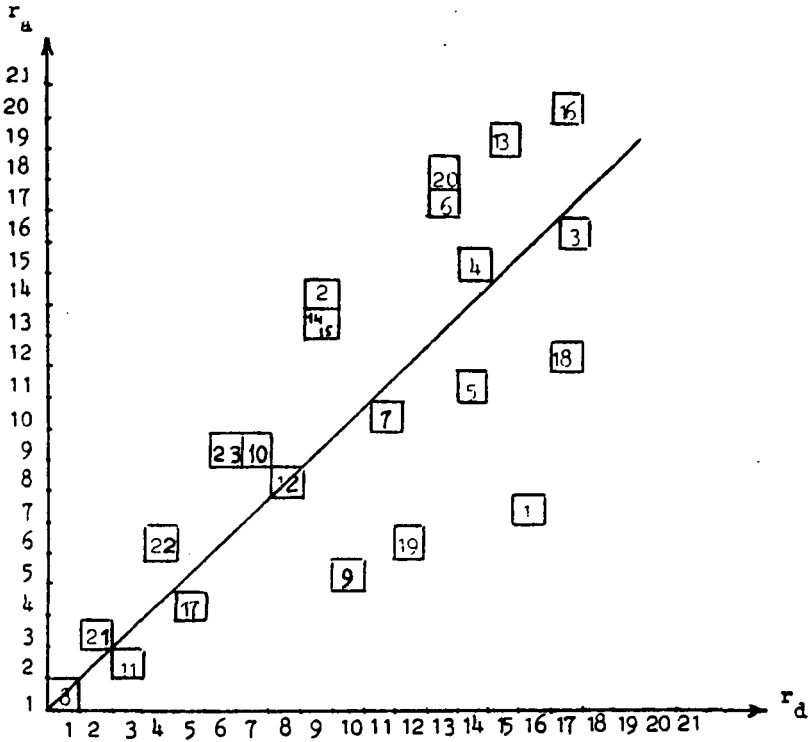
$$d_k \text{ (asc., desc.)} = 1/2 \sum_k n(a_k) = 47 \Rightarrow \hat{r}_k \text{ (asc., desc.)} = .63$$

Préordre moyen :

21, (17, 22), 8, 11, 12, 23, 19, (9, 10), 14, 15, 1, (7, 5), (2, 3, 6), 4, 13, 29, 16

Politique de rentabilité globale (variante b)

Préordres obtenus avec le jeu de poids $\{2, 2, 1, 1, 2, 1\}$



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection
 (aRb si a est en bas et à gauche par rapport à b)
 aJb (incomparabilité) si a et b peuvent être reliés par une droite
 de pente strictement négative.

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	12	6	3	4	6	5	5	0	7	4	1	5	3	6	6	0	1	7	7	5	1	2	4
$i a_k$.55	.27	.14	.18	.27	.23	.23	0	.32	.18	.05	.23	.14	.27	.27	0	.05	.32	.32	.23	.05	.09	.18

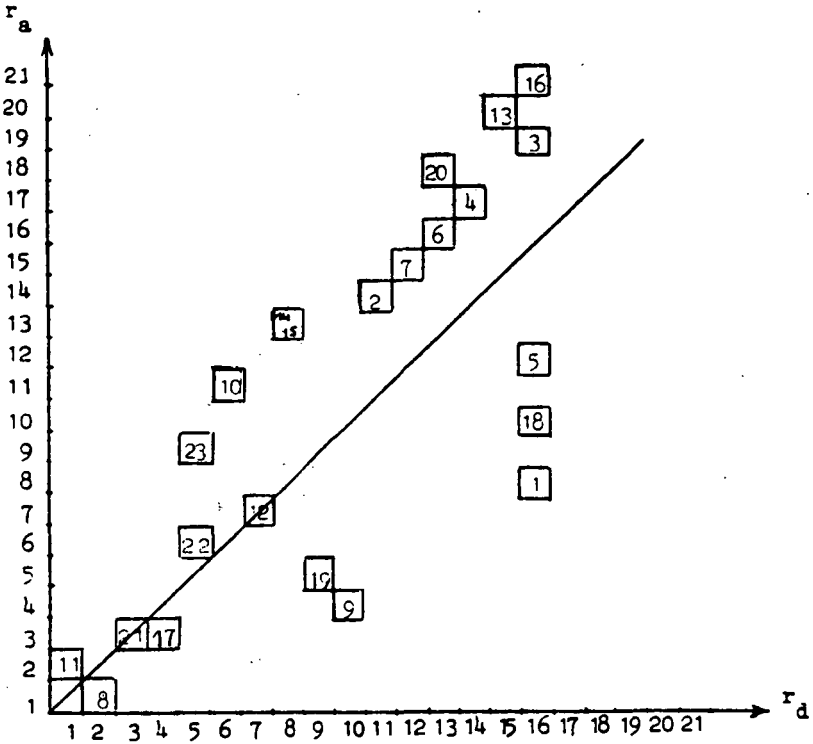
$$d_k = 1/2 \sum_k n(a_k) = 50 \Rightarrow \hat{f}(\text{asc.}, \text{desc.}) = .60$$

Préordre moyen :

8, (21, 11), 17, 22, (9, 23), 10, 12), 19, 7, (14, 15), (1, 2), 5,
 (4, 18), 6, 20, 3, 13, 16.

Politique d'efficacité économique (variante b)

Préordres obtenus avec le jeu de poids $\{2, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$



Visualisation des deux préordres et du préordre partiel intersection (aRb si a est en bas et à gauche par rapport à b) a J b (incomparabilité si a et b peuvent être reliés par une droite de pente strictement négative).

Projets	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$n(a_k)$	10	3	1	4	8	3	3	1	7	5	1	4	4	5	5	0	0	9	7	4	0	2	4
$i(a_k)$.45	.14	.05	.18	.36	.14	.14	.05	.32	.23	.05	.18	.18	.23	.23	0	0	.41	.32	.18	0	.09	.18

$$d_k = 1/2 \sum_k n(a_k) = 41 \Rightarrow \mathcal{T}(\text{asc.}, \text{des.}) = .64$$

Préordre moyen :

(11, 8), 21, 17, 22, (9, 19, 12, 23), 10, (14, 15), 1, 2, 18, 7, 5, 6, (4, 20), (3, 13), 16.

4. Pour d'autres familles de critères

Comme nous avons eu l'occasion de le souligner à plusieurs reprises au cours de cette recherche, notamment dans la première phase, la saisie des conséquences liées au temps au travers des seuls gains de temps agrégés aux conséquences économiques en un taux de rentabilité ou en un bénéfice actualisé ne nous paraissait pas la meilleure voie et, en tous cas, elle nous apparaissait comme partielle.

La famille de critères utilisée ci-dessus ne remet pas en cause cette façon de faire puisque deux des critères concernent le taux de rentabilité et le bénéfice actualisé, les autres critères prenant en compte des conséquences différentes (nuisances, surplus des piétons, etc.). Cette première famille de critères nous semble certes préférable au seul usage des critères de rentabilité ou de bénéfice actualisé puisqu'elle permet une prise en compte plus systématique des conséquences. Cependant, la saisie des conséquences, notamment de celles liées au temps, ne nous paraît pas satisfaisante ; c'est pourquoi nous proposons ci-dessous une analyse des dimensions de préférence pouvant être retenue dans la construction d'une famille de critères puis deux familles de critères. La première utilise les seules données actuellement employées et ne remet pas en cause le mode de recueil des données ; la seconde suppose une autre définition des données à recueillir.

4.1. Dimensions

Dimensions au niveau de l'utilisateur de la route

- gain de temps pour traverser la ville

distribution des gains de temps prévisibles sur l'ancien axe et le nouvel itinéraire.

- confort de conduite

sur l'ancien axe :

- . nombre d'intersections non prioritaires pour traverser la ville
- . nombre d'intersections prioritaires pour traverser la ville
- . nombre d'intersections avec feux
- . nombre de tournants ($\geq 90^\circ$).

- économies réalisées

gain économique (essence, usure du véhicule) en France/véhicule

Dimensions au niveau de la population locale

- gain de temps (distribution)
- surplus des piétons
- nuisances (sur ancien axe et sur la route nouvelle)
- sécurité des riverains (accidents concernant les riverains)
- expropriation (nombre d'expropriations)
- dynamisme économique
- adhésion de la population et des élus au projet

Dimensions au niveau de la collectivité

- coût économique du projet de déviation
- consommation annuelle de carburant
- consommation de terrains agricoles (surface utilisée)
- consommation de terrains boisés (surface utilisée)
- valorisation d'équipements existants (cas particulier : cohérence du réseau routier)
- accidents de la route.

4.2. Famille de critères utilisant les données actuelles

Elle se distingue de la première famille par un éclatement en plusieurs critères (g_1 à g_6) des dimensions agrégées dans le taux de rentabilité et dans le bénéfice actualisé.

- g_1 - gain de temps moyen par véhicule pour traverser la commune
- g_2 - gain de temps quasi-maximal pour traverser la commune (gain de temps concernant 3 % du trafic sur l'ancien itinéraire par exemple). Ce critère a pour objet d'appréhender les bouchons pouvant se produire sur l'ancien axe avant déviation.
- g_3 - économies par véhicule (essence, usure) (en Francs par véhicule)
Ce critère serait éventuellement à laisser de côté s'il est peu discriminant ou si les valeurs (faibles) sont trop proches d'un seuil de non perception de cet avantage par les usagers (seuil qu'il conviendrait d'appréhender)
- g_4 - coût économique du projet (celui qui est calculé dans les D.I.)
- g_5 - trafic annuel sur le nouvel axe
- g_6 - gain en consommation annuelle de carburant (doit pouvoir se calculer avec les données actuelles des D.I.)

- g_7 - réduction des nuisances (identique au critère g_3 , § 2.3)
- g_8 - surplus des piétons (identique au critère surplus des piétons § 2.4)
- g_9 - sécurité des riverains (identique au critère g_6 , § 2.6)
- g_{10} - dynamisme de l'agglomération (identique au critère g_7 , § 2.7)
- g_{11} - cohérence du réseau (identique au critère g_5 , § 2.5)

4.3. Famille de critères nécessitant de nouvelles données

C'est cette famille de critères qui nous paraît à l'heure actuelle la plus significative dans la saisie des conséquences (coûts et avantages) d'un projet de déviation.

Critères concernant les usagers de la route et de la déviation

- g_1 - gain de temps moyen par véhicule pour traverser la commune
- g_2 - gain de temps quasi-maximal pour traverser la commune
- g_3 - confort de conduite : critère sous agrégeant les dimensions évoquées au § 4.1 (forme additive obtenue en utilisant un modèle explicatif de préférence globale).

Critères concernant la population locale

- g_3 - gain de temps moyen pour les déplacements locaux
- g_4 - surplus des piétons (cf. § 2.4)
- g_5 - bilan des nuisances
Il convient de prendre en compte la réduction des nuisances ainsi que la création (le long du nouvel axe) des nuisances. Si l'on retient également qu'une part important des nuisances dans les communes considérées est due au bruit, il conviendrait peut-être de dissocier les périodes de jour et celles de soirée et de nuit. Des critères pourraient être construits en observant des distributions de personnes subissant les nuisances sur une échelle de nuisance du type $T e^{-\alpha d}$ où T est le trafic, d est la distance à ce trafic et α un paramètre à estimer (arbitrage entre le facteur trafic et le facteur distance).

Nuisances diurnes : $T_1 \sum_d N_1(d) e^{-\alpha_1 d}$ où T_1 est le trafic durant la période diurne et $N_1(d)$ le nombre d'emplois,

d'écoliers, d'hospitalisés et de retraités situés à une distance de l'un des deux axes considérés (l'ancien et le nouveau).

Nuisances nocturnes : $T_2 \sum_d N_2(d) e^{-\alpha_2 d}$ où T_2 est le trafic nocturne, et $N_2(d)$ est le nombre de personnes résidant à une distance d de l'un des deux axes considérés.

- g_6 - sécurité des riverains (cf. § 2.6)
- g_7 - dynamisme de l'agglomération (cf. § 2.8)

Critères concernant la collectivité

- g_8 - coût économique du projet
- g_9 - gain en consommation annuelle de carburant
- g_{10} - trafic annuel sur le nouvel axe
- g_{11} - consommation de terrains agricoles et boisés (surface totale)
- g_{12} - valorisation d'équipements existants ou prévus (cf. cohérence § 2.5).

III - APPREHENSION ET CLASSEMENT DE TRAJETS NOIRS DANS LE RESEAU FERRE DE LA RATP

0. Le problème

- Traditionnellement, un point noir dans le réseau ferré de la RATP est "un endroit où un nombre non négligeable de voyageurs perdent au moins une minute par suite de la foule". En pratique, ces points noirs se situent aux heures de pointe :
 - a) dans les couloirs menant à un quai (avec ou sans portillon) ;
 - b) devant les tourniquets d'accès au réseau ;
 - c) au pied des escaliers mécaniques ;
 - d) devant les guichets de vente ;
 - e) aux sorties d'un quai.

Mais cette définition est apparue trop restrictive, aussi le problème a-t-il été de "définir une méthode aisée à utiliser, permettant de repérer l'ensemble des aspects intervenant dans la notion de points noirs tels qu'ils sont perçus par les usagers et de classer ces points noirs par ordre de gravité décroissante".

- Dès lors, l'objet de l'étude dépassant le strict cadre de chronométrage et d'estimation de débits, des problèmes pouvaient se poser dans la comparaison d'entités aussi différentes que des attentes à un guichet et aux sorties d'un quai par exemple. Il est difficile, sinon impossible, d'élaborer des critères d'évaluation sans faire référence à l'ensemble précis des objets à classer. Or, relativement aux points noirs, deux solutions étaient envisageables :

- . Elaborer un classement unique de "points noirs", tous types confondus

Cela suppose une élaboration de critères permettant la comparaison de points noirs de types très différents et donc vraisemblablement des critères très généraux, assez difficiles à établir et relativement éloignés des caractéristiques directes des points noirs.

. Elaborer plusieurs classements de "points noirs"
(un classement pour un ou deux types)

Les critères à élaborer peuvent être plus précis et plus caractéristiques des points noirs eux-mêmes. Cependant, l'utilisation des divers classements peut être délicate en raison des problèmes d'interclassements : la comparaison de la "noirceur" d'un guichet de vente et de celle d'une sortie de quai par exemple devient impossible avec cette seconde solution.

- Or, l'analyse d'interviews montre que les usagers sont beaucoup plus sensibles aux phénomènes globaux, au point même parfois d'associer spontanément la journée de travail au trajet domicile-travail : "Le soir, le métro, je suis fatigué. C'est pas que mon travail soit fatigant, je travaille dans mon bureau, mais une journée de travail ça épuise : alors quand je rentre, j'essaie de ne faire que le minimum, il me tarde de sortir du métro" ou encore : "La plupart des gens qui sont là vont travailler, reviennent travailler. Manifestement, ils sont complètement imprégnés par cette journée qui va s'écouler, ils la vivent à l'avance, ils se mettent dans des conditions que rien ne doit pouvoir déranger l'ordre de cette journée qui doit commencer".

La plupart des dimensions sous-jacentes à la gêne ressentie dans l'espace piétonnier du métro sont rarement localisées en des points précis susceptibles de devenir des points noirs. Certaines, telles la sécurité, l'image de marque ou l'atmosphère ludique, ne sont même pertinentes que relativement à une station.

La plupart d'entre elles ne sont réellement significatives en terme de vécu de l'utilisateur qu'au niveau du trajet piétonnier pris dans son ensemble. Même à propos de la durée, on peut dire que l'utilisateur l'inscrit globalement dans son trajet : "Je trouve le temps long dans le métro. Même 30 secondes d'arrêt devant un portillon, c'est long. Monter un escalier c'est long. Tout semble long. Moi, je cours toujours, les tapis roulants ne sont pas assez rapides ...". La progression dans le métro est vue comme un cheminement présentant une succession d'obstacles et c'est le cumul de ces petites gênes successives qui participent à une élaboration d'une gêne plus globale : "On a en tête un parcours, on est plutôt en situation de compétition, on cherche à s'en sortir le plus vite possible, je crois. Il y a toute une ambiance et vous dites : est-ce que je vais passer, etc ... C'est une façon de se mettre à la hauteur de l'outil, de l'efficacité, on suit le rythme, on l'intériorise et du coup il faut être à l'heure à tout moment, au portillon, en haut de l'escalier, e

ne pas louper la marche en haut de l'escalier roulant" ou encore "Quand on arrive de l'Eglise de Pantin pour prendre la direction Charenton-Ecole, il faut tourner à gauche et on se trouve contre le flot général pendant une vingtaine de mètres, écrasé contre le mur pour s'engouffrer dans un petit escalier, et au moment de monter sur la droite arrive un autre flux. C'est de la haute lutte, il faut se glisser entre les écueils". Même si chaque élément ponctuel n'est pas une gêne en soi, le cumul participe à une gêne : "A la station Auber, pour aller au RER, il faut descendre, s'enfiler des couloirs, descendre encore, s'enfiler encore des couloirs et redescendre. On a l'impression d'être au troisième sous-sol" ou encore "Dans les couloirs, quand on piétine derrière les gens qui vont plus doucement, on ne peut pas marcher à son rythme, quand les gens nous volent une seconde, deux secondes et que ça finit par faire des minutes de perdues, on devient vite très excité par toute cette affluence".

Si ce qui ne "va pas dans le métro" est rarement localisable en un point précis, les améliorations sont alors systématiquement suggérées à un niveau global, la station le plus souvent. "En fait, on ne peut pas gagner du temps dans le métro ... Non, ce qu'il faudrait plutôt, c'est aménager les stations pour qu'on n'ait pas cette frénésie de sortir à toute vitesse" ou encore "Je pourrais beaucoup parler encore du temps qu'on perd dans le métro, mais c'est factice. Je suis obligé de passer du temps dans le métro alors je voudrais qu'il soit le plus agréable possible ... Ils ont fait des choses mais c'est beaucoup trop timide, conformiste".

Par ailleurs, des chronométrages effectués sur quelques "points noirs" ont relevé des temps d'attente très faibles (temps moyens de 1 mn et 45 sec. respectivement devant les guichets de vente et les accès aux quais).

Ainsi, tant les résultats d'enquête auprès d'usagers que les comptages réalisés, ont incité à dépasser la notion de point noir afin de mieux prendre en compte les phénomènes de globalité, d'accumulation et de caractères diffus de la gêne ressentie par les usagers.

