

## **Année 2 - Rapport final du projet**

### **QUATUOR :**

Mise en œuvre d'outils dynamiques  
de simulation de trafic sur des réseaux  
franciliens de taille moyenne

**DRAST / PREDIT No. 99MT35**

Groupe Thématique : Recherches Stratégiques

**THEMA, Université de Cergy-Pontoise**

*Responsable : Professeur André de Palma*

**CORE, Université Catholique de Louvain**

*Responsable : Professeur Yurii Nesterov*

**HCG France**

*Responsable : Professeur Moshe Ben-Akiva*

Octobre 2000



## **REMERCIEMENTS**

Le groupe de recherche THEMA - Transport & Réseaux de l'Université de Cergy-Pontoise tient à remercier Messieurs G. Brun, A. Peny et M. Bernadet du PREDIT et les co-financeurs (SNCF et DREIF) pour leur soutien au projet QUATUOR ainsi que les membres du comité de suivi (R. Arnott, P. Laconte, F. Leurent et E. Quinet) et les professeurs R. Lindsey et R. Deneckere pour leurs précieux conseils.

Nous tenons à remercier Messieurs J. Berthet et D. Nguyen-Luong de l'IAURIF et Madame C. Duchene et Messieurs P. Ginier et F. Poupard de la DREIF ainsi que Monsieur A. Palade de la SNCF pour leur participation au projet QUATUOR et pour les bases de données mises à notre disposition.

Nous remercions Messieurs C. Fontan, F. Marchal, O. Mekkaoui, K. Motamedi et O. Sanchez qui ont contribué à la réalisation de ce projet en tant que membres de l'équipe THEMA – Transport et Réseaux de l'Université de Cergy-Pontoise.

---

## PRESENTATION GENERALE

Le présent rapport présente les travaux menés par l'équipe TT&R dans le cadre du projet QUATUOR. Moshe Ben-Akiva et Yurii Nesterov se sont associés à nos recherches. Ce rapport sanctionne la deuxième année du projet. Au cours de la première année, nous avons essentiellement adapté un outil de simulation dynamique à un réseau de taille moyenne (réseau IAURIF). Au cours de la seconde année, nous avons poursuivi cette adaptation et avons en outre utilisé un réseau détaillé se rapportant à la région Nord-Ouest de l'Ile-de-France (réseau DREIF). Le présent rapport comporte des contributions théoriques et des travaux économétriques et présente des résultats de calage ainsi que l'analyse de politiques relatives à la gestion des transports en Ile-de-France. Ce rapport comporte sept parties que nous décrivons brièvement ci-dessous.

La première partie, consacrée aux développements théoriques. Le premier travail présente le modèle dynamique décrivant le choix de l'heure de départ des usagers des transports en commun<sup>1</sup>. Nous nous proposons, au cours de la troisième année, d'étendre cette recherche pour prendre en compte la concurrence entre les différents opérateurs des transports en commun. Le deuxième travail décrit dans la première partie propose une modélisation originale appelée dynamique stable qui se situe à mi-chemin entre les modèles statiques habituels et les modèles dynamiques, objet principal du projet QUATUOR. Nous présentons dans cette étude un formalisme simple décrivant l'affectation des usagers des véhicules individuels et reprenons une série d'exemples simples (tel que le paradoxe de Braess) que nous traitons à l'aide d'arguments purement logiques.

Dans la deuxième partie, nous appliquons le modèle théorique traité dans la partie précédente au cas de la ligne du RER D. Nous développons une méthodologie originale qui a pour objet d'estimer la fonction du coût de déshorloge ainsi que la distribution des heures d'arrivée à la destination. Nous montrons en particulier qu'un aménagement des horaires permet, sans tenir compte des contraintes d'offre, de diminuer les coûts de déshorloge de 12%.

Dans la troisième partie, nous appliquons notre simulateur dynamique au réseau de la DREIF. A l'occasion de cette étude, nous avons intégré le processus de remontée de queue afin de rendre compte d'une spécificité propre aux régions urbaines fortement congestionnées. Nous avons effectué un exercice de calage préliminaire en comparant les données fournies par le simulateur dynamique avec celles résultant de l'affectation statique du modèle DAVIS. L'importance des coûts de déshorloge a été mise en évidence dans différentes simulations. Nous avons également effectué dans cette application différents tests permettant d'évaluer le fonctionnement de METROPOLIS (en particulier en testant la stationnarité).

Dans la partie quatre, nous avons effectué un calage de METROPOLIS en utilisant des données agrégées (temps de trajet et volumes des déplacements) et semi-agrégées (distribution des temps de trajet et distribution spatiale des déplacements). En ajustant un petit nombre de paramètres (essentiellement trois, un relatif à la demande globale, un autre relatif à l'offre et un dernier relatif au choix de l'heure de départ), nous avons pu reproduire les

---

<sup>1</sup> Cette partie a fait l'objet d'un article en collaboration avec Robin Lindsey et a été soumis à publication (à paraître dans la revue Transportation Research).

---

données mentionnées ci-dessus avec une marge de 3%, ce qui nous paraît extrêmement satisfaisant. Le modèle dynamique calibré résultant de cette partie constitue ce que nous avons appelé le scénario de référence.

La partie cinq propose une extension de METROPOLIS qui consiste à y intégrer le choix modal. Après une revue des modèles économétriques permettant d'analyser les comportements de choix modal, nous avons repris la méthodologie de calage développée dans la partie précédente. Le modèle envisagé tient compte de manière cohérente du choix modal, du choix de l'heure de départ ainsi que du choix d'itinéraire. Ce modèle (qui intègre par construction les boucles entre le module du choix modal et les modules en aval - choix d'heure de départ et de choix de route) s'est avéré plus complexe que le problème traité dans la partie quatre. Nous avons effectué une analyse de sensibilité et procédé à son calage. Les résultats obtenus sont moins précis mais offrent des perspectives de recherches décrites dans la partie cinq.

La partie six est dédiée à l'étude des politiques relatives d'une part à l'aménagement de l'offre et d'autre part à la demande. Parmi les politiques étudiées, citons l'étude de l'impact d'un accroissement du parc automobile, l'étude de la flexibilité des horaires et une analyse des conséquences de la modification de la capacité du boulevard périphérique. Les résultats de ces simulations ont été analysés à la fois d'un point de vue qualitatif et quantitatif. Nous tirons de cette analyse un certain nombre de grandeurs qui quelques fois sont en contradiction avec les résultats habituellement acceptés et qui nécessiteront une discussion approfondie avec la communauté scientifique et les opérateurs des transports.

Dans la septième partie, nous présentons les résultats de simulation basés sur l'approche de la dynamique stable introduite dans la première partie de ce rapport. Le réseau et les matrices origine - destination ont été cette fois dérivés par nos soins. Les résultats obtenus permettent de jeter un éclairage complémentaire à celui suscité par les modèles dynamiques. Des remarques synthétiques et des perspectives de recherches viennent clôturer ce rapport.

---

## SOMMAIRE GENERAL

<b>Partie I : Développements théoriques.....</b>	<b>5</b>
<b>Partie II : Optimisation des horaires des trains : Application à la ligne D.....</b>	<b>54</b>
<b>Partie III : Adaptation de METROPOLIS au réseau de la DREIF.....</b>	<b>90</b>
<b>Partie IV : Calage de METROPOLIS pour le réseau de l'IAURIF.....</b>	<b>152</b>
<b>Partie V : Estimation du choix modal.....</b>	<b>191</b>
<b>Partie VI : Scénarios de simulations de politiques.....</b>	<b>248</b>
<b>Partie VII : Application du modèle dynamique stable.....</b>	<b>265</b>

# **Partie I**

## **Développements théoriques**

## **Chapitres de la PARTIE I**

**Chapitre 1 : Optimisation des horaires des TC**

**Chapitre 2 : Dynamique stable dans les systèmes de transport**

## **CHAPITRE 1**

### **Optimisation des horaires des TC**

Ce chapitre a été écrit en collaboration avec le Professeur Robin Lindsey de l'Université d'Alberta (Canada). A paraître dans la revue Transportation Research.



## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>9</b>
<b>2. LE MODELE DE BASE.....</b>	<b>11</b>
<b>3. HORAIRES OPTIMAUX DES BUS LORSQUE LES USAGERS DIFFERENT UNIQUEMENT PAR LEURS HEURES PREFEREES DE DEPLACEMENT.....</b>	<b>13</b>
3.1 CONDITIONS D’OPTIMALITES.....	14
3.2 DISTRIBUTION UNIFORME DES HEURES PREFEREES DE DEPLACEMENT.....	16
3.3 DISTRIBUTION NON UNIFORME DES HEURES PREFEREES DE DEPLACEMENT .....	18
<b>4. HORAIRES OPTIMAUX DES BUS LORSQUE LES USAGERS DIFFERENT PAR LEURS COUTS DE DESHORAGE.....</b>	<b>19</b>
3.1 DISTRIBUTIONS QUELCONQUES DES HEURES PREFEREES DE DEPLACEMENT .....	21
<b>5. PREFERENCES DES HEURES DE DEPLACEMENT SUR L’ENSEMBLE DE LA JOURNEE ET REPORT DU DEPLACEMENT AU JOUR SUIVANT ...</b>	<b>24</b>
<b>6. COMPARAISON DES COUTS DE DESHORAGE ENTRE TC ET TI.....</b>	<b>26</b>
<b>7. CONCLUSION.....</b>	<b>30</b>
<b>8. ANNEXE.....</b>	<b>32</b>
8.1 HORAIRE OPTIMAL AVEC USAGERS HETEROGENES ET DISTRIBUTION UNIFORME .....	32
8.2 PREUVE DU LEMME.....	34
8.3 COUTS DE DESHORAGE MOYENS ET APPROCHE PAR L’USAGER REPRESENTATIF .....	34
8.4 HORAIRE OPTIMAL AVEC USAGERS HETEROGENES ET DISTRIBUTION UNIFORME POUR LE MODELE CIRCULAIRE.....	35

# 1 Introduction

Les horaires de départ des transports en commun étant imposés, les usagers sont contraints de se déplacer plus tôt ou plus tard qu'à l'heure où ils l'auraient souhaité. Ils subissent par conséquent des délais d'arrivée précoce ou tardive. Ces délais à l'arrivée sont inévitables en raison de la discontinuité des heures de départ des véhicules. Ce chapitre traite des heures de déplacement des usagers des transports en commun et de la possibilité pour les opérateurs des transports de mieux servir la demande en modifiant les horaires de départ.

La planification des horaires des transports en commun a largement été étudiée en économie. Cependant, les recherches ont principalement pris en compte les contraintes de capacité et les contraintes logistiques telle que la gestion du parc de véhicules. L'adéquation entre les horaires proposés et le moment où les usagers souhaitent effectivement se déplacer a très peu été étudiée. Or, le problème de planification des horaires des transports en commun peut être relié au problème de recherche opérationnelle dit de la  $p$ -médiane. L'objectif consiste à localiser  $p$  biens d'équipements (des installations ou des entreprises) en minimisant la distance<sup>1</sup> entre les biens d'équipement et les utilisateurs de ces biens. Pour le problème de détermination des horaires des transport en commun, les biens correspondent aux véhicules et les utilisateurs aux usagers. La distance les séparant correspond à une mesure temporelle plutôt que kilométrique.

Bien que le problème de détermination des horaires des transports en commun et le problème de la  $p$ -médiane soient proches, il existe trois différences entre la formulation standard de ce dernier et le problème de détermination des horaires tel qu'il est traité ici. Tout d'abord, dans le problème de la  $p$ -médiane, les utilisateurs et les biens d'équipement sont supposés être localisés en un nombre discret de points. Or, pour le problème de détermination des horaires, nous devons prendre en compte le fait que les usagers peuvent vouloir partir à tout moment. Par conséquent, les heures préférées de départ des véhicules sont supposées dépendre de l'heure de la journée et sont distribuées de façon continue. Les départs des véhicules peuvent également être prévus à toute heure, ce qui rend l'approche continue appropriée aussi bien du côté de l'offre que de la demande. Notons d'ailleurs, que l'approche continue est devenue classique en théorie de la localisation il y a 70 ans depuis Hotelling (1929).

Ensuite, les deux problèmes diffèrent en raison de la nature des coûts dus aux délais qui sont généralement différents entre une arrivée précoce et une arrivée tardive. Par exemple, dans le cadre d'un déplacement d'un actif dont le motif à la destination est une réunion importante, le coût d'arrivée 10 minutes après le début de la réunion est beaucoup plus élevé que le coût d'arriver 30 minutes en avance.

Enfin, les coûts dus aux délais peuvent varier fortement d'un individu à un autre en fonction de ces caractéristiques (âge, sexe, revenu, etc.) ou de la nature de son déplacement

---

<sup>1</sup>Plus précisément une mesure de la distance.

(motif). Par conséquent, la détermination des horaires fondée sur un usager représentatif semble a priori inadaptée et peut mener à des erreurs non négligeables comme nous allons le montrer.

Nous considérons ici une version relativement simple du problème de détermination des horaires. Soit un nombre donné d'usagers des transports en commun sur une seule ligne. Chaque usager dispose d'une heure de départ préférée différente. Dès qu'un usager ne se déplace pas à l'heure souhaitée, il subit un coût de délai à l'arrivée<sup>2</sup>. Le nombre de véhicules disponibles est limité et la capacité de chacun d'eux n'est pas contrainte, de telle sorte que chaque véhicule peut contenir tous les passagers qui souhaitent l'emprunter. Autrement dit, il n'existe pas de congestion à l'intérieur du véhicule ni au point d'arrêt. Les problèmes de logistique tel que le remplacement d'un véhicule au point de départ et à l'heure prévue, sont mis pour l'instant à l'écart.

Deux versions du modèle seront présentées. Dans la première version, les heures préférées de déplacement des usagers sont distribuées sur une partie de la journée, par exemple le pic horaire, et le report du déplacement à un autre jour est impossible. C'est un exemple du "modèle linéaire" introduit par Hotelling (1929) et largement utilisé en théorie de la localisation. Il a aussi été utilisé pour modéliser la concurrence entre des compagnies privées de bus par Dodgson et al. (1993). Dans la seconde version, les heures préférées de déplacement des usagers sont distribuées sur l'ensemble de la journée et le report du déplacement à un autre jour est possible. Ce modèle correspond au modèle circulaire, également couramment utilisé en théorie de la localisation. Evans (1987) et Ireland (1991) l'ont utilisé dans le cadre d'une analyse de la concurrence entre exploitants de ligne de bus. L'un des objectifs de ce document est de mettre en évidence les différences entre ces deux versions, et par conséquent d'insister sur l'importance d'utiliser le modèle adéquat.

Les modèles linéaire et circulaire sont traités en deux étapes. Dans une première étape, nous déterminons les véhicules choisis par chaque usager<sup>3</sup> en choisissant arbitrairement les horaires de départ de ces véhicules. Ceci peut être traité comme un problème d'allocation de la demande. En raison de l'hypothèse d'absence de congestion dans les transports en commun et de l'inexistence d'autres externalités, le choix du véhicule par les usagers est optimal à l'issue de cette étape. Au cours de la seconde étape, nous déterminons les horaires de départ qui minimisent le coût total des délais à l'arrivée étant donné le comportement des individus identifiés à la première étape (optimum social).

La section 2 présente le modèle de base dans lequel les heures préférées de déplacement des usagers sont distribuées sur une seule ligne. La section 3 traite des problèmes de répartition de la demande et de planification optimale des horaires lorsque les individus diffèrent uniquement par leurs heures préférées de déplacement. Une solution analytique est obtenue dans le cas où les heures préférées de déplacement sont distribuées uniformément dans la population. Nous donnons également un exemple numérique. La section 4 étend la précédente au cas où des individus se différencient par leurs coûts d'arrivée précoce ou tardive. Nous constaterons que certaines propriétés de l'allocation optimale de la demande et du problème de détermination des fréquences optimales ne peuvent être

---

<sup>2</sup>Également appelé dans la suite coût de deshorage.

<sup>3</sup>Le choix du véhicule est relatif à l'heure de départ de celui-ci. On parlera donc de manière équivalente de choix du véhicule et de choix de l'heure de départ.

généralisées à ce cas d'hétérogénéité. La section 5 propose une analyse du modèle circulaire dans lequel le report du déplacement à un autre jour est possible. Au cours de la section 6, nous relevons certaines similarités et différences entre les coûts de deshorage des utilisateurs des transports en commun et ceux des véhicules particuliers. Des remarques...nales sont consignées dans la section 7. Les preuves et les calculs mathématiques sont développés à la section 8.

## 2 Le modèle de base

La comparaison entre les coûts de deshorage des usagers des transports en commun et ceux des usagers des voitures particulières repose nécessairement sur le modèle classique de Vickrey (1969). Ce modèle, développé pour l'analyse des heures de départ des utilisateurs de voitures particulières et pour la congestion en période de pic, comprend deux volets. Du côté de la demande, les usagers effectuent leurs choix d'heures de départ en comparant le coût du temps passé dans le véhicule avec le coût dû au délai à l'arrivée<sup>4</sup>. Du côté de l'offre, le modèle considère une contrainte de capacité sur une route où il existe un goulot d'étranglement. Une queue se forme si le taux d'arrivée des véhicules est supérieur à la capacité du goulot.

Dans le cas des transports en commun, l'analyse se fait par groupe d'usagers contraints à partir aux heures prévues du véhicule. Ainsi, même si la circulation des véhicules de transport en commun ne souffre pas de congestion, les usagers peuvent subir des coûts de deshorage. L'arbitrage entre le temps de trajet et le délai à l'arrivée, qui est essentiel dans la modélisation des heures de départ des utilisateurs de véhicules particuliers, n'est pas fondamental dans l'analyse propre aux transports en commun. Les différentes sources de congestion dans les transports en commun ne seront pas considérées dans cette version de l'analyse afin d'en clarifier la présentation. Nous supposons également que la vitesse de circulation des véhicules ainsi que les temps de parcours jusqu'au dépôt sont indépendants du nombre de passagers et identiques entre tous les véhicules. Enfin, les usagers ne subissent aucune désutilité à être mêlés à la foule dans les véhicules, sur les quais ou aux arrêts.

Dans le but de faciliter d'une part le calcul d'une solution analytique et d'autre part la comparaison avec le modèle de Vickrey, l'analyse portera sur une ligne unique de transport en commun définie par une origine, une destination et aucun arrêt intermédiaire<sup>5</sup>. Considérons, par exemple, que le modèle est relatif à une portion de ligne de bus urbaine. Cependant, ce modèle est aussi bien applicable au tramway, au rail et au métro ainsi qu'aux bus et aux trains interurbains. Dans le cadre de ce modèle il n'est donc pas nécessaire de supposer que les usagers commencent et terminent leurs déplacements aux mêmes points. La seule caractéristique pertinente d'un déplacement réside dans le choix de l'usager de se déplacer sur la ligne en question. En l'absence de congestion, le temps de trajet sur le lien est constant et noté  $h$ . Un véhicule qui part de son origine à l'heure  $t$ , arrive à sa destination à l'heure  $t_a = t + h$ . Pour simplifier les développements nous supposons, sans perte de généralité, que  $h = 0$  et donc  $t_a = t$ . Les heures de départ et

<sup>4</sup>Ou, de manière équivalente, le coût d'effectuer le déplacement plus tôt ou plus tard.

<sup>5</sup>Nous parlerons dans la suite de lien (portion du réseau reliant deux stations).

d'arrivée étant confondues, il est possible de se référer sans ambiguïté à l'heure à laquelle est effectuée le déplacement.

Chaque individu est caractérisé par une heure préférée de déplacement, notée  $t^a$ , et supporte un coût de délai à l'arrivée s'il se déplace à un instant,  $t$  différent de  $t^a$ . La fonction de coût de délai,  $D(\pm)$  ne dépend, par hypothèse, que de la différence entre  $t$  et  $t^a$  et se caractérise par une forme linéaire par morceau :

$$D(t - t^a) = \bar{\omega} [t^a - t]^+ + \omega [t - t^a]^+; \quad (1)$$

où  $\bar{\omega}$  est le coût d'une minute d'arrivée en avance (cas où  $t < t^a$ ),  $\omega$  le coût d'une minute d'arrivée en retard (cas où  $t > t^a$ ) et  $[x]^+ = \text{Max}[0; x]$ . L'équation (1) a été utilisée dans la plupart des articles traitant des heures de déplacement des usagers de véhicules particuliers. Une fonction strictement convexe permettrait de considérer la croissance de la désutilité marginale par rapport au délai, cependant cela compliquerait les développements. Les valeurs des paramètres  $\bar{\omega}$  et  $\omega$  sont supposées égales pour tous les usagers jusqu'à la section 4.

Le nombre de passagers,  $N$ , sur le lien est donné. Les heures préférées de déplacement sont distribuées entre les  $N$  usagers selon une fonction de densité  $f(\pm)$  de support  $[0; L]$ . La fonction de distribution cumulée,  $F(\pm)$ , satisfait  $F(0) = 0$  et  $F(L) = N$ . Nous supposons que  $F(\pm)$  est absolument continue respectivement à la mesure de Lebesgue (ceci assure que la fonction de coût de deshorage total à minimiser soit différentiable dans les cas considérés).

L'intervalle de temps  $[0; L]$  peut être considéré comme la période durant laquelle les usagers préfèrent se déplacer ; par exemple entre 7h00 et 10h00 pour les déplacements liés au travail le matin. Nous supposons que les déplacements ne peuvent être reportés à un autre jour. Ainsi, un usager qui souhaite, par exemple, se déplacer le mercredi à 21h00 ne pourra pas reporter son déplacement au jeudi à 8h00. Une extension du modèle présentée à la section 5 abordera le cas où d'une part, les heures préférées de déplacement sont étalées sur 24 heures et d'autre part, les déplacements peuvent être reportés à un autre jour ; par exemple entre 23h30 le mercredi et 1h00 le jeudi, ou inversement.

Jusqu'à la section 4, le modèle considère des individus identiques excepté pour leurs heures préférées de déplacement. Par la suite, nous qualifierons d'"usager  $t^a$ ", celui dont l'heure préférée de déplacement est  $t^a$ .

Soit  $n$  bus circulant aux heures  $T_1:::T_n$  avec  $T_i < T_j$  pour  $i < j$ . Chaque individu se déplace par conséquent à l'une des heures  $T_i$  et effectue le choix qui minimise son coût. Etant donné que le temps de trajet de chaque bus est constant (et supposé nul dans notre analyse) et qu'il n'existe qu'un seul tarif (implicitement nul), chaque usager choisira le bus qui lui procure le plus faible coût de deshorage. L'individu  $t^a$  choisira le bus 1 si  $t^a \leq T_1$  et le bus  $n$  si  $t^a \geq T_n$ . Si aucune de ces inégalités n'est vérifiée alors  $T_i \leq t^a \leq T_{i+1}$  pour  $i = 1:::n-1$ . Si nous adoptons la convention que l'usager indifférent entre deux bus choisit le bus le plus tôt, alors l'individu  $t^a$  avec  $T_i \leq t^a \leq T_{i+1}$  choisira le bus  $i$  si :

$$\bar{\omega} (t^a - T_i) \leq \omega (T_{i+1} - t^a);$$

et choisira le bus  $i + 1$  sinon.

