APPROCHE ECONOMIQUE DE L'ACCESSIBILITE

J. POULIT
Ingénieur des Ponts et Chaussées
Chef de la Division Urbaine du S.E.T.R.A.

Janvier et Novembre 1973

AVERTISSEMENT

Les résultats décrits dans le présent document ont été établis à l'intention du groupe de travail sur les indicateurs urbains qui s'est réuni sous la présidence de M. THEDIE du mois de juin 1972 au mois de juillet 1973.

L'optique de cette recherche était d'établir des relations simples entre la notion d'accessibilité reconnue par les membres du Groupe comme étant une notion "intuitivement" représentative de la satisfaction réelle ressentie par l'usager et la notion traditionnelle du coût généralisé de transport. Elle visait donc à approfondir la signification économique de l'accessibilité.

Les analyses faites ont donné lieu à des notes de travail rédigées à la fin de l'année 1972 et au début de l'année 1973 (notamment notes du 6 janvier 1973 sur la notion d'indice de choix et du 26 avril 1973 sur les modèles de développement urbain)dont le contenu est repris ici.

I : INSUFFISANCES DE LA NOTION DE COUT GENERALISE

La notion de coût généralisé de transport, terme qui regroupe en un facteur unique les frais de transport, les temps perdus et les critères d'inconfort a été et est encore très largement utilisée pour la justification économique des investissements de voirie et de transport .

Cette notion rend de grands services et est tout à fait pertinente lorsqu'il s'agit de comparer des différences marginales d'infrastructures n'ayant pas d'effets sur la nature même des déplacements effectués.

Elle se révèle par contre rapidement inopérante dès qu'il s'agit de comparer des solutions bouleversant la structure des déplacements effectués par les usagers.

L'exemple suivant permet d'illustrer le type de difficultés rencontrées lorsque la notion de coût généralisé n'est pas utilisée à bon escient.

Une agglomération de 150 000 habitants se développe rapidement. Les hypothèses d'urbanisme prévoient son doublement en 15 ans.

Vaut-il mieux réaliser une deuxième ville de 150 000 habitants indépendante de la ville existante ou est-il préférable d'assurer un développement sur place par doublement de l'urbanisation existante ?

En termes de coûts généralisés, la 1ère solution est préférable à la deuxième puisque les temps de transport et les dépenses monétaires dans deux sites urbains de taille modeste sont plus réduites que dans une agglomération importante. Or l'expérience montre à l'évidence que les usagers préféreront vivre dans une agglomération de 300 000 habitants même si les conditions de transport y sont un peu moins bonnes. C'est qu'en effet le citadin attribue à la variété des choix que lui offre une grande agglomération un intérêt non négligeable. Cet intérêt explique la croissance des aires urbaines malgré les encombrements et l'inconfort des transports desservant les concentrations d'activité. La conclusion découlant de l'application de la notion de coût généralisé est ainsi en contradiction directe avec les faits.

Cet exemple volontairement simpliste illustre bien les insuffisances du seul critère : coût généralisé de déplacement. Ce facteur ne traduit en réalité que les aspects négatifs du transport et ne tient pas compte du comportement réel de l'usager.

II - LE COMPORTEMENT DE L'USAGER : BASE DE TOUT CRITERE DE JUGEMENT ECONOMIQUE.

La base de tout critère de jugement économique est constituée par le comportement de l'usager lui-même. Ce comportement s'exprime lorsque des situations de choix apparaissent.

En milieu urbain, la distribution des déplacements entre les différentes zones d'activités, de loisirs, de commerces constitue l'une des meilleures situations de choix que l'on puisse rencontrer. Ses lois en sont Parfaitement connues. Elles résultent de multiples enquêtes effectuées dans pratiquement tous les pays du monde, enquêtes qui ont fait apparaître des résultats d'une grande stabilité. Il semble donc tout naturel de faire porter l'effort de réflexion sur ce type de situation.

Comment se formulent les lois de distribution ?

Soient, i, j, k, l etc... les différentes zones d'urbanisation d'une agglomération donnée,

Qi, Qj, Ql etc ... les emplois (et plus généralement les biens et services) existant dans chacune de ces zones

et Cij, Cil, Cjl etc ... les coûts généralisés de déplacement entre les zones prises deux à deux.

Les enquêtes montrent que la répartition des déplacements ayant pour origine la zone de résidence i et pour destination l'une quelconque des zones d'activités (ou de service) j qui l'entourent s'effectue au prorata de la fonction $Qj e^{-\frac{\alpha Cij}{Co}}$, résultat qui s'exprime également de la façon suivante : la probabilité pij de déplacement de i vers j au moment où un résident de la zone i manifeste son intention de déplacement, est de la forme :

$$pij = \lambda Qj\, e^{-\frac{\alpha Cij}{Co}} \quad (1)$$

La probalité de déplacement pij est ainsi proportionnelle à la quantité de biens disponibles en j et à une fonction très rapidement décroissante du coût généralisé de transport entre i et j.

Plus les biens sont éloignés du lieu de résidence, moins ils présentent d'intérêt pour l'usager.

α est un terme constant égal 3,5 lorsque Co représente le coût attribué par l'usager à une heure de déplacement (en moyenne 5 F dans les agglomérations françaises en francs 1970, 3,5 F dans les zones rurales et 7,00 F en région parisienne).

Le terme $Qj\, e^{-\frac{\alpha Cij}{Co}}$ qui est donc proportionnel à la probabilité de déplacement de i vers j est appelé l'accessibilité de la zone i vis à vis des biens et services de la zone j.

λ, facteur de normalisation est égal à $\frac{1}{Ai}$ dans lequel Ai représente la somme des accessibilités partielles de i vis à vis de chacune des zones qui l'entourent.

$$Ai = \sum_j Qj\, e^{-\frac{\alpha Cij}{Co}}$$

On a bien, dans ces conditions, $\sum_j pij = 1$

III - INTERPRETATION ECONOMIQUE DE LA DISTRIBUTION DES DEPLACEMENTS : LA NOTION D'INDICE D'ACCESSIBILITE

Comment peut-on interpréter cette loi de comportement ?.

Soit x et y deux facteurs ayant une influence sur la distribution des déplacements. Si deux combinaisons $x_1\ y_1$ et $x_2\ y_2$ de ces facteurs ne modifient pas la distribution, on peut admettre qu'elles ont la même valeur pour l'usager.

Considérons donc deux situations dans lesquelles la zone j de l'agglomération étudiée voit ses caractéristiques d'urbanisation et d'accès changer.

Première situation : La zone j comporte Qj1 emplois (biens ou services). Aucun droit de péage n'est imposé pour l'accès à la zone. Le coût généralisé de déplacement entre i et j est égal à Cij1.

Deuxième situation : La zone j comporte un nombre d'emplois Qj2 plus important que Qj1. De plus, un droit de péage est imposé pour l'accès à la zone. Le coût généralisé de déplacement entre i et j est égal à Cij2 > Cij1.