- C'est pourquoi le concept de trajet noir a été préféré à celui de point noir. Un trajet est par définition :

- . le passage de l'extérieur (rue, gare SNCF, grand magasin, etc.) par une entrée bien identifiée à une rame sur un quai bien identifié,
- . le passage d'une rame à l'extérieur (avec les mêmes spécifications),
- . le passage d'une rame à une autre rame.

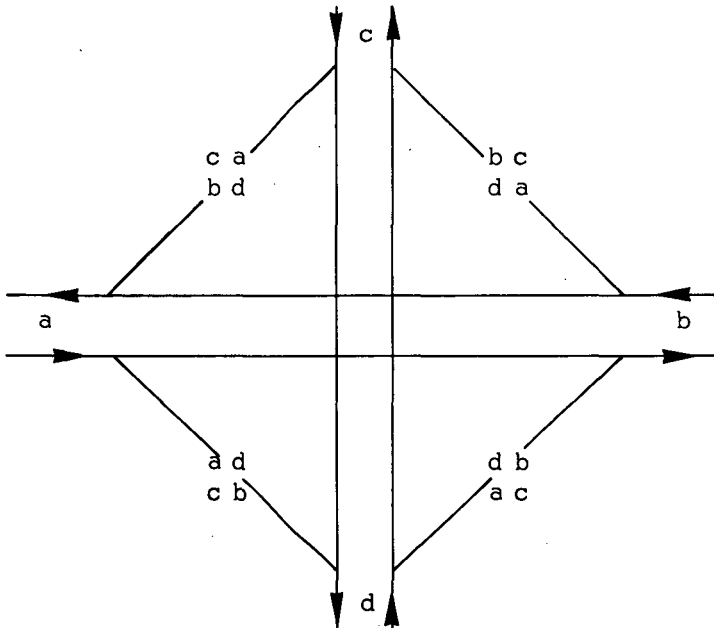
Dans la suite, ces trajets seront appelés par commodité : accès, sortie, correspondance.

1. Définition de l'ensemble A des trajets noirs et choix d'une problématique

Pour rendre opérationnel ce concept, il convient de situer l'importance d'un trajet dans la station dans laquelle il se situe.

1.1 Comment choisir les trajets noirs à évaluer dans une station et que représentent-ils ?

Au niveau d'une station, il existe un très grand nombre de trajets au sens défini ci-dessus. Une simple correspondance entre deux lignes comporte a priori 8 trajets (si a b et c d sont les 2 lignes, les correspondances sont a c, a d, b c, c a, c b, i a, d b). Certains trajets peuvent être identiques (mais parcourus en sens inverse et donc non identiques du point de vue des critères d'évaluation) : a d et c b par exemple :



Il est naturellement exclu d'évaluer tous les trajets d'une station, ni même tous les trajets susceptibles d'être noirs. Il s'agit de choisir un certain nombre de trajets noirs à évaluer aussi représentatifs que possible de la noirceur de la station.

Les cas qui peuvent se présenter sont alors les suivants :

- Il n'existe a priori aucun trajet noir dans la station

Tous les trajets sont a priori satisfaisants en l'état actuel des choses et il semble inutile de les évaluer et encore moins d'y apporter des améliorations.

- Il existe a priori un seul trajet noir bien identifié

Ce trajet fera donc l'objet d'une évaluation. Le nombre d'usagers concernés est celui de ce trajet uniquement. Le coefficient β utilisé dans les critères d'importance du trajet g_7 et g_8 est $\beta = 1$.

- Il existe a priori quelques trajets noirs bien identifiés

- . Si ces trajets sont a priori susceptibles d'être évalués de façon très différente sur la famille de critères, tous ces trajets feront l'objet d'évaluations séparées, le nombre d'usagers concernés étant pour chaque trajet le nombre d'usagers l'ayant effectivement emprunté. Coefficient multiplicateur : $\beta = 1$.
- . Si ces trajets font a priori l'objet d'évaluations très semblables, choisir un seul de ces trajets pour évaluation mais considérer comme nombre d'usagers concernés la somme des nombres d'usagers empruntant les différents trajets (le trajet évalué représente ainsi tous les trajets noirs qui lui sont assimilés). Coefficient multiplicateur : $\beta > 1$.

- Il existe a priori un grand nombre de trajets noirs

- . Repérer l'ensemble de ces trajets.
- . Effectuer une typologie grossière de ces trajets au regard des critères d'évaluation (on met dans un même type tous les trajets a priori peu différents).
- . Choisir un trajet noir représentant de chaque type ainsi défini
- . Evaluer les trajets noirs représentant chaque type en leur associant un nombre d'usagers égal à la somme des usagers de tous les trajets noirs du même type. Coefficient multiplicateur : $\beta > 1$.

Relativement à un ensemble de trajets noirs ainsi évalués :

- . une station peut ne pas figurer dans cet ensemble
- . une station peut figurer une seule fois au travers d'un trajet noir représentant l'ensemble de la station (tous les trajets sont noirs et se ressemblent) ou une partie de la station seulement.
- . une station peut figurer plusieurs fois au travers de plusieurs trajets noirs représentatifs de l'ensemble de la station ou d'une partie seulement.

Le choix de l'ensemble des stations à considérer peut être fonction de la politique d'amélioration suivie par la RATP. L'ensemble A sera donc l'ensemble des trajets noirs retenus au niveau de chacune des stations du sous-ensemble étudié.

1.2 Problématique de l'aide à la décision

Il s'agit de classer les trajets noirs par ordre de "noirceur" décroissante : en tête d'un classement, on aura les trajets les plus noirs de l'ensemble des trajets que l'on compare et en queue du classement les moins noirs d'entre eux.

Suivant la politique d'amélioration du réseau, on peut s'intéresser à un sous-ensemble particulier de stations :

Exemples :

- . Amélioration d'une ligne : on classe tous les trajets noirs relatifs à la ligne.
- . Amélioration d'un quartier : on classe tous les trajets noirs relatifs aux stations du quartier.
- . Amélioration des stations de correspondance avec la SNCF : on classe tous les trajets noirs relatifs aux gares.
- . Amélioration de l'ensemble du réseau : on classe tous les trajets noirs définis pour toutes les stations.
- . Etc.

Indépendamment des classements effectués, on connaît les évaluations des trajets sur chacun des critères. Dès lors, si un trajet apparaît en tête du classement, on peut savoir relativement aux autres pourquoi il est noir en regardant ceux des critères qui la pénalisent fortement.

- Ainsi, une station figurant par un seul trajet et apparaissant en tête du classement devrait être l'objet d'une amélioration. Pour définir quel type d'amélioration, il faut examiner son évaluation sur chacun des critères (attente au guichet anormalement longue ou progression en dehors de l'affluence particulièrement pénible, etc.).
- Si tous les trajets noirs relatifs à une seule station figurent en tête du classement, cette station doit être a fortiori l'objet d'améliorations.
- Si, pour une station, tous ses trajets noirs figurent au milieu du classement, il peut être encore intéressant d'apporter une amélioration sur l'ensemble de la station ou un point particulier de celle-ci.

On reconnaît le caractère nécessairement fragmenté de l'approche. La problématique retenue pour l'aide à la décision vise en effet à sélectionner quelques trajets parmi les plus noirs, cette sélection se faisant, d'une part à l'aide du (des) classement(s) obtenu(s), d'autre part à l'aide de considérations extérieures à cette étude (définition précise des travaux permettant une amélioration de la situation et coûts de ces travaux, budget annuel disponible, etc.).

2. Dimensions et évaluations

La plupart des usagers du métro aux heures d'affluence effectuent un trajet domicile-travail. Ce mode de transport leur est imposé, ils sont passifs et souvent sous-informés, notamment en cas d'incident ou de panne ; donc, ils sont dépendants du mode. Ce déplacement est souterrain et le trajet est vécu avec un fort sentiment d'angoisse (agressions physiques, sexuelles, ...). La conséquence est que l'ensemble du trajet domicile-travail, et en particulier le trajet piétonnier au sens où nous l'avons défini ci-dessus, sont vécus de façon négative. Si l'on est pressé, ce n'est pas pour "perdre" moins de temps mais pour fuir une situation jugée désagréable. Il s'agit donc de dépasser la seule dimension du temps passé pour appréhender l'ensemble de la gêne telle qu'elle est vécue durant ces trajets.

2.1 Les dimensions retenues

Une étude qualitative auprès d'usagers a permis de dégager l'ensemble des dimensions présentées dans le tableau ci-après. On a distingué les dimensions objectives susceptibles d'être appréhendées par mesure ou observation et les dimensions subjectives

DIMENSIONS A PRENDRE EN COMPTE

DIMENSIONS OBJECTIVES	DIMENSIONS SUBJECTIVES
<u>A. DIMENSIONS DE DUREE</u>	
1. durée du trajet 2. pertes de temps liées à l'affluence	13. durée du trajet 14. pertes de temps liées à l'affluence
<u>B. DIMENSIONS DE FREQUENTATION</u>	
3. nombre de personnes, affluence	
<u>C. DIMENSIONS DE TRAJET</u>	
4. nombre de ruptures 5. nombre d'aides mécaniques 6. nombre de flux (croisés ou parallèles) 7. nombre d'arrêts emprisonnés 8. nombre de places assises	15. pénibilité du trajet 16. pénibilité du trajet due à l'affluence 17. information directionnelle
<u>D. DIMENSIONS D'ENVIRONNEMENT</u>	
9. température, ventilation, courants d'air 10. possibilité de s'extraire ou de faire autre chose	18. température 19. lumière 20. couleur 21. espace 22. atmosphère ludique
<u>E. DIMENSIONS PROJECTIVES</u> (extérieur sur trajet)	
11. conditions de confort du trajet en rame succédant au trajet piétonnier en station 12. relation avec un point dur extérieur gare, grand magasin	23. image de marque de la station 24. sécurité du trajet

qui doivent être appréhendées auprès des usagers par enquête par exemple.

2.2 Mode de recueil des données utilisées dans la construction des critères

De façon opérationnelle, l'évaluation d'un trajet sur l'ensemble des dimensions se fait à l'aide des moyens suivants :

- Une équipe de comptages et chronométrages qui comprend :
 - . un chef d'équipe remplissant un questionnaire sur certaines caractéristiques globales du trajet,
 - . une personne effectuant des comptages de voyageurs par tranche de 5 minutes durant 4 heures encadrant la période d'affluence,
 - . plusieurs personnes suivant des usagers dans le trajet étudié et effectuant des chronométrages et des observations,
 - . une personne effectuant des chronométrages de temps d'attente aux guichets pour les trajets correspondant à des accès.
- Une équipe d'enquêteurs interviewant des usagers afin d'appréhender les évaluations sur les dimensions subjectives.

Informations sur les débits

- (1) n_i nombre d'usagers passant en un point du trajet durant la i ème tranche de 5 minutes (48 tranches de 5 minutes sur 4 heures).

Informations relatives aux personnes suivies (sondage)

(50 à 120 personnes sont suivies durant la période de 4 heures)

- (2) heure du début du trajet
- (3) durée du trajet, attente de la rame comprise pour les correspondances et les accès et attente à un guichet non comprise.
- (4) la personne a emprunté entièrement le trajet oui/non.
- (5) nombre d'écarts, de ralentissements ou d'arrêts en raison de l'affluence.
- (6) état de la plateforme du métro lorsqu'il s'en va (trajets aboutissant à une rame uniquement) appréciée sur l'échelle :
 - e_0 - plateforme très bondée (usagers très serrés)

- e_1 - plateforme normalement bondée (pas d'espaces libres apparents mais usagers peu serrés)
 e_2 - plateforme peu bondée (il existe des places non occupées)

Informations sur les guichets

- (7) des chronométrages sont effectués aux guichets ; on appellera t_i le temps moyen d'attente au guichet durant la tranche i .

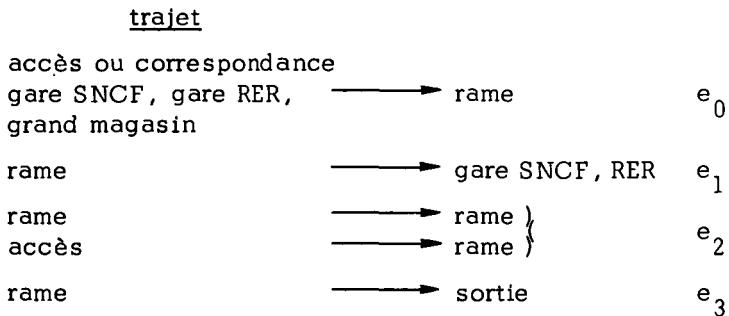
Informations recueillies par le chef d'équipe sur les caractéristiques du trajet

- (8) Nature du trajet (dimension projective)

Il s'agit d'appréhender les dimensions projectives 11 et 12 du tableau des dimensions qui correspondent à :

11. conditions de confort du trajet en rame succédant aux trajets piétonniers en station.
 12. relation avec un point dur extérieur (gare, grand magasin).

Une échelle de pénibilité topographique a été déterminée d'après des enquêtes auprès d'usagers.



- (9) Description des escaliers en précisant la succession des groupes de marches montantes et descendantes effectuée :

- a) sans prendre les escaliers mécaniques
 b) en prenant les escaliers mécaniques

Exemple :

- a) → 15, 15, 3, 20 ↘ 4, 16
 b) → 3 ↘ 4, 16 avec deux escaliers mécaniques

(un escalier mécanique économise à la montée 2 fois 15 marches, un second économise 1 fois 20 marches).

- (10) Nombre de tapis roulants
- (11) Nombre de portes avec battant devant être poussées par les usagers.
- (12) Nombre de tournants (angle supérieur ou égal à 90 °)
- (13) Largeur du couloir en son lieu le plus étroit (ne pas tenir compte des grilles de séparation)

e_0 très étroit
 e_1 normal
 e_2 large

- (14) Température

Suite à une étude réalisée par la RATP, les stations sont classées sur deux échelles de température, suivant l'été et l'hiver :

Mesure en été (hypothèse : température extérieure = 22 ° C)

température station : - très chaude $t \geq 30^\circ\text{C}$
 - chaude $29^\circ\text{C} \leq t < 30^\circ\text{C}$
 - normale $25^\circ\text{C} < t < 29^\circ\text{C}$
 - froide $t \leq 25^\circ\text{C}$

Mesure en hiver (hypothèse : température extérieure = 10 °C)

température station : - chaude $t \geq 26^\circ\text{C}$
 - normale $21^\circ\text{C} < t < 26^\circ\text{C}$
 - fraîche $18^\circ\text{C} < t < 21^\circ\text{C}$
 - froide $t \leq 18^\circ\text{C}$

- (15) Présence de courants d'air dans les couloirs

- oui
 - non

- (16) Nombre de boutiques et vendeurs occasionnels

- (17) Nombre de musiciens

- (18) Appréciation du trajet pour la qualité des informations directionnelles :

e_0 - information défectueuse
 e_1 - information normale

- (19) Luminosité la plus faible dans le trajet

e_0 - plus faible que la normale
 e_1 - normale

- (20) Etats de rénovation sur le trajet
Apprécier celui-ci sur l'échelle :

Correspondance	:	rénové	→	rénové	e_4
Accès	:	extérieur	→	rénové	} e_3
Correspondance	:	non rénové	→	rénové	
Sortie	:		→	extérieur	e_2
Accès	:	extérieur	→	non rénové	} e_1
Correspondance	:	non rénové	→	non rénové	
Correspondance	:	rénové	→	non rénové	e_0

- (21) Densité d'usagers sur le quai d'arrivée en période d'affluence

e_0 - très forte, portillon d'accès fermé
 e_1 - très forte, portillon d'accès ouvert
 e_2 - normale
 e_3 - faible

Informations recueillies auprès d'usagers par enquête

Elles ont pour objet d'appréhender les dimensions subjectives mises en évidence au cours de l'étude qualitative. Le questionnaire utilisé pour ce recueil figure ci-après. Les informations utilisées dans la construction des critères sont :

- (22) Pertes de temps et gêne due à l'affluence - échelle à 4 échelons {1, 2, 3, 4} - cf. question II du questionnaire.
- (23) Durée du trajet et pénibilité topographique - échelle à 4 échelons {1, 2, 3, 4} - cf. question III du questionnaire
- (24) Sécurité - échelle à 4 échelons {1, 2, 3, 4} - cf. question IV du questionnaire
- (25) Atmosphère ludique - échelle à 3 échelons {1, 2, 3} - cf. question V du questionnaire
- (26) Image de marque de la station - échelle à 11 échelons {1, 2, ..., 10, 11} - cf. question VI du questionnaire
- (27) Usager migrant ou occasionnel - cf. question VII du questionnaire (plus de 3 fois par semaine/moins de 3 fois par semaine)
- (28) Particularité du trajet le jour de l'interview - échelle à 3 échelons {1, 2, 3} - cf. question VII du questionnaire.

Remarques sur la nature des évaluations

Les évaluations réalisées par le chef d'équipe sont ponctuelles (informations (8) à (21)).

Les évaluations relatives aux personnes suivies (informations (2) à (6)) sont distributionnelles, l'indicateur de modulation étant le nombre d'usagers concernés et non pas le nombre d'usagers suivis.

Il a donc fallu corriger les observations de façon à donner plus de poids aux individus appartenant à une tranche de temps à fort débit (informations (1)). Plus précisément, soit x une variable mesurée (la durée du trajet par exemple), x_i la moyenne de la variable x si plusieurs personnes ont été suivies durant la tranche i (si aucune personne n'est suivie durant une tranche i , x_i est estimée par $(x_{i-1} + x_{i+1})/2$). On possède alors pour l'ensemble des variables mesurées sur les personnes suivies d'une évaluation distributionnelle sur l'ensemble des périodes de 4 heures caractérisée par :

(x_i, n_i) pour i variant de 1 à 48 où x_i est la valeur moyenne estimée de la variable dans la tranche i et n_i est le nombre de personnes concernées par la tranche i . Une valeur moyenne par exemple est donnée par :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{48} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{48} n_i}$$

Enfin, les évaluations réalisées par les enquêteurs (informations (22) à (28)), sont également distributionnelles, l'indicateur de modulation étant la répartition des réponses aux différentes modalités des questions.

3. Construction de la famille de critères

Douze critères ont été construits en utilisant les informations présentées dans la section précédente dont l'objet était de préciser l'évaluation des trajets sur les dimensions retenues après l'étude qualitative.