Soit  $t_{i,i+1}^a$  l'heure préférée de déplacement d'un usager indifférent entre prendre le bus  $i$  et le bus  $i + 1$  et soit  $t_{0,1}^a \leq 0$  et  $t_{n,n+1}^a \leq L$ . Nous avons alors :

$$t_{i,i+1}^a = \begin{cases} \frac{-T_i + \alpha T_{i+1}}{-\beta + \alpha} & \text{pour } i = 1::n-1; \\ 0 & \text{pour } i = 0; \\ L & \text{pour } i = n; \end{cases} \quad (2)$$

Tous les usagers pour lesquels  $t^a \in [t_{i-1,i}^a; t_{i,i+1}^a]$  choisissent le bus  $i$ . Ceux pour lesquels  $t^a \in [T_i; t_{i,i+1}^a]$  se déplacent en avance, ceux pour lesquels  $t^a \in [t_{i-1,i}^a; T_i]$  se déplacent en retard et ceux tels que  $t^a = T_i$  arrivent à l'heure.

Si  $\beta = \alpha$ , alors la "frontière des parts de marché"  $t_{i,i+1}^a$  entre le bus  $i$  et le bus  $i + 1$  est localisée au milieu de l'intervalle  $[T_i; T_{i+1}]$ . Quand le coût d'arrivée en avance ( $\beta$ ) augmente, la frontière se déplace vers la gauche et la demande pour le bus  $i + 1$  augmente en même temps que le coût d'emprunter le bus  $i$ . Symétriquement, quand le coût d'arrivée en retard ( $\alpha$ ) augmente, la frontière se déplace vers la droite.

### 3 Horaires optimaux des bus lorsque les usagers diffèrent uniquement par leurs heures préférées de déplacement

Dans cette section, l'hypothèse d'homogénéité des usagers par rapport aux paramètres de coûts de deshorage ( $\beta$  et  $\alpha$ ) est maintenue. Bien que les usagers soient différents par leurs heures préférées de déplacement, nous dirons qu'ils sont homogènes. L'hétérogénéité par rapport à  $\beta$  et  $\alpha$  sera considérée à la section 4.

L'opérateur de la ligne de bus considérée choisit les horaires  $T_1::T_n$  qui minimisent le coût de deshorage total (ou agrégé) des  $N$  usagers. Comme nous l'avons déjà indiqué dans l'introduction, ce problème est lié à celui de la  $p$ -médiane en recherche opérationnelle. Nous qualifions le problème présent de problème asymétrique continu de la  $n$ -médiane en raison du nombre de bus,  $n$ , et de la possibilité de fréquence de passage irrégulière des bus.

Etant donné l'horaire optimal pour chaque bus  $i$  ( $i = 1::n$ ), et les coûts de fonctionnement par bus, il est possible de déterminer numériquement le nombre de bus qui minimise la somme des coûts de deshorage des usagers et des coûts d'exploitation. Ce problème intéressant et utile dans la pratique n'est pas abordé dans cette recherche.

### 3.1 Conditions d'optimalité

Etant donnés les horaires  $T_1::T_n$ , le coût de deshorage agrégé est le suivant :

$$\begin{aligned}
 C(T_1::T_n) = & \int_0^{T_1} (T_1 - t) f(t) dt + \int_{T_1}^{T_1+T_2} (t - T_1) f(t) dt + \dots \\
 & + \int_{t_{i-1:i}^a}^{T_i} (T_i - t) f(t) dt + \int_{T_i}^{t_{i+1}^a} (t - T_i) f(t) dt + \dots \\
 & + \int_{t_{n-1:n}^a}^{T_n} (T_n - t) f(t) dt + \int_{T_n}^{\infty} (t - T_n) f(t) dt
 \end{aligned}$$

Les deux premiers membres de droite représentent les coûts de deshorage des usagers du bus 1, les deux membres suivants correspondent aux coûts de deshorage des usagers du bus  $i$  et les deux derniers membres représentent les coûts de deshorage des usagers du dernier bus,  $n$ .

La fonction de coût  $C(\pm)$  est à minimiser par rapport aux  $n$  horaires  $T_1::T_n$ . Ce calcul d'optimisation est compliqué par le fait que  $C(\pm)$  peut ne pas être une fonction convexe en  $T_i$ . La figure 1 permet de se rendre compte du problème. Les heures préférées de déplacement sont concentrées sur trois pics symétriques et centrées sur  $t_1$ ,  $t_3$  et  $t_5$  respectivement. Les pics correspondant aux déplacements effectués en avance et en retard sont de taille égale et plus faible que le pic central. Une solution possible serait de planifier le premier bus en  $t_1$  et le second bus légèrement à droite de  $t_3$ ; en  $t_4$ <sup>6</sup> Il serait également possible de planifier le premier bus juste avant  $t_3$ ; en  $t_2$ , et le second bus en  $t_5$ . Cette situation amènerait au même coût total que dans le cas précédent. Cependant, une planification des deux bus comme une combinaison convexe de ces deux premières possibilités<sup>7</sup> entraînerait des coûts de deshorage strictement supérieurs.

La fonction de coût n'étant pas convexe, les méthodes d'optimisation du type Newton ne garantissent pas de trouver un minimum global. Nous supposons donc que les conditions du premier ordre de la minimisation de  $C(\pm)$  conduisent à un minimum global. Ce qui est vérifié lorsque la fonction  $f(\pm)$  est uniforme, ce cas sera en partie envisagé plus loin.

La condition du premier ordre associée au premier bus est :

<sup>6</sup>Planifier le second bus en  $t_4$  plutôt qu'en  $t_3$  réduit le coût de deshorage pour les usagers se situant dans le pic de retard, sans trop augmenter le coût de deshorage total des usagers se situant dans le pic central.

<sup>7</sup>Comme par exemple le bus 1 en  $t_6 = \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2$  et le bus 2 en  $t_7 = \frac{1}{2}t_4 + \frac{1}{2}t_5$ :

$$\frac{\partial C(T_1:::T_n)}{\partial T_1} = \int_0^{T_1} f(t) dt - \int_{T_1}^{t_{1;2}^*} f(t) dt + \left[ \int_{t_{1;2}^*}^{T_2} f(t) dt - \int_{t_{1;2}^*}^{T_1} f(t) dt \right] \frac{\partial t_{1;2}^*}{\partial T_1} \quad (3)$$

En utilisant (2), le terme entre crochet s'annule, et (3) se simplifie en

$$\int_0^{T_1} f(t) dt = \int_{T_1}^{t_{1;2}^*} f(t) dt \quad (4)$$

En utilisant les conditions du premier ordre pour  $T_2:::T_n$ , on obtient de façon similaire :

$$\int_{t_{i-1;i}^*}^{T_i} f(t) dt = \int_{T_i}^{t_{i;i+1}^*} f(t) dt; \quad i = 2:::n \quad (5)$$

Le système de  $n$  équations (4) et (5) permet de déterminer les  $n$  valeurs optimales  $T_1:::T_n$ . La solution,  $T_1^0:::T_n^0$  est la  $n$ -médiane asymétrique de la distribution  $f(\pm)$ .

**Proposition 1** La solution du problème asymétrique continu de la  $n$ -médiane sur le segment  $[0; L]$  satisfait les conditions du premier ordre :

$$\int_{t_{i-1;i}^*}^{T_i} f(t) dt = \int_{T_i}^{t_{i;i+1}^*} f(t) dt; \quad i = 1:::n;$$

où les frontières des parts de marché,  $t_{i;i+1}^*$ ;  $i = 0:::n$ , sont données par (2).

Notons que la solution dépend de la pente de la fonction de distribution  $f(\pm)$  et non du nombre total d'utilisateurs,  $N$ . Dans le cas où  $n = 1$ , l'horaire optimal pour le seul bus peut être déterminé implicitement ou explicitement à partir de (4) qui se réduit alors à :

$$F(T_1) = \frac{1}{2} \quad (6)$$

Pour plus d'un bus, la résolution numérique est nécessaire.



### 3.2 Distribution uniforme des heures préférées de déplacement

Supposons que  $t^a$  soit uniformément distribuée :  $f(t^a) = N=L$  si  $0 \leq t^a \leq L$  et  $f(t^a) = 0$  sinon. Considérons le cas d'un seul bus, étant donné (6), ce bus est optimalement localisé sur  $[0; L]$  en :

$$T_{1;n=1}^0 = \frac{L}{2} \quad (7)$$

Le bus sera planifié plus tôt si le coût d'arrivée en retard est relativement plus élevé que le coût d'arriver en avance<sup>8</sup>. Le coût de deshorage moyen par usager s'exprime :

$$\bar{c}_{n=1}^0 = \frac{1}{2} L \quad (8)$$

L'utilisateur qui présente l'heure préférée de déplacement la plus tôt,  $t^a = 0$ , subit un coût de deshorage égal à  $T_{1;n=1}^0 = \frac{L}{2}$ . L'utilisateur dont l'heure préférée de déplacement est la plus tard,  $t^a = L$ , subit le même coût :  $(L - T_{1;n=1}^0) = \frac{L}{2}$ . Étant donné que la distribution de  $t^a$  est uniforme, le coût de deshorage moyen correspond à la moitié de ce dernier coût (8).

Considérons à présent  $n$  bus. Les conditions du premier ordre (4) et (5) deviennent :

$$\frac{N}{L} T_1 = \frac{N}{L} (t_{1,2}^a - T_1); \quad (9)$$

$$\frac{N}{L} (T_i - t_{i-1,i}^a) = \frac{N}{L} (t_{i,i+1}^a - T_i); \quad i = 2::n-1; \quad (10)$$

$$\frac{N}{L} (T_n - t_{n-1,n}^a) = \frac{N}{L} (L - T_n); \quad (11)$$

En raison de l'hypothèse de distribution uniforme des heures préférées de déplacement, la fonction de coût total  $C(T_1; \dots; T_n)$  est convexe et par conséquent les équations (9), (10) et (11) ont une solution unique. En substituant (2) à la fois dans (9), (10) et (11), on obtient :

$$T_2 = \frac{2}{3} T_1; \quad (12)$$

$$T_{i+1} = 2T_i - T_{i-1}; \quad i = 2::n-1; \quad (13)$$

<sup>8</sup>C'est à dire plus le rapport ( $\alpha/\beta$ ) est élevé.

$$T_n = \frac{(\bar{\cdot} + \circ)L + \circ T_{n-1}}{\bar{\cdot} + 2\circ} \quad (14)$$

Soit à partir de (14) et (13) :

$$T_i = \frac{i\bar{\cdot} + (i-1)\circ}{\bar{\cdot}} T_1 \quad (15)$$

Les équations (14) et (15) donnent :

$$T_1 = \frac{1}{n} \frac{\bar{\cdot}}{\bar{\cdot} + \circ} L;$$

soit avec (15) :

$$T_i = (i-1) \frac{\circ}{\bar{\cdot} + \circ} \frac{L}{n};$$

et

$$t_{i,i+1}^{\bar{\cdot}} = i \frac{L}{n};$$

Chaque bus possède une part  $\frac{L}{n}$  du marché. Dans le cas d'un seul bus, le coût de deshorage moyen peut alors être déduit directement à partir de l'équation (8) en substituant  $\frac{L}{n}$  à la place de  $L$  :

$$\bar{c}_n^{\circ} = \frac{1}{2n} \frac{\bar{\cdot}}{\bar{\cdot} + \circ} L \quad (16)$$

La solution peut être résumée par la proposition suivante :

**Proposition 2** Soit le problème asymétrique continu de la  $n$ -médiane sur le segment  $[0; L]$  et une distribution uniforme des heures préférées de déplacement. L'horaire optimal du bus  $i$  est donné par :

$$T_{i,n}^{\circ} = \frac{i-1}{n} \frac{\circ}{\bar{\cdot} + \circ} L; \quad i = 1::n;$$

Les frontières des parts de marché entre les bus s'écrivent :

$$t_{i,i+1}^{\bar{\cdot}} = i \frac{L}{n}; \quad i = 1::n-1;$$

et le coût de deshorage moyen s'exprime :

$$\bar{c}_n^{\circ} = \frac{1}{2n} \frac{\bar{\cdot}}{\bar{\cdot} + \circ} L;$$

La solution présente plusieurs propriétés découlant de la proposition 2 :

1. Les bus sont espacés de  $\frac{L}{n}$  et comptent  $\frac{N}{n}$  passagers.
2. Une fraction  $\frac{-}{+}$  des usagers arrivent en retard et une fraction  $\frac{+}{-}$  arrivent en avance.
3. Le coût moyen des arrivées en avance et le coût moyen des arrivées en retard sont égaux à  $\bar{c}_n^0$ .
4. Si  $- = +$ , les bus sont localisés en  $\frac{1}{2n}L, \frac{3}{2n}L, \dots, \frac{2n-1}{2n}L$ . Ce résultat est classique en théorie de la localisation (voir par exemple Archibald et al, 1986).
5. Quand  $\frac{-}{+} \neq 0$ ,  $T_{1;n}^0 \neq 0$  et  $T_{i;n}^0 \neq \frac{i-1}{n}L$ ;  $i = 2:::n$  : lorsque les coûts d'arrivée en retard deviennent in...niment plus grands que les coûts d'arrivée en avance, les bus sont plani...és tels que plus aucun ne se déplacent en retard. De même :  $\frac{-}{+} \ll 1$ ,  $T_{n;n}^0 \ll L$  et  $T_{i;n}^0 \ll \frac{i}{n}L$ ,  $i = 1:::n-1$ .

### 3.3 Distributions non uniformes des heures préférées de déplacement

Généralement les heures préférées de déplacement ne sont pas distribuées uniformément comme il l'a été supposé dans la section précédente. On assiste au contraire à une concentration de ces heures autour d'un ou plusieurs pics comme l'illustre la ...gure 1. Pour les déplacements dont le motif est lié au travail, il existe le plus souvent deux pics, correspondant aux heures de pointes du matin et du soir.

Lorsque les distributions sont non-uniformes, il devient fastidieux de déterminer analytiquement une solution (l'horaire optimal) même dans le cas où l'on ne considère que deux bus. Dans cette section, nous présentons un exemple numérique simple dont les propriétés se retrouvent dans des problèmes de détermination d'horaires plus complexes et plus réalistes.

Tableau 1 : Horaires optimaux des bus dans l'exemple

Bus	Heure de départ	Nombre de passagers	Coût moyen d'arrivée en avance	Coût moyen d'arrivée en retard	Coût moyen total
1	7:22	60	9.95	27.83	13.70
2	7:43	109	6.64	8.09	6.96
3	7:59	125	6.47	6.30	6.44
4	8:16	103	11.06	6.84	10.23

L'exemple est relatif au pic du matin et concerne 4 bus. Les paramètres des coûts d'arrivée précoce et tardive sont tels que  $\frac{-}{+} = 2^-$  et  $f(\pm)$  est une fonction de distribution normale tronquée avec pour support l'intervalle 7h00 - 9h00. Le tableau 1 et les ...gures 2(a) et 2(b) décrivent respectivement le coût de deshorage total et moyen pour chaque horaire optimal. La solution présente plusieurs caractéristiques qu'il est important de noter :

1. A la différence du cas où la distribution est uniforme (proposition 2) l'horaire optimal est aperiodique. En effet, les bus 2 et 3, au centre, sont espacés de 16 minutes, alors que les bus (1 et 2) et (3 et 4) sont plus espacés, respectivement de 21 et 17 minutes. Ceci en raison d'un service nécessairement plus fréquent au niveau du pic de la distribution des heures préférées de déplacement.
2. Les horaires des bus sont décalés vers la gauche du pic en raison du niveau deux fois plus élevé du coût d'arriver en retard par rapport au coût d'arriver en avance.
3. Les bus ont un nombre de passagers différent. Plus l'on s'éloigne du pic et plus la charge diminue.
4. Le bus 1 est principalement utilisé par des usagers qui souhaitent se déplacer plus tôt. Comme le montre la figure 2(b), les passagers du bus 1 subissent le coût d'arriver en retard moyen le plus élevé. Ils subissent également le coût d'arriver en avance total le plus élevé (figure 2(a)) même si le bus 1 présente la charge la plus faible. Le bus 4 est principalement utilisé par des usagers qui souhaitent se déplacer plus tard. Les usagers y subissent les coûts moyen et total d'arriver en avance les plus élevés.

## 4 Horaires optimaux des bus lorsque les usagers diffèrent par leurs coûts de deshorage

Nous avons précédemment supposé que les usagers étaient différents par rapport à leurs heures préférées de déplacement mais qu'ils présentaient les mêmes fonctions de coûts de deshorage. En réalité les coûts de deshorage dépendent de certaines caractéristiques propres à l'individu, telles que le motif de son déplacement, les contraintes qu'il subit, son activité, son âge, son sexe, son revenu ou encore la taille de sa famille. Par exemple, l'activité joue un rôle très important : les individus qui travaillent de façon indépendante comme les écrivains, les développeurs de logiciels ou les chercheurs universitaires, tendent (toute chose égale par ailleurs) à présenter des préférences moins strictes sur l'horaire de début du travail que des personnes qui travaillent en équipe tels que les agents de change, les travailleurs à la chaîne ou les employés de bureau<sup>9</sup>. Le rapport entre le coût de commencer le travail en retard et le coût de commencer en avance tend également à être plus faible pour les travailleurs indépendants que pour les travailleurs en équipe. Nous commençons l'analyse de l'hétérogénéité des usagers en considérant des distributions quelconques des heures préférées de déplacement et nous poursuivons par des distributions uniformes.

### 4.1 Distributions quelconques des heures préférées de déplacement

Soit  $K$  classes d'usagers, indicées par  $k$ . La classe  $k$  comprend  $N^k$  individus dont les paramètres de coût de deshorage sont notés  $c^{-k}$  et  $c^{+k}$ . Considérons également une distribution des heures préférées de déplacement caractérisée par la fonction de densité  $g^k(\pm)$ .

---

<sup>9</sup>Les travailleurs indépendants sont pris en compte dans cette analyse s'ils ne travaillent pas à leur domicile.

On pose  $f^k(\pm) \in N^{kg^k}(\pm)$ . Le choix d'un bus par les usagers de la classe  $k$  est défini par une frontière des parts de marché identique à celle donnée en (2) :

$$t_{i,i+1}^{k\alpha} = \begin{cases} \frac{8}{\alpha} \frac{-kT_i + \alpha k T_{i+1}}{-k + \alpha k} & \text{pour } i = 1::n-1; \\ 0 & \text{pour } i = 0 \\ L & \text{pour } i = n \end{cases} ; k = 1::K: \quad (17)$$

Pour des horaires donnés,  $T_1::T_n$ , le coût de deshorage total pour l'ensemble des usagers s'exprime :

$$C(T_1::T_n) = \sum_k \int_0^{T_1} \frac{2}{4^{\alpha k}} (T_1 - t) f^k(t) dt + \int_{T_1}^{t_{1,2}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} (t - T_1) f^k(t) dt + \dots + \int_0^{T_i} \frac{2}{4^{\alpha k}} (T_i - t) f^k(t) dt + \int_{T_i}^{t_{i,i+1}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} (t - T_i) f^k(t) dt + \dots + \int_0^{T_n} \frac{2}{4^{\alpha k}} (T_n - t) f^k(t) dt + \int_{T_n}^{t_{n,i+1}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} (t - T_n) f^k(t) dt :$$

La condition du premier ordre relative à l'heure du bus 1 s'écrit :

$$\frac{\partial C(T_1::T_n)}{\partial T_1} = \sum_k \int_0^{T_1} \frac{2}{4^{\alpha k}} f^k(t) dt - \int_{T_1}^{t_{1,2}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} f^k(t) dt + \sum_k \frac{1}{2} \int_{t_{1,2}^{k\alpha}}^{T_2} \frac{3}{4^{-k}} f^k(t) dt - \frac{3}{4} \int_{t_{1,2}^{k\alpha}}^{T_2} \frac{3}{4^{-k}} f^k(t) dt = 0: \quad (18)$$

La situation est analogue à celle présentée pour les équations (3) et (4) ; par (17), le terme entre crochet s'annule et l'expression (18) se réduit donc à :

$$\sum_k \int_0^{T_1} \frac{2}{4^{\alpha k}} f^k(t) dt = \sum_k \int_{T_1}^{t_{1,2}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} f^k(t) dt: \quad (19)$$

Les conditions du premier ordre pour  $T_2::T_n$  sont identiques à (5) :

$$\sum_k \int_{t_{i-1,i}^{k\alpha}}^{T_i} \frac{2}{4^{\alpha k}} f^k(t) dt = \sum_k \int_{T_i}^{t_{i,i+1}^{k\alpha}} \frac{3}{4^{-k}} f^k(t) dt; i = 2::n: \quad (20)$$

La solution du système à n-équations (19, 20),  $T_1^0:::T_n^0$ , sera qualifiée de solution asymétrique continue de la n-médiane avec hétérogénéité et de distribution  $f^k(\pm)$ ,  $k = 1:::K$ . la proposition suivante généralise la Proposition 1 :

**Proposition 3** La solution du problème continu asymétrique de la n-médiane avec hétérogénéité, sur le segment  $[0; L]$ ; satisfait les conditions du premier ordre :

$$\int_{t_{i-1;i}^{k^a}}^{z_i} f^k(t) dt = \int_{T_i}^{z_{i+1}^{k^a}} f^k(t) dt; \quad i = 1:::n;$$

où les frontières des parts de marché,  $t_{i;i+1}^{k^a}$ ;  $i = 0:::n$ ;  $k = 1:::K$ , sont données par (17).

## 4.2 Distributions uniformes des heures préférées de déplacement

Dans cette sous section, nous donnons l'expression des horaires optimaux avec usagers hétérogènes et distribution uniforme des heures préférées de déplacement. Nous effectuons également une comparaison avec les horaires optimaux obtenus dans le cas d'usagers homogènes. Afin d'alléger les notations notons :  $\alpha^k = \frac{-k \circ k}{-k + \circ k}$ ,  $\beta^k = \frac{N^k}{N}$  (la part d'usagers de la classe k dans la population) et les valeurs moyennes pondérées dans la population de  $\alpha^k$ ,  $\circ k$  et  $\pm^k$ :

$$\begin{aligned} B &= \sum_k \beta^k \alpha^k \\ i &= \sum_k \beta^k \circ k \\ \Phi &= \sum_k \beta^k \pm^k \end{aligned} \quad (21)$$

Le lemme suivant<sup>10</sup> sera nécessaire pour la comparaison entre les horaires déterminés dans cette section et ceux déterminés dans le cas d'usagers homogènes :

**Lemme** Soit  $B$ ;  $i$  et  $\Phi$  définies par (21). On a  $B_i \leq (B + i)\Phi$ ; avec inégalité stricte sauf si le rapport  $\frac{\circ k}{\pm^k}$  est le même pour toutes les classes d'usagers.

L'horaire optimal des bus peut être obtenu en utilisant la même démarche que dans le cas d'usagers homogènes (section 3). L'expression de la solution est donnée dans la proposition suivante, le calcul est présenté dans l'annexe .

**Proposition 4** Soit le problème asymétrique continu de la n-médiane avec hétérogénéité sur le segment  $[0; L]$  quand les heures préférées de déplacement sont uniformément distribuées dans chaque classe d'usagers. L'horaire optimal des bus s'exprime:

$$T_{i;n}^0 = \frac{(i-1)B_i + B\Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L; \quad i = 1:::n; \quad (22)$$

<sup>10</sup>La preuve est donnée dans l'annexe.