Dans le premier cas, la probabilité de déplacement de i vers j est égale à :

$$pij1 = \lambda\ Qj1\ e^{-\alpha \frac{Cij1}{Co}}$$

Dans le deuxième cas, elle est égale à :

$$pij2 = \lambda\ Qj2\ e^{-\alpha \frac{Cij2}{Co}}$$

Pour que le comportement de l'usager ne soit pas modifié, il suffit que :

$$Qj1\ e^{-\alpha \frac{Cij1}{Co}} = Qj2\ e^{-\alpha \frac{Cij2}{Co}} \qquad (5)$$

c'est-à-dire que l'accessibilité partielle de la zone i vis à vis de j reste constante.

L'expression (5) s'écrit également, en en prenant le logarithme.

$$Cij2 - Cij1 = \frac{Co}{\alpha} \left[\text{Log } Qj2 - \text{Log } Qj1 \right]$$

$$\text{ou} \quad \Delta Cij = \frac{Co}{\alpha} \Delta\ (\text{Log } Qj)$$

.../...

Le comportement de l'usager n'est pas modifié si une augmentation moyenne du coût généralisé de déplacement est compensée par une augmentation corrélative du nombre de biens susceptibles d'être atteints.

$\frac{Co}{\alpha}$ Δ(Log Qj) traduit l'intérêt économique concret que l'usager attribue au supplément de choix ΔQj qui lui est offert.

Cet intérêt augmente d'une valeur constante chaque fois que le choix est multiplié par une valeur constante. Une telle progression rappelle la loi de Fechtner sur les perceptions sensorielles.

L'expression (4) peut s'écrire sous une forme encore plus concise.

Posons : $S_{ij} = \frac{Co}{\alpha}$ Log Aij (7)

On a : $S_{ij} = \frac{Co}{\alpha}$ Log Qj - Cij (8)

L'expression (4) devient alors : $\Delta S_{ij} = 0$ (9)

S_{ij} est ainsi une grandeur homogène à un coût (ou à un bénéfice) qui est invariante lorsque la répartition des déplacements issus de i entre j et toutes les autres zones de l'agglomération ne change pas.

Elle caractérise donc bien (à une constante près) l'utilité que l'usager attribue à ses déplacements à destination de j.

Considérons maintenant deux autres situations de référence dans lesquelles non seulement la zone j mais également la zone h voit le nombre de ses emplois ainsi que ses conditions d'accès modifiées.

Les probalités d'occupation des activités autres que celles implantées en j et h restant inchangées si $Pi_j + Pi_h$ ne varie pas c'est-à-dire si

$$\frac{Qj\ e^{-\alpha \frac{Cij}{Co}}}{Ai} + \frac{Qh\ e^{-\alpha \frac{Cih}{Co}}}{Ai} \quad \text{est constant.}$$

La grandeur caractéristique du comportement de l'usager est bien égale à $Ai_j + Ai_h$ c'est-à-dire à la somme des accessibilités partielles de i vis à vis de j et vis à vis de h.

Cette grandeur n'ayant pas la dimension d'un coût ou d'un bénéfice, il nous faut, pour lui donner cette dimension, l'écrire comme en (7) sous la forme :

$$(Si)_{jh} = \frac{Co}{\alpha} \text{Log } (Ai_j + Ai_h) \quad (10)$$

$(Si)_{jh}$, homogène à un coût, est invariant lorsque la distribution des déplacements entre les zones regroupées (j + h) et les autres zones de l'agglomération ne change pas. Cette valeur caractérise donc l'utilité ressentie par l'usager dans ses déplacements à destination des zones j + h.

.../...

Par additions successives on peut ainsi montrer que l'intérêt économique réel que l'usager résidant en i attribue au système constitué par un domaine urbanisé et son réseau de transport associé est égal sur l'ensemble de l'agglomération à :

$$\boxed{Si = \frac{Co}{\alpha} \text{ Log } Ai + C^{te}} \qquad (11)$$

Si est appelé indice d'accessibilité (ou indice de satisfaction) de l'usager.

Il est l'indicateur qui caractérise de façon précise et complète le comportement de l'usager.

IV - L'ACCESSIBILITE, ELEMENT CONSTITUTIF D'UN SYSTEME DE CRITERES PLUS GENERAUX

Si l'accessibilité caractérise avec pertinence le point de vue de l'usager, sa portée très générale ne doit pas toutefois faire perdre de vue qu'elle n'est qu'un des éléments constitutifs d'un système encore plus général de critères de choix.

Utilisée seule, cette notion est en effet insuffisante pour caractériser l'utilité et la qualité d'un projet de transport ou de voirie.

Les choix en milieu urbain découlent de la prise en compte de nombreux points de vue. Celui de l'usager, ~~bien que très important~~, n'en est qu'un.

Il faut tenir compte également :

- du point de vue des riverains qui sont sensibles aux facteurs d'environnement (silence, sécurité, agrément esthétique etc...)
- du point de vue des contribuables qui ont à assurer le financement des infrastructures destinées à améliorer l'accessibilité sans détériorer l'environnement.
- du point de vue des maîtres d'oeuvre qui doivent faire face à de multiples aléas de réalisation notamment dans les zones très denses où les difficultés d'expropriation, de relogement des résidents peuvent mettre en péril les projets.
- du point de vue des résidents futurs dont il faut préserver la qualité de vie en réalisant des investissements qui induisent une urbanisation conforme aux options d'aménagement contenues dans les documents d'urbanisme.

Cet ensemble de critères, définis par la circulaire interministérielle du 12 Juillet 1973, fait bien apparaître la place exacte de la notion d'accessibilité. Il en montre toute sa portée mais également ses limites.

Après avoir replacé ce facteur dans son cadre général, nous pouvons désormais approfondir davantage le contenu de l'indice d'accessibilité et mettre en évidence ses principales propriétés.

V - APPROFONDISSEMENT DE LA NOTION D'INDICE D'ACCESSIBILITE : DECOMPOSITION EN UN INDICE DE CHOIX ET UN COUT GENERALISE MOYEN DE TRANSPORT

L'indice d'accessibilité partiel $Si_j = \frac{Co}{\alpha} \text{ Log } Ai_j$ de la zone i vis à vis des biens et services d'une zone isolée j possède la propriété de pouvoir se décomposer en deux termes indépendants.

.../...

On a en effet conformément à l'expression (8)

$$Si_j = \frac{Co}{\alpha} \text{Log } Qj - Cij$$

$\frac{Co}{\alpha}$ Log Qj facteur positif représente l'intérêt économique que l'usager attribue à la possibilité de pouvoir choisir entre Qj emplois (services ou autres biens).

Cij facteur négatif représente le coût généralisé de déplacement pour aller de i en j, et fait donc apparaître la résistance au déplacement.

Appliqué à plusieurs zones indépendantes et a fortiori à l'ensemble des zones d'une agglomération, l'indice d'accessibilité qui représente le logarithme de la somme des accessibilités partielles de chaque zone, ne se prête pas à cette décomposition élémentaire. Le coût généralisé moyen des déplacements à partir de i (Ci) ne se met plus en facteur de façon simple.

Pour rétablir cette possibilité de décomposition, nous allons procéder au calcul du nombre d'emplois équivalents (biens ou services) Q(i) tel que :

$$Ai = Q(i) e^{-\alpha \frac{Ci}{Co}}$$ (expression dans laquelle Ci représente le coût généralisé moyen de déplacement à partir de i)

Soit Qi^k le nombre de biens décomptés à l'intérieur de l'isochrone dépassée par seulement (100 - K) % d'usagers issus de i.