3.1 Présentation générale de la famille de critères

Progression hors affluence

- g₁ - durée de référence (corrigée par le vécu)
- g₂ - pénibilité topographique (corrigée par le vécu)

Progression dans l'affluence

- g₃ - perte de temps relative pendant la période d'affluence (corrigée par le vécu)
- g₄ - perte de temps relative quasi maximale (corrigée par le vécu)
- g₅ - pénibilité en période d'affluence (corrigée par le vécu)
- g₆ - pénibilité projective du trajet en période d'affluence

Affluence - critères collectifs

- g₇ - importance du trajet en période d'affluence
- g₈ - importance du trajet en dehors de la période d'affluence

Environnement et image

- g₉ - environnement : conditions locales sur le trajet
- g₁₀ - environnement et image : conditions globales sur le trajet

Qualité de l'information

- g₁₁ - qualité de l'information pour les usagers occasionnels du trajet

Sécurité

- g₁₂ - sécurité en période d'affluence.

Remarques :

- Les critères g_3, g_5, g_6, g_7, g_8 sont bâtis en utilisant une notion de période d'affluence utilisant elle-même la notion de durée de référence du trajet.

. La durée de référence du trajet d_r est définie comme la durée quasi minimale de la distribution (d_i, n_i) (où d_i est la durée moyenne de la tranche i) : d_r est la troisième durée d_i obtenue en classant les d_i par ordre croissant.

. La période d'affluence est définie comme un ensemble I de tranches i telles que la durée du trajet et le débit soient supérieurs en valeurs relatives à des seuils :

$$i \in I \Leftrightarrow (d_i - d_r) / d_r \geq s \text{ et } \left(\frac{n_i + n_{i-1}}{2} - n_* \right) / n_* \geq s'$$

où $n_* =$ moyenne des 3 n_i les plus faibles. Si $n_* = 0$, on prend le premier n_i non nul dans l'ordre des n_i croissants et on prend $n_* = (0 + 0 + n_i) / 3$.

Les deux seuils s et s' doivent être déterminés lors de la phase d'expérimentation et doivent naturellement être les mêmes pour tous les trajets évalués et classés.

- Les critères g_1, g_2, g_3, g_4, g_5 agrègent des dimensions objectives (chronométrages, mesures diverses) et des dimensions subjectives (questions posées aux usagers) qui viennent ainsi relativiser les mesures objectives par un facteur multiplicatif supérieur à 1 ou inférieur à 1.

3.2 Présentation détaillée des critères (1)

g_1 - Durée de référence du trajet (corrigée par le vécu) (1, 2, 3, 23)

Soit d_r la durée de référence (1, 2, 3). Pour corriger cette durée afin de tenir compte du vécu (23), on peut procéder de la façon suivante :

(1) Les numéros entre parenthèses indiquent celles des informations (1) à 28) du § 2.2 utilisées dans la construction des critères.

La réponse à la question (23) se fait à l'aide des échelons :

- e_0 : (trajet) plus pénible et plus fatigant que les autres
- e_1 : un des plus pénibles et des plus fatigants
- e_2 : aussi pénible que les autres
- e_3 : moins pénible et moins fatigant que les autres.

Le dépouillement du questionnaire donnera une distribution sur ces 4 échelons : $p(e_0) + p(e_1) + p(e_2) + p(e_3) = 1$.

Pour tenir compte de ces réponses, nous avons retenu le principe d'un coefficient correcteur multiplicatif :

$$g_1 = d_r [1 + \alpha p(e_0) + \beta p(e_1) - \beta p(e_3)]$$

Si on prend les valeurs $\alpha = 1$, $\beta = 1/2$, alors :

$$1/2 d_r \leq g_1 \leq 2d_r$$

Remarques :

- S'il y a bonne correspondance entre d_r et les réponses au questionnaire, le coefficient correctif ne fait qu'étirer l'échelle des durées (accroît les durées élevées jugées pénibles et diminue les durées faibles jugées peu pénibles) et le classement des trajets sur le critère g_1 sera le même que celui établi sur d_r et celui déduit des réponses à la question (23).
- C'est seulement lorsqu'il y a désaccord que le nouveau critère est une "pondération" entre les deux sous-critères "chronomètre" et "vécu".
- D'un point de vue informatique, il est souhaitable que les coefficients α et β soient des données d'entrée. Faire un passage avec $\alpha = 0$ et $\beta = 0$ revient à ne pas corriger la durée par le vécu. Il est alors possible de faire deux passages : l'un avec prise en compte du vécu, l'autre sans prise en compte de ce vécu.

g_2 - Pénibilité topographique (corrigée par le vécu) (1, 2, 3, 9, 10, 11, 12, 23)

Soient x_0, x_1, \dots, x_n la description en nombre de marches des escaliers rencontrés dans un trajet et où les descentes comptent pour $1/4$ (9) ; 1 le nombre d'aides mécaniques (9, 10) ;

b le nombre de portes avec battants (11) ; t le nombre de tournants (12). Pour agréger ces informations, nous avons retenu l'indicateur de pénibilité suivant, exprimé en équivalent nombre de marches :

$$f = 2n + 2e + 4b + 2t + \sqrt{\sum_{i=0}^n x_i^2}$$

Chaque palier (nouvelle série de marches), chaque tournant, chaque aide mécanique sont pénalisés de deux marches par l'attention qu'ils réclament de la part de l'utilisateur. Les portes le sont par 4 marches. L'effet de palier joue dans les deux sens suivants : les paliers améliorent des escaliers longs (2 fois 5 marches sont moins pénibles que 10 marches) et pénalisent les groupes de marches très courts (2 fois 2 marches sont plus pénibles que 4 marches).

Nous donnons ci-après la valeur de f pour plusieurs configurations (e = 0, b = 0, t = 0) :

Description des marches	n	f	($\sum x_i$)
↗ 2,2 ou ↘ 8,8 ↗ 4 ou ↘ 16	1 0	6,8 4	4 4
↗ 3,3,3 ou ↗ 3 ↘ 12 ↗ 3 ↗ 9	2 0	9,2 9	9 9
↗ 6,3 ou ↗ 6 ↘ 12 ↗ 5,4 ou ↗ 5 ↘ 16	1 1	8,7 8,4	9 9
↗ 10 ↗ 5,5	0 1	10 9,1	10 10
↗ 2,2,2,2,2,2,3 ↗ 15 ↗ 3,3,3,3,3 ↗ 10,5 ↗ 5,5,5 ↗ 7,8	6 0 4 1 2 1	17,6 15 14,7 13,1 12,7 12,5	15 15 15 15 15 15
↗ 20 ↗ 3,3,3,3,3,3,2 ↗ 4,4,4,4,4 ↗ 10,10 ↗ 5,5,5,5, ↗ 6,7,7	0 6 4 1 3 2	20 19,6 17 16,1 16 15,6	20 20 20 20 20 20

Pour tenir compte des jours d'entretien et de pannes des escaliers mécaniques, on peut effectuer le calcul suivant :
Soient a le nombre de jours d'arrêts (entretien, pannes) d'un escalier mécanique ; f' l'indicateur de pénibilité calculé en empruntant les escaliers mécaniques ; f'' l'indicateur calculé en n'empruntant pas les escaliers mécaniques ; on retiendra alors comme indicateur de pénibilité :

$$f = \frac{365 - a}{365} f' + \frac{a}{365} f''$$

Exemple : Soit la correspondance à "Stalingrad" ligne 7, quai 1 vers ligne 2, quai 1 décrite par :

. escalier mécanique fonctionnant (calcul de f') :

$$e = 1, t = n = 2 \quad \searrow 11 \quad \nearrow 13, 13$$

. escalier mécanique en arrêt (calcul de f'') :

$$e = 0, t = 6, n = 5 \quad \searrow 11 \quad \nearrow 20, 19, 20, 13, 13$$

$$f' = 4 + 2 + 12 + \sqrt{(11/4)^2 + (13)^2 + (13)^2}$$

$$f' = 36,6 \text{ équivalent marches}$$

$$f'' = 10 + 0 + 12 + \sqrt{(11/4)^2 + (20)^2 + (19)^2 + (20)^2 + (13)^2 + (13)^2}$$

$$f'' = 60,9 \text{ équivalent marches}$$

$$\text{Si } a = 20 \text{ jours, } f = \frac{365-20}{365} 36,6 + \frac{20}{365} 60,9 = 37,8$$

$$\text{si } a = 40 \text{ jours, } f = 39,3$$

La correction de f pour tenir compte du vécu doit être la même que celle établie pour la durée de référence (même question 23) et doit utiliser les mêmes valeurs pour α et β .

$$g_2 = f \left[1 + \alpha p(e_0) + \beta p(e_1) - \beta p(e_3) \right]$$

g_3 - Perte de temps relative pendant la période d'affluence (corrigée par le vécu) (1, 2, 3, 22, 28)

La durée moyenne d'un trajet pendant la période d'affluence est

$$\bar{d}_I = \frac{\sum_{i \in I} n_i d_i}{\sum_{i \in I} n_i}$$

si $I = \emptyset$ (pas de période d'affluence), alors $g_3 = 0$

La perte de temps relative pendant la période d'affluence est alors :

$$(\bar{d}_I - d_r) / d_r$$

Pour tenir compte du vécu, on peut sous-agréger les informations (22) et (28) :

(22) : Pertes de temps et pénibilité dues à l'affluence

e_0 : (affluence) plus forte et plus dense que pour toutes les autres stations

e_1 : une des plus fortes

e_2 : ni plus forte, ni moins forte que pour les autres stations

e_3 : plutôt moins forte

(28) : Particularités de l'affluence le jour de l'interview

e_0 : plus chargé que d'habitude

e_1 : comme d'habitude

e_2 : moins chargé que d'habitude

Au niveau d'un usager interrogé, on peut sous-agréger ces deux questions de la façon suivante :

		28		
		e_0	e_1	e_2
22	e_0	e_1	e_0	e_0
	e_1	e_2	e_1	e_0
	e_2	e_3	e_2	e_1
	e_3	e_3	e_3	e_2

La nouvelle échelle est la réponse (22) corrigée par (28).
 Au niveau de l'ensemble des usagers interrogés, en croisant les réponses aux deux questions, on obtient sur la nouvelle échelle une distribution :

$$p(e_0) + p(e_1) + p(e_2) + p(e_3) = 1$$

Nous avons retenu le principe d'un coefficient correcteur d'affluence analogue au coefficient correcteur topographique précédent, d'où le critère g_3 :

$$g_3 = \frac{\bar{d}_I - d_r}{d_r} \left[1 + \alpha p(e_0) + \beta p(e_1) - \gamma p(e_3) \right]$$

avec $\alpha = 1$; $\beta = 1/2$ par exemple.

g_4 - Perte de temps relative quasi-maximale (corrigée par le vécu)
 (2, 3, 7, 22, 28)

Soit d^* la durée quasi-maximale définie de la façon suivante :

- pour les accès, on classe les tranches i de la période d'affluence suivant $(d_i + t_i)$ décroissant, où t_i est le temps d'attente moyen au guichet durant la i ème tranche ; d^* est alors la troisième valeur $(d_i + t_i)$ dans cet ordre ;
- pour les autres trajets, on classe les d_i de la période d'affluence par ordre décroissant et d^* est la troisième valeur dans cet ordre.
- Si $I = \emptyset$ (pas de période d'affluence) $d^* = d_r$

Le critère g_4 corrigé par le vécu (22, 28 ; voir g_3) est :

$$g_4 = \frac{d^* - d_r}{d_r} \left[1 + \alpha p(e_0) + \beta p(e_1) - \gamma p(e_3) \right]$$

Ce critère devrait être peu important. Son objet est de prendre en compte d'une façon plus nette que le précédent les pertes de temps relativement importantes, en raison notamment des temps d'attente au guichet qui peuvent être longs mais concernent peu de personnes.

g_5 - Pénibilité en période d'affluence (corrigée par le vécu)
(1, 2, 3, 5, 22, 28)

Outre les pertes de temps appréhendées par les deux critères précédents, l'affluence se manifeste au niveau de l'usager par la gêne que celui-ci ressent lors de sa progression (croisement de personnes, de flux de voyageurs, difficultés de choisir sa propre vitesse de marche ou de montée et descente d'escaliers). Il nous a semblé que le meilleur moyen d'appréhender cette gêne était de compter, au niveau d'une personne suivie, le nombre d'écarts (5) (arrêts, changements de direction en raison de la présence des autres) que cette personne faisait durant son trajet.

Le nombre d'écarts moyens en période d'affluence est :

$$\bar{x}_I = \sum_i x_i n_i / \sum_i x_i$$

Le critère g_5 corrigé par le vécu (mêmes questions 22, 28 que pour les deux critères précédents) est alors :

$$g_5 = \bar{x}_I \left[1 + p(e_0) + p(e_1) - p(e_3) \right]$$

Il a été question de pénaliser fortement la présence de portillons fermés en raison de l'affluence mais cette solution a été abandonnée en raison des dernières mesures visant à laisser les portillons en permanence ouverts (1).

g_6 - Pénibilité projective du trajet en période d'affluence
(1, 2, 3, 6, 8)

Ce critère prend en compte la pénibilité que vient de ressentir ou que va ressentir l'usager avant ou après son trajet.

D'après les enquêtes, il est possible de classer les différents trajets selon leur pénibilité projective décroissante :

(1) Néanmoins, au niveau du programme informatique, \bar{x}_I est remplacé par $(\bar{x}_I + 8p)$ où $p = 0$ normalement et $p = 1$ s'il s'avérait qu'un portillon soit souvent ouvert sur le trajet étudié.

trajet	rang
(accès ou correspondance) (gare SNCF, gare RER) → rame (grand magasin)	1
rame → gare SNCF, RER	2
(accès → rame) (rame → rame)	3
rame → sortie	4

Au niveau d'un usager en période d'affluence, on repère pour les trajets aboutissant à la rame l'état de la plate-forme selon les trois états $\{e_0, e_1, e_2\}$ (voir information (6)). Il est donc possible de connaître la répartition moyenne des usagers sur ces trois échelons en période d'affluence I en connaissant les répartitions pour chaque tranche $i \in I$ et en calculant la répartition moyenne compte tenu des débits n_i (1) :

$$\bar{p}_I (\text{très bondée}) + \bar{p}_I (\text{bondée}) + \bar{p}_I (\text{peu bondée}) = 1$$

La sous-agrégation au niveau d'un usager des informations (6) et (8) que nous avons retenue est la suivante :

6. Nature du trajet	8. Etat de la plate-forme		
	très bondée	bondée	peu bondée
Point dur → rame	e_0	e_1	e_3
Accès ou rame → rame	e_1	e_2	e_3

Pour les trajets n'aboutissant pas à une rame, l'information non pertinente, n'existe pas. Aussi l'évaluation retenue a été :

$$\begin{aligned} \text{rame} &\longrightarrow \text{sortie point dur} && e_2 \\ \text{rame} &\longrightarrow \text{sortie} && e_4 \end{aligned}$$

Considérons l'ensemble des usagers en période d'affluence : pour les trajets aboutissant à une rame, on connaît donc

- (1) Si $I = \emptyset$, on raisonne sur la répartition moyenne observée durant les 48 tranches.

d'après le tableau ci-dessus l'évaluation sous la forme d'une distribution :

$$p(e_0) + p(e_1) + p(e_3) = 1 \quad \text{si trajet : point dur} \longrightarrow \text{rame}$$

$$p(e_1) + p(e_2) + p(e_3) = 1 \quad \text{si trajet : accès ou rame} \longrightarrow \text{rame}$$

En supposant que dans l'échelle $\{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4\}$ ainsi construite, le passage de e_i à e_{i+1} représente une même dégradation, on peut associer à chaque échelon une note de pénibilité :

Echelle de pénibilité	e_0	e_1	e_2	e_3	e_4
Note de pénibilité	4	3	2	1	0

Le critère g_6 est alors la pénibilité moyenne :

$g_6 = 4p(e_0) + 3p(e_1) + p(e_3)$	si trajet : point dur ⁽¹⁾ \longrightarrow rame
$g_6 = 3p(e_1) + 2p(e_2) + p(e_3)$	si trajet : accès ou rame \longrightarrow rame
$g_6 = 2$	si trajet : rame \longrightarrow sortie point dur (2)
$g_6 = 0$	si trajet : rame \longrightarrow sortie

g_7 - Importance du trajet en période d'affluence (1, 2, 3, 4)

Soit I l'ensemble des tranches de 5 mn correspondant à la période d'affluence ; le nombre d'usagers concernés par le trajet en période d'affluence est :

$$\alpha \sum_{i \in I} n_i \quad \text{où} \quad \alpha \quad \text{est la proportion de oui à (4).}$$

Soit β le coefficient multiplicateur introduit pour tenir compte de l'ensemble des trajets noirs du même type que celui qui est évalué (voir § 1.1 ci-dessus) ; l'importance du trajet noir type évalué est alors en nombre d'usagers :

(1) Accès ou correspondance gare SNCF, gare RER, grand magasin

(2) Sortie gare SNCF, gare RER.

$$g_7 = \beta \cdot \alpha \sum_{i=1}^I n_i$$

g_8 - Importance du trajet en dehors de la période d'affluence
(1, 2, 3, 4)

Le nombre total d'utilisateurs empruntant le trajet durant les 4 heures est :

$$\alpha \sum_{i=1}^{48} n_i$$

Le nombre d'utilisateurs en dehors de la période d'affluence est donc :

$$\left(\sum_{i=1}^{48} n_i - \sum_{i=1}^I n_i \right)$$

D'où le critère g_8 qui tient compte du coefficient multiplicateur β

$$g_8 = \beta \cdot \alpha \left(\sum_{i=1}^{48} n_i - \sum_{i=1}^I n_i \right)$$

g_9 - Environnement : conditions locales sur le trajet (13, 14, 15, 19)

Compte tenu de l'importance relative des différentes dimensions déterminées à l'aide de l'étude qualitative, ces dimensions sont agrégées suivant les tables ci-dessous :

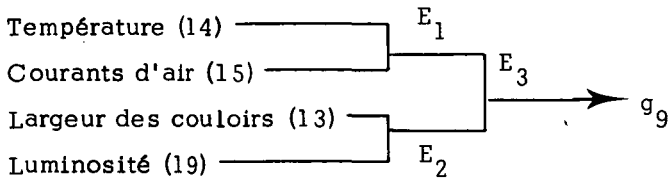


Table définissant E_1

Mesure en été (hypothèse : température extérieure = 22°)