Les bus sont espacés de  $\frac{B_i}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi} L$ . Les frontières des parts de marché entre les bus pour les usagers de la classe  $k$  sont données par :

$$t_{i;i+1}^{k\alpha} = \frac{iB_i + B\Phi + \frac{\alpha^k}{-k+\alpha^k} B_i}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi}; \quad k = 1::K; \quad i = 1::n_i - 1$$

et le coût de deshorage moyen sur l'ensemble des usagers s'écrit :

$$\bar{c}_n^o = \frac{1}{2} \frac{B_i \Phi}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi} L; \quad (23)$$

Rappelons que lorsque les usagers sont homogènes, les bus sont optimalement espacés de  $\frac{L}{n}$  et présentent le même nombre de passagers  $\frac{N}{n}$ . Dans le cas d'usagers hétérogènes, les bus sont également uniformément espacés, mais cet espace est plus important. D'après la proposition 4, la différence d'espace est donnée par :

$$\frac{B_i}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi} L - \frac{1}{n} L \stackrel{\leq}{=} B_i - i(B + i)\Phi; \quad (24)$$

où  $\stackrel{\leq}{=}$  indique que les expressions sont de même signe. A partir du Lemme nous déduisons que le membre de gauche de l'expression (24) est strictement positif, excepté si toutes les classes d'usagers ont les mêmes coûts relatifs d'arriver en avance et en retard. Ce résultat peut être interprété comme un produit de dérivées. Les usagers qui présentent une aversion relative au retard très élevée ( $\frac{\alpha^k}{-k}$  élevé) sont pris en compte dans la planification d'un bus très tôt. Par conséquent, seulement quelques usagers de ce groupe sont obligés de se déplacer en retard. Ceux qui présentent une aversion relative à l'avance très élevée ( $\frac{\alpha^k}{-k}$  faible) sont pris en compte dans la planification d'un bus très tard. Par comparaison à l'horaire optimal avec usagers homogènes, les bus sont planifiés sur une plus longue période lorsque les usagers diffèrent par rapport à leurs coûts d'arrivées précoces et tardives.

Rappelons également que lorsque les usagers sont homogènes, le premier et le dernier bus circulent à  $T_{1;n}^o = \frac{1}{n} \frac{B}{B+i} L$  et  $T_{n;n}^o = [1 + \frac{1}{n} \frac{B}{B+i}] L$ . Avec un seul groupe,  $B = \bar{B}$  et  $i = \bar{i}$ , ces équations peuvent s'écrire  $T_{1;n}^o = \frac{1}{n} \frac{B}{B+i} L$  et  $T_{n;n}^o = [1 + \frac{1}{n} \frac{B}{B+i}] L$ . En comparant ces heures à celles planifiées dans le cas d'usagers hétérogènes, nous avons à partir de la proposition 4 :

$$T_{1;n}^o - i \frac{1}{n} \frac{B}{B+i} L = \frac{B\Phi}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi} - i \frac{1}{n} \frac{B}{B+i} L$$

$$\stackrel{\leq}{=} (B + i)\Phi - i B_i \leq 0; \quad (25)$$

et

$$T_{n;n}^o - [1 + \frac{1}{n} \frac{B}{B+i}] L = \frac{(n_i - 1)B_i + B\Phi}{(n_i - 1)B_i + (B + i)\Phi} - [1 + \frac{1}{n} \frac{B}{B+i}] L$$

$$\cong B_i i (B + i) \Phi \leq 0; \quad (26)$$

où les inégalités sont issues du Lemme.

Ces résultats sont repris dans la proposition suivante :

**Proposition 5** Les bus sont plus largement espacés dans le cas des horaires calculés avec usagers hétérogènes que dans le cas des horaires calculés avec usagers homogènes. Le premier bus est planifié plus tôt (cf (25)) et le dernier bus est planifié plus tard (cf (26)). Les horaires du bus sont étendus du début à la fin de la journée. Par ailleurs, le premier et le dernier bus contiennent moins de passagers que les autres bus.

La propriété 5 de l'horaire optimal dans le cas d'usagers homogènes (section 3.2) est ici maintenue mais prend une forme modifiée. Considérons une classe  $k$  quelconque, et plaçons-nous aux limites  $\alpha \rightarrow 1$ ,  $\beta \rightarrow 1$  avec  $i$  et  $\Phi$  finis.

A partir de (22), on obtient :  $\lim_{\alpha \rightarrow 1} T_{n;n}^0 = L$ .

Par conséquent, s'il existe une classe d'utilisateur inévitablement averse à une arrivée en avance, le dernier bus est planifié à la dernière heure préférée de déplacement de telle sorte qu'aucun usager n'arrive en avance. De même,  $\lim_{\beta \rightarrow 1} T_{1;n}^0 = 0$  : s'il existe une classe d'utilisateur inévitablement averse à une arrivée en retard, le premier bus est planifié à la première heure préférée de déplacement de telle sorte qu'aucun usager n'arrive en retard. Par conséquent, il apparaît crucial de prendre en compte l'hétérogénéité des usagers par rapport à leurs coûts de deshorage pour choisir les horaires des bus. En outre, il est nécessaire de pouvoir répondre à la question suivante :

De combien augmenterait le coût de deshorage agrégé si l'hétérogénéité des usagers était ignorée ?

Pour répondre, nous allons supposer que les horaires choisis sont inappropriés sur la base d'un usager représentatif dont les paramètres de coûts de deshorage sont égaux aux valeurs moyennes pondérées de la population ;  $B$ ,  $i$  et  $\Phi$ . Nous qualifierons cette approche dans la suite "d'usager représentatif". Cette approche conduit à des coûts de deshorage moyens égaux à :

$$\bar{c}_n^R = \frac{1}{2n} \left[ 1 + \frac{1}{n} \frac{B_i i (B + i) \Phi^{3/4}}{\Phi (B + i)} \right] \Phi L; \quad (27)$$

où l'exposant  $R$  fait référence à l'approche par l'usager représentatif. En utilisant (23) et (27) et quelques calculs, l'erreur proportionnelle est déterminée :

$$\frac{\bar{c}_n^R - \bar{c}_n^0}{\bar{c}_n^0} = \frac{n_i - 1}{n^2} \frac{(B_i i (B + i) \Phi)^{2/3}}{B_i (B + i) \Phi} = \frac{n_i - 1}{n^2} \frac{1}{4} \frac{i \frac{(B+i)\Phi}{B_i}}{\frac{(B+i)\Phi}{B_i}} \frac{2^3}{5}; \quad (28)$$

En utilisant le Lemme, nous savons que l'erreur est strictement positive pour  $n > 1$  sauf si le rapport  $\frac{n_i - 1}{n}$  est le même pour les  $K$  groupes. Pour avoir une idée de l'ampleur de



l'erreur, considérons deux bus ( $n = 2$ ) et deux groupes d'usagers ( $K = 2$ ) de tailles égales ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 1=2$ ). Considérons que le groupe 1 est constitué de travailleurs en équipe et que le groupe 2 est constitué de travailleurs indépendants. L'étude empirique de Small (1982), principalement basée sur des travailleurs en équipe, apporte une estimation de  $\beta \approx 4$  que nous utilisons dans la suite pour  $\beta_1$ . Comme (28) dépend seulement du rapport des paramètres de coût de deshorage, nous pouvons supposer sans perte de généralité que  $\beta_2 = 1$ . Soit  $\beta_1 = 4$ , implique  $\beta_1 = 4$ . Pour le groupe 2 posons  $\beta_2 = \beta_1 = 1$  et supposons que  $\beta_2 = r\beta_1$ , avec  $r \geq 1$ . Avec cette paramétrisation, on obtient :

$$\frac{(B + i)\phi}{B_i} = \frac{(6 + 4r)(1 + 9r)}{10(1 + r)(1 + 4r)}$$

Si  $\beta_2 = \beta_1$ , alors  $r = 1$ ,  $\frac{(B+i)\phi}{B_i} = 1$ , et par (28) l'utilisation de l'approche par l'utilisateur représentatif n'entraîne aucune erreur dans le choix de l'horaire, et donc aucune augmentation des coûts. Si, au contraire, les travailleurs indépendants sont autant averses à une arrivée en avance qu'à une arrivée en retard, alors  $\beta_2 = \beta_1^{-1}$ ,  $r = 1=4$ , et  $\frac{(B+i)\phi}{B_i} = 0.91$ . Dans le cas de deux bus,  $\frac{C_{R_i}^0}{C_n^0} \approx 0.025$ . L'horaire n'est pas choisi correctement et le coût de deshorage moyen augmente de 2.5%. En...n, supposons que  $\beta_2 = 0$ , ce qui est envisageable si les travailleurs indépendants ne souhaitent pas arriver tôt le matin et qu'ils sont indifférents sur leurs horaires de travail. On a alors  $r = 0$  et  $\frac{(B+i)\phi}{B_i} = 3=5$ . Avec deux bus,  $\frac{C_{R_i}^0}{C_n^0} = 1=6$ . Par conséquent, l'utilisation de l'approche par l'utilisateur représentatif entraîne un calcul des coûts six fois supérieurs aux coûts optimaux. Avec cinq bus l'augmentation est toujours de plus de 10%. Ces erreurs paraissent peu probables dans la réalité, cependant nous retiendrons de cet exercice qu'il est important de détenir de l'information sur les caractéristiques des usagers avant de déterminer les horaires.

## 5 Préférences des heures de déplacement sur l'ensemble de la journée et report du déplacement entre les jours

Nous avons supposé précédemment que la distribution des heures préférées de déplacement était limitée sur une partie de la journée et que les déplacements ne pouvaient pas être reportés d'un jour à l'autre. Ces hypothèses sont similaires à celles du modèle linéaire de Hotelling (1929). Une alternative correspond au modèle circulaire de Salop (1979). Dans ce paradigme, les heures préférées de déplacement sont réparties sur 24 heures et la substitution des déplacements entre les jours est possible. Ce qui signifie qu'un individu qui préfère se déplacer le jour  $d$  avant le passage du premier bus, ne choisira pas nécessairement ce bus mais pourra se reporter sur le dernier bus du jour  $d_j - 1$ . De même, l'utilisateur qui préfère se déplacer après le bus  $n$  du jour  $d$ , peut choisir le premier bus du jour  $d + 1$ .

Le modèle linéaire et le modèle circulaire sont deux représentations simplifiées de la réalité. Le principal atout de ces modèles réside dans leur maniabilité analytique plutôt que dans

leur réalisme. Cependant, il est possible d'identifier le modèle qui permettra la meilleure approximation de la demande dans un contexte pré-défini. D'ailleurs comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, ces modèles ont déjà été utilisés dans les études relatives au transport en commun. Bien que ces modèles "restreignent" la réalité, il est cependant instructif de les analyser.

Le seul changement porté au modèle linéaire pour le convertir en modèle circulaire concerne l'équation (17) qui définit les frontières des parts de marché entre les bus. Soit  $L$  la longueur de la journée (24 heures).  $t_{0,1}^{k\alpha} = 0$  est remplacée par  $t_{n,1}^{k\alpha} = \frac{-k(T_{n+1}L) + \alpha k T_1}{-k + \alpha k}$  et  $t_{n,n+1}^{k\alpha} = L$  est remplacé par  $t_{n,n+1}^{k\alpha} = \frac{-kT_n + \alpha k(T_1 + L)}{-k + \alpha k}$ . Ces deux nouvelles relations sont équivalentes puisque le bus  $n+1$  d'un certain jour et le bus 1 du jour suivant sont les mêmes. Les frontières des parts de marché entre les bus sont données par la relation suivante :

$$t_{i,i+1}^{k\alpha} = \frac{-kT_i + \alpha k T_{i+1}}{-k + \alpha k}; \quad i = 1 \dots n; \quad k = 1 \dots K; \quad (29)$$

Les frontières des parts de marché entre le premier et le dernier bus sont déterminées par le choix de l'usager plutôt qu'imposées par des contraintes de fin de journée. Ce changement peut sembler peu important cependant il modifie qualitativement les horaires optimaux. Pour le constater, supposons comme précédemment, que chaque classe d'usagers présente une distribution uniforme des heures préférées de déplacement. Il s'en suit qu'en dépit de la façon dont les paramètres  $-k$  et  $\alpha k$  varient entre les classes, l'horaire optimal est périodique<sup>11</sup>: chaque bus est espacé d'un temps  $L/n$  et transporte  $N=n$  passagers.

Etant donnée la périodicité des horaires, le coût de deshorage moyen des usagers de la classe  $k$  est donné de façon analogue à (16) par :

$$\bar{c}_n^{k\alpha} = \frac{1}{2n} \frac{-k + \alpha k}{-k + \alpha k} L;$$

où  $k$  indique la classe de l'usager. Le coût de deshorage moyen sur l'ensemble des usagers s'écrit :

$$\bar{c}_n^{\alpha} = \sum_k \bar{c}_n^{k\alpha} = \frac{1}{2n} \sum_k \frac{-k + \alpha k}{-k + \alpha k} L = \frac{1}{2n} L; \quad (30)$$

En utilisant l'approche par l'usager représentatif, le coût de deshorage moyen devient :

$$\bar{c}_n^R = \frac{1}{2n} \frac{B_i}{B + i} L; \quad (31)$$

<sup>11</sup> Voir l'annexe pour la démonstration.

L'erreur proportionnelle dans le calcul du coût, déduite des relations (30) et (31), s'exprime :

$$\frac{\bar{c}_n^R - \bar{c}_n^0}{\bar{c}_n^0} = \frac{B_i - i(B + i)\phi}{(B + i)\phi} \leq 0;$$

De nouveau, l'inégalité découle du Lemme énoncé précédemment. L'erreur est positive puisque l'approche par l'utilisateur représentatif offre la possibilité aux usagers de choisir entre se déplacer en avance ou en retard. En utilisant la paramétrisation proposée à la section 4.2 pour deux groupes d'usagers, l'erreur proportionnelle est d'environ 10% si  $r = 1/4$ , et de 66% si  $r = 0$ . Par conséquent, le calcul des coûts, à l'aide de l'approche par usager indifférent, peut s'avérer fortement faussé. La surestimation des coûts avec cette approche conduira les autorités à surinvestir dans la capacité des bus.

L'analyse effectuée dans cette section a illustré le fait bien connu en théorie de la localisation que les propriétés des problèmes varient en fonction de leurs natures linéaire ou circulaire.

## 6 Comparaison des coûts de deshorage entre transports en commun et transports individuels

Dans cette section nous montrons que le modèle de détermination des horaires pour un bus, présenté précédemment, partage des propriétés avec le modèle de Vickrey relatif aux heures de déplacement des utilisateurs de voitures particulières. Nous indiquerons également les différences majeures. Afin de faciliter la comparaison, nous supposons que les usagers sont homogènes et que les heures préférées de déplacement sont distribuées uniformément.

L'horaire optimal dans le cas d'un seul bus est représenté sur la figure 3(a) sur laquelle sont tracées les fonctions cumulées des heures préférées de déplacement,  $F(t)$ , et des déplacements effectifs  $A(t)$ . Le bus est planifié au temps  $T_{1;n=1}^0 = \frac{N}{s}$  (voir l'équation (7)). Tous les utilisateurs de bus se déplacent nécessairement à cette heure, de telle sorte que  $A(t)$  est verticale et de hauteur  $N$ . Les usagers qui ont une heure préférée de déplacement telle que :  $t^a < T_{1;n=1}^0$  se déplacent en retard et subissent un coût de deshorage agrégé mesuré par l'aire nommée  $\alpha$  sur la figure. Ceux qui ont une heure préférée de déplacement telle que :  $t^a > T_{1;n=1}^0$  se déplacent en avance et subissent un coût de deshorage agrégé mesuré par l'aire nommée  $\beta$ .

Nous rappelons brièvement, dans la suite, le modèle de base de Vickrey. La version la plus simplifiée du modèle considère  $N$  individus se déplaçant seul en voiture sur une même route de leur domicile à leur lieu de travail (le même pour tous). Tous les individus souhaitent arriver à leur lieu de travail à la même heure  $t^a$ . Il existe sur la route un goulot d'étranglement dont la capacité maximale correspond à un flux  $s$ . Le goulot laisse passer les véhicules au taux  $s$  sur une période  $[t_0; t_e]$  de durée  $t_e - t_0 = N/s$ . Les coûts de deshorage totaux sont :

$$\int_{t=t_0}^{t^a} s^-(t^a - t) dt + \int_{t=t^a}^{t_e} s^+(t - t^a) dt = \frac{S}{2} (t^a - t_0)^2 + \frac{N}{S} (t_0 + t^a)^2 :$$

Ces coûts sont minimums lorsque :

$$[t_0; t_e] = t^a - \frac{N}{S}; t^a + \frac{N}{S} : \quad (32)$$

Cette distribution des arrivées peut être réalisée par un équilibre de Wardrop sans ...le d'attente et avec introduction d'un péage dont le montant varie de façon continue dans le temps (pour davantage de détails voir Arnott et al: 1998). Le coût de deshorage moyen s'exprime :

$$c_A^0 = \frac{1}{2} \frac{N}{S} ; \quad (33)$$

où l'indice A est relatif aux automobilistes et l'exposant 0 indique l'optimum. L'équation (33) est identique à l'équation (8) dans le cas d'un seul bus, à l'exception du fait que la largeur de la distribution des heures préférées de déplacement des usagers du bus, L, est remplacée par la largeur de la distribution des heures effectives de déplacement en voiture, N=s. Les nombres cumulés de déplacements désirés et de déplacements effectifs sont représentés sur la ...gure 3(b). Les coûts d'arriver en avance et en retard sont respectivement mesurés par les aires notées  $^-$  et  $^+$  : La variation des coûts de deshorage pour les automobilistes est l'image inverse de la variation des coûts de deshorage pour les usagers du bus représentée sur la ...gure 3(a). Par conséquent, dans le cas des transports en commun, les heures préférées de déplacement sont étendues et les heures effectives de déplacement sont concentrées en un point. Dans le cas des transports individuels, ce sont les heures préférées de déplacement qui sont davantage concentrées en un point. Ceci illustre le fait que les délais apparaissent lorsque les heures préférées de déplacement et les heures effectives ne correspondent pas.

Cependant, la comparaison est limitée en raison de l'hypothèse nécessaire d'hétérogénéité des usagers relativement à leurs heures préférées de déplacement dans le modèle relatif au transport en commun. Afin de corriger cette restriction, nous supposons, comme l'a également fait Vickrey (1969), que les heures préférées de déplacement des automobilistes sont uniformément distribuées sur un intervalle de longueur  $T < N=s$ . (si  $T > N=s$  alors le coût de deshorage moyen est nul). On montre facilement<sup>12</sup> que la période correspondante à la minimisation du coût est toujours donnée par (32), mais que le coût de deshorage moyen est réduit à :

$$c_A^0(T) = \frac{1}{2} \frac{N}{S} \left( 1 - \frac{T}{N-s} \right) ; \quad (34)$$

<sup>12</sup>Voir la ...gure 4(a).

Le coût (34) est plus faible que le coût (33) par un facteur multiplicatif  $\frac{T}{N-s}$ . Cette différence provient du meilleur ajustement entre heures de déplacement effectives et préférées<sup>13</sup>. Néanmoins, (34) demeure équivalent à (8) si  $L$  est substitué par  $\frac{N}{s}$  ;  $T$  qui correspond à la différence de la largeur des distributions des heures de déplacement effectives et préférées.

D'après (34), les coûts de deshorage des automobilistes s'annulent lorsque  $T$  augmente jusqu'à  $N=s$ . Cette augmentation de  $T$  peut provenir de la mise en place massive d'horaires décalés ou de la flexibilité des heures de travail. L'annulation des coûts de deshorage peut également provenir d'investissements sur la route permettant d'élever la capacité du goulot à  $N=T$ . Cette diminution des coûts de deshorage est impossible dans le cas des transports en commun puisque les déplacements sont effectués en groupe, ce qui impose des temps de passage constants entre les véhicules.

Une autre différence entre les modèles relatifs aux transports en commun et individuels mérite d'être mentionnée. L'approche par l'utilisateur représentatif n'introduit pas d'erreur dans le modèle propre au transport en commun si les coûts relatifs d'arrivée en avance et en retard sont les mêmes pour tous les usagers. Cette propriété n'est pas vérifiée pour le modèle propre au transport individuel. En effet, considérons deux groupes d'usagers tels que :  $\alpha_2 = \alpha_1$  et  $\beta_2 > \beta_1$ . Pour atteindre le minimum du coût de deshorage total, les usagers du groupe 2, dont les coûts unitaires sont les plus élevés, se déplacent au milieu de l'heure de pointe alors que les usagers du groupe 1 se déplacent au début et à la fin de l'heure de pointe<sup>14</sup> (voir Arnott et al.; 1988). L'horaire présenté sur la figure 4(b) repose sur l'hypothèse que les deux groupes sont de même taille. Le groupe 1 se déplace en avance dès le début de l'heure de pointe, de  $t_0$  à  $t_{12}$ , et en retard de  $t_{21}$  à  $t_e$ . Les coûts de deshorage agrégés du groupe 1 sont mesurés par l'aire notée  $A_1$  et  $B_1$  sur la figure. Le groupe 2 arrive autour de  $t^*$ , dans l'intervalle  $[t_{12}; t_{21}]$ , les coûts des usagers correspondent aux aires notées  $A_2$  et  $B_2$ .

Les coûts de deshorage moyens, pour les deux groupes réunis, s'expriment (voir Arnott et al.; 1988) :

$$\bar{C}_A = \frac{\alpha_1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\beta_2}{\beta_1} - 1 \right) \left( \frac{s}{N} \right)^2 \right] \frac{(N)^2}{s}; \quad (35)$$

où  $\alpha_2 = \alpha_1 = \alpha$ . Les coûts correspondant à l'approche par l'utilisateur représentatif sont calculés en utilisant les moyennes dans la population :  $B = (1 + \frac{\beta_2}{\beta_1})^{-1} + \frac{\beta_2}{\beta_1} - 2$  et  $A = (1 + \frac{\beta_2}{\beta_1})^{-1} + \frac{\beta_2}{\beta_1} - 2$ . A l'aide de ces valeurs les coûts deviennent :

$$\bar{C}_A^R = \frac{\alpha}{2} \left[ 1 + \left( \frac{\beta_2}{\beta_1} - 1 \right) \left( \frac{s}{N} \right)^2 \right] \frac{(N)^2}{s}; \quad (36)$$

Le ratio des deux coûts précédents s'exprime :

<sup>13</sup> Comparer la figure 4(a) à la figure 3(b).

<sup>14</sup> De nouveau ce résultat peut être issu d'un équilibre avec péage approprié dont le montant varie dans le temps.

$$\frac{\bar{C}_A^R}{\bar{C}_A^0} = \frac{1 + \left(\frac{-2}{-1} i 1\right)_s^2}{1 + \left(\frac{-2}{-1} i 1\right)(s^2)^2} > 1:$$

Les coûts sont surestimés dans l'approche de l'utilisateur représentatif puisque les usagers qui présentent les coûts les plus élevés (groupe 2) se déplacent à un moment proche de  $t^x$ <sup>15</sup>. Les coûts de deshorage unitaires et les délais effectifs sont par conséquent négativement corrélés dans la population : ce que ne met pas en évidence l'approche par l'utilisateur représentatif. La corrélation entre les coûts de deshorage unitaires et les délais effectifs est absente du modèle relatif à un bus, puisque tous les usagers arrivent à la même heure et puisque les heures préférées de déplacement sont supposées non corrélées aux coûts de deshorage. Certaines villes ont mis en place avec succès un service de transport en commun à fréquence élevée et moins coûteux, appelé "jitney"<sup>16</sup>, qui permet de pallier à ce défaut des transports en commun (voir par exemple Klein, 1997).