Pour quelle valeur de K a-t'on l'égalité suivante :

$$Ai = Qi^k e^{-\alpha \frac{Ci}{Co}} \quad ? \qquad (12)$$

Si l'on sait répondre à cette question, l'indice d'accessibilité Si peut à nouveau se décomposer en deux termes, l'un lié aux choix offerts, l'autre au coût moyen de transport.

On a en effet dans ce cas (à une constante près ρ)

$$\boxed{Si = \frac{Co}{\alpha} \text{Log } Ai = \frac{Co}{\alpha} \text{Log } Qi^k - Ci} \qquad (13)$$

L'étude de la distribution des déplacements à partir de i permet effectivement de calculer le valeur de K. Lorsque l'urbanisation est homogène indéfinie, l'égalité (12) est atteinte pour K = 90 (cf. annexe 1).

Lorsque l'urbanisation est hétérogène, le calcul est plus complexe (cf. annexe 2).

Dans les cas d'urbanisation les plus fréquents, les valeurs de K sont comprises entre 88 et 94, donc très proches de 90.

Encore faut-il noter que ces calculs sont effectués en adoptant la loi de distribution générale : $pij = \frac{Qj\, e^{-\alpha \frac{Cij}{Co}}}{Ai}$ sans contraintes de marge. (a)

(a) Voir note page suivante.

En réalité, l'effet correcteur de ces contraintes a pour résultat de réduire encore la fourchette des valeurs de K.

Il semble donc justifié d'adopter en première approximation la valeur 90 dans pratiquement tous les cas d'urbanisation connus.

Si cette simplification est admise, on obtient en définitive l'expression suivante de l'indice d'accessibilité :

$$\boxed{Si = \frac{Co}{\alpha} \text{ Log } Oi^{90} - Ci + (\rho)} \qquad (15)$$

L'indice d'accessibilité se décompose ainsi en un **indice** de choix proportionnel au logarithme des biens décomptés à l'intérieur de l'isochrone dépassée par seulement 10 % des usagers issus de i et un indice de coût qui n'est autre que le coût généralisé moyen de déplacement à partir de i.

(a) La loi de distribution générale des déplacements ne s'applique en fait exactement que dans le cas d'une urbanisation homogène indéfinie ou lorsque les émissions et les attractions ne sont pas liées de façon normative au nombre de résidents ou au nombre d'emplois (biens) impliqués.

Dans le cas des échanges domicile-travail, où chaque emploi doit être occupé par un actif, les normes d'émission et d'attraction sont évidemment **imposées**.

Les lois de distribution s'écrivent alors :

$$Dij = \frac{1}{A} Pi\ Ej\ e^{-\alpha \frac{Cij}{Co}} \qquad (1)$$

avec $\sum_j Dij = Pi$ (2)

et $\sum_i Dij = Ej$ (3)

Le nombre d'équations indépendantes est supérieur au nombre d'inconnues. Le système n'est donc pas soluble. On démontre toutefois qu'il peut être résolu dans le cas d'une urbanisation homogène indéfinie.

Dans les autres cas, les facteurs d'émission Pi et d'attraction Ej doivent être pondérés par des facteurs de surgénération ou de sous-génération ai et bj qui considérés comme des inconnues permettent de résoudre le système des équations. Les contraintes d'émission et d'attraction conduisent ainsi à modifier partiellement la loi générale de distribution (1).

.../...

VI - EXEMPLES D'APPLICATION DE LA NOTION D'ACCESSIBILITE

La décomposition de l'indice d'accessibilité en un indice de choix et un coût généralisé de transport permet de donner une explication simple et satisfaisante de situations que la théorie économique classique ne permet pas d'expliquer.

Exemple n°1 : Considérons deux structures urbaines profondément différentes. La première, A, comporte une densité d'environ 200 emplois/ha sur une surface de 100 km2 (PARIS intramuros). La deuxième, B, comporte une densité 10 fois plus faible (20 emplois/ha) sur une surface de 1000 km2.

La structure A est desservie de préférence par des transports collectifs en site propre dont la vitesse moyenne, porte à porte, est de 12 km/h (métropolitain). La structure B est desservie de préférence par les transports individuels dont la vitesse moyenne, porte à porte, est de 36 km/h, donc 3 fois plus **élevée** . Le calcul économique classique ne permet pas de comparer ces deux structures. L'approche économique de l'accessibilité se prête par contre **à une analyse de ce type. On constate que** la structure A dotée d'un mode de transport relativement lent mais desservant une densité d'urbanisation très élevée offre aux usagers le même choix pour un temps de transport donné que la structure B dotée d'un transport rapide (9 fois plus de surface couverte par unité de temps) mais desservant une densité d'urbanisation beaucoup plus faible (10 fois moins élevée). Les deux structures présentent donc un intérêt sensiblement équivalent pour l'usager.

Exemple n°2 : Considérons une agglomération de structure traditionnelle comportant une concentration d'emplois et de services au centre et des zones résidentielles peu denses en périphérie.

Vaut-il mieux du seul point de vue de l'accessibilité résider au centre ou en périphérie ?.

A priori, le centre apparaît moins accessible que les autres zones de l'agglomération. Les difficultés de circulation y sont en effet bien plus importantes.

En fait, le calcul de l'accessibilité de chaque zone vis à vis de tous les biens et services de l'agglomération montre que ce sont les zones centrales qui offrent la meilleure accessibilité. Si les vitesses de déplacement y sont plus faibles, les distances à parcourir pour bénéficier des choix souhaités y sont également plus faibles. L'accessibilité au total y est supérieure.

Si l'on fait abstraction des facteurs d'environnement et des charges de viabilisation, le centre apparaît ainsi comme un lieu de résidence privilégié. C'est également un lieu d'emplois privilégié. Ce résultat explique **d'ailleurs l'importance des charges foncières qui y sont** constatées.

Exemple n°3 : Considérons une agglomération dont la population et les activités croissent rapidement. Supposons que les travaux réalisés au cours des cinq dernières années aient permis de stabiliser les temps de transport. Faut-il en déduire que les efforts entrepris ont été vains, les temps de déplacement n'ayant pas été réduits ?.

En théorie économique classique, la réponse est difficile à donner. En termes d'accessibilité par contre, la réponse est immédiate.

Les coûts généralisés de transport sont restés constants mais les indices de choix ont sensiblement augmenté du fait de la progression rapide de l'urbanisation et par voie de conséquence du nombre d'emplois (biens ou services) susceptibles d'être atteints dans un temps de transport donné. Les travaux entrepris se sont donc révélés bénéfiques.

Ces quelques exemples montrent bien la généralité et la pertinence de la notion d'accessibilité.

.../...

VII - VARIATION DE L'INDICE DE CHOIX ET DU COUT GENERALISE DE TRANSPORT EN FONCTION DE LA TAILLE DE L'AGGLOMERATION.

La valeur de l'accessibilité offerte par une structure urbaine est directement liée à la taille de cette structure. Les choix dépendent en effet directement du nombre et de la variété des biens susceptibles d'être atteints.