Température station	courants d'air	
	oui	non
très chaude $t \geq 30^\circ$	e_1	e_0
chaude $29^\circ \leq t < 30^\circ$	e_2	e_1
normale $25^\circ < t < 29^\circ$	e_3	e_3
froide $t \leq 25^\circ$	e_3	e_4

Mesure en hiver (hypothèse : température extérieure = 10°)

Température station	courants d'air	
	oui	non
chaude $t \geq 26^\circ$	e_0	e_1
normale $21^\circ < t < 26^\circ$	e_1	e_3
fraîche $18^\circ < t \leq 21^\circ$	e_2	e_4
froide $t \leq 18^\circ$	e_0	e_2

Table définissant E_2

Luminosité	largeur couloir		
	très étroit	normal	large
plus faible que la normale	e_0	e_1	e_2
normale	e_1	e_2	e_3

Table définissant E_3

(Sous-agrégation de E_1 et E_2)

		Température et courants d'air : E_1					
		e_0	e_1	e_2	e_3	e_4	
Largeur et luminosité) E_2	e_0	e_0	e_1	e_2	e_3	e_3	E_3
	e_1	e_0	e_1	e_2	e_3	e_3	
	e_2	e_0	e_1	e_2	e_3	e_4	
	e_3	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	

Si on suppose ici également que le passage de e_i à e_{i+1} représente la même dégradation tout le long de l'échelle E_3 et l'évaluation sur chacune des quatre dimensions étant ponctuelle, le critère g_9 peut être :

$$g_9 = 5 - i, \text{ si l'évaluation du trajet est } e_i \text{ sur } E_3$$

g_{10} - Environnement : conditions globales sur le trajet
(9, 10, 16, 17, 20, 25, 26)

Compte tenu de l'importance relative des différentes dimensions, nous avons retenu les tables d'agrégation suivantes (E_1, E_2, E_3) permettant de construire le critère g_{10}

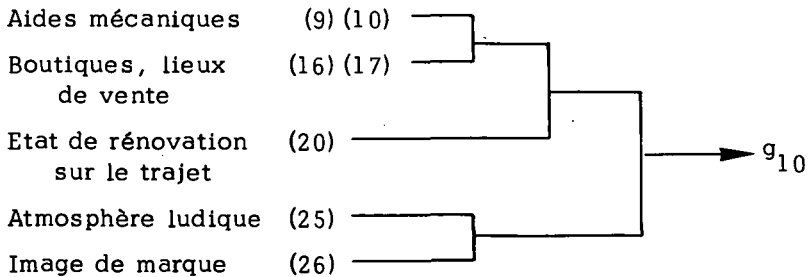


Table définissant E_1

(9) donne une description des escaliers y compris des escaliers mécaniques, (10) indique le nombre de tapis roulants. On retient ici seulement la présence ou l'absence de ces moyens mécaniques qui contribuent à accroître la qualité de l'environnement.

		Existence d'aides mécaniques		} E_1
		non	oui	
Nombre de boutiques et de musiciens $n = (16) + (17)$	$n = 0$	e_0	e_1	}
	$n = 1$ ou 2	e_1	e_2	
	$n > 2$	e_2	e_3	

Table définissant E_2

Etats de rénovation sur le trajet	E_1 (aides mécaniques et boutiques)				} E_2	
	e_0	e_1	e_2	e_3		
voir définition précises des échelons : information (20) § 2.2 ci-dessus	e_0	e_0	e_1	e_2	e_3	}
	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	
	e_2	e_4	e_5	e_6	e_7	
	e_3	e_6	e_7	e_8	e_9	
	e_4	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	

Table définissant E_3

Pour définir E_3 , on sous-agrège les dimensions (25) : atmosphère ludique et (26) : image de marque.

Pour appréhender l'image de marque, on a utilisé une échelle à 4 échelons $\{e_0, e_1, e_2, e_3\}$ définis de la façon suivante :

Le questionnaire prévoit une position de la station par rapport aux 5 stations classées au préalable par l'interviewé.

La position de la station s'exprime donc par un niveau compris entre 1 et 11 si on laisse la possibilité de mettre la station au même niveau qu'une des 5 ou à un niveau différent (intermédiaire par exemple).

station de référence	station à classer
1 _____	1 _____
2 _____	2 _____
3 _____	3 _____
4 _____	4 _____
5 _____	5 _____
	6 _____
	7 _____
	8 _____
	9 _____
	10 _____
	11 _____

Pour passer de ce niveau compris entre 1 et 11 à un des quatre échelons, la correspondance retenue a été la suivante :

- e_0 : niveaux 9, 10, 11
- e_1 : niveaux 7, 8
- e_2 : niveaux 4, 5, 6
- e_3 : niveaux 1, 2, 3

La sous-agrégation de (25) et (26) définissant E_3 , au niveau d'une personne interrogée, est définie par la table suivante :

		atmosphère ludique				
		e_0	e_1	e_2		
Image de marque	e_0	e_0	e_1	e_2	}	
	e_1	e_1	e_2	e_3		E_3
	e_2	e_2	e_3	e_4		
	e_3	e_3	e_4	e_5		

L'échelle E_3 comprend 6 échelons. Un tri croisé des réponses aux questions (26) et (27) permet alors de connaître la distribution des réponses sur ces 6 échelons de E_3 :

$$p(e_0) + p(e_1) + \dots + p(e_5) = 1$$

En supposant que le passage de e_i à e_{i+1} respectivement dans chacune des échelles E_2 et E_3 ainsi construites représente une dégradation équivalente, on peut transformer ces évaluations en notes :

11 - i	si l'évaluation ponctuelle est e_i sur l'échelle E_2
5 - \bar{j}	pour l'évaluation distributionnelle sur E_3 ($\bar{j} = 0p(e_0) + 1p(e_1) + 2p(e_2) + \dots + 5p(e_5)$).

Pour donner la même importance aux deux sous-agrégats E_2 et E_3 , on peut retenir comme critère :

$g_{10} = 21 - (i + 2\bar{j})$

g_{11} - Qualité de l'information pour les usagers occasionnels du trajet (18, 27)

La qualité de l'information (18) est repérée à l'aide de l'échelle à deux niveaux :

e_0 : Information défectueuse (exemple : nom de la station non indiqué sur l'accès extérieur)

e_1 : Information normale.

Le dépouillement du questionnaire donne pour la question (27) le pourcentage p d'usagers occasionnels. Nous suggérons le critère suivant :

$g_{11} = p$ si information = e_1 $g_{11} = 100 + p$ si information = e_0
--

Ce critère pénalise donc un trajet à information défectueuse par rapport à un trajet à information normale et pour deux trajets ayant même niveau d'information, le plus pénalisé est celui pour lequel le pourcentage d'usagers occasionnels est le plus élevé.

g₁₂ - Sécurité des usagers en période d'affluence (21, 24)

Compte tenu du fait que l'ensemble de l'étude se limite aux périodes d'affluence, il convient de n'appréhender ici que les aspects de sécurité liés à la période d'affluence. Ceux-ci doivent recouvrir les risques d'accidents (quais trop bondés), ainsi que l'ensemble de l'agression latente. Par contre, les éléments de sécurité en période creuse ne peuvent être pris en compte dans cette étude, en raison notamment de l'absence d'observations des trajets en heure creuse (couloirs presque désert la nuit, ...).

En supposant que le passage de e_i à e_{i+1} dans l'échelle associée à la question (24) représente une même dégradation, on peut transformer l'évaluation distributionnelle des réponses en notes et calculer une note moyenne :

$\bar{j} = 0p(e_3) + 1p(e_2) + 2p(e_1) + 3p(e_0)$. En faisant la même hypothèse pour l'évaluation ponctuelle relative à l'appréciation de la densité sur le quai (information 21), soit $3 - i$ la note obtenue si l'évaluation est e_i .

En donnant la même importance à ces deux sous-critères, nous proposons le critère suivant :

$$g_{12} = 3 - i + \bar{j}$$

4. Utilisation de la famille de critères dans le classement des trajets noirs

Une phase expérimentale est actuellement en cours. Elle a pour objet le recueil des informations définies au § 2.2 et porte sur une soixantaine de trajets. La méthode ELECTRE III a été programmée à la RATP et un programme a été réalisé pour élaborer la famille de critères présentée ci-dessus.

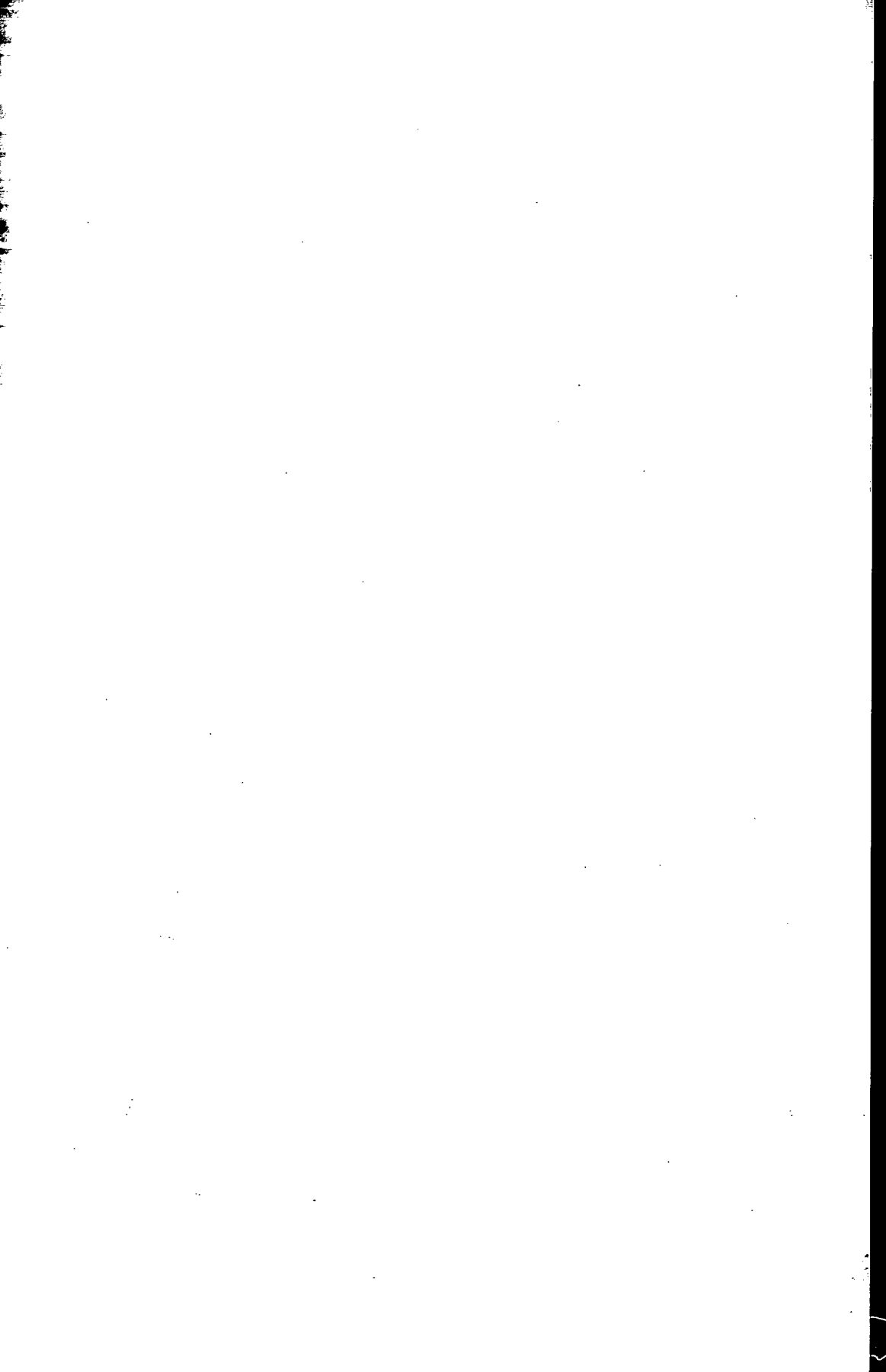
Les seuils de présomption de préférence envisagée sont les suivants :

Critères	Seuils de présomption de préférence
g_1 - durée de référence	$s_1 = 0,5$ mn
g_2 - pénibilité topographique	$s_2 = 3$ marches
g_3 - perte de temps relative en période d'affluence	$s_3 = 0,2$
g_4 - perte de temps relative quasi-maximale	$s_4 = 0,1$
g_5 - pénibilité en période d'affluence	$s_5 = 5$ écarts
g_6 - pénibilité projective du trajet	$s_6 = 1$
g_7 - importance du trajet en période d'affluence	$s_7 = 500$ usagers
g_8 - importance du trajet en dehors de la période d'affluence	$s_8 = 500$ usagers
g_9 - environnement : conditions locales	$s_9 = 1$
g_{10} - environnement : conditions globales	$s_{10} = 4$
g_{11} - qualité de l'information pour les occasionnels	$s_{11} = 40$ %
g_{12} - sécurité en période d'affluence	$s_{12} = 2$

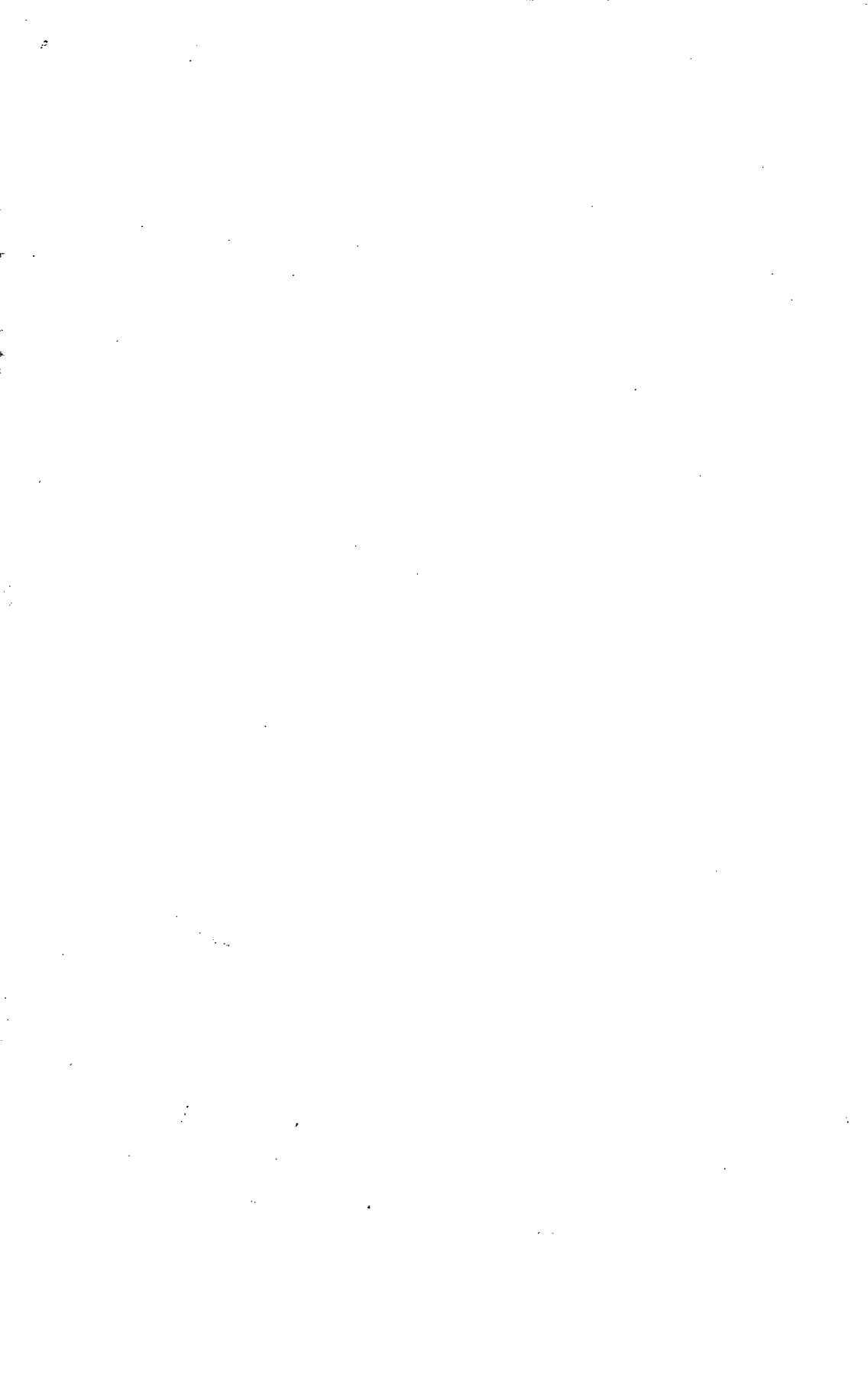
Les paramètres (s, s') définissant la période d'affluence doivent être déterminés lors de cette phase expérimentale, ainsi que les paramètres ($\alpha, \beta, \alpha', \beta'$) pondérant l'importance des questions relatives au vécu de l'utilisateur.

Les autres paramètres spécifiques à l'utilisation de la méthode ELECTRE III (poids et niveau de veto associés à chaque critère) devront également être définis lors de cette seconde phase.

Le pouvoir discriminant de chacun des critères sera également contrôlé (notamment pour le choix des paramètres $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$) par exemple en utilisant le programme ELECTRE III avec tous les poids des critères nuls sauf un.



A N N E X E S



ANNEXE AMETHODOLOGIE - CONCEPTS UTILISES

On a regroupé dans cette annexe les différents tableaux définissant les concepts utilisés dans notre approche.

Ces tableaux sont extraits du rapport de la 1ère phase, rapport général, III : Les concepts et la méthodologie proposés.