<sup>15</sup>Comme le montre la figure 4(b).

<sup>16</sup>Nom familier américain donné aux véhicules urbains de transport public dont l'itinéraire est fixe et l'usage peu coûteux.

## 7 Conclusion

Ce chapitre utilise un modèle de théorie de la localisation pour déterminer les horaires optima des véhicules de transport en commun sur une seule ligne. Chaque usager des transports en commun est supposé posséder une heure préférée de déplacement et subir des coûts si le déplacement est effectué plus tôt ou plus tard. Deux versions du modèle ont été considérées : linéaire et circulaire. Dans le modèle linéaire, les heures préférées de déplacement des usagers sont distribuées sur une partie de la journée et le report des déplacements entre les jours est impossible. Dans le modèle circulaire, les heures préférées de déplacement des usagers sont distribuées sur l'ensemble de la journée et le report des déplacements entre les jours est pris en compte.

De part son utilisation des fonctions de coût de deshorage, ce modèle est similaire à celui de Vickrey traitant du moment du déplacement des automobilistes. Cependant, il diffère d'une part en raison de la non prise en compte de la congestion (dans les transports en commun) et d'autre part en raison de l'impossibilité pour les usagers des transports en commun de partir au moment où ils le préfèrent. Le modèle est également lié au problème de localisation optimal d'entreprises (problème de la  $p$ -médiane). Il s'en écarte cependant puisqu'il traite les consommateurs (les usagers) et les entreprises (les véhicules de transport) de façon continue plutôt que discrète et attribue des coûts unitaires de deshorage différents entre les arrivées en retard et en avance et entre les individus.

Bien que la formulation du problème soit assez simple, la détermination d'une solution peut s'avérer difficile en raison de la non convexité de la fonction de coût de délai total qui doit être minimisée. La solution est caractérisée par un ensemble de conditions du premier ordre nécessaire (propositions 1 et 3). Ces conditions sont satisfaites explicitement lorsque la distribution des heures préférées de déplacement est uniforme (proposition 2 et 4). La solution dans le cas où les usagers ont les mêmes fonctions de coût de deshorage est présentée à la section 3. Lorsqu'ils ont des coûts différents, la solution est donnée à la section 4. Les deux solutions sont comparées à la section 4.2 (proposition 5). Différents biais dans le calcul des coûts ont également été identifiés lorsque l'approche par l'utilisateur représentatif est utilisée.

Lorsque la distribution des heures préférées de déplacement est non-uniforme, des méthodes de calcul numérique sont nécessaires pour obtenir l'horaire optimal. Nous développons à l'heure actuelle une procédure de simulation qui effectue ces calculs. Bien que nous n'ayons pas montré la convergence de la procédure, nous avons pu déterminer les horaires optimaux dans le cas de différentes distributions des heures préférées de déplacement, pour des usagers hétérogènes, et jusqu'à 10 véhicules.

Dans sa version actuelle le modèle omet plusieurs aspects importants du fonctionnement d'un système de transport en commun. Les restrictions suivantes seront levées dans des travaux futurs. Tout d'abord, le nombre de véhicules de transport en commun est exogène. Si l'on connaît l'horaire optimal des bus quelque soit le nombre de véhicules et si l'on dispose de données sur les coûts de maintenance et de fonctionnement par bus, il est possible de déterminer le nombre optimal de bus en minimisant la somme des coûts de fonctionnement et de deshorage. Ensuite, les effets de réseau ont été ignorés. De plus, les temps d'attente ont été supposés nuls, ce qui est vérifié uniquement dans le cas où les usagers connaissent parfaitement les horaires. Enfin, la congestion à l'intérieur des

véhicules ou aux arrêts a été ignorée. L'importance de la congestion sur les systèmes de feux de signalisation dans un réseau ferré a récemment été étudié par Sumi et al.; 1990.



## 8 Annexe

### 8.1 Horaire optimal avec usagers hétérogènes et distribution uniforme des heures préférées d'arrivée

Lorsque les heures préférées d'arrivée sont distribuées uniformément, les conditions du premier ordre (19) et (20) deviennent :

$$\sum_k \circ_k \frac{N^k}{L} T_1 = \sum_k -k \frac{N^k}{L} (t_{1;2}^{k\alpha} i T_1); \quad (37)$$

$$\sum_k \circ_k \frac{N^k}{L} (T_i i t_{i;i-1}^{k\alpha}) = \sum_k -k \frac{N^k}{L} (t_{i;i+1}^{k\alpha} i T_i); \quad i = 2:::n; i-1; \quad (38)$$

$$\sum_k \circ_k \frac{N^k}{L} (T_n i t_{n_i-1;n}^{k\alpha}) = \sum_k -k \frac{N^k}{L} (L i T_n); \quad (39)$$

En multipliant par  $\frac{1}{N}$ , en utilisant  $\circ_k = \frac{N^k}{N}$ , et en substituant (17), ces conditions peuvent s'écrire :

$$\sum_k \circ_k \circ_k T_1 = \sum_k \circ_k^{-k} \left( \frac{-k}{-k + \circ_k} T_1 + \frac{\circ_k}{-k + \circ_k} T_{2 i T_1} \right);$$

$$\sum_k \circ_k \circ_k (T_i i \left( \frac{-k}{-k + \circ_k} T_{i-1} + \frac{\circ_k}{-k + \circ_k} T_i \right)) =$$

$$\sum_k \circ_k^{-k} \left( \frac{-k}{-k + \circ_k} T_i + \frac{\circ_k}{-k + \circ_k} T_{i+1} i T_i \right); \quad i = 2:::n; i-1;$$

$$\sum_k \circ_k \circ_k (T_n i \left( \frac{-k}{-k + \circ_k} T_{n_i-1} + \frac{\circ_k}{-k + \circ_k} T_n \right)) = \sum_k \circ_k^{-k} (L i T_n);$$

Ces équations se réduisent à

$$i T_1 = \Phi(T_{2 i T_1});$$

$$\Phi(T_i i T_{i-1}) = \Phi(T_{i+1} i T_i); \quad i = 2:::n; i-1;$$

$$\Phi(T_n i T_{n_i-1}) = B(L i T_n);$$

La résolution conduit à

$$T_2 = \frac{i + \Phi}{\Phi} T_1; \quad (40)$$

$$T_{i+1} = 2T_i - T_{i-1}; \quad i = 2::n-1; \quad (41)$$

$$T_n = \frac{B}{B + \Phi} L + \frac{\Phi}{B + \Phi} T_{n-1}; \quad (42)$$

en introduisant (40) et (41), on a :

$$T_i = \frac{(i-1)i + \Phi}{\Phi} T_1; \quad (43)$$

Les équations (42) et (43) deviennent

$$T_1 = \frac{B\Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L;$$

avec (43) ces équations déterminent l'horaire de chaque bus :

$$T_i = \frac{(i-1)B_i + B\Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L; \quad i = 1::n;$$

et les frontières de marché entre les bus s'expriment :

$$t_{i,i+1}^{k\alpha} = \frac{iB_i + B\Phi + \frac{\alpha k}{-k+\alpha k} B_i}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi}; \quad k = 1::K; \quad i = 1::n-1;$$

Le temps entre chaque bus vaut

$$T_i - T_{i-1} = \frac{B_i}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L; \quad (44)$$

Les coûts de deshorage moyens pour tous les usagers sont une moyenne pondérée des coûts des usagers dans chaque intervalle de temps entre les bus. Etant donnée (44), le coût moyen pour le groupe k et pour  $t \in [T_i^0; T_{i+1}^0]$ ,  $i = 1::n-1$  est :

$$\bar{c}_{i,n}^k = \frac{1}{2} \frac{1 - k\alpha}{-k + \alpha k} \frac{B_i}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L; \quad i = 1::n-1;$$

Pour  $t \in [0; T_1^0]$ ,

$$\bar{c}_{0,n}^k = \frac{1}{2} \alpha T_1^0 = \frac{\alpha}{2} \frac{B\Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L;$$

et pour  $t \in [T_n^0; L]$ ,

$$\bar{c}_{n,n}^k = \frac{1}{2} (L - T_n^0) = \frac{1}{2} \frac{i\Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L;$$

Les coûts de deshorage moyens s'expriment

$$\bar{c}_n^0 = \frac{1}{L} \sum_k \bar{c}_{0,n}^k T_1^0 + \sum_k \bar{c}_{i,n}^k (T_n^0 - T_1^0) + \bar{c}_{n,n}^k (L - T_n^0);$$

on obtient finalement après substitution :

$$\bar{c}_n^0 = \frac{1}{2} \frac{B_i \Phi}{(n-1)B_i + (B+i)\Phi} L;$$

□

## 8.2 Preuve du Lemme

Par définition de  $B_i$  et  $\Phi$  (21)

$$\begin{aligned}
 B_i \Phi &= \sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \left( \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \right) \Phi = \sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi \\
 &= \sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi = \sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi \quad (45)
 \end{aligned}$$

Par l'inégalité de Jensen

$$\sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi \geq \frac{BB}{B+i};$$

avec inégalité stricte si  $\frac{\bar{A}_k}{k}$  est le même pour tous les  $k$ . De nouveau, par l'inégalité de Jensen :

$$\sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi \geq \frac{B_i}{B+i};$$

avec inégalité stricte si  $\frac{\bar{A}_k}{k}$  est le même pour tous les  $k$ . Soit pour le membre de gauche de (45)

$$\begin{aligned}
 &\sum_k \frac{\bar{A}_k}{k} \sum_{k'} \frac{\bar{A}_{k'}}{k'} \sum_{k''} \frac{\bar{A}_{k''}}{k''} \Phi \\
 &\geq \frac{BB}{B+i} \sum_i \frac{B_i}{B+i} = 0;
 \end{aligned}$$

avec inégalité stricte si  $\frac{\bar{A}_k}{k}$  est le même pour toutes les classes d'utilisateurs.  $\square$

## 8.3 Coûts de deshorage moyens et approche par l'utilisateur représentatif

Les coûts de deshorage moyens issus du calcul de l'horaire avec l'approche par utilisateur représentatif sont calculés en utilisant la même procédure que pour l'horaire optimal. Les coûts moyens pour le groupe d'utilisateurs  $k$  avec  $t^k \in [T_i^0; T_{i+1}^0]$  sont :

$$\bar{c}_{i;n}^{kR} = \frac{1}{2n} \frac{-k \circ k}{-k + \circ k} L; \quad i = 1::n-1;$$

Pour  $t^k \in [0; T_1^0]$ ,

$$\bar{c}_{0;n}^{kR} = \frac{1}{2} \frac{\circ k T_1^0}{\circ k} = \frac{1}{2n} \frac{\circ k B}{B+i} L;$$

Pour  $t^a \in [T_n^0; L]$ ,

$$c_{n;n}^{kR} = \frac{1}{2}^{-k} (L - i - T_n^0) = \frac{1}{2n}^{-k} \frac{i}{B + i} L;$$

Les coûts de deshorage s'expriment

$$c_n^{0R} = \frac{1}{L} \sum_k c_{0;n}^{kR} T_1^0 + c_{i;n}^{kR} (T_n^0 - i - T_1^0) + c_{n;n}^{kR} (L - i - T_n^0);$$

Soit après substitution :

$$c_n^{0R} = \frac{1}{2n}^{1/2} \left( 1 + \frac{1}{n} \frac{B - i - i(B + i)\Phi^{3/4}}{\Phi(B + i)} \right) \Phi L;$$

□

#### 8.4 Horaire optimal avec usagers hétérogènes et distributions uniformes des heures préférées de déplacement pour le modèle circulaire

L'horaire optimal est obtenu en utilisant la même logique que dans le cas du modèle linéaire avec quelques étapes supplémentaires. Les conditions du premier ordre pour  $T_i$  s'écrivent :

$$\sum_k c_k^{0R} \frac{N^k}{L} (T_i - t_{i,i+1}^{k\alpha}) = \sum_k c_k^{-R} \frac{N^k}{L} (t_{i,i+1}^{k\alpha} - T_i); \quad i = 1::n; \quad (46)$$

En substituant les  $t_{i,i+1}^{k\alpha}$  avec (29), (46) devient

$$\Phi(T_i - T_{i-1}) = \Phi(T_{i+1} - T_i); \quad i = 1::n;$$

où

$$T_{i+1} = 2T_i - T_{i-1}; \quad i = 1::n; \quad (47)$$

Par induction, on obtient :

$$T_i = iT_1 + (i - 1)T_0; \quad (48)$$

où  $T_0$ , l'heure de passage du dernier bus le jour précédent, est arbitraire. En utilisant la relation  $T_n = T_0 + L$ , on obtient finalement

$$T_i = T_0 + i \frac{L}{n};$$

L'horaire est périodique, les bus étant espacés d'une durée  $\frac{L}{n}$ .



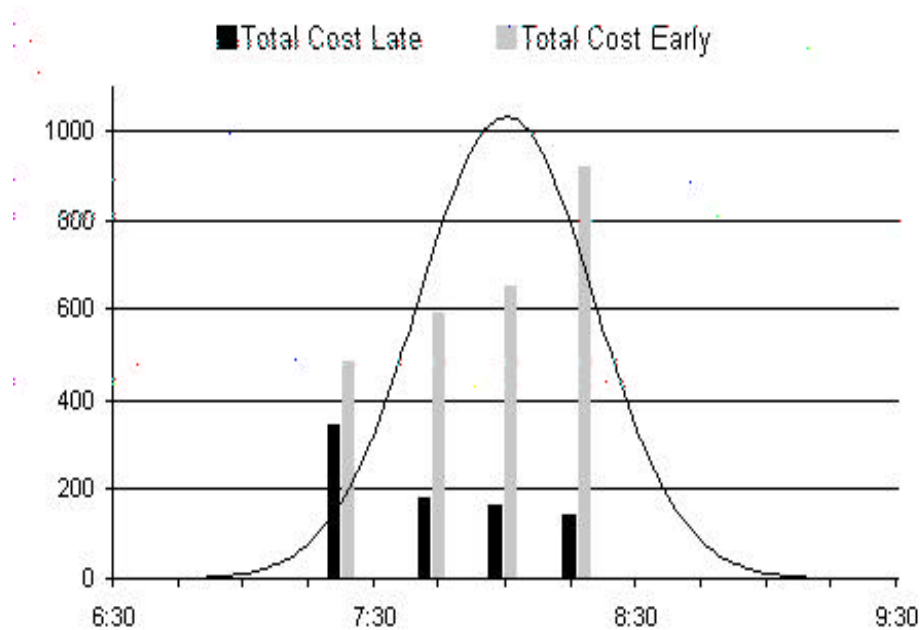


Figure 2(a) : Coût de deshorage total pour les usagers de chaque bus

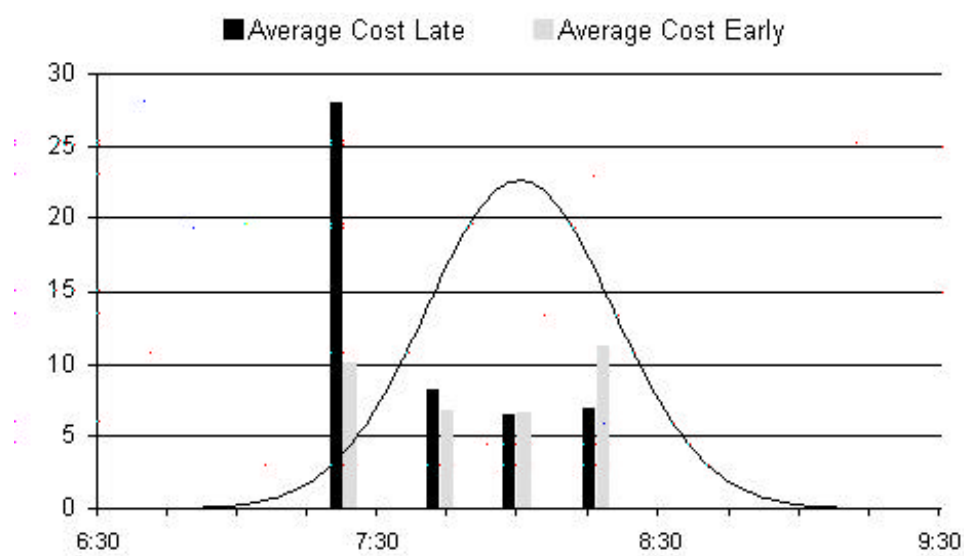


Figure 2(b) : Coût de deshorage moyen pour les usagers de chaque bus

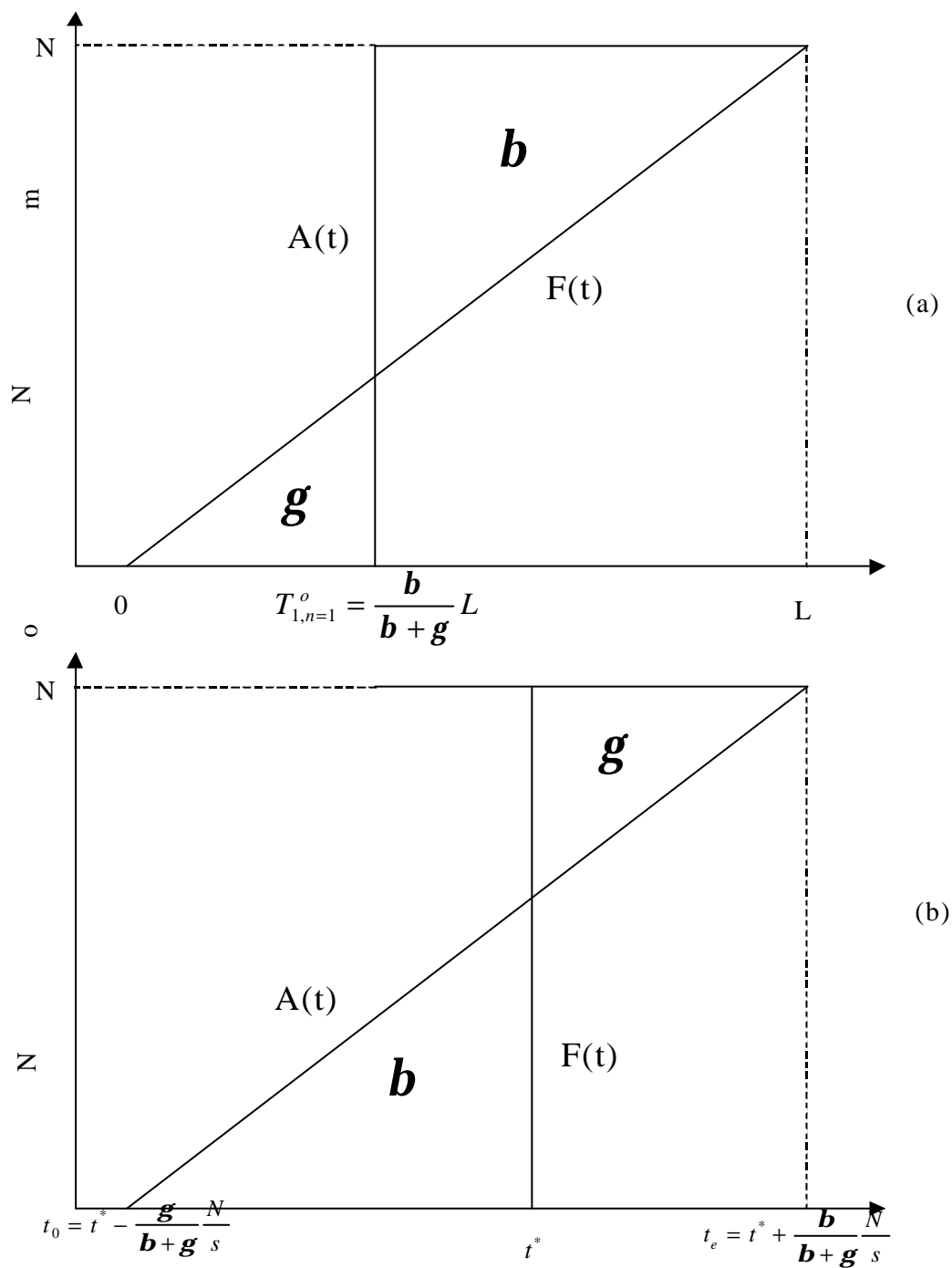


Figure 3: Délai pour (a) Transport en commun ; (b) Transport privé

Figure 4 : Délais dans les transports privés avec hétérogénéité dans : (a) les heures désirées d'arrivée ; (b) les coûts absolus des délais.



## **CHAPITRE 2**

### **Dynamique stable dans les systèmes de transport**

---

**SOMMAIRE**

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>42</b>
<b>2. DEFINITIONS ET NOTATIONS .....</b>	<b>43</b>
2.1 LIENS DE CONGESTION .....	43
2.2 CONCEPT D'EQUILIBRE.....	44
2.3 SOLUTION OPTIMALE.....	44
<b>3. CAS DE DEUX ROUTES PARALLELES .....</b>	<b>45</b>
3.1 EQUILIBRE.....	45
3.2 OPTIMUM .....	45
<b>4. REVISION DU PARADOXE DE BRAESS.....</b>	<b>46</b>
4.1 LE CAS STANDARD .....	46
4.2 LA VERSION SIMPLE DU PARADOXE DE BRAESS .....	49
<b>5. ADAPTATION AU RESEAU SIOUX FALLS.....</b>	<b>50</b>
<b>6. REMARQUES ET CONCLUSIONS .....</b>	<b>52</b>
<b>8. REFERENCES .....</b>	<b>52</b>

# 1 Introduction

Les modèles statiques sont très populaires dans le domaine de la science des transports ainsi que chez les praticiens de la gestion et de la planification de ces systèmes. Ces modèles sont caractérisés par les lois de congestion utilisées. La variable indépendante est le flux entrant (ou le nombre de véhicules sur le lien) et la variable dépendante est le temps de trajet nécessaire pour traverser ce lien. La loi reliant ces deux variables est la fonction du coût de trajet ou la fonction d'impédance. Cette relation stipule que le temps de trajet est fonction croissante du flux entrant (voir [5]). De nombreuses études ont été effectuées pour estimer ces fonctions (voir par exemple [3]). Dans ce chapitre, nous proposons une nouvelle approche pour décrire les lois de congestion.

Nous discutons la relation entre le flux et le temps de trajet sur un lien. Dans notre approche, cette relation peut être déterminée en prenant en considération les conditions du trafic sur l'ensemble du réseau. Par ailleurs, nous défendons le raisonnement pour lequel cette relation n'est pas une fonction mais une correspondance.

Dans les études standards, il n'existe pas de loi simple entre les caractéristiques de la route et les paramètres décrivant les lois de congestion. Par conséquent le processus de calage est souvent long et ardu. Souvent, il n'existe pas de loi simple universelle. En outre, les données utiles ne sont pas facilement disponibles, en particulier dans les pays en voie de développement.

Pour ces raisons, nous proposons d'explorer une nouvelle approche de recherche, la dynamique stable, qui est plus simple à utiliser que la pratique courante du point de vue du calcul et du point de vue des données nécessaires. Nous avons également développé des connections entre le modèle de la dynamique stable et les modèles dynamiques tel que celui introduit initialement par Vickrey ([9]). Ces connections seront présentées dans des publications ultérieures.