Comment varient d'une part l'indice de choix, d'autre part le coût généralisé moyen de transport en fonction de la taille d'une agglomération ?

Nous nous limiterons à l'étude des seuls déplacements domicile-travail. Dans ce cas, Qi 90 représente le nombre d'emplois décomptés à l'intérieur de l'isochrone dépassée par seulement 10 % des migrants issus de i et Ci représente le coût moyen du déplacement domicile-travail.

Les résultats obtenus sont reportés sur le graphique n° 1. L'indice de choix et le coût généralisé de transport ont été multipliés par le nombre de déplacements annuels M : (environ : 500) de telle sorte que les bilans puissent être présentés en dépenses ou gains sur 12 mois.

On note une croissance nettement plus rapide de l'indice de choix que du coût généralisé de transport. Entre 100 habitants et 10 millions d'habitants, l'indice de choix progresse de 1.750 F à 14.900 F alors que les dépenses de transport (en coûts généralisés) progressent à peine de 500 F à 3.500 F.

Cette constatation donne une explication simple et logique du phénomène d'urbanisation. La recherche des choix incite les résidents à se regrouper autour des activités, services et loisirs.

Ce regroupement entraîne des difficultés de transport mais la progression de ces difficultés est moins rapide que celle de l'intérêt économique lié à la variété des choix offerts. L'attrait du choix se révèle en définitive particulièrement puissant.

Ainsi, en matière d'emploi, les résidents peuvent trouver, dans une grande agglomération des activités correspondant mieux à leur formation professionnelle ou à leur goût. Ils en retirent non seulement une augmentation de satisfaction mais également une amélioration réelle de leur salaire.

Fait plus étonnant (1) la progression de l'indice de choix est strictement parallèle à la progression des salaires (graphique n° 2).

Les deux courbes peuvent se déduire l'une de l'autre par une simple translation (d'environ 9.000 F).

D'ailleurs, comme l'indice d'accessibilité n'est défini qu'à une constante près : ρ, on peut choisir cette constante de telle sorte que l'indice de choix annuel soit identique au salaire.

---

(1) Qui s'explique grâce à la Théorie économique de l'accessibilité (cf. G. KOENIG).

Ce résultat est obtenu pour $\rho = \frac{9\ 000\ F}{500} = 18$ F (en F 1970)

L'indice d'accessibilité possède ainsi pour le motif travail une propriété intéressante. Il est en moyenne égal, dans une agglomération donnée, à la différence entre le salaire annuel de l'actif qui se déplace et le coût généralisé de son transport. Cette différence croit avec la taille de l'agglomération.

Réciproquement, le salaire moyen d'un actif dans une agglomération est égal à la somme de l'indice annuel d'accessibilité dont il bénéficie et du coût généralisé de transport qu'il supporte. Comme ces termes peuvent être calculés physiquement dès que la structure urbaine d'une ville et son réseau de transport sont connus, on en déduit que le salaire moyen d'un actif dans une agglomération est directement lié à la taille de la ville, à sa structure et à son réseau de transport.

On peut d'ailleurs formuler la variation du niveau moyen des salaires en fonction de la taille d'une ville.

On a en effet :

$$R = 500\ \left(\frac{Co}{\alpha} \text{ Log } E_{90} + \rho\right)$$

avec $Co = \frac{R}{2200} \times \frac{2}{3}$ = (2 200 étant le nombre d'heures moyen de travail et, 2/3 le rapport moyen constaté entre le coût de l'heure de transport et le coût de l'heure de travail)

et $\alpha = 3{,}5$

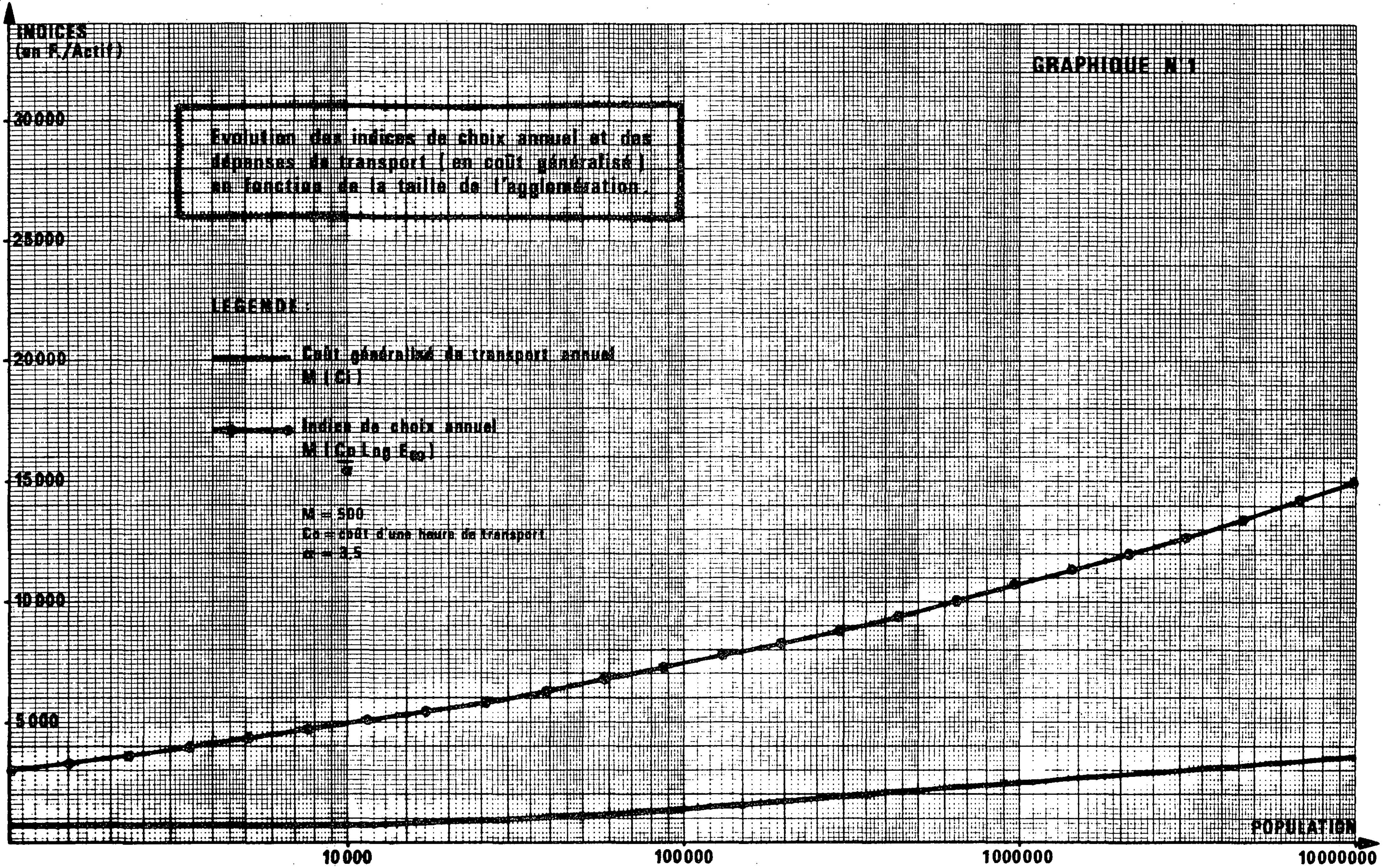
D'où, après calculs : $\boxed{R = \frac{5\ 500 \times \rho\ (1)}{11 - \log_{10} E_{90}}}$ (16)

En admettant que E_{90} est en moyenne égal à 0,3 P, on peut encore écrire :

$$\boxed{R = \frac{5\ 500 \times \rho}{11{,}5 - \log_{10} P}} \quad (17)$$

Cette courbe est bien conforme à celle publiée par l'I.N.S.E.E.