TABLEAU 5 : DES CONSEQUENCES ELEMENTAIRES AUX EVALUATIONS DANS L'ANALYSE DE $\vee(a)$

<u>CONCEPTS ET NOTATIONS</u>	<u>DEFINITIONS</u>
<u>conséquence élémentaire</u>	Aspect ou attribut de $\vee(a)$ jugé pertinent pour le problème et dont les états possibles sont susceptibles d'être repérés le long d'une <u>dimension</u> à l'aide d'un <u>indicateur d'états</u>
<u>Dimension</u>	Trait commun à l'ensemble des états associés à une conséquence élémentaire déterminant un ordre complet destiné à justifier leur comparaison en relation avec la préférence
<u>Indicateur d'états :</u> $Y_i(a)$	Procédé opérationnel et homogène du point de vue de la comparaison permettant d'identifier l'(ou les) état(s) au(x)quel(s) peut conduire l'action a candidate relativement à la dimension I Formellement on posera : $Y_i(a) \subset E_i$ (<u>Echelle</u> associée à la dimension i)
<u>Echelle</u> E_i <u>Echelon</u> $e < i$	Ensemble complètement ordonné pris comme représentation formelle de la dimension i Elément d'une échelle représentant un état relatif à la dimension correspondante Relation d'ordre traduisant sur E_i l'ordre inhérent à la dimension i
<u>Ensemble</u> $\vee = \{1, \dots, \bar{n}\}$	Liste des dimensions retenues pour le problème, jugées nécessaires et suffisantes, pour dégager une physionomie réaliste et complète de $\vee(a)$ sur la base des indicateurs d'états correspondants, éventuellement complétés par des <u>indicateurs de modulation</u>
<u>Indicateur de modulation</u> $\delta_i(a)$	Compléments d'informations concernant $\gamma_i(a)$ lorsque l'évaluation n'est pas ponctuelle sur la dimension i (voir tableau 6)
<u>Evaluation de a sur la dimension i</u>	$Y_i(a)$ si $Y_i(a) \in E_i$ l'évaluation est alors dite ponctuelle $[Y_i(a), \delta_i(a)]$ sinon l'évaluation est alors dite non ponctuelle

TABLEAU 6 : NATURE DES INDICATEURS DE MODULATION ENTRANT DANS LES EVALUATIONS
NON PONCTUELLES

<u>CAS LES PLUS COURANTS</u>	$\delta_i(a)$
<u>Distributionnel</u>	Distribution définie sur $\gamma_i(a)$ permettant de moduler l'importance relative des différents états (d'après l'importance d'une population concernée, selon un degré d'appartenance floue, en probabilité, en fonction du temps, ...)
<u>Relationnel</u>	Nombre ou vecteur associé à $\gamma_i(a)$ permettant d'établir une relation (préférence, indifférence, incomparabilité) entre $\gamma_i(a)$ et $\gamma_i(a')$ pour toute action candidate a' (fondée sur une modulation de l'importance, de la vraisemblance, ..., entre les états de chacun des deux sous-ensembles).
<u>Événementiel pur</u>	Application de \mathcal{E} (ensemble d'événements exclusifs) sur $\gamma_i(a)$ caractérisant l'état $\gamma_i^{\mathcal{E}}(a)$ auquel conduit $\mathcal{E} \in \mathcal{E}$ lorsqu'il se réalise ; à chaque événement de la classe \mathcal{E} , $\delta_i(a)$ associe donc une évaluation ponctuelle. Si \mathcal{E} est muni d'une distribution de probabilité, $\gamma_i(a)$ définit alors une distribution de probabilité sur $\delta_i(a)$
<u>Événementiel complexe</u>	Application de \mathcal{E} (ensemble d'événements) dans $\mathcal{P}[\gamma_i(a)]$ (ensemble des parties de $\gamma_i(a)$) caractérisant ceux des états auquel peut conduire chacun des événements de la classe \mathcal{E} ; celle-ci pouvant être enrichie d'une modulation distributionnelle ou relationnelle lorsque l'image dans $\mathcal{P}[\gamma_i(a)]$ est un sous-ensemble contenant au moins deux éléments de $\gamma_i(a)$

TABLEAU 7 : AUTRES INFORMATIONS PRECISANT LA SIGNIFICATION DES EVALUATIONS
EN VUE D'UNE MODELISATION PLUS SYNTHETIQUE DE (a)

<u>CONCEPTS ET NOTATIONS</u>	<u>DEFINITIONS</u>
<u>Objectif</u> o_i	Echelon de E_i tel que $\forall e, e' \in E_i$ e' préféré ou indifférent à e dès que : $e <^i e' \leq^i o_i$ ou $o_i \leq^i e' <^i e$
<u>Seuil de non-discrimination</u> <u>Seuil d'imprécision</u> <u>Seuil d'imprévisibilité</u> <u>Seuil d'indifférence</u> $q_i^+(e)$ $q_i^+(e) \leq^i s_i^+(e)$	<p>Intervalle maximum entre 2 échelons (d'une même échelle) non discriminée par les acteurs qui ne les perçoivent pas comme distincts ; il peut varier le long de l'échelle ;</p> <p>Intervalle maximum entre 2 échelons (d'une même échelle) que l'imprécision de l'indicateur d'état ne permet pas de séparer à coup sûr ; il peut varier le long de l'échelle ;</p> <p>Intervalle maximum entre 2 échelons (d'une même échelle) que la finesse des prévisions ne permet pas de distinguer à coup sûr ; il peut varier le long de l'échelle ;</p> <p>Terme générique pour désigner l'un, ou un mélange des seuils précédents, tel que : e' préféré strictement à e dès que :</p> $e <^i e' \leq^i o_i \quad \text{ou} \quad o_i \leq^i e' <^i e$ <p>et que l'intervalle $[e, e']$ (défini par référence à une mesure : nombre d'échelons, ...) dépasse strictement (en valeur absolue) $s_i^+(e)$; pour un intervalle inférieur, il y a présomption de préférence, situation incluant celles d'indifférence et de préférence large (cf. tableau 9)</p> <p>Intervalle maximum entre 2 échelons de E_i tel que : e' indifférent à e dès que :</p> $e <^i e' \leq^i o_i \quad \text{ou} \quad o_i \leq^i e' < e$ <p>et que l'intervalle $[e, e']$ (défini par référence à une mesure) reste strictement inférieur (en valeur absolue) à $q_i^+(e)$; pour un intervalle supérieur, il y a préférence large ou stricte</p>

TABLEAU 7 : (Suite et fin)

<p><u>Relation informationnelle modulaire</u> de la dimension h vers la dimension i</p> <p>$\delta_i(a, e_h)$</p> <p>$\delta(a)$</p>	<p>Le fait de préciser un état $e_h \in Y_h(a) \subset E_h$ conduit à modifier l'indicateur de modulation $\delta_i(a)$ relatif à $Y_i(a) \subset E_i$</p> <p>Indicateur de modulation sur la dimension i conditionné par e_h</p> <p>Indicateur global intégrant toutes les relations informationnelles modulaires</p>
--	---

TABLEAU 8 : MODELISATION DE $\forall (a)$ SUR LA BASE D'UNE FAMILLE COHERENTE DE CRITERES

CONCEPTS ET NOTATIONS	DEFINITIONS
<p><u>Vecteur critère</u> $\underline{g}(a) = [g_1(a), \dots, g_n(a)] \in \mathbb{R}^n$</p>	<p>Résumé exhaustif (eu égard au problème) de $\forall (a)$ donné par les n valeurs prises, à propos de l'action a, par les <u>critères</u> g_j $j = 1, \dots, n$ formant une <u>famille cohérente</u> relativement aux n dimensions retenues.</p>
	<p>Famille de n fonctions assujetties à trois conditions :</p> <p>1° chacune a pour argument l'(ou les) évaluation(s) de a sur une (ou plusieurs) dimension(s) à laquelle (ou auxquelles) elle fait correspondre le nombre $g_j(a) \in \mathbb{R}$; ces nombres vérifient :</p> <p>$g_j(a) = g_j(a') \quad j = 1, \dots, n \implies a$ indifférent à a' ; (condition d'exhaustivité)</p> <p>2° si a et a' sont deux actions telles que :</p> <p>$g_j(a) = g_j(a') \quad \forall j \neq k$ et $g_k(a') > g_k(a)$ alors a' préféré ou indifférent à a (voir tableau 9) ; (condition de non incomparabilité)</p> <p>3° la suppression de l'un quelconque des g_j de la famille pourrait (pour un couple a, a' réel ou fictif) mettre en défaut l'une au moins des deux conditions précédentes (condition de non redondance)</p>
<p>$g_j(a) = \gamma_i(a)$</p> <p><u>ponctualisation sur la dimension i</u></p> <p>g_j : <u>sous-agrégations</u> des dimensions i_1, \dots, i_p</p> <p><u>éclatement de la dimension i</u></p>	<p>Ceci implique :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'évaluation sur la dimension i est ponctuelle $\forall a \in A$ - σ_i est l'échelon supérieur de E_i dont les échelons sont repérés numériquement <p>L'évaluation sur la dimension i est non ponctuelle (au moins pour certains actions) mais ses composantes n'interviennent que dans un seul critère, lequel repose sur l'existence d'un équivalent ponctuel (valeur moyenne, équivalent certain, valeurs actualisée, ...) substituable au couple indicateur d'états, indicateur de modulation.</p> <p>g_j permet de résumer à lui seul les évaluations relatives aux dimensions</p> <p>l'évaluation sur la dimension i intervient, par certaines de ses i_1, \dots, i_p composantes, dans plus d'un critère.</p>

TABLEAU 8 : Suite et fin

<p>g_k est un <u>vrai critère</u></p>	<p>si la condition 2° ci-dessus entraîne la stricte préférence (l'indifférence comme la présomption de préférence étant, dans ces conditions, exclues).</p>
<p>g_k est un <u>pré-critère</u></p>	<p>si la condition 2° ci-dessus recouvre, outre la stricte préférence, des situations de présomption de préférence susceptibles d'être caractérisées comme suit par une fonction seuil $s_k^+(x)$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - présomption de préférence si : $g_k(a) = x < g_k(a') \leq x + s_k^+(x)$ - stricte préférence : sinon <p>Pour ne pas conduire à des incohérences, $s_k^+(x)$ doit en outre vérifier :</p> $\frac{s_k^+(x) - s_k^+(y)}{x - y} \geq -1 \quad x, y \text{ valeurs possibles pour le pré-critère } \in_k$
<p>g_k est un <u>quasi-critère</u></p>	<p>si la condition 2° ci-dessus recouvre outre la stricte préférence des situations d'indifférence susceptibles d'être caractérisées comme suit par une fonction seuil $q_k^+(x)$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - indifférence si : $g_k(a) = x < g_k(a') \leq x + q_k^+(x)$ - stricte préférence : sinon (la préférence large est ici exclue) <p>pour ne pas conduire à des incohérences $q_k^+(x)$ doit en outre vérifier la même condition que celle ci-dessus relative à un pré-critère.</p>
<p>g_k est un <u>pseudo-critère</u></p>	<p>si c'est un pré-critère à propos duquel la présomption de préférence recouvre outre la préférence large (voir tableau 9) des situations d'indifférence susceptibles d'être caractérisées comme suit par une fonction seuil $q_k^+(x) = s_k^+(x)$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - indifférence si $g_k(a) = x \leq g_k \leq x + q_k^+(x)$ - préférence large si $x + q_k^+(x) < g_k(a') \leq x + s_k^+(x)$ <p>ici encore $q_k^+(x)$ doit vérifier la même condition que $s_k^+(x)$</p>

TABEAU 9 : D'INDIFFÉRENCE PEUT CONDUIRE LA COMPARAISON
DES DEUX ACTIONS CANDIDATES a, a'

	<u>SITUATIONS</u>	<u>DEFINITIONS</u>
Quatre situations fondamentales exclusives	<u>d'indifférence</u>	Les deux actions sont indifférentes en ce sens qu'il existe des raisons claires et positives d'équivalence <u>exemple</u> : $g_j(a) = g_j(a') \quad \forall j$, une égalité approximative étant tolérée pour certains j
	<u>de préférence stricte</u>	L'une des deux actions (on sait laquelle) est strictement préférée à l'autre <u>exemple</u> : $g_j(a) = g_j(a') \quad \forall j \neq k, \quad g_k(a') - g_k(a)$ révélateur d'une différence significative
	<u>de préférence large</u>	L'une des deux actions (on sait laquelle) est non strictement préférée à l'autre sans que l'on puisse dire si l'autre lui est strictement préférée ou indifférente car aucune des deux situations précédentes ne s'impose <u>exemple</u> : $g_j(a) = g_j(a') \quad \forall j \neq k, \quad g_k(a') - g_k(a)$ ni suffisamment faible pour justifier l'indifférence ni suffisamment fort pour justifier la préférence stricte
	<u>d'incomparabilité</u>	Les deux actions sont non comparables en ce sens qu'aucune des trois situations précédentes ne s'impose <u>exemple</u> : $g_j(a) > g_j(a')$ pour $j = 1, \dots, p$, $g_j(a') > g_j(a)$ pour $j = p + 1, \dots, n$ la plupart des écarts étant significatifs
Deux regroupements importants	<u>de présomption de préférence</u>	Elle exclut les situations de préférence stricte et d'incomparabilité et englobe par conséquent celles d'indifférence et de préférence large qu'elles soient séparées ou seulement supposées séparables <u>exemple</u> : voir tableaux 7 et 8 (concept de pré-critère)
	<u>de préférence</u>	Elle englobe les deux situations de préférence stricte et large (séparées ou supposées séparables) et exclut par conséquent celles d'indifférence et d'incomparabilité <u>exemple</u> : voir tableaux 7 et 8 (condition 2 et concept de quasi-critère)

permettant de retrouver par combinaison la quasi-totalité de celles qu'on observe

1. Vouloir exclure l'incomparabilité et exprimer complètement les préférences par l'explicitation d'un critère unique

Cette attitude conduit à agréger de façon directe et complète les n critères formant la famille cohérente pour expliciter ce que l'on appelle, selon les cas, fonction économique, fonction ordinale, fonction de valeur, fonction d'utilité, laquelle est censée représenter la préférence globale du décideur.

Les principales méthodologies sont celles d'agrégation de vote, des déclassements comparés, du goal-programming, du calcul économique (coût-bénéfice), de la théorie de l'utilité multi-attributs (cf. ARROW (1951), de NEUVILLE, KEENEY (1972), FISHBURN (1970), FROST (1970), LE BOULANGER, ROY (1968), AGARD et autres (1970), LESOURNE (1972), RAIFFA (1968), TING (1971), PEARCE (1973).

2. Accepter l'incomparabilité et n'appréhender que partiellement les préférences par l'intermédiaire d'une ou plusieurs relations de surclassement

L'homme d'étude se contente ici de modéliser seulement la part des préférences qu'il est en mesure d'asseoir avec une objectivité et une sécurité suffisantes, en ayant généralement recours au concept de surclassement : il s'agit d'une relation binaire S éventuellement floue, définie sur A , non nécessairement complète ou transitive (cf. ROY (1974)).

Pour les principales méthodologies (notamment ELECTRE I et II) voir également BERTIER et autres (1972), BERTIER, de MONTGOLFIER (1974), JACQUET-LAGREZE (1975), MOSCAROLA, ROY (1976), ROY (1974).

3. Tenter d'élaborer de façon interactive un ou plusieurs compromis sur la base des préférences locales

L'homme d'étude cherche ici à soumettre au décideur ou à ses représentants (au demandeur éventuellement) telle(s) action(s) particulière(s) réelle(s) ou fictive(s) afin de le faire réagir, directement ou indirectement, et de recueillir des informations relatives à ses préférences locales. Guidé par ces informations, l'homme d'étude recherche une (ou plusieurs) action(s) présumée(s) meilleure(s) que les précédentes, qu'il soumet à leur tour pour réaction. Lorsque l'amélioration n'est plus nécessaire ou lorsqu'elle devient impossible, nous dirons que l'on est parvenu à un compromis, lequel apparaît, plus ou moins clairement selon la procédure suivie, comme un optimum local relatif à un critère resté implicite.

Diverses méthodologies ont été proposées, notamment dans BENAYOUN et autres (1971), ROY (1976), VINCKE (1975), ZELENY (1974).



ANNEXE B

LA METHODE ELECTRE III

I - LE PROBLEME

1. Les données du problème

On suppose donnés l'ensemble A des actions potentielles ainsi que les n critères g_j formant une famille cohérente F . Ces critères sont supposés définis de telle sorte que une action $a \in A$ est d'autant meilleure (toutes choses égales d'ailleurs) que $g_j(a)$ est plus grand.

Nous nous placerons dans le cas général où les critères g_j sont des pseudo-critères (cf. Annexe A, tableau 8). $q_j^+ [g_j(a)]$ et $s_j^+ [g_j(a)]$ désigneront respectivement les seuils d'indifférence et de présomption de préférence. Ils peuvent être égaux (quasi-critères); seul le seuil d'indifférence peut être nul (précritère). Enfin, ils peuvent être nuls tous les deux (vrais critères). Pour plus de détails, se reporter au rapport de la première phase, p. 59 et tableau 7.

2. La problématique adoptée

Entre les 3 problématiques introduites dans le rapport général de la première phase (p. 41), celle retenue ici est la problématique γ ou la problématique du rangement.

Par définition, cette problématique consiste à poser le problème en termes de rangement des actions de A (ou de certaines d'entre elles), c'est-à-dire à orienter l'investigation vers la mise en évidence d'un classement défini sur A , conçu en vue de déterminer les actions "suffisamment satisfaisantes" en fonction d'un modèle de préférence. Ce modèle sera ici une relation de surclassement floue (cf. II). Adopter cette problématique c'est chercher à tirer parti au maximum des informations contenues dans les $g_j(a)$ pour départager et ranger en classes successives les éléments de A . Un tel rangement, conçu pour aider le décideur, doit être le reflet d'une supériorité, d'une importance ou d'une priorité plus ou moins grande que ce décideur attache à chaque action de A . Il est destiné à guider sa réflexion, à orienter ses discussions avec les autres intervenants et plus généralement à lui servir de cadre pour affronter le prochain temps fort du processus de décision.

Le rangement dont il est question dans la problématique γ consiste à affecter un rang de classement à chaque action d'un sous-ensemble $A' \subset A$, deux actions ayant même rang lorsque les données ne permettent pas de les départager ; les classes ainsi constituées sont donc des classes d'équivalence. Elles sont ordonnées et définissent par conséquent un pré-ordre sur tout ou partie de A .

3. Le type de solution recherchée

Il s'agit, sur la base des données disponibles, de construire un préordre complet sur A (ou sur $A' \subset A$) qui rende compte "de la meilleure façon possible" des données de préférence modélisées par une relation de surclassement floue. Etant donné que rien ne permet d'affirmer a priori qu'un tel préordre complet véritablement significatif puisse être dégagé de ces données de préférence, il importe de s'assurer que le résultat obtenu n'est pas par trop contingent à la procédure de classement employée.