L'idée de la dynamique stable consiste à baser la description du coût de la congestion uniquement sur les paramètres observables ayant des interprétations physiques non-ambiguës (longueur de chaque route, vitesse maximale, type de route et le nombre de voies par route). Nous montrerons plus loin que ces paramètres suffisent pour déterminer les valeurs d'équilibre et d'optimum dans le cadre du calcul de l'équilibre sur de grands réseaux. Des données additionnelles standards sont nécessaires comme la matrice origine - destination (donnée ou calculée) et une description mathématique du réseau. L'équilibre calculé est le résultat d'un jeu non-coopératif d'un continuum de joueurs. La fonction objective de chacun d'eux est son temps de trajet. Ce jeu correspond dans la littérature du transport au premier principe de Wardrop.

Dans la deuxième section, nous présentons les axiomes qui définissent le modèle de la dynamique stable. Dans la troisième section, nous traitons le cas de deux routes parallèles et calculons les valeurs relatives à l'équilibre et à l'optimum. Le paradoxe de Braess est réexaminé dans la quatrième section où nous utilisons uniquement des arguments logiques pour montrer la variation des coûts dans un réseau triangulaire simple. Dans la cinquième section, nous présentons les résultats d'adaptation de ce modèle au réseau "Sioux Falls". Les conclusions et les remarques sont abordées dans la sixième section.

## 2 Définitions et notations

### 2.1 Liens et congestions

Une route correspond à un lien (ou arc) entre deux intersections adjacentes (ou noeuds). Il est décrit par un ensemble de caractéristiques introduites ci-dessous. Nous indiquons par  $A$  l'ensemble des arcs. Notons que le réseau doit être codé de sorte qu'il y est qu'une seule voie par arc. Cette spécification permet de traiter aisément les mouvements aux croisements. Considérons un lien  $a \in A$ . L'arc  $a$  est décrit par trois variables indépendantes : la longueur de l'arc,  $L_a$ , la vitesse maximale,  $v_a$  et la capacité  $\bar{c}_a$ . Cette dernière variable est définie comme le flux maximum de véhicules qui peuvent accéder au lien  $a$ . Le temps de trajet minimum,  $\bar{t}_a$ , est donné par  $\bar{t}_a = L_a/v_a$  :

Les variables du modèle sont le flux d'équilibre entrant sur le lien  $a$ ,  $c_a^e$ , le nombre de véhicules à l'équilibre sur le lien  $a$ ,  $n_a^e$ , flux optimal  $c_a^o$  et le nombre optimal de véhicules,  $n_a^o$  : La fonction du temps de trajet sur le lien  $a$  se définit comme suit :

$$\begin{cases} \text{Si } c_a < \bar{c}_a; \text{ alors } t_a = \bar{t}_a; \\ \text{Si } c_a = \bar{c}_a; \text{ alors } t_a \geq \bar{t}_a; \end{cases} \quad (1)$$

La première condition exprime le fait que si le flux est plus faible que le flux maximum, le temps de trajet est minimum et égal à  $\bar{t}_a$ . Dans cette situation, le flux sortant sur le lien  $a$  est égal au flux entrant. La seconde condition exprime le fait que le temps de trajet est indéfini si le flux entrant est supérieur à la capacité de l'arc  $a$ . Dans cette situation, le temps de trajet peut prendre toute valeur supérieure ou égale au temps de trajet minimal  $\bar{t}_a$ . Dans les deux cas, le flux sur le lien ne peut excéder sa capacité.

La densité des véhicules sur le lien  $a$  est donnée par la loi fondamentale  $c_a = v_a \rho_a$  où  $v_a$  est la vitesse sur le lien  $a$  et  $\rho_a$  est la densité des véhicules sur ce lien. Par ailleurs, l'occupation totale du lien  $a$ , noté  $n_a$ , est égale à  $\rho_a L_a$  où  $L_a$  est la longueur du lien  $a$ .

<sup>2</sup> Si  $c_a < \bar{c}_a$  alors  $t_a = \bar{t}_a$  (voir Equation (1)) et il n'existe pas de congestion sur le lien  $a$ . Nous avons par conséquent  $v_a = L_a / \bar{t}_a$  ou encore  $n_a = c_a / v_a L_a = c_a \bar{t}_a$  :

<sup>2</sup> Si  $c_a = \bar{c}_a$  alors  $t_a \geq \bar{t}_a$  (voir Equation (1)). Il existe une congestion sur ce lien si  $t_a > \bar{t}_a$  ; dans ce cas  $n_a = \bar{c}_a t_a = n_a + Q_a = \bar{c}_a \bar{t}_a + Q_a$ ; ou  $t_a = \bar{t}_a + Q_a / \bar{c}_a$ . La variable  $Q_a$  peut être interprétée comme la longueur de la file d'attente pour un modèle de goulot déterministe de capacité  $\bar{c}_a$ .

Le temps de trajet sur le lien  $a$  est noté  $t_a$ . Lorsque les indices  $e$  (pour équilibre) et  $o$  (pour optimum) sont omis, les expressions relatives à l'équilibre et à l'optimum sont équivalentes. Le flux (équilibre ou optimum) actuel sur le lien  $a$  est noté  $c_a$ . Le nombre de véhicules sur le lien  $a$  est  $n_a = \max_{c_a} \bar{c}_a t_a; c_a \bar{t}_a$ . La condition sans le phénomène de remontée de queue s'écrit comme suit :

$$t_a < \frac{L_a}{c_a}; \quad a \in A, \quad (2)$$

ou  $c$  représente la longueur moyenne réservée pour un véhicule.

Dans la formulation simple, ou le phénomène de remontée de queue n'apparaît pas, deux paramètres sont suffisants pour décrire chaque lien : le temps de trajet minimum  $\bar{t}_a$  et la capacité maximale  $\bar{c}_a$ . C'est la formulation que nous adoptons dans le reste de ce chapitre.

## 2.2 Concept d'équilibre

Considérons un réseau,  $R$ , composé d'un ensemble de noeuds,  $N$ , et un ensemble d'arcs orientés,  $A$ . L'ensemble des paires origine-destination est noté :

$$OD = \{p = (i;j) ; i,j \in N ; i \neq j\}$$

Un noeud qui peut être soit une origine soit une destination est un centre de demande. La demande est mesurée par les flux de déplacements d'un centre de demande à un autre. Nous supposons que la demande est inélastique ; autrement dit, le flux des usagers qui désirent se déplacer d'une origine  $i$  à une destination  $j$  est constant. Nous supposons également que le graphe est connexe. La solution (d'équilibre ou optimale) doit satisfaire les contraintes de la non-négativité des flux, de la conservation des flux aux noeuds et les contraintes du modèle de la dynamique stable (1). Deux situations sont analysées : l'équilibre et l'optimum.

L'équilibre satisfait le premier principe de Wardrop : un équilibre est un ensemble de flux de déplacement obéissant à l'ensemble des contraintes tel que, pour chaque paire  $O_i, D_j$ , l'ensemble des usagers ont le même temps de trajet et qu'il n'existe pas d'itinéraire ayant un temps de trajet strictement inférieur qui ne soit pas utilisé. Formellement, nous supposons qu'il existe un continuum d'usagers qui sélectionne son itinéraire de façon non-coopérative de sorte à minimiser sa fonction du coût individuel de trajet. Le temps de trajet sur une route est la somme des temps de trajet sur chaque lien utilisé par l'usager. Par conséquent, nous traitons les conducteurs comme un groupe d'agents qui considère que ses propres actions n'affectent pas celles des autres. Puisque les individus sont modélisés sous forme d'un continuum de conducteurs, l'existence d'un équilibre est garantie par les arguments formels développés dans les jeux non-coopératifs avec un continuum d'agents. Toutefois, cette approche ne peut pas prouver une méthode constructive pour calculer l'équilibre. En utilisant la dynamique stable, il est possible de montrer que ce problème peut être formulé comme un problème de maximisation concave (voir [6]) pour lequel un algorithme efficace d'optimisation existe. La solution de ce problème est prouvée par un triplet : temps de trajet de chaque arc, le flux entrant à chaque arc et le flux sur chaque arc. La différence,  $t_a - \bar{t}_a \geq 0$ , entre le temps de trajet actuel et le temps de trajet minimum s'interprète comme le temps passé dans la congestion (qui peut également être interprétée comme une quantité proportionnelle à la longueur de la file d'attente).

## 2.3 Solution optimale

L'optimum est atteint lorsque la somme des coûts de l'ensemble des individus est minimisée. Cette situation correspond au second principe de Wardrop. Dans la publication ([6]), il est démontré que la solution optimale est étroitement liée à la solution de

l'quilibre. En effet, il est démontré que le choix de route dans la situation d'quilibre est équivalente à la situation optimale. Mais contrairement à la situation d'quilibre, la congestion disparaît complètement dans le cas optimal de sorte que, bien sûr, les coûts d'quilibre et optimaux ne coïncident pas. de Palma et Jehiel ([2]) ont montré dans le cas du modèle du goulot déterministe (qui peut être considéré comme une extension du modèle dynamique stable) qu'il peut y avoir de la congestion à l'optimum de premier rang.

### 3 Cas de deux routes parallèles

Le problème avec une origine, une destination et un lien peut être résolu facilement. Soit un réseau de transport avec une paire origine - destination  $(i; j)$  et un flux de déplacement  $\bar{c}$ . Il existe deux liens en parallèle a et b reliant l'origine à la destination. Le lien a (resp. b) est caractérisé par les paramètres  $\bar{t}_a; \bar{c}_a$  (resp.  $\bar{t}_b; \bar{c}_b$ ). Sans perte de généralité, nous supposons que  $\bar{t}_a < \bar{t}_b$ .

#### 3.1 Equilibre

Trois situations du trafic peuvent se réaliser selon le niveau du flux  $\bar{c}$ . Nous notons par  $t^e$  le temps de trajet d'quilibre. Si  $\bar{c} < \bar{c}_a$ ; l'ensemble des usagers sélectionne le lien a et le temps de trajet d'quilibre est donné par  $t^e = \bar{t}_a$ .

Considérons maintenant  $\bar{c}_a < \bar{c} < \bar{c}_a + \bar{c}_b$ . Dans ce cas, les usagers n'utilisent pas tous le lien a et il existe nécessairement un ensemble d'usagers qui sélectionne le lien b. La relation  $\bar{c}_a^e = \bar{c}_a$  est nécessairement vérifiée. Autrement dit, un nombre d'usagers utilise le lien (le plus court) a tandis que le reste des usagers utilise le lien b ce qui explique la relation  $\bar{c}_b^e = \bar{c} - \bar{c}_a$ . Par conséquent, le lien b est non congestionné ( $\bar{c}_b^e = \bar{c} - \bar{c}_a < \bar{c}_b$ ). Le temps de trajet sur le lien b est  $\bar{t}_b$ . De ce fait, le temps de trajet d'quilibre sur les deux liens est que  $t^e = t_a^e = t_b^e = \bar{t}_b$ .

Enfin, si  $\bar{c} > \bar{c}_a + \bar{c}_b$  les conditions de la dynamique stable ne peuvent pas être satisfaites puisque le flux de déplacement est supérieur à la somme des capacités des deux liens. Cependant, si le flux entrant est plus petit que la somme des capacités pour une période de temps T, tel que  $\int_0^T \bar{c}(u) du < (\bar{c}_A + \bar{c}_B)T$ , une solution d'quilibre dynamique existe. Bien entendu, si la dimension temporelle est introduite explicitement, alors cette situation correspond au cas où les conducteurs peuvent effectuer des choix par rapport à leur heure de départ (ou par rapport à leur heure d'arrivée) comme dans le cas du modèle dynamique pur introduit initialement par Vickrey ([9]).

#### 3.2 Optimum

Dans cette section, nous calculons le temps de trajet moyen à l'optimum noté  $t^o$  pour des individus utilisant les mêmes routes en parallèle.

Si  $\bar{c} < \bar{c}_a$ , les conducteurs utilisent le même lien a pour lequel  $t^o = \bar{t}_a$ . Dans ce cas, les solutions d'quilibre et d'optimum coïncident.

Si  $\bar{c}_a < c < \bar{c}_a + \bar{c}_b$ , le temps de trajet doit être nul à l'optimum ; ce qui n'est pas le cas. Il est possible de trouver la situation d'équilibre de Pareto qui peut réduire le temps de trajet. À l'équilibre de premier rang, le flux  $\bar{c}_a$  est affecté sur le lien a avec un temps de trajet égal à  $\bar{t}_a$ . Le flux restant  $c - \bar{c}_a$  est affecté sur le lien b avec un temps de trajet égal à  $\bar{t}_b$ . Le temps de trajet moyen  $t^0$  est tel que :

$$t^0 = \bar{t}_a \bar{c}_a + \frac{\bar{t}_b (c - \bar{c}_a)}{c} = \bar{t}_b \left( 1 - \frac{\bar{t}_a}{\bar{t}_b} \right) \frac{c}{c}$$

Le bénéfice social par usager,  $\Delta$ , comparé à l'équilibre est :

$$\Delta = \frac{t^e - t^0}{t^e} = 1 - \frac{\bar{t}_a}{\bar{t}_b} > 0:$$

Si  $c > \bar{c}_a + \bar{c}_b$ , le flux de déplacement ne peut pas être satisfait par les deux routes. Comme dans la section précédente, il n'existe pas de solution avec l'approche du modèle dynamique stable. Également dans ce cas, l'optimum social peut être calculé si les flux varient au cours du temps.

Notons que les explications données plus haut peuvent être étendues facilement à un réseau avec  $n$  routes en parallèle. Dans ce cas, si la congestion apparaît,  $p - 1$  liens sont utilisés ( $p - n$ ) et nécessairement un lien n'est pas congestionné. Le temps de trajet d'équilibre doit être égal au temps de trajet du lien non congestionné le plus court.

## 4 Révision du paradoxe de Braess

Nous considérons le paradoxe de Braess habituel. Avec l'approche du modèle dynamique stable, nous pouvons calculer les valeurs associées à l'équilibre et à l'optimum par des raisonnements logiques.

### 4.1 Le cas standard

Dans le domaine de la science des transports, il est toujours commode d'analyser l'impact d'ajout d'une nouvelle infrastructure. Dans le cas d'un réseau sans congestion sur aucun des liens, il est assez simple de montrer que la construction d'une nouvelle route n'augmente pas le temps de trajet des usagers.

Par ailleurs, cette analyse est plus compliquée dans la cas de l'existence d'une congestion sur un lien du réseau. Autrement dit, la construction d'une nouvelle route n'entraîne pas nécessairement une réduction du temps de trajet. Afin d'explorer les propriétés de l'approche du modèle de la dynamique stable, nous traitons le paradoxe de Braess dans sa formulation la plus simple.

Nous supposons toujours que le flux de déplacement pour une paire origine - destination est égal à  $c$ . Il existe deux routes, notées (L) et (R) de l'origine  $i$  à la destination  $j$  (voir Figure 1). La route R est composée par deux liens notés 1 (partant de  $i$ ) et 2 (connecté

$p, j$ ). Symétriquement, la route  $L$  est composée par deux liens, notés 3 (partant de  $j$ ) et 4 (connectant  $p, j$ ). Le noeud terminal du lien 1 (et initial du lien 2) est noté  $k$ . Le noeud terminal du lien 3 est noté  $l$ . Nous utilisons les mêmes notations que précédemment pour définir les caractéristiques des liens :  $\bar{t}_r$  et  $\bar{c}_r$ ;  $L_r$ ;  $r = 1::4$ . L'idée de Braess est l'étude de l'impact d'un lien additionnel, noté 5: Ce dernier lien relie le noeud  $k$  au noeud  $l$ . Les différents liens sont des arcs orientés.

Figure 1 : réseau simple du paradoxe de Braess

Notons que deux liens 1 avec  $\bar{t}_1, \bar{c}_1; L_1$  et 2 avec  $\bar{t}_2, \bar{c}_2; L_2$  sont en série et équivalents à un seul lien avec les caractéristiques  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2; \min\{\bar{c}_1, \bar{c}_2\}; L_1 + L_2$ <sup>1</sup>. Une analyse détaillée du réseau de Braess est encombrante et suppose l'étude de plusieurs cas possibles; par conséquent, nous limitons notre analyse à certains cas illustratifs (les autres cas peuvent être traités de façon similaire).

#### 4.1.1 Le cas intuitif

Nous considérons en premier lieu la situation suivante  $\bar{c}_1 = \bar{c}_2 = \bar{c}_4 = c; \bar{c}_3 < c$ : Les liens 1, 2 et 4 ne sont jamais congestionnés. Par ailleurs, nous supposons que  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 > \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ . Sans le lien additionnel, le flux d'équilibre sur la route  $R$  est  $\bar{c}_3$  et le flux d'équilibre sur le lien  $L$  est  $c - \bar{c}_3$ . Le lien 3 est congestionné (avec un temps de trajet  $t_3 = \bar{t}_1 + \bar{t}_2$ ;  $\bar{t}_4 > \bar{t}_3$ ). Le coût d'équilibre, avant l'ajout du lien 5, noté  $t^e$  est  $t^e = \bar{t}_1 + \bar{t}_2$ .

Considérons maintenant le lien (5) avec  $\bar{c}_5 = c$ . Nous supposons que  $\bar{t}_5 + \bar{t}_4 < \bar{t}_2$  de sorte que les liens soient utilisés. Deux situations sont possibles.

<sup>1</sup>Dans l'analyse qui suit, la longueur des liens n'est pas spécifiée puisque par hypothèse il ne joue aucun rôle dans la discussion.



<sup>2</sup> Soit  $\bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 < \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ . Dans cette situation, l'ensemble des usagers utilise les liens (1; 5 & 4) et il n'existe pas de congestion. Le temps de trajet d'équilibre avec un lien additionnel, noté  $t^{e/A}$ , est tel que  $t^{e/A} = \bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4$ . Par conséquent,  $t^{e/A} < t^e$  (puisque nous avons supposé que  $\bar{t}_5 + \bar{t}_4 < \bar{t}_2$ ).

<sup>2</sup> Ou bien  $\bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 > \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ . Dans cette situation, le  $\rho$ ux  $\bar{c}_3$  utilise le lien 3. Ce lien devient congestionné et la condition d'équilibre est  $\bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 = \bar{t}_3 + \bar{t}_4$  avec  $\bar{t}_3 = \bar{t}_1 + \bar{t}_5 > \bar{t}_3$ . Le coût d'équilibre est le même que précédemment  $t^{e/A} = \bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4$  et également  $t^{e/A} < t^e$ .

Dans les deux situations,  $t^{e/A} < t^e$  ; le lien additionnel fournit une amélioration puisqu'il réduit le temps de trajet d'équilibre. Pourtant, il est possible que la congestion initiale sur le lien 3 ne disparaisse pas.

#### 4.1.2 Le cas neutre

Dans cette sous-section, nous considérons le cas où l'addition d'un lien au réseau n'a aucun impact sur le temps de trajet. Nous supposons que  $\bar{c}_1 = \bar{c}_2 > \bar{c}$  (autrement dit les liens 1 et 2 ne sont jamais congestionnés). De plus, nous supposons que  $\bar{c}_3 < \bar{c}_4 < \bar{c}$ . Nous supposons également que  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 > \bar{t}_3 + \bar{t}_4$  et  $\bar{t}_3 > \bar{t}_1$ . Le temps de trajet d'équilibre, sans le lien additionnel, est  $t^e = \bar{t}_1 + \bar{t}_2$  comme dans le cas intuitif décrit précédemment.

Soit un lien additionnel 5, avec  $\bar{c}_4 > \bar{c}_3 < \bar{c}_5 < \bar{c}$  et  $\bar{t}_5 < \bar{t}_3 < \bar{t}_1$ . Cette dernière condition implique que le lien 5 est utilisé et congestionné (et le lien 3 est non congestionné). Comme précédemment, puisque la route L est plus courte que la route R, cette dernière doit être congestionnée et donc le lien 4 doit être congestionné. Le temps de trajet d'équilibre sur les trois routes est caractérisé par  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 = \bar{t}_1 + \bar{t}_5 + \bar{t}_4 = \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ :

La solution pour ces conditions d'équilibre est donnée par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \bar{t}_4 &= \bar{t}_1 + \bar{t}_2 ; \bar{t}_3 > \bar{t}_4 \\ \bar{t}_5 &= \bar{t}_3 ; \bar{t}_1 > \bar{t}_5 \end{aligned}$$

et par conséquent :  $t^{e/A} = t^e$ . Bien que l'ajout du lien 5 ait déplacé la congestion du lien 3, il a également généré de la congestion sur le lien 5 qui est lui-même congestionné. En définitif, l'impact global du lien additionnel est nul.

#### 4.1.3 Le cas pervers

Dans ce troisième cas, nous analysons l'impact négatif, d'un lien additionnel dans un réseau, sur le temps de trajet d'équilibre. Nous supposons que  $\bar{c}_1 > \bar{c}_4 < \bar{c} < \bar{c}_1 + \bar{c}_4$  et  $\bar{c}_2 = \bar{c}_3 = \bar{c}$ . Deux situations sont possibles :

<sup>2</sup> Soit  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 < \bar{t}_3 + \bar{t}_4$  et dans cette situation, le lien 1 est congestionné. Le  $\rho$ ux d'équilibre sur la route L est  $\bar{c}_1$ . Le temps de trajet d'équilibre  $t^e$  est tel que  $t^e = \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ .

<sup>2</sup> Ou bien  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 > \bar{t}_3 + \bar{t}_4$ . Dans ce cas, le lien 4 est congestionné. Le °ux d'équilibre est  $\bar{c}_4$  sur la route R. Le temps de trajet d'équilibre est  $t^e = \bar{t}_1 + \bar{t}_2$ .

Avec le lien additionnel (lien 5) et une capacité  $\bar{c}_5 = \bar{c}$ . Nous supposons également que la préférence pour le lien 5 :  $\bar{t}_2 > \bar{t}_4 + \bar{t}_5$ . La condition d'équilibre est :

$$t_1 + \bar{t}_2 = t_1 + \bar{t}_5 + t_4 = \bar{t}_3 + t_4:$$

Par conséquent, nous avons nécessairement <sup>2</sup>  $t_1 = \bar{t}_3$  ;  $\bar{t}_5 > \bar{t}_1$  et  $t_4 = \bar{t}_2$  ;  $\bar{t}_5 > \bar{t}_4$ , et il existe une congestion sur les liens 1 et 4: le coût d'équilibre maintenant est  $t^{e/A} = \bar{t}_3$  ;  $\bar{t}_5 + \bar{t}_2$  et  $t^{e/A} > t^e$  puisque par hypothèse  $\bar{t}_3$  ;  $\bar{t}_5 + \bar{t}_2 > \text{Max} \{ \bar{t}_1 + \bar{t}_2 ; \bar{t}_3 + \bar{t}_4 \}$  :

Contrairement aux deux cas précédents, dans celui-ci, les trois routes (R ; M et L) sont toutes congestionnées à l'équilibre. Notons que le nouveau temps de trajet d'équilibre  $t^{e/A}$  est une fonction décroissante du temps de trajet minimum  $\bar{t}_5$ : La valeur maximum de  $\bar{t}_5$  est donnée par  $\text{Min} \{ \bar{t}_3 ; \bar{t}_1 ; \bar{t}_2 ; \bar{t}_4 \}$  : Lorsque le temps de trajet minimum sur le lien 5 est plus grand que les deux bornes  $\bar{t}_3$  ;  $\bar{t}_1$  ou  $\bar{t}_2$  ;  $\bar{t}_4$ , le lien 5 n'est plus utilisé et le paradoxe de Braess disparaît.