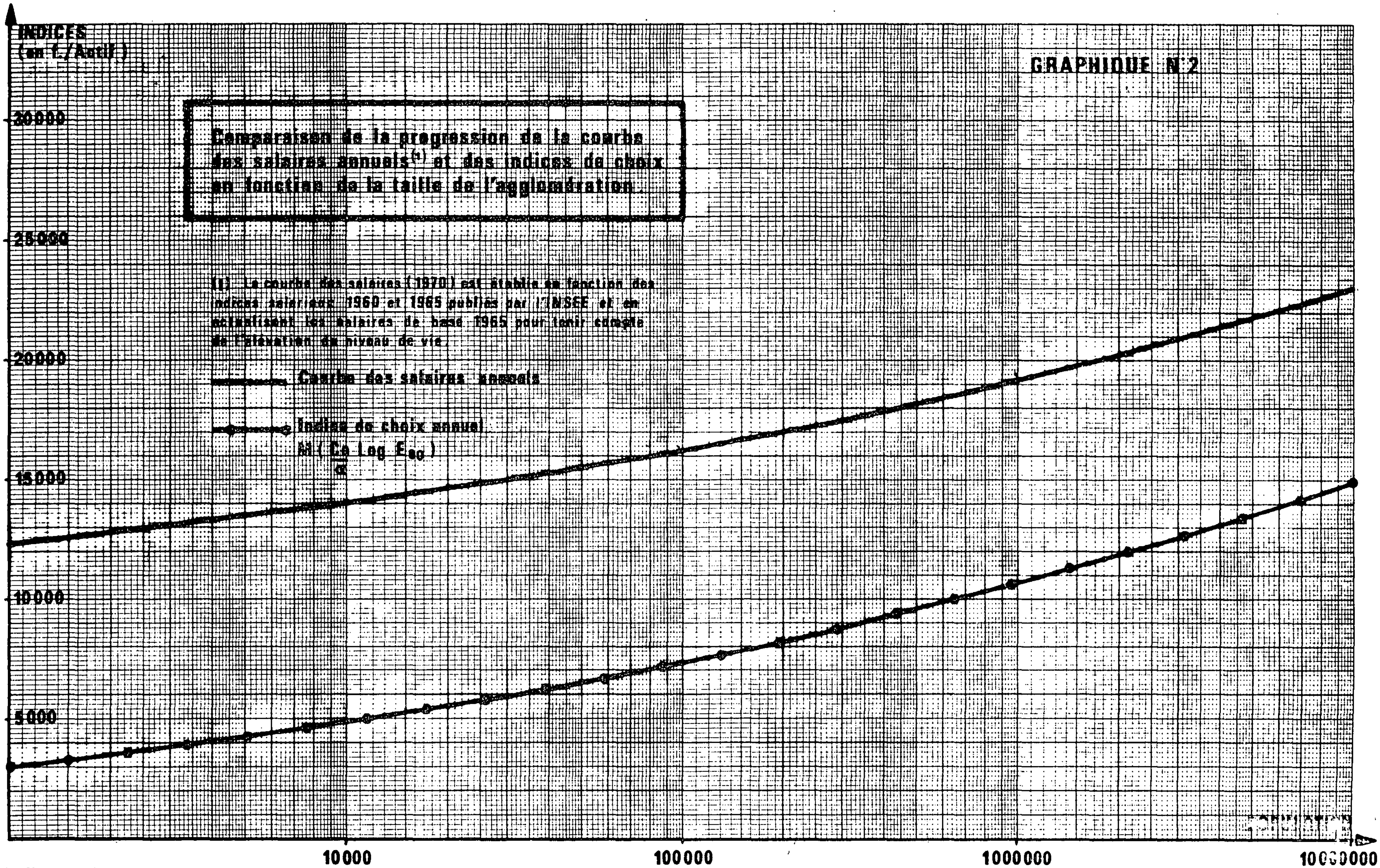
(1) Rappelons que $\rho = 18$ F en 1970.



INDICES
(en F./Actif)
GRAPHIQUE N°1
Evolution des indices de choix annuel et des dépenses de transport (en coût généralisé) en fonction de la taille de l'agglomération.
30000
25000
20000
15000
10000
5000
LEGENDE :
Coût généralisé du transport annuel
M (Ci)
Indice de choix annuel
M (Co Log E60 / α)
M = 500
Co = coût d'une heure de transport
α = 2,5
POPULATION
10000
100000
1000000
10000000

N° 130

11.bis


INDICES
(en F./Actif)
GRAPHIQUE N°2
Comparaison de la progression de la courbe des salaires annuels(1) et des indices de choix en fonction de la taille de l'agglomération.
(1) La courbe des salaires (1970) est établie en fonction des indices salariaux 1960 et 1965 publiés par l'INSEE et en actualisant les salaires de base 1965 pour tenir compte de l'élévation du niveau de vie.
Courbe des salaires annuels
Indice de choix annuel
M (Ca/α Log Eag)
30000
25000
20000
15000
10000
5000
10000
100000
1000000
10000000

N° 130

11 ter

VIII - GENERALITE DES LOIS DE COMPORTEMENT DE L'USAGER EN SITUATION DE CHOIX - APPLICATION A LA FORMULATION DES MODELES DE DEVELOPPEMENT URBAIN.

Les développements qui précèdent reposent en définitive sur la loi de comportement de l'usager devant les choix que lui offre une structure urbaine : choix d'emplois, de services, de loisirs.

Tout découle de la formule de base.

$$pij = \frac{Qj\, e^{-\alpha \frac{Cij}{Co}}}{A_i} \qquad (1)$$

Cette formule présente l'intérêt d'être très générale et d'apparaître sous une forme semblable dans de nombreuses lois de comportement de l'usager.

A titre d'exemple, la distribution des usagers entre plusieurs itinéraires concurrents s'effectue au prorata de la fonction $e^{-\alpha \frac{Cj}{Co}}$ dans laquelle Cj est le coût généralisé de l'itinéraire j entre le point origine A et le point destination B.

Si deux itinéraires parallèles de coût généralisé Cj et Ch sont remplacés par un seul l, la distribution des usagers entre les autres itinéraires reste inchangée si le coût généralisé du nouvel itinéraire est tel que :

$$e^{-\alpha \frac{Cl}{Co}} = e^{-\alpha \frac{Cj}{Co}} + e^{-\alpha \frac{Ch}{Co}} \qquad (19)$$

On retrouve bien la notion d'addition des accessibilités partielles.