Dans ce but, deux préordres complets fondés sur des considérations opposées seront recherchés et comparés. S'ils sont identiques ou "très voisins", on aura tout lieu de penser que le rangement ainsi obtenu est véritablement significatif. S'ils diffèrent par trop, il y aura lieu de repérer celles des actions dont la position relative diffère fortement selon que l'on considère l'un ou l'autre de ces préordres. Dans ce cas, on conclura que les données de préférence ne permettent pas de préciser clairement la place de telles actions. On pourra chercher à la caractériser par un intervalle défini par des positions extrêmes.

De façon plus précise, notons :

$$\bar{P} = \bar{C}_1, \dots, \bar{C}_h, \dots, \bar{C}_r$$

$$\underline{P} = \underline{C}_1, \dots, \underline{C}_k, \dots, \underline{C}_s$$

les deux arrangements obtenus. Considérons une action $a \in \bar{C}_h$ et une action b appartenant à la même classe ou à une classe postérieure. Si dans \underline{P} la position relative de ces deux actions est la même, c'est-à-dire si b figure, soit dans la même classe que a , soit dans une classe postérieure, alors on sera en droit de considérer que les positions relatives de ces deux actions sont bien établies. Si en revanche il en était autrement, il serait difficile de dire si a mérite ou non d'être classée au moins aussi bien que b .

De façon plus générale, l'intersection des 2 préordres \bar{P} et \underline{P} définit un préordre partiel qui synthétise précisément tous les points d'accord entre les 2 préordres. Selon que ce préordre partiel est plus ou moins riche, les 2 préordres sont plus ou moins en accord. A la limite, si $\bar{P} = \underline{P}$, l'intersection sera elle aussi un préordre complet.

$$|\bar{C}_h| = \bar{c}_h \text{ et } |C_k| = c_k$$

$$|C_{-k}| = c_{-k} \text{ et } |\underline{C}_{-k}| = \underline{c}_{-k}$$

$$a \quad \bar{C}_k \Rightarrow \bar{r}(a) = 1 + \bar{c}_1 + \dots + c_{k-1}$$

On peut toujours déduire de \bar{P} et \underline{P} un préordre complet intermédiaire P qui consiste à ranger les actions conformément aux valeurs croissantes de la somme $\bar{r}(a) + \underline{r}(a)$. Dans la définition de P , il pourra être utile de faire suivre chaque action des deux valeurs \bar{r} et \underline{r} .

Il est facile de vérifier que ce préordre P est compatible avec le préordre partiel $\bar{P} \cap \underline{P}$.

II - LA MODELISATION DES PREFERENCES GLOBALES

1. Surclassement trivial et surclassement flou

Le concept de surclassement s'introduit naturellement lorsqu'on accepte une modélisation des préférences globales qui n'est que partielle et qui ne porte que sur la part des préférences que l'on est en mesure d'asseoir avec une objectivité et une sécurité jugées suffisantes. Cette modélisation doit évidemment prendre appui sur les n valeurs prises par les critères et tenir compte de la signification réelle de ces valeurs (précision, caractère graduable ou mesurable des critères, etc.).

Elle doit en outre être adaptée à :

- l'hétérogénéité éventuelle des critères (s'exprimant en francs, minutes, nombre d'habitants, degré de similarité, ...);
- des modalités complexes et souvent floues qui, aux yeux du décideur, font qu'une série d'améliorations sur un groupe de critères peuvent être ou non compensées par une série de détériorations sur un autre groupe.

Ainsi, l'homme d'étude peut rechercher un modèle qui tolère l'incomparabilité et la non transitivité. C'est précisément cette attitude qui fut à l'origine de la notion de surclassement.

Le terme surclassement se réfère à celles des situations de préférence qui apparaissent incontestables. Par définition, étant donné deux actions potentielles a et a' :

- a' surclasse a lorsque l'homme d'étude est fondé à admettre que a' est au moins aussi bon que a (donc indifférent ou préféré à a), compte tenu des vecteurs $g(a')$ et $g(a)$.
- a' ne surclasse pas a lorsque l'homme d'étude juge insuffisantes les preuves qu'apporte la comparaison de $g(a)$ et $g(a')$ en faveur de la proposition " a' au moins aussi bon que a " (qu'il existe ou non des arguments militant en faveur de la proposition : " a au moins aussi bon que a' ").

Une fois les conditions d'un tel surclassement précisées, les préférences globales se trouvent modélisées par une relation binaire triviale S_A définie sur A . Nous l'appellerons relation de surclassement trivial.

Dans le cadre d'une modélisation ainsi conçue, on peut être plus ou moins exigeant (prendre plus ou moins de risque) pour accepter le surclassement d'où le concept de surclassement flou introduit ci-après.

Une relation de surclassement flou S_A^d est caractérisée par la définition d'un degré de surclassement d associant à tout couple a', a un nombre $d(a', a)$: d étant un critère destiné à repérer la plus ou moins grande crédibilité du surclassement de a par a' . De façon plus précise, ce degré de crédibilité doit posséder les propriétés suivantes :

1°) le nombre $d(a', a)$ ne fait intervenir a' et a qu'au travers de leurs évaluations sur $[\gamma_j, \delta_j] \forall j \in J$; plus généralement (1), on posera :

$$d(a, a') = d [\underline{g}(a), \underline{g}(a')]$$

$d(a', a)$ peut en outre faire intervenir d'autres actions de A .

2°) $d(a', a)$ est d'autant plus grand que la fiabilité du surclassement de a' par a est plus grande, donc, en particulier :

$d(a', a)$ est une fonction non décroissante de $g_j(a')$ $\forall j$ et non croissante de $g_j(a)$ $\forall j$.

3°) $d(a', a) = 1$ traduit un surclassement certain de a par a' alors que $d(a, a') = 0$ traduit, soit un non surclassement certain de a par a' , soit l'absence totale de preuves en faveur d'un tel surclassement ; il s'ensuit que :

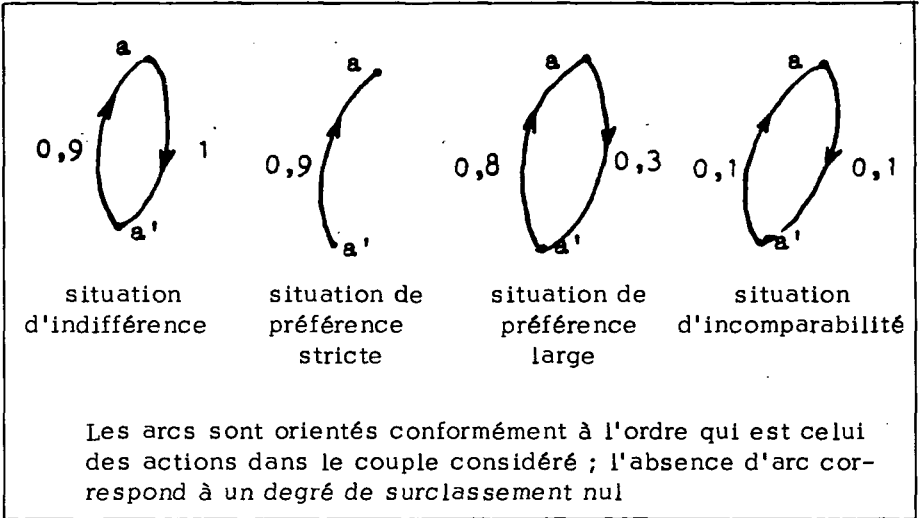
$$0 \leq d(a, a') \leq 1$$

(1) Il peut être intéressant de faire l'économie de la définition de F et d'asseoir directement d sur les $[\gamma_j, \delta_j]$ (voir à ce sujet JACQUET-LAGREZE (1975) ; l'adoption de la propriété suivante ne va pas sans poser quelques questions délicates).

TABLEAU 1 : LIENS ENTRE VECTEURS CRITERES ET
DEGRE DE SURCLASSEMENT

<u>Les données</u>	<u>sont compatibles avec</u>
$g_j(a') = g_j(a) \quad j \neq k \quad \text{et}$ $g_k(a') - g_k(a) > s_k^+ \quad [g_k(a)]$	$\left\{ \begin{array}{l} d(a', a) = 1 \\ d(a, a') = 0 \end{array} \right.$
$g_j(a') = g_j(a) \quad \forall j \neq k \quad \text{et}$ $0 < g_k(a') - g_k(a) < s_k^+ \quad [g_k(a)]$	$\left\{ \begin{array}{l} d(a', a) = 1 \\ 0 < d(a, a') < 1 \end{array} \right.$
$g_j(a') = g_j(a) \quad \forall j \neq k, h \quad \text{et}$ $0 < g_k(a') - g_k(a) < s_k^+ \quad [g_k(a)]$ $0 < g_h(a) - g_h(a') < s_h^+ \quad [g_h(a')]$	$\left\{ \begin{array}{l} 0 < d(a', a) < 1 \\ 0 < d(a, a') < 1 \end{array} \right.$
$g_j(a') = g_j(a) \quad \forall j \neq k, h \quad \text{et}$ $0 < g_k(a') - g_k(a) > s_k^+ \quad [g_k(a)]$ $g_h(a) - g_h(a') > s_h \quad [g_h^+(a')]$	$\left\{ \begin{array}{l} d(a', a) = 0 \\ 0 < d(a, a') < 1 \end{array} \right. \quad 1$
$g_j(a') = g_j(a) \quad j \neq k, h \quad \text{et}$ $g_k(a') - g_k(a) > s_k^+ \quad [g_k(a)]$ $g_h(a) - g_h(a') > s_h^+ \quad [g_j(a')]$	$\left\{ \begin{array}{l} d(a', a) = 0 \\ d(a, a') = 0 \end{array} \right.$
$ g_h(a') - g_j(a) \leq$ $q_j^+ \quad [\text{Min}(g_j(a), g_j(a'))] \quad \forall j$	$\left\{ \begin{array}{l} d(a', a) = 1 \\ d(a, a') = 1 \end{array} \right.$

FIGURE 1 : EXEMPLES DE CONFIGURATIONS POUVANT FIGURER
DANS LE GRAPHE G_A^d ASSOCIE A S_A^d



Une fois construit le degré de crédibilité (conformément aux conditions ci-dessus illustrées, tableau 1), les préférences globales se trouvent modélisées par une relation binaire floue S_A^d définie sur A . Nous l'appellerons relation de surclassement floue. Il est commode de la représenter par un graphe valué G_A^d conformément aux conventions indiquées Figure 1.

Cette figure illustre également l'interprétation qui peut être donnée de certaines configurations en termes de situation d'indifférence, de préférence stricte, ... (cf. Annexe A, Tableau 9)

Afin d'illustrer ce qui précède, considérons deux actions a' et a qui doivent être comparées selon un unique pseudo-critère g et cherchons un modèle équivalent en terme de relation de surclassement floue du modèle de préférence que constitue ce pseudo-critère. Nous supposons (ce qui n'est nullement restrictif) : $g(a') \geq g(a)$. Il découle de la troisième propriété intervenant dans la définition de d que :

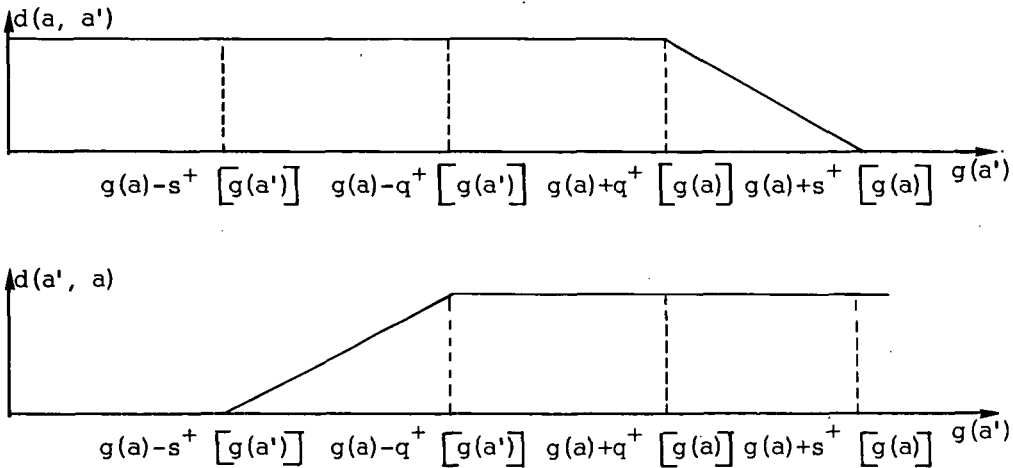
$$\begin{aligned}
 d(a', a) &= 1 && \text{si } g(a') - g(a) \geq 0 \\
 d(a, a') &= 0 && \text{si } g(a') - g(a) \geq s^+ \quad [g(a)] \\
 d(a, a') &= 1 && \text{si } 0 \leq g(a') - g(a) \geq q^+ \quad [g(a)]
 \end{aligned}$$

Il apparaît (cf. figure 2) que le seul cas laissé indéterminé par les formules précédentes concernant la valeur de $d(a, a')$ lorsque :

$$q^+ [g(a)] < g(a') - g(a) < s^+ [g(a)] \quad q^+ [g(a)] \neq s^+ [g(a)]$$

D'après la seconde propriété, $d(a, a')$ croît de 0 à 1 lorsque $g(a')$ décroît de $g(a) + s^+ [g(a)]$ à $g(a) + q^+ [g(a)]$. N'importe quelle fonction monotone non décroissante peut évidemment être utilisée pour lever cette indétermination ; nous proposons ici d'adopter tout simplement une formule d'interpolation (cf. Figure 2)

FIGURE 2 : VALEURS DE $d(a, a')$ ET $d(a', a)$ EN FONCTION DE $g(a')$



Les considérations qui précèdent peuvent être résumées dans la formule suivante, valable quels que soient $g(a)$ et $g(a')$ et quel que soit la nature de g (pseudo, pré, quasi, vrai critère) :

$$\underline{\text{si } s^+ [g(a)] \neq q^+ [g(a)]}$$

$$d(a, a') = \frac{s^+ [g(a)] - \text{Min} [g(a') - g(a), s^+ [g(a)]]}{s^+ [g(a)] - \text{Min} [g(a') - g(a), q^+ [g(a)]]}$$

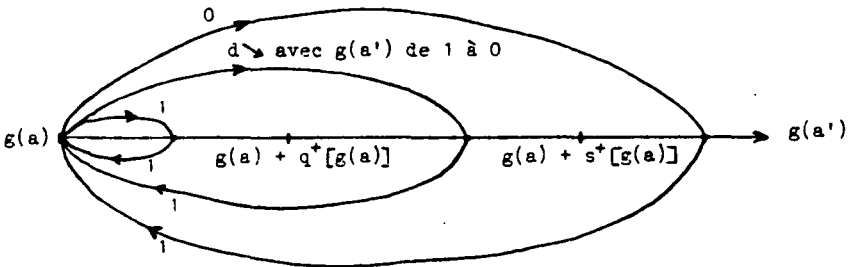
$$\underline{\text{si } s^+ [g(a)] = q^+ [g(a)]}$$

$$d(a, a') = \begin{cases} 1 & \text{lorsque } g(a') \leq g(a) + q^+ [g(a)] \\ 0 & \text{lorsque } g(a') > g(a) + q^+ [g(a)] \end{cases}$$

$$d(a, a') = \begin{cases} 1 & \text{si } g(a') \leq g(a) + q^+ [g(a)] \\ 0 & \text{si } g(a') > g(a) + q^+ [g(a)] \end{cases}$$

(II.1.)

FIGURE 3 : RELATION DE SURCLASSEMENT FLOUE ASSOCIEE A



Cet exemple montre en particulier que le degré de crédibilité ne doit pas être confondu avec un indicateur d'identité des préférences. En effet, un tel indicateurs doit normalement croître avec la différence $g(a) - g(a')$ sans plafonner à un maximum dès l'instant où cette différence devient supérieure à $-q^+ [g(a)]$

Le degré de crédibilité $d(a, a')$ est un indice qui reflète au contraire la plus ou moins grande certitude que l'homme d'étude a

pu acquérir quant au fait que l'une des trois relations suivantes est vérifiée :

$$a I a', a P a', a Q a'$$

I, P, Q, désignant respectivement les relations d'indifférence, de préférence stricte et de préférence large définies Annexe A, tableau 9.

2. Construction de la relation de surclassement floue dans ELECTRE III

Comme dans ELECTRE I (1) et dans ELECTRE II (2), la relation de surclassement d'ELECTRE III est construite en ayant recours aux techniques de concordance et de discordance (3).

2.1. Définition d'un indice de concordance

Soit :

$$\underline{p} = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_n) \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^{j=n} p_j = 1$$

un vecteur poids représentatif de l'importance intrinsèque relative que le décideur attache aux n critères de F .

Désignons par $d_j(a, a')$ un degré de crédibilité spécifique du j ème critère, celui-ci étant défini par la formule II.1 dans laquelle $g = g_j$. Ce degré d_j traduit en quelque sorte ce que serait la crédibilité du surclassement si le j ème critère était seul en cause.

- (1) Voir B. ROY : classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE). RIRO, n° 8, 1968, pp. 57-75.
- (2) Voir B. ROY et P. BERTIER : la méthode ELECTRE II : une application au media-planning. VIIème Conférence Internationale de Recherche Opérationnelle, Dublin. M. Ross ed., OR 72, North Holland Publishing Company, 1973, pp. 291-302.
- (3) Voir B. ROY : critères multiples et modélisation des préférences (l'apport des relations de surclassement). Revue d'Economie Politique, n° 1, 1974.

Faisons observer que les critères qui concordent pour affirmer : "a est certainement au moins aussi bon que a'" sont ceux pour lesquels $d_j(a, a') = 1$. Soit F^1 le sous-ensemble de F que définissent les critères ayant cette propriété. Dans la mesure où il n'y a pas d'interférence entre les conséquences qu'appréhendent deux critères quelconques de F , il est légitime d'admettre que l'importance intrinsèque qu'attache le décideur à la famille F^1 peut être définie par :

$$p(F^1) = \sum_{j \in F^1} p_j \quad p_j = \sum_{j \in F^1} p_j \cdot d_j(a, a')$$

Si l'on adoptait cette formule pour définir l'indice de concordance, on ne tiendrait aucun compte des critères j tels que :

$$j \in F^* \iff 0 < d_j(a, a') < 1$$

Nous admettrons que chacun des critères de F^* contribue à la concordance pour une fraction de son poids égale à la valeur de crédibilité. Dans ces conditions, l'indice de concordance pour le couple a, a' est défini par :

$$C(a, a') = \sum_{j \in F} p_j \cdot d_j(a, a')$$

Nous nous référerons aux critères qui contribuent effectivement au calcul de $C(a, a')$ (c'est-à-dire tels que $d_j(a, a') \neq 0$) en disant qu'ils sont en concordance avec le surclassement de a' par a .