## 4.2 La version simple du paradoxe de Braess

L'exemple présenté ci-dessus nous a permis de déduire que les conditions sous lesquelles l'addition d'un nouveau lien augmenterait le temps de trajet en se basant uniquement sur des caractéristiques topologiques du réseau.

Considérons également un réseau triangulaire. Nous avons deux origines  $O_1$  et  $O_2$  et une destination D. L'origine  $O_1$  (resp.  $O_2$ ) est connectée à la destination D par l'arc unique 1 (resp. 2) défini par un temps de trajet minimum  $\bar{t}_1$  (resp.  $\bar{t}_2$ ) et un °ux maximum  $\bar{c}_1$  (resp.  $\bar{c}_2$ ). Nous supposons que les °ux de demande  $\bar{c}_1$  (de  $O_1$  à D) et  $\bar{c}_2$  (de  $O_2$  à D) satisfont les conditions  $\bar{c}_1 < \bar{c}_1$ ,  $\bar{c}_2 < \bar{c}_2$ , donc initialement il n'existe pas de congestion. Nous supposons également que  $\bar{c}_1 + \bar{c}_2 > \bar{c}_1$ : Dans le nouveau réseau, nous ajoutons un nouvel arc (lien 3) pour relier les deux origines définies par un °ux maximum  $\bar{c}_3 = \bar{c}_2$  et un temps de trajet minimum  $\bar{t}_3$ . Nous supposons que  $\bar{t}_1 + \bar{t}_3 < \bar{t}_2$  de sorte que la route  $O_2 ! O_1 ! D$  devient plus attractive pour le °ux de demande  $\bar{c}_2$ . Puisque  $\bar{c}_1 + \bar{c}_2 > \bar{c}_1$ , ces usagers génèrent de la congestion sur l'arc 1 et le temps de trajet augmente de sorte qu'il soit égal à  $\bar{t}_2$  ;  $\bar{t}_3$ . Le nombre d'usagers qui part de l'origine 2 et utilise la route  $O_2 ! O_1 ! D$  est égal à  $\bar{c}_1$  ;  $\bar{c}_1$ <sup>3</sup>. Le temps de trajet d'équilibre est  $\bar{t}_2$ . Le temps de trajet des °ux de déplacements partant de l'origine  $O_1$  augmente de  $\bar{t}_1$  à  $\bar{t}_2$  ;  $\bar{t}_3 > \bar{t}_1$ . Par conséquent, l'impact social du nouvel arc est négatif puisqu'il augmente le temps moyen de trajet.

<sup>2</sup> Si  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 < \bar{t}_3 + \bar{t}_4$  alors  $\bar{t}_2 > \bar{t}_4 + \bar{t}_5$  et nous avons nécessairement :  $\bar{t}_1 + \bar{t}_5 < \bar{t}_3$ . Si  $\bar{t}_1 + \bar{t}_2 > \bar{t}_3 + \bar{t}_4$  alors  $\bar{t}_3 > \bar{t}_1 + \bar{t}_5$ , et nous avons nécessairement :  $\bar{t}_4 + \bar{t}_5 < \bar{t}_2$ .

<sup>3</sup> Notons qu'il existe aucun usager qui part de l'origine i et utilise la route  $O_1 ! O_2 ! D$ .

## 5 Adaptation au rseau Sioux Falls

A titre d'expérimentation, nous avons développé un algorithme (décrit dans [6], [7] et [8]) au rseau de Sioux Falls. Le rseau est constitué de 75 arcs orientés,  $N = 30\,000$  usagers, 23 centres et 12 paires origine - destination. Nous utilisons pour les capacités  $\bar{c}_a$  le temps de trajet minimum  $\bar{t}_a$  dont les valeurs sont données dans [10]. Notons que Vythoulkas [10] a utilisé ce rseau pour simuler un modèle dynamique pur avec un goulot d'étranglement déterministe (avec les mêmes capacités mais aussi avec un choix de l'heure d'usage). En conséquence, la période des départs est endogène dans l'approche dynamique pure alors qu'elle est exogène dans le modèle de la dynamique stable. Cette période peut être également ajustée à l'aide des données de comptages.

Soient  $\mathcal{C}$  la période d'observation considérée pendant laquelle  $N$  usagers utilisent le rseau et  $\zeta = N / \mathcal{C}$ . À l'équilibre, nous calculons les mesures d'efficacité décrites ci-dessous :

² Le temps de trajet moyen :

$$\bar{t} = \zeta^{-1} \sum_{a \in \mathcal{A}} t_a^{\mathcal{C}},$$

² et le délai moyen :

$$\bar{t}^d = \zeta^{-1} \sum_{a \in \mathcal{A}} i_a t_a^{\mathcal{C}} - \bar{t}_a^{\mathcal{C}}.$$

Le délai moyen représente la différence entre le temps de trajet avec congestion et le temps de trajet minimum si les usagers utilisaient le même itinéraire.

² Nombre moyen de véhicules - kilomètres :

$$\bar{p} = \zeta^{-1} \sum_{a \in \mathcal{A}} L_a^{\mathcal{C}}.$$

Cette mesure représente la distance moyenne parcourue par les usagers.

² La vitesse moyenne :

$$\bar{v} = \frac{\bar{p}}{\bar{t}}.$$

Ces mesures sont comptabilisées en fonction du paramètre  $\zeta$ . Notons que plus la valeur de  $\zeta$  est grande et plus le niveau de congestion est faible. Autrement dit, pour augmenter le niveau de la congestion, il faut diminuer la période de simulation  $\mathcal{C}$ .

Le temps de trajet moyen,  $\bar{t}$ , est représenté dans la figure 2.

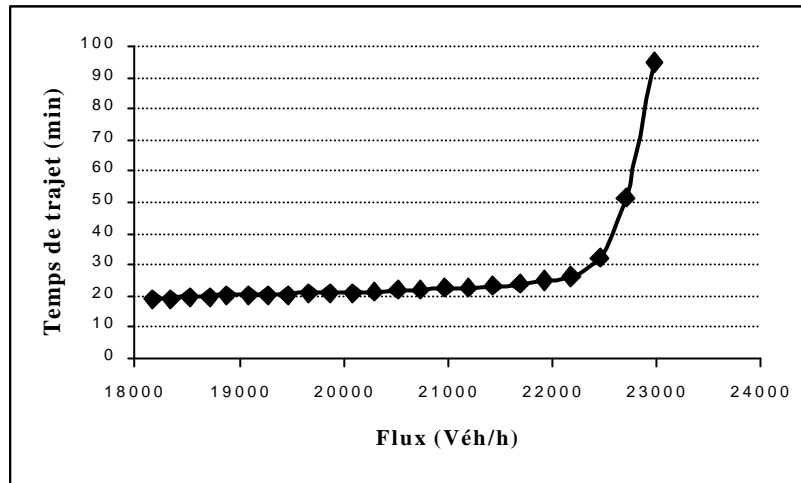


Figure 2 : temps de trajet moyen

Cette figure représente l'évolution du temps de trajet moyen en fonction du flux total ( $\lambda$ ). Au début, le temps de trajet évolue lentement puis croît assez rapidement. Il est d'environ 20 minutes avec un délai moyen de 5 minutes pour un  $\lambda$  à 18 000. Ces résultats sont assez proches de ceux obtenus par Vythoukas (voir [10]). Pour une hausse de demande d'environ 25% (soit  $\lambda = 22\ 186$ ), nous obtenons un temps de trajet de 26;6 minutes. Les résultats de Vythoukas sont également similaires. Pour une hausse de 25% de la demande, il obtient un temps de trajet de 23 minutes. Pour des accroissements de la demande supérieure à 25%, l'écart entre les deux modèles devient très important. Cette différence provient de la spécificité du modèle dynamique pur pour lequel, lorsque le temps de trajet devient assez élevé, les usagers préfèrent avancer ou retarder l'heure de départ. Par conséquent, lorsque la demande augmente, le temps de trajet moyen n'augmente pas aussi vite dans le modèle dynamique que dans le modèle de la dynamique stable.

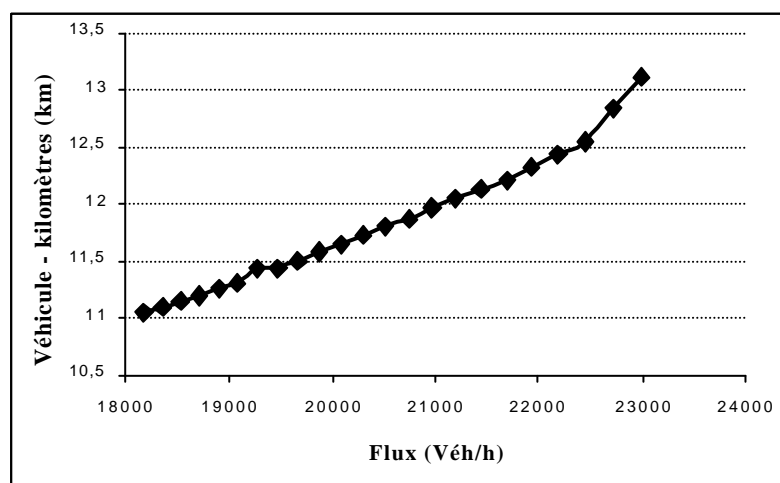


Figure 3 : nombre de véhicule - kilomètres moyen

La figure 3 représente l'évolution du nombre de véhicules - kilomètres moyen. Un accroissement de 25% de la demande augmente le nombre de véhicule - kilomètre de 12;6%. Cette variation s'explique par le fait que lorsque le temps de trajet augmente, les

usagers tendent à modifier leur itinéraire afin d'éviter la congestion. Notons également que l'impact de la congestion sur le nombre de véhicule - kilomètres est moindre dans le cas des modèles dynamiques purs que dans le cas de notre modèle, pour les mêmes raisons que celles citées précédemment.

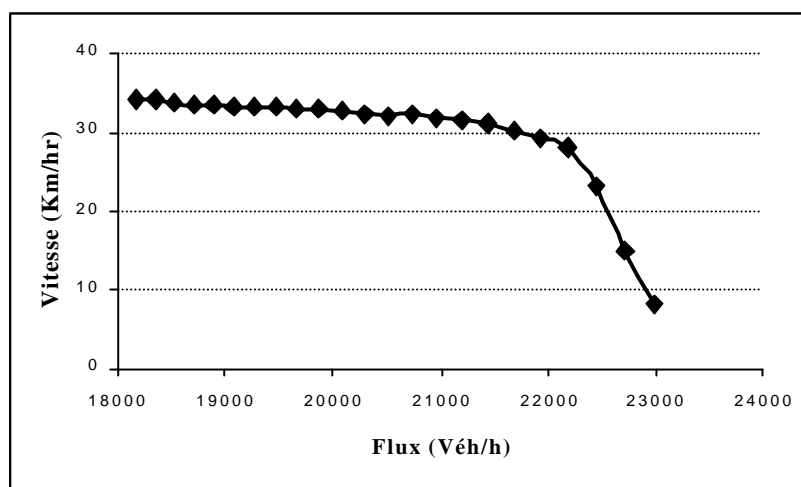


Figure 4 : vitesse moyenne

La relation vitesse - flux est représentée dans la figure 4 qui est semblable au diagramme fondamental connu par les utilisateurs des modèles statiques. Il s'agit néanmoins ici, notons le, d'une loi agrégée. La courbe est non linéaire. Cette courbe suggère que certaines lois, utilisées dans les modèles statiques conventionnels, peuvent être considérées comme un résultat du processus d'agrégation spatiale. Des résultats agrégés similaires sont obtenus dans le cas des modèles dynamiques purs.

## 6 Remarques et conclusions

Dans ce chapitre, nous avons proposé les fondements thoriques du modèle de la dynamique stable. Elle constitue, une nouvelle approche de la modélisation de la congestion du trafic dans les grandes zones urbaines. Cette approche se base sur des données qui ont une interprétation très intuitive. Différentes extensions peuvent être apportées à la version de base du modèle, comme la prise en compte endogène des matrices, le choix modal, l'hétérogénéité des usagers et la modélisation des zones de stationnement. Ce modèle a été également adapté au réseau de voirie de l'Ile-de-France dont les résultats sont présentés dans la dernière partie de ce rapport.

## References

- [1] de Palma, A., M. Ben-Akiva, Cl. Lefevre et N. Litinas. (1983) Stochastic equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion. *Transportation Science*, 17, 4, 430-453.
- [2] de Palma, A. et P. Jehiel. (1994) Queueing may be Efficient in Bottleneck Models, University of Cergy-Pontoise, Thema, working paper, No 1994.09.

- 
- [3] Bureau of Public Roads. (1964) U.S. Highway Capacity Manual, US Dept. of Commerce, Washington D.C.
  - [4] Hall, R.W. (ed.) (1999) Handbook of Transportation Science. Kluwer Academic Publishers, Boston.
  - [5] Sheu, Y. (1985) Urban, Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods. Prentice Hall, New Jersey.
  - [6] Nesterov Yu. and A. de Palma. (1998) Stable Dynamics : Generalized Cost and Park & Ride Models, Mimeo, CORE, Université Catholique de Louvain, Belgium.
  - [7] Nesterov Yu et A. de Palma. (2000) Stable Dynamics in Transportation Systems, Thema Discussion Paper, No 2000-18, University of Cergy-Pontoise, France.
  - [8] Nesterov Yu. (1999) Stable Flows in Transportation Networks. CORE DP 99#07, paru dans : Optimization and Engineering.
  - [9] Vickery, W. (1969) Congestion Theory and Transport Investment. American Economic Review, Papers and Proceedings, 59, 251-61.
  - [10] Vythoukias, P. (1991) Modelling Dynamic Stochastic User Equilibrium for Urban Networks, thèse de doctorat, Cranfield Institute of Technology, Center for Transport Studies, UK.

## **Partie II**

# **Optimisation des horaires des trains : application à la ligne D**

## SOMMAIRE

<b>1</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>56</b>
<b>2</b>	<b>LE MODÈLE THÉORIQUE.....</b>	<b>58</b>
2.1	LES BASES.....	58
2.2	SPÉCIFICATION DU MODÈLE.....	60
	<i>Les fonctions de coûts de déshorage.....</i>	<i>60</i>
	<i>Distribution des heures idéales de départ.....</i>	<i>61</i>
2.3	RÉSULTATS ANALYTIQUES ET ÉCLAIRAGE PRATIQUE : LE CAS DES PRÉFÉRENCES LINÉAIRES.....	62
<b>3</b>	<b>ESTIMATIONS DES PARAMÈTRES DE COÛT DE DÉSHORAGE.....</b>	<b>63</b>
3.1	L'APPROCHE INTUITIVE.....	64
3.2	L'APPROCHE PAR LE CONSOMMATEUR INDIFFÉRENT.....	65
3.3	L'APPROCHE PAR LES CHOIX DISCRETS.....	66
<b>4</b>	<b>LA RÉGRESSION NON PARAMÉTRIQUE.....</b>	<b>67</b>
4.1	L'UTILISATION DES DONNÉES DE COMPTAGE.....	67
4.2	LA MÉTHODE NON PARAMÉTRIQUE.....	69
<b>5</b>	<b>RÉSULTATS EMPIRIQUES.....</b>	<b>70</b>
5.1	ESTIMATION DES HEURES IDÉALES DE DÉPART.....	70
	<i>Les données collectées.....</i>	<i>70</i>
	<i>Estimation de la régression non paramétrique.....</i>	<i>73</i>
5.2	LES GRILLES D'HORAIRES OPTIMALES.....	75
<b>6</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>83</b>
<b>7</b>	<b>ANNEXE.....</b>	<b>84</b>
<b>8</b>	<b>RÉFÉRENCES.....</b>	<b>87</b>



## 1 Introduction<sup>1</sup>

De nombreux travaux ont été publiés sur la gestion des horaires des transports en commun (voir, Szpigel [39], Petersen et Taylor [34], Higgins, Kozan et Ferreira [22] et [23]). Cependant, la plupart n'aborde que l'analyse de l'offre. En effet, les opérateurs ont pour objectifs de satisfaire la demande aux moindres coûts tout en satisfaisant un ensemble de contraintes. Dans le court terme, le nombre de véhicules, le nombre de conducteurs et la capacité sont fixés. L'accroissement des ressources humaines et matérielles est réalisable dans le long terme mais coûteux. L'opérateur doit alors déterminer la répartition des investissements entre les deux précédentes ressources. Il maximise son profit sous différentes contraintes telle que la qualité de service minimum. La fonction de production ne peut être décrite par un modèle de type "boîte noire" mais nous savons qu'elle résulte des caractères désagrégés du système de transport : la matrice origine – destination, le tracé des lignes, la localisation des arrêts ou encore la durée de la course. Chacune de ces caractéristiques affecte le type et la forme de la fonction de production. De plus, la fonction de production dépend de l'effort et des compétences des opérateurs à gérer leurs réseaux (voir Ivaldi et Gagnepain [25]).

On suppose généralement que l'avantage que l'utilisateur retire de son déplacement en transports en commun dépend de la différence entre le bénéfice d'utiliser ce mode et le coût induit par le temps de marche, d'attente et de roulement. Etant donné que les transports en commun (contrairement aux transports individuels) offrent un service à des temps fixés et que la demande est distribuée continûment dans le temps, les usagers subissent nécessairement un coût associé à la pénalité de ne pas arriver à la destination à leur heure idéale (ou désirée). Comme nous l'avons indiqué dans le rapport de la première année (voir TT&R [40]), le coût d'une arrivée en avance ou en retard n'a que très peu souvent été estimé pour les usagers des transports en commun.

L'un de nos objectifs est de compléter les approches classiques orientées vers l'offre. Par conséquent, nous traitons exclusivement dans ce chapitre le côté de la demande ou plus précisément des caractéristiques horaires de la demande.

Le temps d'attente a été omis de l'analyse car nous supposons une connaissance parfaite des horaires par les usagers. Par conséquent, les choix des usagers sont réduits à celui de l'heure de

---

<sup>1</sup> Cette section a fait l'objet d'une présentation à la conférence « International Association for Travel Behaviour Research Conference », 07/2000, Queensland, Australia.

départ qui satisfait au mieux leurs contraintes horaires (les autres choix - destination, route et mode - sont donnés).

L'utilisateur peut soit décider de partir plus tôt que son heure idéale de départ (et par conséquent, il choisit d'arriver plus tôt que son heure idéale d'arrivée) et il subit alors un coût d'arrivée en avance. Soit il décide de partir plus tard que son heure idéale de départ et subit par conséquent un coût d'arrivée en retard.

Nous supposons que chaque individu possède une heure idéale d'arrivée unique. L'extension qui consisterait à considérer que l'heure idéale d'arrivée à la destination est constituée par une plage horaire ne pose pas de difficultés méthodologiques nouvelles. Elle n'est pas considérée ici afin de ne pas alourdir la présentation. Du point de vue de l'opérateur, la connaissance des heures désirées d'arriver et des fonctions de coûts de déshorage est essentielle étant donné qu'elle permet de déterminer des grilles d'horaires optimales pour les usagers. Récemment de Palma et Lindsey [11] ont montré comment l'optimisation des grilles d'horaires pouvait être effectuée dans des cas simples, traités analytiquement.

Dans cette section nous proposons et mettons en application des méthodes économétriques qui permettent d'évaluer la distribution des heures idéales de départ des usagers des transports en commun. Nous proposons une méthode simple basée sur des comptages (le nombre d'usagers qui a choisi chaque véhicule). Les comptages correspondent à la demande observée. La distribution des heures idéales de départ renvoie aux préférences des usagers, alors que la fonction de coût détermine le processus de choix utilisé par les individus. Dans la section 2, nous introduisons le modèle théorique adapté du modèle de Vickrey [41] initialement introduit pour le cas des utilisateurs de la voiture particulière. Dans la section 3, nous utilisons trois méthodes d'estimation des fonctions de coût de déshorage. Ces estimations sont basées sur un petit échantillon constitué au cours d'une enquête administrée à différents arrêts du réseau ferré francilien. De nombreuses études ont fourni des estimations des fonctions de coûts de délai pour les usagers de la voiture particulière mais hormis quelques exceptions (voir Nuzzolo et Russo [33]), de telles estimations n'ont pas été fournies pour les usagers des transports en commun. Les trois méthodes que nous proposons ont pour objectif commun d'apporter des valeurs approximatives des paramètres du coût de déshorage qui seront utilisés dans la section 4. Dans cette section nous montrons que l'estimation des heures idéales de départ peut être abordée par une résolution non paramétrique classique. Dans l'annexe, nous rappelons brièvement les principes de l'approche non paramétrique, peu utilisée jusqu'à présent en Economie des Transports. Nous présentons dans la section 5, une estimation d'une distribution des heures idéales de départ. Les données utilisées correspondent à des comptages effectués sur la ligne D du RER. Les résultats des sections 3 et 4 sont utilisés dans la section 5 afin de calculer des grilles

d'horaires optimales pour les usagers. Ces grilles sont comparées aux horaires effectifs. Nous concluons par un ensemble de remarques.

## 2 Le Modèle théorique

### 2.1 Les bases

Nous analysons ici les comportements de choix des usagers des transports en commun. Nous concentrons notre analyse sur une seule ligne sans correspondance. Nous supposons que tous les usagers possèdent une information parfaite sur les horaires et par conséquent qu'ils ne subissent pas de temps d'attente. Tous les usagers ont une heure désirée d'arrivée à la destination.

Soit  $m$  stations (arrêts) notées  $S_1 \dots S_m$  localisées le long d'une ligne. Il y a  $n$  véhicules qui partent de  $S_1$  aux heures  $T_1 \dots T_n$ , respectivement, avec  $0 < T_1 < \dots < T_n < L$ . Tous les véhicules s'arrêtent à toutes les stations et le temps de trajet (temps des montées et des descentes inclus) entre la station  $s$  et la station  $s+1$  est noté  $tt_s$ ; par conséquent le temps de trajet entre la station  $s$  et la station  $r > s$  est

$$tt_{sr} = \sum_{k=s}^{r-1} tt_k .$$

Soit un individu qui part de la station  $s$  dans le but d'arriver à l'heure à sa destination. Il souhaite qu'un véhicule parte de  $s$  à son heure idéale de départ  $u$  ( $u$  est l'heure idéale d'arrivée à la destination moins le temps de trajet). Nous notons  $f_s(u)$  la fonction de densité des heures idéales de départ des usagers qui choisissent un transport en commun à la station  $s$ . La fonction de densité des heures idéales de départ des usagers qui choisissent un transport en commun à la station  $s$  rapportée à la première station est par conséquent :  $f_s(u - tt_{1s})$ . En sommant sur l'ensemble des stations, nous obtenons la fonction de densité des heures idéales de départ de l'ensemble des usagers des stations 1 à  $m$  :

$$f(u) = \sum_{s=1}^m q_s f_s(u - tt_{1s}) . \quad (1)$$

avec  $q_s$  un poids attribué à chaque station  $s$  et tel que  $\sum_s q_s = 1$ .

Notons que  $f(0) \geq 0$  et  $f(L) \geq 0$ . La discussion précédente montre que, sans perte de généralité, nous pouvons rapporter l'étude de toutes les stations à la première station. Nous dirons par abus de langage, que tous les usagers raisonnent par rapport à l'heure de départ des trains à la première station.