Autre exemple : la distribution des usagers entre les différents parcs de stationnement d'un centre ville s'effectue suivant la loi :

$$pij = \lambda\, Oje^{-\alpha \frac{Cij}{Co}} \qquad (18)$$

dans laquelle Oj représente l'offre de stationnement de la zone j et Cij le coût généralisé de marche à pied entre i et j, coût auquel doit être ajouté la tarification du stationnement si le parc est payant, ou même le risque de contravention si les places sont interdites mais peuvent être physiquement occupées.

L'application de cette loi permet de reconstituer avec une bonne précision le taux d'occupation des places autorisées, interdites et payantes.

.../...

Il semble bien que les phénomènes faisant intervenir des choix de biens au prix d'un effort ou au bénéfice d'une satisfaction puissent dans tous les cas s'exprimer sous la forme générale :

$$pij = Qj \; e^{-\alpha \frac{Cij}{Co}}$$

Nous pouvons essayer de tirer parti de cette formulation générale pour donner un fondement aux modèles de développement urbain.

L'urbanisation se caractérise en effet par la possibilité d'accéder à un bien (l'espace) au bénéfice d'une meilleure accessibilité aux activités, aux services et aux loisirs d'une ville, au dépens des charges d'aménagement du terrain à viabiliser et, suivant le cas, au bénéfice ou au dépens d'un environnement de qualité ou d'un environnement dégradé.

Cela conduit à exprimer la probabilité d'urbanisation d'une zone résidentielle i sous la forme :

$$pi = \frac{Ui}{U} = \lambda \; Oi \; e^{\beta (Ri - Ci - Vi - Ni)} \qquad (20)$$

avec :

Ui = urbanisation prévisible dans la zone i pendant une référence de temps donné.

U = urbanisation prévisible dans toute l'agglomération pendant la même référence de temps.

Oi = espace urbanisable dans la zone i.

Ri = salaire annuel moyen des actifs résidant dans la zone i.

Ci = coût généralisé moyen annuel de transport des résidents de la zone i.

Vi = amortissements annuels des charges de viabilisation.

Ni = indice de nuisances.

$$\text{et } \lambda = \frac{1}{\sum\limits_i Oi \; e^{\beta (Ri - Ci - Vi - Ni)}}$$

Il semble logique de choisir β de telle sorte que $e^{\beta (Ri - Ci)}$ représente effectivement l'accessibilité de la zone i vis à vis de toutes les autres zones de l'agglomération. Il suffit pour cela que $\beta = \frac{\alpha}{CoM}$ (cfnote b)

Note b : En effet :

$$e^{\frac{\alpha}{CoM}(Ri-Ci)} = e^{\frac{\alpha}{Co} Si} = e^{\frac{\alpha}{Co} \times \frac{Co}{\alpha} \text{Log } Ai} = Ai$$

Des expressions du même type peuvent être établies pour l'urbanisation industrielle ou pour l'urbanisation commerciale.

Comme pour tous les modèles de distribution, les contraintes liées au fait que Ui (urbanisation prévisible) ne peut dépasser Oi (espace urbanisable) sont introduites soit par la mise en oeuvre de coefficients pondérateurs de Oi, soit par l'utilisation de méthodes de distribution par tranche, l'espace urbanisable de la nième tranche étant l'espace résiduel après affectation des tranches précédentes.

Des applications de cette formule et de cette méthode sont en cours à Toulouse. Les premiers résultats obtenus montrent que les tendances d'urbanisations peuvent être partiellement expliquées pour les critères d'accessibilité (corrélation de 0,85 entre les taux de remplissage des zones effectivement constatés et les valeurs des accessibilités calculées.

Il ne semble pas qu'on puisse dépasser beaucoup ce seuil de précision (même en introduisant les critères de coût, de viabilisation et de nuisance) dans la mesure où les phénomènes de développement urbain sont soumis à de nombreuses contraintes administratives et politiques qu'il est difficile de prendre en compte.

Mais le niveau de précision atteint est déjà satisfaisant, en tout cas aussi satisfaisant que celui de modèles de développement plus sophistiqués qui ont pu être mis en oeuvre à ce jour.

CONCLUSION

L'approche économique de l'accessibilité permet de mieux comprendre le comportement de l'usager et donne un sens profond au phénomène des déplacements urbains.

Elle montre les limites des études économiques classiques qui reposent sur les seuls coûts généralisés de transport et fait clairement apparaître l'importance de la notion d'indice de choix ainsi que le prix que l'usager y attache.

Du fait qu'elle associe étroitement les infrastructures de transport aux emplois, biens et services qu'elles desservent, elle permet la comparaison de structures urbaines contrastées telles qu'urbanisations denses avec prépondérance des transports collectifs et urbanisations aérées avec prépondérance des transports individuels.

D'une façon plus générale l'accessibilité est un facteur explicatif du développement urbain.

Elle présente donc de très nombreux avantages.

Il ne faut pas cependant perdre de vue que l'accessibilité qui caractérise avec précision le comportement de l'usager n'est qu'un des facteurs à prendre en compte pour l'élaboration d'une politique de transports en milieu urbain. Elle doit être associée aux facteurs d'environnement, de coût, d'aléas de réalisation et de contrôle de l'urbanisation pour donner aux responsables locaux des moyens de réflexion et de jugement d'une grande impartialité et d'une grande valeur.

ANNEXES

ANNEXE 1

CALCUL DU NOMBRE D'EMPLOIS EQUIVALENT E_{90} DANS LE CAS D'UNE URBANISATION HOMOGENE INDEFINIE

Problème posé :

1) Déterminer le nombre d'emplois $N_{(i)}$ tel que $Ai = N_{(i)}\, e^{-\alpha \frac{Ci}{Co}}$ (1) (expression dans laquelle Ai représente l'accessibilité de la zone i vis à vis de toutes les zones qui l'entourent et C_i le coût généralisé moyen de déplacement à partir de i).

2) Déterminer l'isochrone (définie par le pourcentage K d'usagers issus de i qui la dépassent) à l'intérieur de laquelle on peut décompter Ni emplois.

Définitions

$$Ai = \sum_j Ej\, e^{-\alpha \frac{Ci}{Co}}$$

Ej = emplois de la zone j

Cij = coût généralisé de déplacement entre la zone i et la zone j

α = coefficient de conductance ≃ 3,5 lorsque Co est égal au coût d'une heure de transport

$tij = \frac{Cij}{Co}$ = temps généralisé de déplacement entre i et j

$\bar{t}i = \frac{Ci}{Co}$ = temps généralisé moyen de déplacement à partir de la zone i

Tij = nombre de déplacements entre i et j

Ti = nombre de déplacements totaux issus de i

$\frac{Tij}{Ti}$ = probabilité de déplacement de i vers j (lorsqu'un usager résidant en i exprime son intention de déplacement).

Dans le cas d'une urbanisation homogène indéfinie,

$$\frac{Tij}{Ti} = \frac{Ej\, e^{-\alpha tij}}{\sum_j Ej\, e^{-\alpha tij}} = \frac{1}{Ai}\, Ej\, e^{-\alpha tij}$$

Remarque préalable.

Le temps généralisé de déplacement tij entre i et j est décomposable en un temps généralisé de déplacement en mouvement motorisé $t'ij$ et un temps terminal $t^{\circ}j$.