2.2. Définition des indices de discordance

Relativement à un couple a, a' , nous dirons qu'un critère j est en discordance avec le surclassement de a' par a si ce critère n'est pas en concordance avec ce même surclassement, autrement dit, si :

$$d_j(a, a') = 0 \iff g_j(a') = g_j(a) + s_j^+ \left[\overline{s_j(a)} \right]$$

Cette discordance est d'autant plus forte que la différence $g_j(a') - g_j(a) - s_j^+ \left[\overline{g_j(a)} \right]$ est grande.

Par définition, nous appellerons seuil de veto pour le critère j la valeur $v_j \left[\overline{g_j(a)} \right]$ de la différence $g_j(a') - g_j(a)$ à partir de

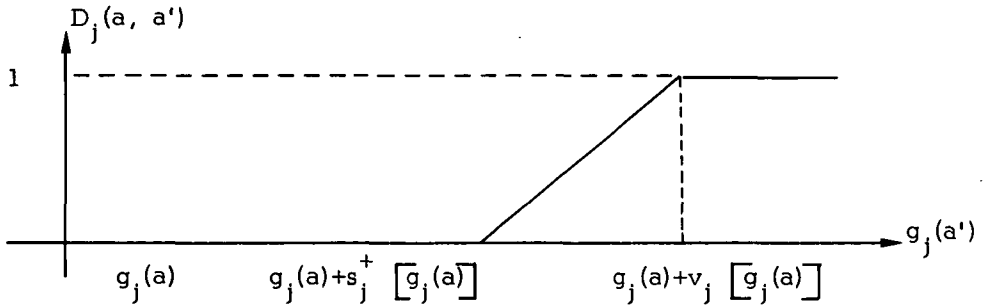
laquelle il apparaît préférable de refuser toute crédibilité au surclassement de a' par a même si tous les autres critères sont en concordance avec ce surclassement. Par conséquent (quel que soit $C(a, a')$) :

$$g_j(a') \geq g_j(a) + v_j \quad g_j(a) \iff d(a, a') = 0$$

On est alors fondé à apprécier l'intensité de la discordance du critère j pour le couple a, a' à l'aide d'un indice $D_j(a, a')$ (cf. figure 4) qui :

- soit une fonction monotone non décroissante de $g_j(a')$
- vérifie $D_j(a, a') \cdot d_j(a, a') = 0$
- plafonne à la valeur 1 lorsque $g_j(a') \geq g_j(a) + v_j \quad \lceil g_j(a) \rceil$

FIGURE 4 : VALEURS DE $D_j(a, a')$ EN FONCTION DE $g_j(a')$



La valeur de cet indice dans l'intervalle $\lceil g_j(a) + s_j^+ [g_j(a)] , g_j(a) + v_j [g_j(a)] \rceil$ n'est pas déterminée par ce qui précède. Nous la fixerons par interpolation linéaire et adopterons la formule suivante :

$$D_j(a, a') = \text{Min} \left[1, \text{Max} \left(0, \frac{g_j(a') - g_j(a) - s_j^+ [g_j(a)]}{v_j [g_j(a)] - s_j^+ [g_j(a)]} \right) \right] \quad (\text{II.2.2.})$$

2.3 Définition du degré de crédibilité du surclassement de a' par a

Observons tout d'abord que :

$$C(a, a') = 1 \implies \begin{cases} d_j(a, a') = 1 \quad \forall j \in F \\ D_j(a, a') = 0 \quad \forall j \in F \end{cases}$$

Dans ces conditions, il est normal de poser :

$$d(a, a') = C(a, a')$$

Plus généralement, si aucun critère n'est en discordance avec le surclassement de a' par a, il vient $d_j(a, a') \neq 0 \quad \forall j \in F$ et il est encore normal de poser :

$$d(a, a') = C(a, a')$$

car l'indice de concordance est un bon reflet de la crédibilité du surclassement.

Examinons maintenant les cas où il existe $j \in F$ tel que $D_j(a, a') \neq 0$. Le poids p_j d'un tel critère n'intervient plus dans le calcul de $C(a, a')$; en cela, le caractère discordant de j affecte l'indice de concordance. C'est pourquoi, aussi longtemps que les indices de discordance ont des valeurs faibles eu égard à celle de l'indicateur de concordance, ce dernier continue à fournir un reflet correct de la crédibilité du surclassement. On posera donc :

$$d(a, a') = C(a, a') \text{ si } D_j(a, a') \leq C(a, a') \quad \forall j \in F$$

Considérons enfin le cas où certains critères font apparaître une discordance significative eu égard à la valeur de la concordance, c'est-à-dire telle que $D_j(a, a') > C(a, a')$. Supposons que le critère j soit le seul dans ce cas et examinons comment doit normalement varier la crédibilité du surclassement en fonction de $D_j(a, a')$. Il découle de ce qui précède que :

- pour $D_j(a, a') = C(a, a')$: $d(a, a') = C(a, a') < 1$
- pour $D_j(a, a') = 1$: $d(a, a') = 0$ (cf. définition du seuil de veto)

De plus (cf. II.1, 2°), $d(a, a')$ est une fonction non croissante de $g_j(a')$ donc également de $D_j(a, a')$. Si l'on admet une fois de plus une décroissance linéaire, il vient :

$$d(a, a') = C(a, a') \cdot \frac{1 - D_j(a, a')}{1 - C(a, a')}$$

Lorsqu'il existe plusieurs critères significativement discordants, il est naturel d'admettre que leurs effets se conjuguent pour affaiblir le degré de crédibilité. On aboutit finalement aux formules suivantes pour définir le degré de crédibilité :

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } \bar{F}(a, a') = \{j/j \in F, D_j(a, a') > C(a, a')\} = \emptyset \\ \hline d(a, a') = C(a, a') \\ \text{si } \bar{F}(a, a') = \{j/j \in F, D_j(a, a') > C(a, a')\} = \emptyset \\ \hline d(a, a') = C(a, a') \cdot \prod_{j \in \bar{F}(a, a')} \frac{1 - D_j(a, a')}{1 - C(a, a')} \end{array} \right\} \text{(II.2.3)}$$

3. Le degré de crédibilité comme précritère

Par définition, le degré de crédibilité est un critère qui sert à apprécier la plus ou moins grande crédibilité du surclassement. Compte tenu de la part d'arbitraire dans sa construction, il est difficile d'admettre que, dès l'instant où :

$$d(a, a') > d(b, b')$$

le surclassement de a' par a est strictement plus crédible que le surclassement de b' par b . Or, la procédure de classement proposée ci-après nécessite que l'homme d'étude prenne position sur la valeur à partir de laquelle la différence $d(a, a') - d(b, b')$ peut être considérée comme significative. Eluder cette question reviendrait inéluctablement à admettre que toute différence est significative. Nous traiterons donc le degré de surclassement au moins comme précritère (le traiter comme un pseudo-critère constituerait un raffinement inutile).

Faisons tout d'abord observer que la fonction seuil $s(\lambda)$ (avec $d(a, a') = \lambda$) qu'il convient d'introduire diffère d'un seuil de présomption de préférence en ce sens qu'elle peut difficilement résulter de l'observation. Tout comme le seuil de veto, elle est introduite par l'homme d'étude pour jouer un rôle bien précis dans le modèle. Il serait vain de lui chercher une interprétation physique comme cela peut être fait par d'autres seuils (cf. Annexe A, tableau 7). Pour éviter toute confusion, nous appellerons donc ce seuil "seuil de discrimination". En effet, il traduit le pouvoir plus

ou moins discriminant du degré de crédibilité lorsque l'on compare des crédibilités.

De façon plus précise, le seuil de discrimination $s(\lambda)$ est une fonction définie pour toute valeur de $\lambda \in [0, 1]$ qui représente la valeur maximum de η telle que :

$$\lambda \text{ et } \lambda - \eta$$

correspondent à deux valeurs non significativement différentes du degré de crédibilité (1). Il faut en particulier entendre par là que, si deux actions a et b vérifient :

$$d(a, a') = \lambda \text{ et } d(b, a) = \lambda - \eta \text{ avec } \eta \leq s(\lambda)$$

le surclassement de a par b est considéré comme aussi crédible que le surclassement de b par a.

Cette fonction $s(\lambda)$ peut être constante. Toutefois, compte tenu du rôle qu'elle joue dans la procédure, il sera souvent justifié de la choisir décroissante avec λ (alors que 0,1 et 0,4 peuvent être considérées comme deux valeurs non significativement différentes, 0,7 et 1 peuvent fort bien être significativement différentes). Quoiqu'il en soit, comme toute fonction seuil, $s(\lambda)$ doit vérifier la condition :

$$\frac{s(\lambda) - s(\lambda')}{\lambda - \lambda'} \geq -1 \quad \lambda, \lambda' \in [0, 1]$$

(1) Pour être cohérent avec les notations antérieures, cette fonction seuil devrait être notée $s^-(\lambda)$ mais ceci alourdirait trop les formules ultérieures.

III - LA PROCEDURE DE CLASSEMENT

1. Principe de la procédure

Supposons qu'une procédure de classement ait permis de définir un rangement de tout (ou partie) des actions de A :

$$P = C_1, \dots, C_t$$

c'est-à-dire un préordre complet de préférence formé de t classes d'équivalence, C_1 étant la première, C_t étant la dernière.

Toute action $a \in C_1$ apparaît comme strictement préférée à toutes celles des classes postérieures, c'est-à-dire à $|A| - |C_1|$ actions ; de plus, aucune action n'est strictement préférée à a . En revanche, $|A| - |C_t|$ actions sont strictement préférées à n'importe quelle action $a \in C_t$, alors qu'une telle action a n'est strictement préférée à aucune autre.

Soit maintenant a une action quelconque, $p(a)$ le nombre des actions auxquelles elle est strictement préférée et $f(a)$ le nombre des actions qui lui sont strictement préférées. La quantité :

$$q(a) = p(a) - f(a)$$

apparaît comme un indicateur dont la valeur est caractéristique de la position de a dans le préordre. Cette valeur, que nous appellerons qualification de a , est constante pour tous les éléments d'une même classe et varie de façon monotone depuis $|A| - |C_1|$ (qualification maximum) jusqu'à $|C_t| - |A|$ (qualification minimum).

ELECTRE III est fondée sur une généralisation de ce concept de qualification. Cette généralisation permet de donner un sens à cette notion de qualification lorsque la donnée de base n'est plus un préordre complet mais une relation de surclassement floue (cf. chap. 2). Pour compter à partir d'un tel modèle de préférence le nombre des actions strictement préférées, il faut faire intervenir un seuil λ tel que seuls les surclassements dont la crédibilité est supérieure ont lieu d'intervenir dans le décompte. Ceci conduit à parler de λ - qualification. Afin de ne pas appauvrir inutilement

l'information qu'apporte la relation floue, ce seuil est fixé, non pas a priori (une fois pour toutes) mais en fonction de paliers successifs déterminés par l'état d'avancement de la procédure.

Notons λ_m la valeur maximum qu'atteint le degré de crédibilité. Soit D_1 le sous-ensemble des actions de A ayant une λ_1 -qualification maximum lorsque l'on pose $\lambda_1 = \lambda_m - s(\lambda_m)$. Les actions de D_1 peuvent être perçues comme celles qui sont candidates pour constituer la première classe de l'un des deux préordres cherchés. Ces actions peuvent être départagées en reconsidérant leur qualification, après avoir abaissé λ jusqu'à un second palier $\lambda_2 < \lambda_1$. Pour fixer ce nouveau palier, on introduit (cf. § 2) un concept de niveau de séparation. La procédure construit à restreindre la famille des candidats à la première classe à un sous-ensemble $D_2 \subset D_1$.

Le processus itératif consistant à rechercher un sous-ensemble d'actions de plus en plus réduit, ayant une qualification maximum pour des paliers de plus en plus bas, sera appelé distillation descendante. Le point de départ de la première distillation descendante est l'ensemble A tout entier, son point d'arrêt est le distillat final auquel elle aboutit. Il définit la première classe \bar{C}_1 d'un préordre \bar{P} . Une seconde distillation descendante, effectuée à partir de $A \setminus \bar{C}_1$ conduira à la seconde classe de \bar{P} . Ceci définit une chaîne de distillations descendantes qui s'interrompt lorsque la dernière classe \bar{C}_r a été identifiée (1).

Au lieu de rechercher sans cesse la première classe du sous-ensemble B des actions non encore classées en s'intéressant aux qualifications maximum, il est tout aussi naturel de progresser en recherchant la dernière classe des actions non encore classées, en prenant appui sur les actions de qualification minimum. Ceci conduit à définir une distillation ascendante et à enchaîner ces distillations ascendantes de façon à construire un second préordre (2) :

$$\underline{P} = \underline{C}_1, \dots, \underline{C}_s$$

-
- (1) Rien ne s'oppose évidemment à ce que cette distillation descendante soit interrompue avant, dans la mesure où la queue de classement est dépourvue d'intérêt.
 - (2) Si la distillation descendante n'a concerné qu'un sous-ensemble $A' \subset A$, alors la distillation ascendante doit être restreinte au même sous-ensemble A' .

2. Concepts et formules de base

La qualification d'une action a dans un sous-ensemble B A relativement au seuil λ sera notée $q_B^\lambda(a)$ et appelée λ -qualification de a dans B .

Cette qualification est définie par :

$$q_B^\lambda(a) = p_B^\lambda(a) - f_B^\lambda(a)$$

avec :

$$\begin{aligned} p_B^\lambda(a) &= \lambda\text{-puissance de } a \text{ dans } B \\ &= \left| \{b \mid b \in B, d(a, b) > \lambda, d(a, b) > d(b, a) + s [d(a, b)]\} \right| \end{aligned}$$

Il s'agit donc du nombre des éléments qui, dans B , sont surclassés par a significativement plus fortement qu'ils ne surclassent a et ce avec une crédibilité strictement supérieure à

$$\begin{aligned} f_B^\lambda(a) &= \text{-faiblesse de } a \text{ dans } B \\ &= \left| \{b \mid b \in B, d(b, a) > \lambda, d(b, a) > d(a, b) + s [d(b, a)]\} \right| \end{aligned}$$

Il s'agit donc du nombre des éléments qui, dans B , surclassent a significativement plus fortement que a ne les surclasse et ce, avec une crédibilité strictement supérieure à λ .

Il résulte de ces définitions que plus la λ -puissance d'un élément est grande et plus il doit venir en tête dans le classement. Au contraire, plus la λ -faiblesse d'un élément est grande et plus il doit venir en queue dans le classement. En particulier, si S_A^d se réduit à une relation binaire triviale définissant un préordre complet sur A , celui-ci peut être obtenu (quel que soit λ), aussi bien en classant les éléments de A :

- par puissance décroissante,
- par faiblesse croissante,
- par qualification décroissante.

On remarquera sur cet exemple que l'indicateur qu'est la qualification présente toujours un écart plus grand entre deux classes consécutives que celui obtenu à propos de ces mêmes classes avec l'indicateur de puissance ou avec l'indicateur de faiblesse.

Lorsque les classes ne sont pas aussi clairement séparées et ordonnées qu'elles le sont dans un préordre complet, il est évidemment préférable, pour les séparer et les ordonner, de prendre appui sur le concept le plus discriminant, autrement dit sur la λ -qualification.

Afin de ne pas être tributaire d'un seuil de crédibilité λ arbitrairement fixé, on procédera en abaissant progressivement ce seuil depuis 1 jusqu'à 0 en passant par des paliers successifs dont la valeur n'est pas pré-déterminée mais dépend des valeurs effectivement prises par le degré de crédibilité. La détermination de ces paliers successifs repose sur un concept de niveau de séparation.

Le niveau de séparation dans B à partir de la valeur λ est défini par :

$$d_B^\lambda = \begin{cases} \text{Max} & d(a, b) \\ & a, b \in \wedge \\ 0 & \text{si } \wedge = \emptyset \end{cases}$$

avec $\wedge = \{ (a, b) \mid a, b \in B, d(a, b) < \lambda \}$

La détermination des paliers successifs résulte (cf. § 3 et 4) d'une application itérative de cette formule à partir d'une valeur initiale :

$$\lambda_0(B) = \text{Max}_{a, b \in B} d(a, b)$$

3. Obtention du premier distillat relativement à $B \subset A$

a) Distillation descendante de B

Calculer :

$$s_1 = d_B^{\lambda_0(B)} - s \left[\lambda_0(B) \right]$$

$$q_B^{\lambda_1}(a) \quad \forall a \in B$$

$$\bar{q} = \max_{a \in B} q_B^{\lambda_1}(a)$$

Poser :

$$D_1 = \{a \mid a \in B, q_B^{\lambda_1}(a) = \bar{q}\}$$

D_1 est le premier distillat de B dans la distillation descendante de B. Il est associé au palier λ_1 .

b) Distillation ascendante de B

On procède de la même façon à ceci près que, dans la définition de D_1 , \bar{q} doit être remplacé par \underline{q} défini comme suit :

$$\underline{q} = \min_{a \in b} q_B^{\lambda_1}(a)$$

D_1 est alors le premier distillat de B dans la distillation ascendante de B.

Il est associé au palier λ_1 .

4. Passage du kième au K + lème distillat

Soit λ_k le palier associé au distillat D_k obtenu dans une distillation descendante ou ascendante dont le point de départ est ici sans importance.

Calculer :

$$\lambda_{k+1} = d_{D_k}^{\lambda_k - s(\lambda_k)} \quad (\text{palier associé au } k + \text{lème distillat})$$

$$\lambda_{q_{D_k}}^{\lambda_{k+1}}(a) \quad \forall a \in D_k$$

puis :

a) si la distillation est descendante :

$$D_{k+1} = \{a \mid a \in D_k, q_{D_k}^{k+1}(a) = \bar{q}\} \text{ avec } \bar{q} = \max_{a \in D_k} q_{D_k}^{k+1}(a)$$

b) si la distillation est ascendante :

$$D_{k+1} = \{a \mid a \in D_k, q_{D_k}^{k+1}(a) = \underline{q}\} \text{ avec } \underline{q} = \min_{a \in D_k} q_{D_k}^{k+1}(a)$$

5. Conditions d'arrêt de chaque distillation et enchaînement des distillations

Chaque distillation s'arrête dès que l'une des deux conditions suivantes devient vérifiée :

$$\lambda_k = 0, \quad |D_k| = 1$$

Dans les deux cas, D_k est le distillat final de la distillation considérée.