Etant donné que les heures de départ sont distribuées de manière discrète dans le temps et que la demande est continue, la plupart des usagers (exceptés ceux qui souhaiteraient précisément partir

aux heures  $T_1 \dots T_n$ ) subissent des pénalités de délais. Les usagers qui souhaiteraient partir (de la station 1) à l'heure  $u$  avec  $T_i < u < T_{i+1}$  emprunteront le transport en commun qui part en  $T_i$  ou en  $T_{i+1}$ . L'usager qui part en  $T_i$ , subit un délai en avance et une pénalité notée :  $C^E(u - T_i)$ , alors que l'usager qui part en  $T_{i+1}$  subit un délai en retard et une pénalité notée :  $C^L(T_{i+1} - u)$ , avec  $C^E(0) = C^L(0) = 0$ ,  $\frac{dC^E(x)}{dx} > 0$  et  $\frac{dC^L(x)}{dx} > 0$ , pour  $x > 0$  et avec  $\frac{dC^E(0)}{dx} \geq 0$  et  $\frac{dC^L(0)}{dx} \geq 0$ .

Il existe nécessairement un usager, noté  $\hat{u}_{i,i+1}$ , qui est indifférent entre le transport en commun qui part en  $T_i$  et celui qui part en  $T_{i+1}$ . Par conséquent,  $\hat{u}_{i,i+1}$  est la solution unique de :

$$C^E(\hat{u}_{i,i+1} - T_i) = C^L(T_{i+1} - \hat{u}_{i,i+1}). \quad (2)$$

Soit  $N$  le nombre d'usagers, notons que le gestionnaire est entre autres préoccupé par le taux d'utilisation de ces véhicules (par exemple pour l'ajustement de la capacité de ces véhicules). Le nombre d'usagers du véhicule  $i$  (qui part en  $T_i$ ) est :

$$D_i = N \int_{\hat{u}_{i-1,i}}^{\hat{u}_{i,i+1}} f(u) du, \quad (3)$$

avec  $N = \sum_{i=1}^n D_i$ .

Notons que ces développements peuvent facilement prendre en compte des prix différents en fonction de l'heure de la journée. Soit  $p_i$  le prix du transport en commun qui part en  $T_i$ ,  $i=1 \dots n$ . L'équation (2) est maintenant remplacée par :

$$C^E(\hat{u}_{i,i+1} - T_i) + p_i = C^L(T_{i+1} - \hat{u}_{i,i+1}) + p_{i+1}, \quad (4)$$

qui présente une solution intérieure si le différentiel des prix ( $p_i - p_{i+1}$ ) n'est pas trop important. Tous les usagers dont l'heure idéale de départ appartient à l'intervalle  $[T_i, T_{i+1}]$  pourraient être associés au transport en commun  $i$  (pour  $p_i - p_{i+1}$  suffisamment faible) ou au transport en commun  $i+1$  (pour

$p_{i+1} - p_i$  suffisamment faible). Dans la suite, nous mettons de côté cette extension de tarification dynamique.

Notons que le planificateur social souhaite minimiser le coût social noté  $W$ .<sup>2</sup> Le bien être social associé aux usagers du véhicule  $i$  est :

$$W_i = \int_{\hat{u}_{i-1,i}}^{T_i} C^L(T_i - u) f(u) du + \int_{T_i}^{\hat{u}_{i+1}} C^E(u - T_i) f(u) du, \quad (5)$$

où le premier terme correspond au coût agrégé d'arriver en retard (pour les usagers qui ont une heure idéale de départ à gauche de  $T_i$ ) et le second terme correspond au coût agrégé d'arriver en avance (pour les usagers qui ont une heure idéale de départ à droite de  $T_i$ ). La grille d'horaire optimale minimise la quantité  $W = \sum_{i=1}^n W_i$ . L'heure de départ optimale peut être calculée par les conditions du premier ordre en  $T_1 \dots T_n$ . La solution de ce système de  $n$  équations est la  $n$ -médiane asymétrique de la distribution  $f(\cdot)$  (voir de Palma et Lindsey [11]).

## 2.2 Spécification du modèle

Nous proposons une description paramétrique des fonctions de coûts de déshorage et une description non paramétrique de la fonction des heures idéales de départ.

### Les fonctions de coûts de déshorage

Nous proposons différentes spécifications simples des coûts de déshorage. Nous supposons que tous les usagers sont dotés des mêmes fonctions de coût. Ceci implique l'homogénéité par rapport aux caractéristiques et aux motifs des déplacements. Pour une prise en compte théorique de l'hétérogénéité, voir de Palma et Lindsey [11].

La spécification linéaire (Vickrey [41] et Small [38]) de la fonction des coûts de déshorage a largement été testée dans le cas des déplacements en voitures particulières. Elle s'écrit :

$$\begin{cases} C^E(x) = \mathbf{b}x \\ C^L(x) = \mathbf{g}x \end{cases}, \quad (6)$$

---

<sup>2</sup> Notons que la demande est inélastique ; la maximisation du surplus ne serait pas équivalente à la minimisation des coûts.

avec  $\mathbf{b} > 0$  et  $\mathbf{g} > 0$ . Les estimations des coûts unitaires des arrivées précoces,  $\mathbf{b}$ , et tardives,  $\mathbf{g}$  varient d'une ville à l'autre. Les résultats économétriques montrent généralement que  $\mathbf{b} < \mathbf{g}$  avec  $\mathbf{g}/\mathbf{b} \in ]1, 4]$ .<sup>3</sup>

Les spécifications quadratiques ont également été testées (mais avec moins de succès, voir Small [38] ou Hendrickson et Plank [21]). Dans le cas quadratique, nous obtenons :

$$\begin{cases} C^E(x) = \tilde{\mathbf{b}}x^2 \\ C^L(x) = \tilde{\mathbf{g}}x^2 \end{cases}, \quad (7)$$

avec  $\tilde{\mathbf{b}} > 0$  et  $\tilde{\mathbf{g}} > 0$ .

L'estimation des paramètres  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{g}$  est une tâche primordiale. A la section 3, nous proposons trois méthodes qui offrent des résultats préliminaires pour les estimations de  $\mathbf{g}/\mathbf{b}$ .

Les fonctions puissances ont également été analysées dans un cadre théorique (voir Mekkaoui *et al.* [30]). Cependant, le calcul des grilles d'horaires optimales (voir le point 5.2) n'a été programmé que dans les cas linéaires et quadratiques. Les fonctions puissance n'ayant pas été analysées empiriquement, nous limitons notre analyse à des spécifications linéaires et quadratiques des fonctions de coûts de déshorage. Notons que nous supposons a priori la même forme de fonctions de coûts entre les usagers de la voiture particulière ou des transports en commun.

### Distribution des heures idéales de départ

Les usagers sont supposés avoir les mêmes paramètres de coûts de déshorage mais disposent d'heures idéales de départ différentes. La littérature ne fournit que peu d'informations sur les distributions des heures idéales de départ (voir Bates [5]). La forme de la fonction dépend bien évidemment de la période de la journée, du jour de la semaine ou encore des caractéristiques des usagers. Les données que nous avons analysées ne suggèrent aucune forme fonctionnelle simple. Pour ces raisons, nous avons eu recours aux méthodes non paramétriques. Nous utilisons des méthodes basées sur les régressions par kernel ou par Spline. Ces méthodes sont rapidement présentées au point 4.2 et appliquées en 5.1.

---

<sup>3</sup> Dans le cas des modèles développés pour les usagers des voitures particulières, nous montrons que les paramètres doivent vérifier la condition  $\mathbf{a}\mathbf{b} < \mathbf{g}$  (avec  $\mathbf{a}$  la valeur du temps) afin d'obtenir une solution continue (voir Arnott *et al.*[3]).

### 2.3 Résultats analytiques et éclairage pratique : le cas des préférences linéaires

Nous supposons que les coûts de déshoragage sont linéaires (voir l'équation (6)) ou quadratiques (voir l'équation (7)). Le coût d'un usager qui souhaiterait partir en  $u$  et qui part en  $T_i$  est :

$$C(u, T_i) = \begin{cases} \mathbf{b}(u - T_i)^+ + \mathbf{g}(T_i - u)^+ & \text{(coût linéaire)} \\ \text{ou} \\ \tilde{\mathbf{b}}[(u - T_i)^+]^2 + \tilde{\mathbf{g}}[(T_i - u)^+]^2 & \text{(coût quadratique)} \end{cases},$$

avec  $(A)^+ \equiv \text{Max}(0, A)$ . La distribution des heures idéales de départ est supposée uniforme sur l'intervalle  $[0, L]$ , soit :  $f(u) = \frac{1}{L}$ .

Considérons dans un premier temps la spécification linéaire. On peut montrer (de Palma et Lindsey [11]) que les grilles optimales d'horaires de  $n$  véhicules sont données par :  $T_1^o = \left( \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{b} + \mathbf{g}} \right) \frac{L}{n}$  et  $T_i^o = T_{i-1}^o + \frac{L}{n}$ ,  $i = 2 \dots n$ . Le coût moyen de déshoragage s'écrit :  $\frac{1}{2} \left( \frac{\mathbf{b}\mathbf{g}}{\mathbf{b} + \mathbf{g}} \right) \frac{L}{n}$  (dans ce cas une fraction  $\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{b} + \mathbf{g}}$  de ce coût est due au coût du délai en retard). Si  $\mathbf{b} = \mathbf{g} = \mathbf{t}$  et  $n=2$ , les deux transports en commun sont optimalement placés en  $L/4$  et  $3L/4$ , respectivement. Le coût moyen s'élève à  $\frac{\mathbf{t}}{8} L$ .

Par exemple, les valeurs des paramètres calibrés pour des déplacements en voitures particulières en Ile-de-France sont  $\mathbf{b} = 8.33 \text{€hr}$  et  $\mathbf{g} = 29.2 \text{€hr}$  (voir TT&R [40]). Si nous supposons une distribution uniforme des heures idéales de départ et un transport en commun toutes les 20 minutes, nous obtenons un coût moyen de 1.07€ (ce qui correspond approximativement pour les 6 millions de voyages quotidiens en Ile-de-France à une valeur de 51 milliards de dollars (avec un taux d'escompte de 5%), soit 4% du PIB du pays. L'utilisation du simulateur dynamique de trafic METROPOLIS pour la région francilienne (voir TT&R [40]) conduit à un coût de déshoragage pour les usagers de la voiture particulière de 1.02€. A notre connaissance, c'est la première comparaison jamais effectuée dans un contexte dynamique entre les usagers de la voiture particulière et ceux des

transports en commun. Ces résultats sont bien sûr préliminaires. Néanmoins, la similarité entre les deux coûts moyens est surprenante. S'agit-il de contraintes universelles provenant d'une acceptabilité sociale des délais ?

Dans le cas des coûts quadratiques,  $T_1^o = \left( \frac{\sqrt{\tilde{b}}}{\sqrt{\tilde{b}} + \sqrt{\tilde{g}}} \right) \frac{L}{n}$  et  $T_i^o = T_{i-1}^o + \frac{L}{n}$ ,  $i=2\dots n$ . Le coût

moyen de déshoragage est donné par :  $\frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{\tilde{b}\tilde{g}}}{\sqrt{\tilde{b}} + \sqrt{\tilde{g}}} \right)^2 \left( \frac{L}{n} \right)^2$  (une fraction  $\frac{\sqrt{\tilde{b}}}{\sqrt{\tilde{b}} + \sqrt{\tilde{g}}}$  de ce coût est

due au coût de délai en retard). Le coût moyen de déshoragage est de nouveau une fraction croissante des paramètres de déshoragage.

### 3 Estimations des paramètres de coût de déshoragage

Comme nous l'avons précédemment indiqué, les préférences horaires des usagers de la voiture particulière pendant le pic du matin ont largement été analysées (voir par exemple Cosslett [7], Small [38], Hendrickson et Plank [21], Matsumoto [29], de Palma et Rochat [12], Noland et Small [32], de Palma *et al.* [13] et Noland *et al.* [31]). Dans ces études, le rapport  $gb$  varie de 1.35 à 7.24 avec une majorité de valeurs autour de 3. Nuzzolo et Russo [33] ont estimé les paramètres de déshoragage pour des déplacements en transport en commun vers le lieu de travail, cependant le rapport  $gb$  prend des valeurs inférieures à 1. De nombreux facteurs peuvent expliquer la disparité dans les résultats : les localisations géographiques, les dates de réalisation, la culture, les caractéristiques des répondants, etc.

Dans cette section, nous aurions pu utiliser des valeurs comprises entre 1,35 and 7,24 pour estimer les heures idéales de départ des usagers (voir le point 5.1) et calculer la grille optimale d'horaires à Paris (voir le point 5.2), cependant comme nous l'avons indiqué précédemment ces valeurs sont spécifiques aux usagers de la voiture particulière. Nous réalisons actuellement une vaste enquête en Ile-de-France qui permettra d'étudier les préférences horaires des usagers des transports en commun et de la voiture particulière (de Palma et Fontan [9]). Néanmoins, cette approche est longue et coûteuse. Dans la présente étude, nous nous sommes contentés d'une approche très simple.

Pour avoir une idée de la valeur des paramètres des coûts de déshoragage des usagers des transports en commun franciliens, nous avons utilisé les données d'une enquête spécifiquement réalisée sur les préférences horaires de 120 usagers du RER sur l'ensemble de la journée. Pour chaque interviewé,



nous connaissons les horaires des trains qui précède et suit l'heure idéale de départ de l'individu. Enfin, nous connaissons le train que ce dernier a choisi. Dans cette section, nous utilisons trois méthodes assez simples pour estimer le rapport  $gb$  à l'aide de cette base de données.

### 3.1 L'approche intuitive

Pour chaque usager de la base de données, nous calculons son délai. Soit  $SDE_j$  et  $SDL_j$  respectivement le délai en avance et en retard de l'usager  $j$  ( $j=1...N$ ). La figure 1 représente  $T_i$  et  $T_{i+1}$  les horaires des trains qui sont respectivement juste avant et juste après l'heure idéale de départ  $u_j$  de l'individu  $j$ .

Le délai en avance de l'usager  $j$  est  $SDE_j = u_j - T_i$  et son délai en retard est  $SDL_j = T_{i+1} - u_j$ . Si nous utilisons une spécification linéaire des coûts de déshorage (expression (6)), le coût du délai en avance est  $bSDE_j$  et le coût du délai en retard est  $gSDL_j$ .

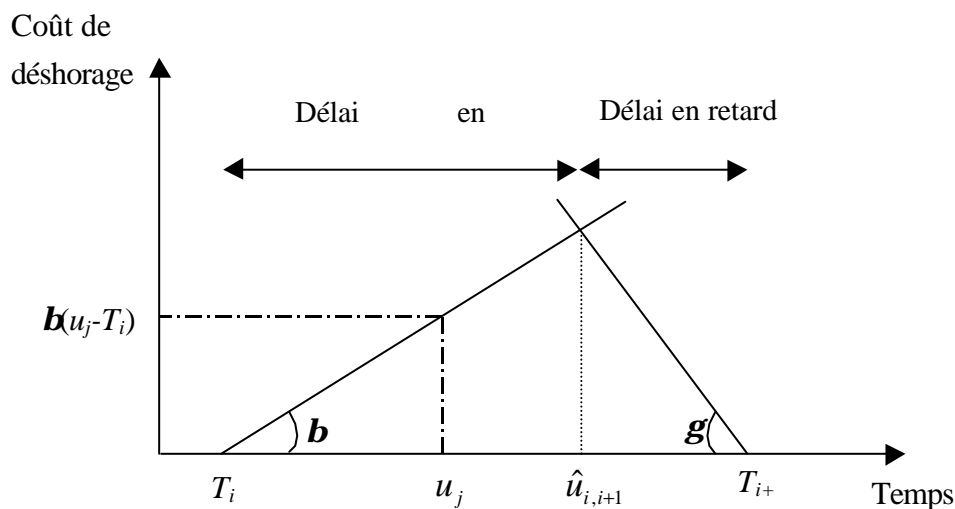


Figure 1 : Coût de déshorage pour un usager

Lorsque les heures idéales de départ sont uniformément distribuées et que les grilles horaires sont optimales, de Palma et Lindsey [11] ont montré que :

$$\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} = \frac{C^E}{C^L}, \quad (8)$$

avec  $C^E$  le coût total des délais en avance et  $C^L$  le coût total des délais en retard. Dans le cas présent, les coûts totaux des délais des  $N$  interviewés sont respectivement  $C^E = \mathbf{b} \sum_{j=1}^N SDE_j$  et  $C^L = \mathbf{g} \sum_{j=1}^N SDL_j$ . Par conséquent, nous pouvons estimer le ratio  $\mathbf{gb}$ :

$$\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N SDE_j}{\sum_{j=1}^N SDL_j}}.$$

Nous avons supposé au cours de cette première méthode que la relation (8) était vérifiée même si les heures idéales de départ ne sont pas uniformément distribuées. La base de données que nous avons utilisée comprend 40% d'usagers qui se déplacent en avance, 40% qui se déplacent en retard et 20% qui se déplacent à l'heure. Avec ces données nous obtenons  $\mathbf{gb}=0.9$ . Cette valeur appartient à l'intervalle des valeurs estimées par Nuzzolo et Russo [33] mais demeure contre intuitive. Ce résultat peut s'expliquer par les hypothèses sous-jacentes à cette approche, en effet nous supposons que la grille d'horaires est optimale et que les préférences sont uniformément distribuées, deux hypothèses qui ont une probabilité très faible d'être vérifiées. Néanmoins, le ratio est proche de 1. Nous anticipons une valeur supérieure à l'unité si nous levons ces deux hypothèses. Les deux méthodes qui suivent présentent cette propriété.

### 3.2 L'approche par le consommateur indifférent

Pour chaque paire de départs successifs  $(T_i, T_{i+1})$ , l'heure idéale de départ de l'utilisateur indifférent en  $T_i$  and  $T_{i+1}$  est :

$$\hat{u}_{i,i+1} = \frac{T_i + (\mathbf{g}/\mathbf{b})T_{i+1}}{1 + (\mathbf{g}/\mathbf{b})}, \quad i = 1..n-1.$$

Nous supposons que  $\hat{u}_{0,1} = 0$  et que  $\hat{u}_{n,n+1} = L$ . Pour une valeur fixée de  $\mathbf{gb}$ , nous pouvons calculer  $\hat{u}_{i,i+1}$  pour chaque usager  $j$ . Conformément à la réalité, si  $u_j < \hat{u}_{i,i+1}$  l'utilisateur choisit le

transport en commun qui part en  $T_i$  et si  $u_j > \hat{u}_{i,i+1}$  il choisit celui qui part en  $T_{i+1}$ . Si nous fixons une valeur élevée de  $gb$ , le point d'indifférence  $\hat{u}_{i,i+1}$  sera proche de  $T_{i+1}$  et par conséquent de nombreux usagers seront par erreur alloués au transport en commun qui part en  $T_i$ . Pour une faible valeur de  $gb$  le point  $\hat{u}_{i,i+1}$  sera proche de  $T_i$  et par conséquent de nombreux usagers seront par erreur alloués au transport en commun qui part en  $T_{i+1}$ . Ainsi, il existe nécessairement une valeur intermédiaire de  $gb$  qui minimise le nombre de mauvaises allocations. Ici  $gb$  n'est pas calculé dans le but de trouver la fréquence observée pour chaque transport en commun ; elle doit plutôt conduire au minimum d'erreurs individuelles (i.e. au minimum d'erreurs d'allocation).

L'erreur minimale est obtenue pour toutes les valeurs de  $gb$  appartenant à l'intervalle ]2; 2.4[. La part des usagers qui est incorrectement distribuée entre les bus est de 23%. Avec une base de données plus large (approximativement 3000 usagers par l'enquête MADDIF, voir de Palma et Fontan [9]) nous pouvons s'attendre à un intervalle moins large.

Dans l'immédiat, l'enquête que nous avons administrée, nous permet de connaître le choix révélé par les usagers entre deux trains successifs, cette information nous permet d'utiliser l'approche par les choix discrets en dernière méthodologie.

### 3.3 L'approche par les choix discrets

Cette méthodologie permet de lever l'hypothèse que tous les usagers empruntent nécessairement le transport en commun dont le coût est le plus faible. Chaque usager dispose d'une probabilité de choix binaire entre le transport en commun qui part avant son heure idéale de départ,  $T_i$ , qui est associé à un délai en avance et le transport en commun qui part après son heure idéale de départ,  $T_{i+1}$ , qui est associé à un délai en retard.

Dans le cas d'un modèle Logit binaire (Ben-Akiva and Lerman [3]), la probabilité que l'utilisateur  $j$  choisisse le transport en commun qui part en  $T_i$  est :

$$IP_j^E = \frac{\exp(-C_j^E)}{\exp(-C_j^E) + \exp(-C_j^L)},$$

avec  $IP_j^L = 1 - IP_j^E$ .

Nous avons testé deux spécifications de la fonction de coût :

$$\text{Linéaire : } C_j^E = \mathbf{b}(u_j - T_i) \text{ et } C_j^L = \mathbf{g}(T_{i+1} - u_j)$$

et

$$\text{Quadratique : } C_j^E = \mathbf{b}(u_j - T_i) + \mathbf{b}_2(u_j - T_i)^2 \text{ et } C_j^L = \mathbf{g}(T_{i+1} - u_j) + \mathbf{g}_2(T_{i+1} - u_j)^2.$$

Notons que les valeurs de  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{b}_2$  et  $\mathbf{g}_2$  sont définies à un facteur multiplicatif près. Quoiqu'il en soit, nous ne considérons que le rapport  $\mathbf{gb}$  dans cette approche.

Dans le cas de la fonction de coût linéaire,<sup>4</sup>  $\mathbf{gb}$  vaut 1,375 et pour la fonction de coût quadratique,<sup>5</sup>  $\mathbf{gb}$  vaut 3,073. Ces résultats sont en accord avec la théorie et les études empiriques relatives aux usagers des voitures particulières.

## 4 La régression non paramétrique

L'idée sous-jacente à l'estimation des heures idéales de départ est similaire à celle de la demande pour des produits différenciés. Les observations sont fournies par les choix des usagers. Dans le cas présent, les choix correspondent aux nombres d'usagers qui choisissent un transport en commun donné. Cette information est fournie par les comptages.

### 4.1 L'utilisation des données de comptage

Pour simplifier la présentation, nous normalisons le nombre d'usager à 1. Soit  $D_i$  le nombre d'usagers qui emprunte le transport en commun  $i$ . La demande cumulée  $F(u)$  correspond au nombre d'usagers qui a une heure idéale de départ inférieure ou égale à  $u$ . Rappelons que  $\hat{u}_{i,i+1}$  correspond à l'heure idéale de départ de l'usager indifférent entre le transport en commun  $i$  et le transport en commun  $i+1$  (voir l'équation (2)). Chaque usager dont l'heure idéale de départ est comprise entre 0 et  $\hat{u}_{i,i+1}$

devrait utiliser l'un des  $i$  premiers transports en commun ( $i$  compris). Par conséquent, il y a  $\left(\sum_{l=1}^i D_l\right)$  usagers qui ont une heure idéale de départ inférieure ou égale à  $\hat{u}_{i,i+1}$ . Ce qui implique que

<sup>4</sup> Nous obtenons  $\mathbf{b}=0.056$  ( $\mathbf{s}_b=0.03$ ) et  $\mathbf{g}=0.077$  ( $\mathbf{s}_g=0.03$ ).