Dans un espace urbanisé homogène indéfini, les trajets terminaux, quelles que soient les zones j considérées, sont équivalentes. L'accessibilité Ai de la zone i vis à vis de toutes les zones j peut donc s'écrire :

$$Ai = \sum_j Ej\, e^{-\alpha (t'ij + to)} = K \sum_j Ej\, e^{-\alpha t'ij}$$

.../...

L'expression $Ai = N_{(i)} e^{-\alpha \frac{Ci}{Co}} = N_{(i)} e^{-\alpha \bar{t}i}$ peut

s'écrire de la même façon $Ai = N_{(i)} e^{-\alpha(t^1 i + to)} = K N_{(i)} e^{-\alpha t^1 i}$

Le facteur K s'élimine donc

Le calcul de $N_{(i)}$ peut être ainsi effectué en adoptant comme temps généralisé de déplacement, soit le temps total porte à porte soit le seul temps de déplacement motorisé.

Nous adopterons dans la suite des calculs le temps de déplacement motorisé car il permet d'établir une relation avec la distance parcourue. simple

En effet, en adoptant comme vitesse moyenne de déplacement une valeur constante Vo on a : $tij = \frac{rij}{Vo}$ (ou encore, en posant Vo = 1, tij = rij).

Calculs

Pour mettre en évidence les relations recherchées nous calculerons successivement les valeurs de Ai, $\bar{t}i$, $N_{(i)}$ et Ki en procédant par intégration des valeurs élémentaires obtenues le long de couronnes concentriques d'urbanisation autour du point de référence i.

Soit : d (densité d'emplois) = do

Le nombre d'emplois dans la couronne d'urbanisation dr située à la distance r de i est égal à :

$E_r = do\ 2\ \Pi\ r\ d\ r = 2\ \Pi\ do\ t\ dt$

On en déduit : $Ai = \sum_j Ej\ e^{-\alpha tij} = \int_0^t 2\ \Pi\ do\ t\ e^{-\alpha t} dt$

$$= \frac{2\ \Pi\ do}{\alpha^2} \int_0^x x\ e^{-x} dx = \frac{2\ \Pi\ do}{\alpha^2} \left[1 - e^{-x}(x+1)\right] \text{ en posant } x = \alpha t$$

Si $t \to \infty$,

$$\boxed{Ai = \frac{2\ \Pi\ do}{\alpha^2}}$$

Par ailleurs, $\bar{t}i = \frac{\Sigma tij\ Tij}{Ti} = \sum_j tij \frac{Ej\ e^{-\alpha tij}}{\sum_j Ej\ e^{-\alpha tij}}$

$$= \frac{\int_0^\infty t\ 2\ \Pi\ do\ t\ e^{-\alpha t} dt}{\int_0^\infty 2\ \Pi do\ t\ e^{-\alpha t} dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx}{\int_0^\infty x\ e^{-x} dx}$$

$$= \frac{1}{\alpha} \left[\frac{2 - e^{-x}(x^2 + 2x + 2)}{1 - e^{-x}(x+1)}\right]$$

Si $t \to \infty$ $\boxed{\bar{t}i = \frac{2}{\alpha}}$

Or $Ai = Ni\ e^{-\alpha \bar{t}i}$

Donc $\frac{2\,\Pi\,do}{\alpha^2}\ Ni\ e^{-2}$

$$\boxed{Ni = 2\,\Pi\,do\ \frac{e^2}{\alpha^2}}$$

Soit $E_{t_{ki}}$ le nombre d'emplois décomptés à l'intérieur de l'isochrone dépassée par (100 - K)% d'usagers issus de i

On a : $E_{t_{ki}} = \int_o^{t_{ki}} 2\,\Pi\,dot\,dt = 2\,\Pi\,do \times \frac{t_{ki}^2}{2}$

Pour que $E_{t_{ki}} = Ni$, il faut que :

$$2\,\Pi\,do\ \frac{t_{ki}^2}{2} = 2\,\Pi\,do\ \frac{e^2}{\alpha^2}$$

Soit $\boxed{t_{ki} = \frac{e}{\alpha}\sqrt{2}}$

Or, par définition

$$Ki = \frac{\sum_o^n Tij}{Ti} = \frac{\sum_o^n Ej\ e^{-\alpha tij}}{\sum_o^\infty Ej\ e^{-\alpha tij}} = \frac{\int_o^{t_{ki}} 2\,\Pi\,do\,t\,e^{-\alpha t}dt}{\int_o^\infty 2\,\Pi\,dot\,e^{-\alpha t}dt}$$

$$= \frac{1 - e^{-x}(x+1)}{1 - e^{-\alpha}(\infty + 1)} = 1 - e^{-x}(x+1) = 1 - e^{-\alpha t_{ki}}(\alpha t_{ki} + 1)$$

D'où : $\boxed{K_i = 1 - e^{-e\sqrt{2}}(e\sqrt{2} + 1) = 0{,}90}$

.../...

Autres relations .

Soit $E_{\bar{t}i}$ le nombre d'emplois atteints dans le temps $\bar{t}i$

On a : $E_{\bar{t}i} = 2\,\Pi\, do \dfrac{\bar{t}i^2}{2} = 2\,\Pi\, do \dfrac{2}{\alpha 2}$

D'où : $\boxed{\dfrac{Ni}{E_{\bar{t}i}} = \dfrac{e^2}{2} \simeq 3{,}67}$

ANNEXE 2

CALCUL DU NOMBRE D'EMPLOIS
EQUIVALENT DANS LE CAS D'URBANISATIONS HETEROGENES

1er cas : Densité d'emploi décroissante :

$$d_r = \frac{do}{r} \quad \text{ou encore} \quad d_r = \frac{do}{t} \quad \text{en admettant que t est égal à r.}$$

Le nombre d'emplois dans la couronne dr située à la distance r de o est égal à :

$$Er = \frac{do}{r}\, 2\,\pi\, rdr = 2\,\pi\, do\, dr = 2\,\pi\, do\, dt$$

$$Ai = \Sigma\, Ej\, e^{-\alpha tij} = \int_o^t 2\pi do\, e^{-\alpha t}\, dt = \frac{2\pi do}{\alpha}\,(1 - e^{-\alpha t})$$

$$\text{Si } t \to \infty \;,\quad Ai = 2\,\pi\,\frac{do}{\alpha}$$

Par ailleurs : $\bar{t}_i = \dfrac{\Sigma\, tij\, Tij}{Ti} = \sum\limits_j tij\,\dfrac{Ti}{Ti}\,\dfrac{Ej\, e^{-\alpha tij}}{\sum\limits_j Ej\, e^{-\alpha tij}}$

$$= \int_o^\infty t\,\frac{2\pi\, do\, e^{-\alpha t}\, dt}{\int_o^\infty 2\pi\, do\, e^{-\alpha t}\, dt} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{\int_o^x xe^{-x}\, dx}{\int_o^x e^{-x}\, dx}$$

$$= \frac{1}{\alpha}\left(\frac{1 - e^{-x}(x + 1)}{1 - e^{-x}}\right) \to \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{Or : } Ai = N_i\, e^{-\alpha \bar{t}i}$$

$$\text{Donc } 2\pi\,\frac{do}{\alpha} = Ni\, e^{-1}$$

$$\boxed{N_i = \frac{2\pi\, do\, e}{\alpha}}$$

Soit E_{tki} le nombre d'emplois atteints dans le temps tk dépassé par (100 - K) % d'usagers.