Soit B le sous-ensemble de A à partir duquel la distillation (descendante ou ascendante) a été entreprise. Ce sous-ensemble est nécessairement de la forme :

$$B = A \setminus (C_1^* \dots C_h^*)$$

où C_1^*, \dots, C_h^* sont les distillats finals préalablement obtenus dans le cadre de la chaîne de distillation en cours (descendante ou ascendante). Il vient :

$$C_{h+1}^* = D_k \quad (C^* \text{ mis pour } \bar{C} \text{ ou } \underline{C} \text{ selon le sens de la distillation})$$

Si $A \setminus (C_1^* \dots C_{h+1}^*) \neq \emptyset$, alors cet ensemble définit le nouveau sous-ensemble B à partir duquel une nouvelle distillation doit être entreprise (toujours dans le même sens, descendant ou ascendant). Si cet ensemble est vide, la chaîne de distillation est achevée.

6. Préordres finals

Ayant posé $B = A = m$ au départ de la chaîne de distillation descendante, on est parvenu, au terme de celle-ci, à une suite ordonnée \bar{P} de distillats finals :

$$\bar{C}_1, \dots, \bar{C}_h, \dots, \bar{C}_r$$

qui forme une partition de A (ou de $A' \subset A$) et qui constitue les r classes successives du premier des préordres cherchés (le classement étant ici fondé sur la recherche d'une qualification décroissante - cf. III § 1).

Ayant de même posé $B = A$ (ou $A' \subset A$) au départ de la chaîne de distillation ascendante, on est parvenu, au terme de celle-ci, à une suite ordonnée \underline{p} de distillats finals :

$$\underline{C}_s, \dots, \underline{C}_h, \dots, \underline{C}_1$$

qui forme également une partition de A (ou de A') et qui constitue les s classes successives du second préordre cherché (le classement ici fondé sur la recherche d'une qualification croissante - les classes étant obtenues conformément à l'ordre croissant des indices).

Les deux préordres ne sont identiques que si $r = s$ et :

$$\bar{C}_1 = \underline{C}_s, \dots, \bar{C}_r = \underline{C}_1.$$

Rappelons que le préordre partiel intersection de ces deux préordres complets est révélateur de celle des comparaisons que l'on est en droit de considérer comme bien établie sur la base des données disponibles. D'autre part, un préordre complet intermédiaire P (entre \bar{P} et \underline{P}) peut toujours être construit (cf. I § 3). Il sera d'autant plus significatif que \bar{P} et \underline{P} différeront peu (l'indice de corrélation des rangs de KENDALL peut en particulier être utilisé pour apprécier la proximité de \bar{P} et \underline{P}).

IV - ELEMENTS DE PROGRAMMATION ET EXEMPLES NUMERIQUES

1. Hypothèse

Le programme réalisé concerne le cas où les fonctions seuils q_j^+ , s_j^+ , v_j sont des constantes. On notera :

$$v_j - s_j^+ = D_j^*$$

La méthode de construction de la relation de surclassement floue doit apparaître du point de vue informatique comme un module aisément séparable de programmes amonts (constructions de critères, évaluations) et de programmes avals (approximation de la relation de surclassement par des préordres).

2. Sous-programme : "degré de crédibilité"

Ce module doit donc apparaître comme un sous-programme dont les arguments d'entrée sont :

- les évaluations $g_j(a)$
- les paramètres de dimensionnement $|A| = m$ et $|F| = n$
- éventuellement le nom des actions a et des critères j .

2.1 Arguments du sous-programme

$m = |A|$: nombre d'actions

$n = |F|$: nombre de critères

$g =$: tableau des valeurs $g_j(a)$ prises par les critères

Nom : nom des actions à comparer

d : tableau de la relation de surclassement floue

2.2 Dimensions et autres tableaux

g (m, n)

Nom (m)

p (n) tableau des poids p_j

s_j (n) tableau des seuils de présomption de préférence constants s_j

D_j^* (n) tableau des seuils de veto

d (m, m)

Au total, il faut $m, n + m^2 + 3n + m$ places de mémoires.

2.3 Lire Nbre : le nombre de relations de surclassement que l'on souhaite établir avec des jeux de valeurs différentes pour les paramètres p, s_j, D_j^*

Tout ce qui suit se fait Nbre de fois (grande boucle englobant toute la suite).

2.4 Lire n cartes critères $p(j), s_j(j), D_j^*(j)$

$p(j)$: poids du critère j

$s_j(j)$: seuil constant relatif au critère j

$D_j^*(j)$: seuil de veto relatif au critère j

- Calculer $S_p = \sum_j p(j)$

- Normer les poids $p(j) = p(j) / S_p$

2.5 Calcul de la relation de surclassement d

Double boucle sur les indices des actions $k = 1, m$ et $l = 1, m$

Pour chaque couple (k, l) , on exécute le bloc d'instruction suivant :

- si $k = l$ alors $d(k, l) = 1$ et continuer les boucles k, l

- $c_{kl} = 0$ (calcul de $C(a_k, a_l)$ comme une somme)

- 1ère boucle sur j : calcul de c_{kl}

calcul de $d_{jkl}(a_k, a_l)$

. si $g(k, j) - g(l, j) \geq 0$ alors $d_{jkl} = 1$

- . si $g(k, j) - g(l, j) < -s_j$ alors $d_{jkl} = 0$
- . sinon (autres cas qui supposent $s_j(j) > 0$)
alors $d_{jkl} = 1 - (g(l, j) - g(k, j)) / s_j(j)$
- . $c_{kl} = c_{kl} + p(j) \times d_{jkl}$
- Si $c_{kl} = 1$ alors $d(k, l) = 1$ et continuer les boucles h, l
- $\Pi = 1$ (calcul de $\prod_{j \in F}$ comme un produit)
- 2ème boucle sur j , calcul de $N(c_{kl} < 1)$
 - . calcul de $D_{jkl}(D_j(a_k, a_l))$
 - . $D_{jkl} = \text{MAX}(0., (g(l, j) - g(k, j) - s_j(j)) / D_j^*(j))$
 - . $D_{jkl} = \text{MIN}(1, D_{jkl})$
 - . $\Pi = \Pi \times (1 - \text{MAX}(c_{kl}, D_{jkl})) / (1 - c_{kl})$
- Calcul de $d(k, l) : (d(a_k, a_l))$
 - . $d(k, l) = c_{kl} \times \Pi$

Ce bloc d'instructions peut éventuellement être constitué en sous-programme.

2.6 Utilisation de la relation de surclassement $d(k, l)$ et résultats

- Edition du jeu de paramètres $(p-j), s_j(j), d_j(j)$
- Appel des sous-programmes de classement dont les arguments sont :
 - m : nombre d'actions
 - d : relation de surclassement
 - Nom: nom des actions

L'édition du ou des classements se fait à la fin du sous-programme.

3. Les sous-programmes "classement"

Ces sous-programmes de recherche de préordres à partir d'une relation de surclassement $a(a_i, a_j)$ comprennent :

- . le sous-programme principal
- . un sous-programme fonction seuil (de discrimination)
- . un sous-programme d'édition des classements.

Seul, le sous-programme principal est présenté ci-dessous de façon détaillée.

Le sous-programme fonction seuil permet de calculer le seuil de discrimination $s(\lambda)$ en fonction d'un paramètre p et de la valeur du seuil λ . Le paramètre p doit permettre de sélectionner :

- . une valeur constante $s(\lambda) = .1$ ou $.2$ ou $.3$
- . une fonction décroissante $s(\lambda) = (1 - \lambda) / 2 + \epsilon$ ($\epsilon = .01$)

Le sous-programme d'édition des préordres peut comprendre les résultats suivants de gauche à droite :

- . le nom de l'action a_i
- . son rang $r(i,1)$ dans le classement par qualification descendante
- . son rang $r(i,2)$ dans le classement par qualification ascendante
- . les évaluations de a_i sur chaque critère
- . éventuellement des informations brutes utilisées dans la constructions des critères.

L'ordre de présentation des actions doit être en ordre compatible avec le préordre moyen agrégeant les deux classements (préordre obtenu en calculant la somme des rangs $(r(i,1) + r(i,2)) / 2$ par exemple).

3.1 Définitions et notations relatives au sous-programme principal

- $i(i,j)$ $i = 1, m ; j = 1, m$ représente le degré de surclassement $i(a_i, a_j)$
- $C(i,t)$ est le rang de (a_i) dans le classement t ($t = 1, 2$)
- $d_k(i) = 0$ si $a_i \notin D_k$ et $e_k(i) = 1$ si $a_i \in D_k$
- $q_{D_k}(i)$ est la qualification de a_i à l'itération considérée.

Les tableaux et leurs dimensions sont :

$d(m, m)$	entrée
$C(m, 2)$	sortie
$d_k(m)$	tableau de travail
$d_{D_k}(m)$	tableau de travail

3.2 Eléments de programmation du sous-programme principal

| $t = 1$

Début d'une chaîne de distillation sur $A = B = D_0$ ($k = 0$)

① | $h = 1$
pour $i = 1, m$ $d_k(i) = 1$ et $C(i, t) = 0$

Début d'une distillation

Calcul de λ_k

② | $k = 0$
| $\lambda_k = 0$
pour $i = 1, m$ et $j = 1, m$
si $i = j$ ou si $d_k(i) = 0$ ou si $d_k(j) = 0$, continuer i, j
si $d(i, j) > \lambda_k$ alors $\lambda_k = d(i, j)$
fin de la boucle i, j

Calcul de λ_{k+1}

③ | $d_{D_k} = 0$
pour $i = 1, m$ et $j = 1, m$
si $i = j$ continuer i, j
si $d_k(i) = 0$ ou $d_k(j) = 0$ continuer i, j
si $d(i, j) \geq \lambda_k - s(\lambda_k)$ continuer i, j (s : sous-programme
fonction-seuil)
si $d(i, j) > d_{D_k}$ alors $d_{D_k} = d(i, j)$
fin de la boucle i, j
 $\lambda_{k+1} = d_{D_k}$

Calcul des qualifications des actions de D_k

```

 $\bar{q} = -m$ 
 $q = +m$ 
pour  $i = 1, m$ 
si  $d_k(i) = 0$  continuer i
 $p_{D_k} = 0$ 
 $f_{D_k} = 0$ 
pour  $j = 1, m$ 
si  $j = i$  continuer j
si  $d_k(j) = 0$  continuer j
si  $d(i, j) > \lambda_{k+1}$  et  $d(i, j) > d(j, i) + s(d(i, j))$  alors  $p_{D_k} = p_{D_k} +$ 
si  $d(j, i) > \lambda_{k+1}$  et  $d(j, i) > d(i, j) + s(d(j, i))$  alors  $f_{D_k} = f_{D_k} +$ 
fin de boucle j (s : sous-programme fonction seuil)
 $q_{D_k}(i) = p_{D_k} - f_{D_k}$ 
si  $q_{D_k}(i) > q$  alors  $\bar{q} = q_{D_k}(i)$ 
si  $q_{D_k}(i) < q$  alors  $q = q_{D_k}(i)$ 
fin de boucle i

```

Détermination de l'ensemble D_{k+1}

```

idk = 0 (compteur du nombre d'actions dans  $D_{k+1}$ )
pour  $i = 1, m$ 
si  $d_k(i) = 0$  continuer i
si  $t = 1$  et si  $q_{D_k}(i) = \bar{q}$  alors  $idk = idk + 1$  et continuer i
si  $t = 2$  et si  $q_{D_k}(i) = q$  alors  $idk = idk + 1$  et continuer i
 $d_k(i) = 0$ 
fin de boucle i

```

Test d'arrêt ou de poursuite de la distillation

si $\lambda_{k+1} > 0$ et si $idk > 1$ alors $k = k + 1$, $\lambda_k = \lambda_{k+1}$
 et aller en ③

Constitution de la k ème classe du préordre (arrêt de la distillation)

```

pour i = 1, m
si  $d_k(i) = 1$  alors  $C(i, t) = h$  et  $d_k(i) = 0$ 
fin de boucle i

```

Détermination du nouvel ensemble B ou D_0

```

idk = 0
pour i = 1, m
si  $C(i, t) > 0$  alors  $d_k(i) = 0$ 
si  $C(i, t) = 0$  alors  $d_k(i) = 1$  et  $idk = idk + 1$ 
fin de boucle i

```

Test d'arrêt d'une chaîne de distillation

```

si  $idk > 0$  alors  $h = h + 1$  et aller en ②
si  $idk = 0$  et  $t = 1$  alors  $r = h$ ,  $t = 2$  et aller en ①
autres cas ( $idk = 0$  et  $t = 2$ ) alors :
s = h

```

Rétablissement des classes dans le bon ordre pour le second classement


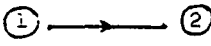
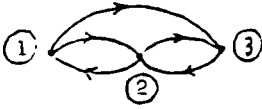
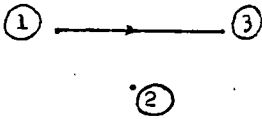
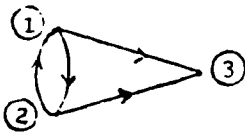
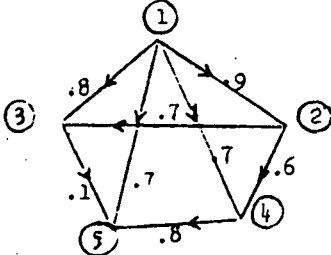
```

pour i = 1, m
 $C(i, 2) = s + 1 - C(i, 2)$ 
fin de boucle i
appel du sous-programme d'édition des classements.

```

4. Applications numériques

Le tableau ci-après représente les préordres obtenus à l'aide de la méthode, pour six relations de surclassement simple, avec un seuil constant $s(\lambda) = .1$

Relation de surclassement	Préordres		
	Rang	$q \searrow$	$q \nearrow$
RS I 	1er	(1, 2)	(1, 2)
RS II 	1er 2ème	(1) (2)	(1) (2)
RS III 	1er 2ème	(1) (2, 3)	(1, 2) (3)
RS IV 	1er 2ème	(1) (2, 3)	(1, 2) (3)
RS V 	1er 2ème	(1, 2) (3)	(1, 2) (3)
RS VI 	1er 2ème 3ème 4ème 5ème	(1) (2) (4) (3, 5) (3, 5)	(1) (4) (2) (5) (3)

- Détail des étapes de l'algorithme pour RS VI et $s(\lambda) = .1$

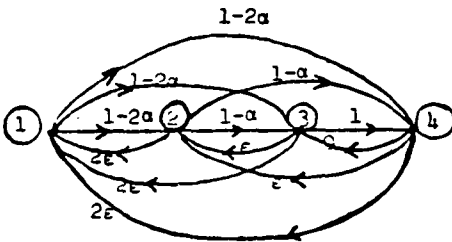
m	h	k	λ_k	λ_{k+1}	$d_k(i)$	$a_{D_k}^{(i)}$	$C(i, m)$	
1	1	0	.9	.7	1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1	+2-1-1+1-1	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0	
		2	0	.8	.6	0 1 0 1 0	/+1-1+1-1	
			1	.6	0	0 0 1 1 1	/+1 /-1 /	1 2 0 0 0
	3	0	.8	.1	0 0 1 0 1	// 0+1-1	1 2 0 3 0	
	4	0	.1	0		// 0 / 0	1 2 4 3 4	
2	1	0	.9	.7	1 1 1 1 1	+2-1-1+1-1	0 0 0 0 0	
		1	.7	.1	0 1 1 0 1	/+1-1 / 0	0 0 1 0 0	
	2	0	.9	.7	1 1 0 1 1	+1-1 /+1-1		
		1	0	0	0 1 0 0 1	/ 0 // 0	0 2 1 0 2	
	3	0	.7	0	1 0 0 1 0	+1 // -1 /	0 2 1 3 2	
4	0	0	0	1 0 0 0 0	0 // //	4 2 1 3 2 1 3 4 2 3		

- Autre exemple

Soit la relation de surclassement suivante contenant les deux paramètres α et ϵ tels que :

$0 \leq \alpha \leq 1/2$ (degré de crédibilité positif ou nul) et

$0 \leq \epsilon \leq 1/2 - \alpha$ (crédibilité des arcs de retours plus faible : $2\epsilon \leq 1 - 2\alpha$)



	1	2	3	4
1	0	$1-2\alpha$	$1-2\alpha$	$1-2\alpha$
2	2ϵ	0	$1-\alpha$	$1-\alpha$
3	2ϵ	ϵ	0	1
4	2ϵ	ϵ	0	0

Si $\varepsilon_1(s) = 1/2 - \alpha - s/2$, les différents classements obtenus suivant les valeurs des paramètres sont reportés dans la tableau suivant :

ε	chaîne de distillation ascendante ($q \nearrow$)	chaîne de distillation descendante ($q \searrow$)		
		$s < \alpha$	$\alpha \leq s < 2\alpha$	$2\alpha \leq s$
$\varepsilon < \varepsilon_1(s)$	1, 2, 3, 4	3, 2, 1, 4	2, 3, 1, 4	1, 2, 3, 4
$\varepsilon \geq \varepsilon_1(s)$	(1, 2), 3, 4	3, 2, (1, 4)	2, 3, (1, 4)	divers sous-cas sont à considérer

Détail de l'algorithme pour le cas $\alpha \leq s < 2\alpha$ et pour $q \searrow$

1ère distillation $\lambda_1 = 1 - 2\alpha \rightarrow C_1 = \{2\}$

2è distillation $\lambda_1 = 1 - 2\alpha \rightarrow C_2 = \{3\}$

3è distillation $\lambda_1 = 1 - 2\alpha \quad \lambda_2 = 2\varepsilon$

- si $\varepsilon < \varepsilon_1(s) \rightarrow C_3 = \{1\}$

$\rightarrow C_4 = \{4\}$

- si $\varepsilon \geq \varepsilon_1(s) \quad \lambda_3 = 0 \rightarrow C_3 = \{1,4\}$