On a : $E_{tki} = \int_0^{tki} 2\pi \, do \, dt = 2\pi \, do \times tki$

Par définition :

$$K = \frac{\sum_0^n Tij}{Ti} = \frac{\sum_0^n Ej \, e^{-\alpha tij}}{\sum_0^\infty Ej \, e^{-\alpha tij}} \quad \frac{-\int_0^{tki} 2\pi \, do \, e^{-\alpha t} dt}{\int_0^\infty 2\pi \, do \, e^{-\alpha t} dt}$$

$$= \frac{1 - e^{-\alpha t_{ki}}}{1}$$

Pour que $E_{tki} = Ni$, il faut que

$$2\pi \, do \, t_{ki} = 2\pi \frac{do}{\alpha} e$$

Soit $t_{ki} = \frac{e}{\alpha}$

d'où $\boxed{K = 1 - e^{-e}} \simeq 1 - 0{,}06 = \boxed{0{,}94}$

$$= 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^e$$

Autres relations :

1) Soit $E_{\bar{t}i}$ le nombre d'emplois atteints dans le temps $\bar{t}_i$

On a : $E_{\bar{t}i} = 2\pi \, do \times \bar{t}_i = \frac{2\pi \, do}{\alpha}$

D'où : $\boxed{\frac{Ni}{E_{\bar{t}i}} = e} = 2{,}71$

2) Soit E_{t50} le nombre d'emplois atteints dans le temps t_{50} dépassé par 50 % des usagers.

On a : $E_{t50} = 2\pi \, do \times t_{50}$

Or $K = 1 - e^{-\alpha t_{50}} = 0{,}50$

$$e^{-\alpha t_{50}} = 0{,}50$$

$$-\alpha t_{50} = \text{Log } 0{,}50 \qquad t_{50} = -\frac{\text{Log } 0{,}50}{\alpha} = \frac{\text{Log } 2}{\alpha}$$

$$Et_{50} = 2\pi \, do \times \frac{\text{Log } 2}{\alpha}$$

.../...

$$\rightarrow \frac{Ni}{Et} = 2\pi \frac{do\ e}{\alpha} \frac{x\ \alpha}{2\ \pi do} \frac{1}{Log\ 2} = \frac{e}{Log\ 2} = \frac{2,71}{0,75} = \underline{\underline{3,6}}$$

<u>2e cas</u> : <u>Densité d'emplois croissante</u>

$d = do\ r = do\ t$

Le nombre d'emplois dans la couronne dr située à la distance r de 0 est égal à :

$$Er = do\ r\ 2\pi\ rdr = 2\pi\ do\ r^2\ dr$$

$$= 2\pi\ do\ t^2\ dt$$

$$Ai = \Sigma Ej\ e^{-\alpha tij} = \int_o^t 2\pi\ do\ t^2\ e^{-\alpha t}\ dt =$$

$$\frac{2\pi\ do}{\alpha\ 3} \int_o^x x^2\ e^{-x}\ dx = \frac{2\pi\ do}{\alpha\ 3}\left[2 - e^{-x}\ (x^2 + 2x + 2)\right]$$

Si $x \rightarrow \infty$, $Ai = \frac{4\pi\ do}{\alpha\ 3}$

Par ailleurs, $\bar{t}_i = \frac{\Sigma tij\ Tij}{Ti} = \sum_j tij \frac{Ti}{Ti} \frac{Ej\ e^{-\alpha\ tij}}{\Sigma j\ Ej\ e^{-\alpha\ tij}}$

$$= \frac{\int_o^\infty t\ 2\pi\ do\ t^2\ e^{-\alpha t}\ dt}{\int_o^\infty 2\pi\ do\ t^2\ e^{-\alpha t} dt} = \frac{1}{\alpha} \frac{\int_o^\infty x^3\ e^{-x}\ d\ x}{\int_o^\infty x^2\ e^{-x}\ dx}$$

$$= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{6 - e^{-x}(x^3 + 3\ x^2 + 6x + 6)}{2 - e^{-x}(x^2 + 2x + 2)}$$

Si $x \rightarrow \infty$, $\bar{t}_i \rightarrow \frac{3}{\alpha}$

Or $Ai = Ni\ e^{-\alpha \bar{t}_i}$

Donc $\frac{4\pi\ do}{\alpha\ 3} = Ni\ e^{-3}$

$$\boxed{Ni = 2\pi\ do\ \frac{2\ e^3}{\alpha^3}}$$

.../...

Soit Et_{ki} le nombre d'emplois atteints dans le temps t_k dépassé par (100 - k) % d'usagers.

On a : $Et_{ki} = \int_o^{tki} 2\pi\ do\ t^2\ dt = 2\pi\ do\ \frac{t^3\ k_i}{3}$

Par définition :

$$K = \frac{\sum_o^n Tij}{Ti} = \frac{\sum_o^n Ej\ e^{-\alpha\ tij}}{\sum_o^\infty Ej\ e^{-\alpha\ tij}} = \frac{\int_o^{t_{ki}} 2\pi\ do\ t^2\ e^{-\alpha t}\ dt}{\int_o^\infty 2\pi\ do\ t^2\ e^{-\alpha t}\ dt}$$

$$= \frac{2 - e^{-x}\ (x^2 + 2x + 2)}{2 - e^{-\infty}\ (\infty^2 + 2\ \infty + 2)} \rightarrow 1 - \frac{e^{-\alpha t}}{2} \left[(\alpha t)^2 + 2\alpha t + 2\right]$$

Pour que Et_{ki} = Ni, il faut que :

$$2\pi\ do\ \frac{t^3\ ki}{3} = 2\pi\ do\ \frac{2\ e^3}{\alpha 3}$$

$$\text{Soit } \frac{t^3\ ki}{3} = 2\ \frac{e^3}{\alpha 3}$$

$$\alpha t_{ki} = \sqrt[3]{6} \times e$$

d'où : $\boxed{K = 1 - \frac{e^{-\sqrt[3]{6}\ e}}{2} \quad (6^{2/3} \times e^2 + 26^{1/3}\ e + 2)}$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2_e}\ \frac{1}{1,85 \times 2,71} (3,3 \times 7,34 + 2 \times 1,85 \times 2,71 + 2)$$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2}\ \frac{1}{e^5} \quad (24 + 10 + 2)$$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2}\ \frac{1}{145} \quad (36) \quad \simeq 1 - 0,12$$

$$\boxed{\simeq 0,88}$$

.../...

Autre relation :

Soit $E_{\bar{t}i}$ le nombre d'emplois atteints dans le temps $\bar{t}i$

On a : $E_{\bar{t}i} = 2\pi \text{ do } \dfrac{\bar{t}i^3}{3} = 2\pi \text{ do } \dfrac{1}{3} \dfrac{3^3}{\alpha 3}$

D'où : $\boxed{\dfrac{Ni}{E_{\bar{t}i}} = 6 \left(\dfrac{e}{3}\right)^3} \approx 4{,}38$