<sup>5</sup> Dans ce modèle, le paramètre associé au délai en avance quadratique n'est pas significatif et par conséquent nous l'avons oté de l'estimation. On trouve  $\mathbf{b}=0.08$  ( $\mathbf{s}_b=0.03$ ),  $\mathbf{g}=0.25$  ( $\mathbf{s}_g=0.11$ ) et  $\mathbf{g}_2=0.006$  ( $\mathbf{s}_{g_2}=0.004$ ).

$F(\hat{u}_{i,i+1}) = \sum_{l=1}^i D_l$ . Par définition  $F(0)=0$  et  $F(L)=1$ . La valeur de la fonction cumulée  $F(u)$  est par conséquent exactement connue aux points  $\hat{u}_{i,i+1}$ ,  $i=0\dots n$ . Notons que  $dF(u)/du = f(u)$ .

Nous notons  $F_i$  le nombre observé d'usagers qui a choisi l'un des  $i$  premiers transports en commun ( $i$  compris). La forme fonctionnelle de  $F(u)$  est inconnue. Afin de procéder à l'estimation, nous écrivons la demande cumulée  $F(u)$  évaluée au point  $u = \hat{u}_{i,i+1}$  comme la somme entre la donnée

observée  $F_i (= \sum_{l=1}^i D_l)$ ,  $i=0\dots n$ , et un nombre aléatoire  $\mathbf{e}_i$  qui représente les erreurs de mesure :

$F_i = F(\hat{u}_{i,i+1}) + \mathbf{e}_i$ ,  $i=1\dots n-1$ ,  $F_0 = \mathbf{e}_0$  et  $F_n = 1 + \mathbf{e}_n$ . Afin de simplifier les notations, nous considérons la relation :  $F_i = F(u_i) + \mathbf{e}_i$ ,  $i=1\dots n-1$ .<sup>6</sup>

Afin d'estimer la fonction  $F(\cdot)$  nous utilisons une méthode non paramétrique. L'une des hypothèses de base des régressions paramétriques est que l'espérance (conditionnelle) de la variable dépendante (le nombre cumulé d'usagers) étant donnée la valeur des régresseurs (les heures idéales de départ) est une fonction connue qui dépend des régresseurs et de quelques paramètres inconnus. Dans la plupart des cas, le nombre de formes fonctionnelles acceptables est important et par conséquent le statisticien doit essayer plusieurs alternatives. Par conséquent, le risque de mauvaises spécifications est toujours présent. Contrairement, les régressions non paramétriques ne supposent aucune forme fonctionnelle particulière de la fonction de régression.

Dans le contexte des heures idéales de départ, il n'y a aucune raison théorique d'imposer une forme plutôt qu'une autre pour la distribution des heures idéales de départ. De plus les comptages peuvent présenter diverses caractéristiques. Par exemple, ils peuvent correspondre aux pics du matin ou du soir ou à l'ensemble de la journée, à des jours particuliers ou à plusieurs semaines, etc. Pour ces raisons, nous préférons prendre le choix de la flexibilité et adoptons les techniques non paramétriques.

---

<sup>6</sup> Il est plus rigoureux d'utiliser une distribution tronquée qui garantisse que  $F(\cdot) \in [0,1]$ .

## 4.2 La méthode non paramétrique

De nombreux économètres ont développé et adapté les techniques non paramétriques (voir par exemple Aït-Sahalia [1], Andrews [2], Chen et Shen [6], Härdle [16], Horowitz [24], Lavergne et Vuong [26]). Les techniques non paramétriques ont également été appliquées dans différentes disciplines, en particulier en physique, en calcul neuronal, en hydrologie, en médecine ou encore en psychologie.

Nous présentons brièvement le principe des régressions non paramétriques dans le contexte des heures idéales de départ (voir également l'annexe). Nous considérons la relation  $F_i = F(u_i) + \mathbf{e}_i$  où  $(F_i, u_i)$ ,  $i=0\dots n$  est une famille de variables aléatoires *i.i.d.*. Les termes d'erreurs  $\mathbf{e}_i$ ,  $i=0\dots n$ , sont supposés *i.i.d.* avec  $E(\mathbf{e}_i|u_i)=0$ .

Le but est d'utiliser les  $n$  comptages pour estimer  $F(\cdot)$ . Pour des couples  $(F_i, u_i)$ ,  $i=0\dots n$ , nous recherchons une fonction  $F(\cdot)$  qui est aussi proche que possible de la série des  $\{F_i\}$ . Par exemple, si nous utilisons l'erreur quadratique moyenne comme mesure de qualité de l'ajustement, nous cherchons à résoudre : 
$$\text{Min}_{F(\cdot) \in \Gamma} \sum_{i=1}^n [F_i - F(u_i)]^2$$
 avec  $\Gamma$  l'espace des fonctions continues deux fois différentiables.

Donnons l'idée sous-jacente au lissage effectué par les méthodes non paramétriques. Soit l'estimation de  $F(\cdot)$  en un point  $u_{i0}=u_0$ . Si nous supposons que la fonction  $F(\cdot)$  est lisse, alors pour les observations  $u_i$  proches de  $u_0$ , la valeur correspondante de  $F_i$  devrait être proche de  $F(u_0)$ . En d'autres termes, si  $F(\cdot)$  est lisse, alors dans un voisinage réduit autour de  $u_0$ ,  $F(u_0)$  sera presque constante et pourra être estimée en prenant une moyenne des  $F_i$ .

De même si  $F(\cdot)$  est lisse, nous pourrions dire que plus les  $u_i$  sont proches de la valeur de  $u_0$ , plus la moyenne des  $F_i$  correspondant sera proche de  $F(u_0)$ . Ceci suggère d'utiliser une moyenne pondérée des  $F_i$ , dont les poids diminuent lorsque les  $u_i$  s'éloignent du point  $u_0$ . Une telle moyenne pondérée doit être calculée pour chaque valeur de  $u$  dans le domaine de  $F(\cdot)$  afin d'estimer l'ensemble de la fonction.

Cette procédure d'estimation de  $F(u)$  à l'aide d'une moyenne pondérée est l'essence même du lissage. Si nous choisissons un voisinage trop large autour de  $u$  pour calculer la moyenne pondérée, alors cette dernière sera trop lisse et ne mettra pas en évidence les non-linéarités principales de  $F(\cdot)$ .

Au contraire, si nous choisissons un voisinage trop faible, la moyenne pondérée sera très variable, reflétant du bruit et de nombreuses non-linéarités dans  $F(\cdot)$ . Par conséquent, les poids doivent être choisis avec précaution dans l'arbitrage entre ces deux effets opposés (voir Härdle [16]).

Plusieurs techniques de lissage existent. Nous présentons dans l'annexe les plus fréquemment utilisées; la régression par kernel et le Spline. Nous utilisons empiriquement ces deux méthodes à la section 5.

## **5 Résultats empiriques**

Dans cette section, nous utilisons les comptages sur une partie d'une ligne du RER D pour estimer la distribution des heures idéales de départ (point 5.1) et procéder ensuite à l'optimisation des horaires (point 5.2).

### **5.1 Estimation des heures idéales de départ**

#### **Les données collectées**

Nous avons considéré la branche sud-est de la ligne D du RER. Nous considérons Villeneuve comme origine et Melun comme destination, dans le sens unique de circulation du Nord vers le Sud. Il y a 9 gares entre l'origine et la destination. La figure suivante place le tronçon étudié (encadré) sur la carte des RER

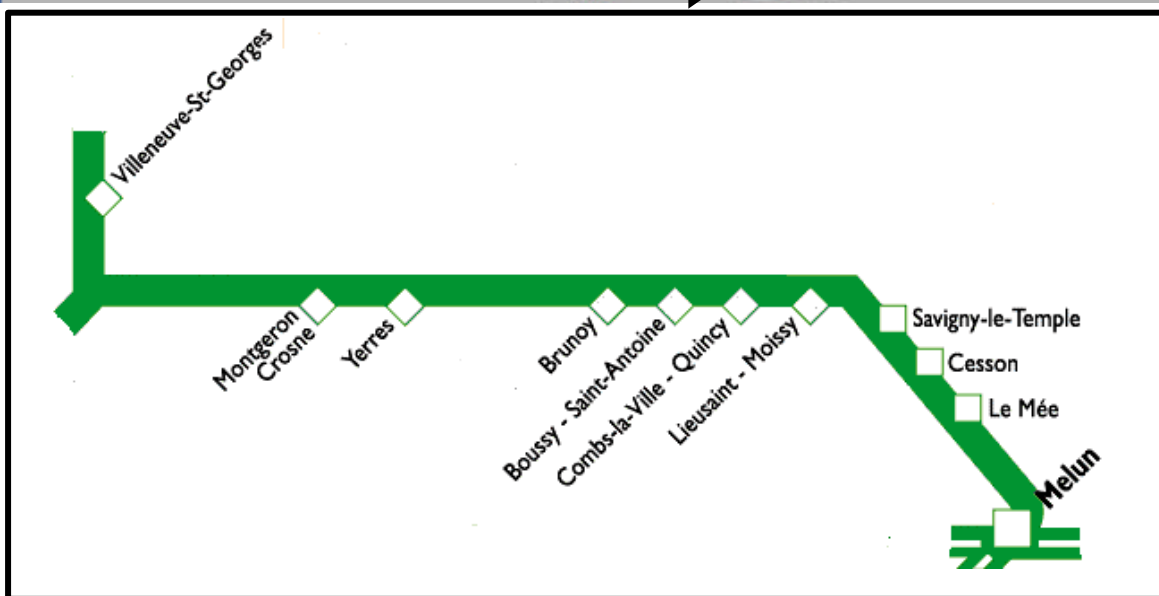
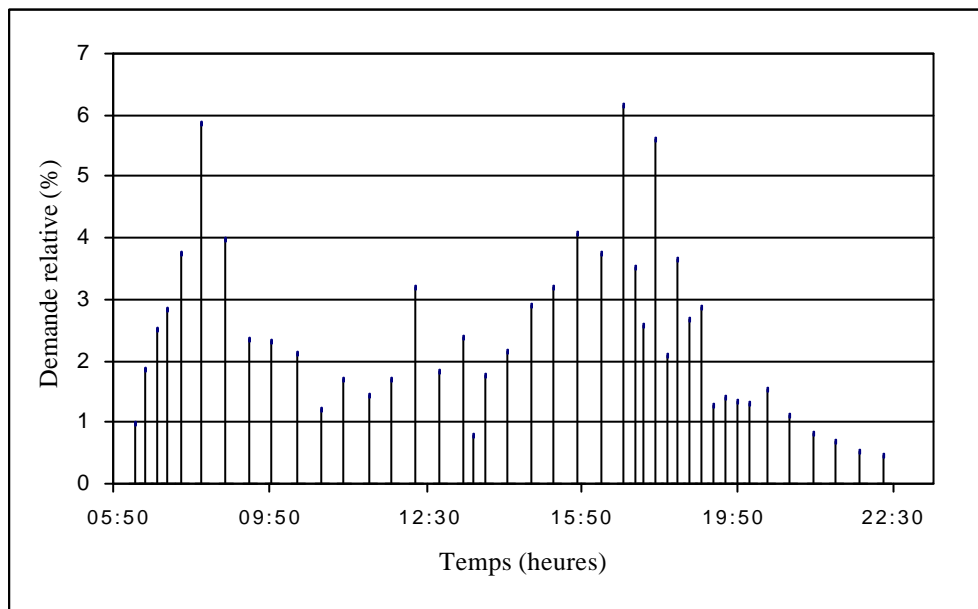


Figure 2 : Tronçon de la ligne étudiée



La demande totale est de 8019 passagers répartis entre 42 trains de 6h17 (heure de départ du premier train en gare de Villeneuve) à 22h54 (heure d'arrivée du dernier train en gare de Melun). Les comptages de montées à chacune des 10 stations et pour chaque train ont été effectués en 1996. Comme présenté au point 2.1, nous considérons la demande totale pour chaque train (c'est à dire la somme des montées pour les 10 stations) et nous associons à cette demande l'heure de départ du train à l'origine (voir l'équation 1). Nous connaissons la capacité de chaque train et le nombre de passagers dans chaque train à toute heure, par conséquent nous avons été dans la mesure de vérifier qu'à chaque arrêt, aucun train ne risquait de faire fasse à un nombre trop important d'usagers. En d'autres termes, nous nous sommes assurés qu'aucun usager ne restait sur le quai.

La figure 3 représente la demande relative. Nous observons deux pics élevés le matin et le soir et un pic plus modeste à l'heure du déjeuner.



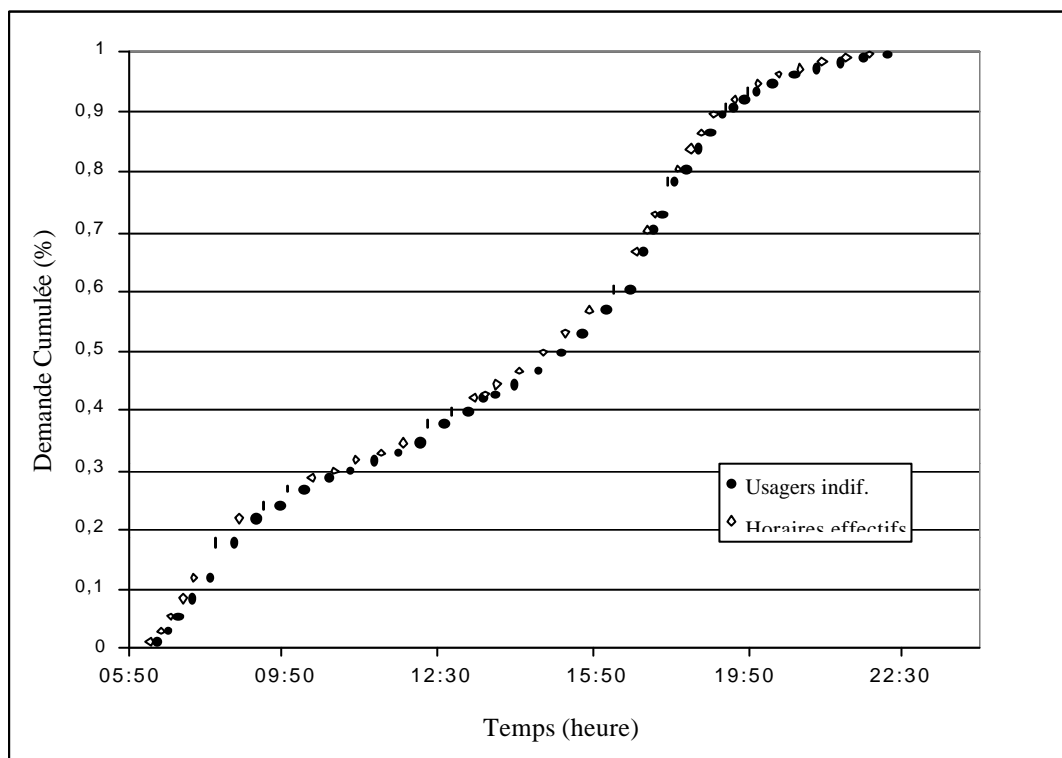
**Figure 3 : Demande relative pour l'ensemble de la journée**

Il est bien connu qu'il y a plus de ménages qui vivent en banlieue et travaillent plus proche de Paris que l'inverse. Comme les données correspondent à la direction de Paris vers la banlieue, ceci explique pourquoi le pic du soir implique davantage d'usagers et s'avère plus étalé que le pic du matin. Le plus grand nombre d'arrêts effectués par les travailleurs le soir peut également expliquer l'étalement du pic du soir. Aucune différence entre les heures de passage des trains ne permet d'expliquer les oscillations de la demande entre deux trains successifs durant le pic du soir (en particulier tous les trains s'arrêtent à chaque station et ont le même parcours sur l'ensemble de la

ligne). L'origine des oscillations se trouve probablement dans des facteurs exogènes (par exemple les heures officielles de fin de travail, voir Wilson [43]).

### Estimation de la régression non paramétrique

L'estimation est effectuée pour des valeurs de  $gb$  égales à 1,3 et 3. Tout d'abord, nous calculons les localisations des usagers indifférents. La figure 4 représente la demande cumulée pour les horaires effectifs ainsi que pour les usagers indifférents calculés avec  $gb=3$ . La demande cumulée avec  $gb=1,3$  est proche de la demande cumulée avec  $gb=3$  et très légèrement décalée vers la gauche.<sup>7</sup> La différence entre les deux demandes cumulées prend des valeurs de 3 à 6 minutes avec une moyenne de 4,21 minutes.



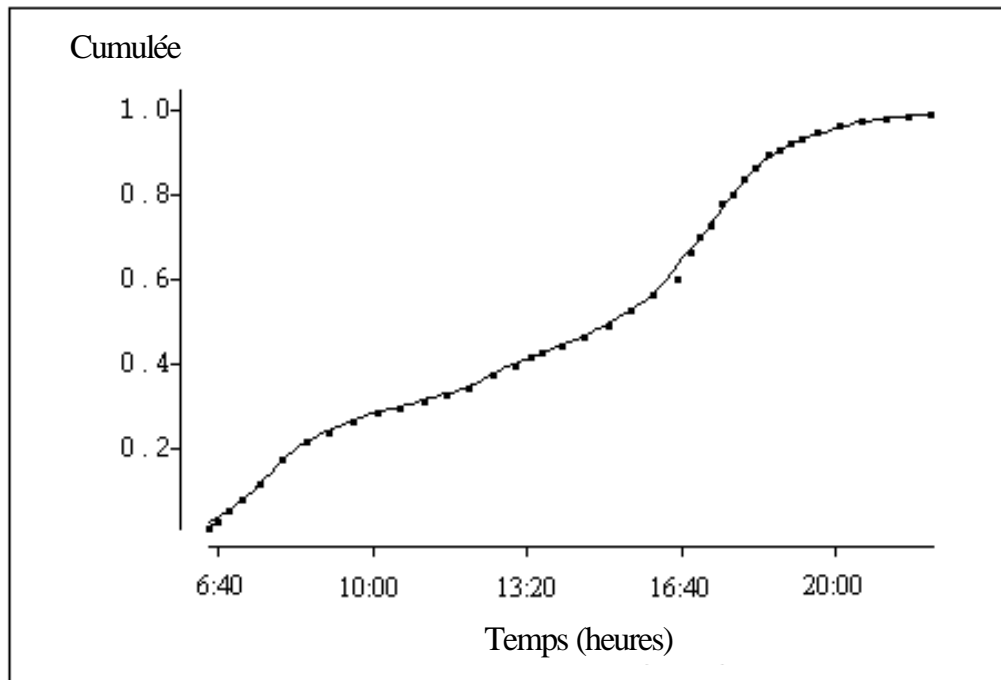
**Figure 4 : Demande cumulée aux heures effectives  
et pour les usagers indifférents**

La figure 5 représente les résultats de la régression non paramétrique avec le kernel gaussien dans le cas  $gb=3$  (courbe) ainsi que les données observées (points). Les cas  $gb=1,3$  et  $gb=3$  sont, de

<sup>7</sup> Cette fonction étant très similaire à celle de la figure 3, nous ne la représentons pas.

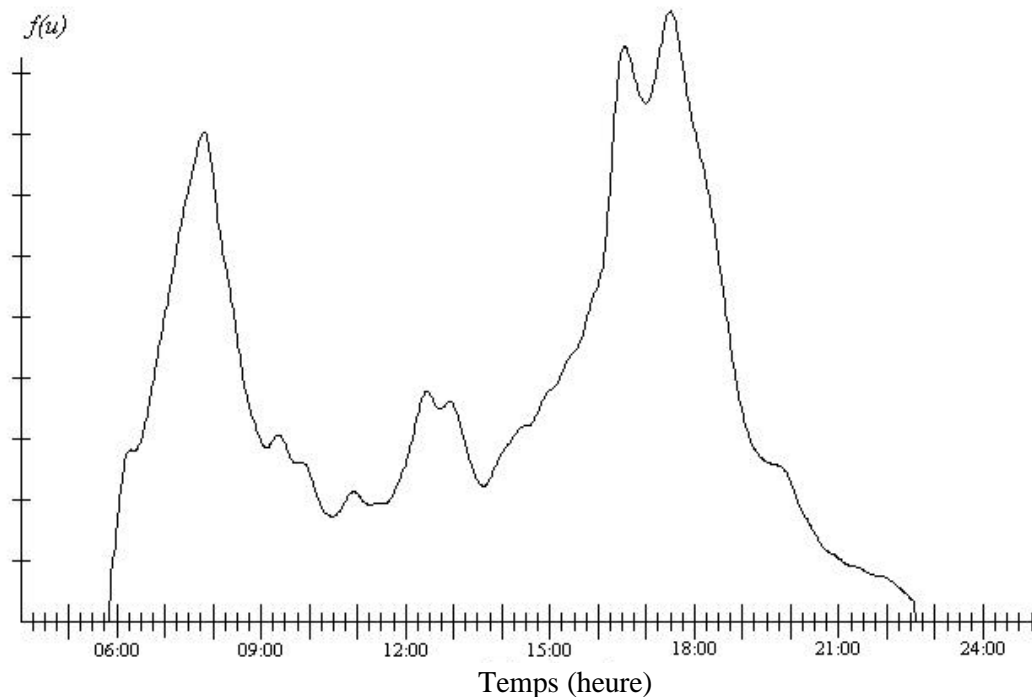
nouveau, très similaires, nous discutons des différences relatives aux grilles d'horaires optimales au point 5.2.

La procédure utilisée pour le calcul du voisinage (cross validation – voir l'annexe) conduit à une valeur optimale de  $h=16.56$  minutes (resp.  $h=18.24$  minutes) pour  $gb=1.3$  (resp.  $gb=3$ ). Le critère CV (voir les équations (A1) et (A2)) prend la valeur de  $2.10^{-4}$ , pour  $gb=1.3$  et  $gb=3$ .



**Figure 5 : Estimation des heures idéales de départ cumulées pour  $g/b=3$  (Kernel gaussien).**

La dérivée de la fonction cumulée conduit à la distribution des heures idéales de départ (Figure 6). On identifie plus clairement sur cette figure les pics du matin, du midi et du soir. Les résultats fournis par le lissage Spline sont très proches et ne sont pas présentés. Dans la suite, nous présentons les résultats de l'optimisation des grilles d'horaires pour les valeurs  $gb=3$  et  $gb=1.3$ .



**Figure 6 : Estimation de la distribution des heures idéales de départ pour  $g/b=3$  (kernel gaussien).**

## 5.2 Les grilles d'horaires optimales

Comme nous l'avons indiqué dans le rapport QUATUOR de la première année (voir TT&R [40]), les grilles d'horaires optimales ne peuvent pas être résolues analytiquement pour des distributions arbitraires des heures idéales de départ et des solutions numériques sont requises. Nous avons donc eu recours aux calculs numériques, comme le problème n'est pas convexe nous avons utilisé une procédure heuristique. L'objectif étant de trouver un équilibre de Nash en utilisant une approche par inégalités variationnelles.

Nous procédons de la manière suivante. Dans une première étape, les estimations économétriques des heures idéales de départ sont effectuées par les techniques non paramétriques (basées sur le kernel et le Spline et jointes au critère de cross validation). Ces résultats économétriques sont alors

utilisés dans la seconde étape au cours de laquelle les heures de départ des transports en commun sont optimisées. Le nombre de véhicules est fixé ou variable (court terme ou long terme).

Pour chaque horaire, nous calculons le délai en avance total ( $SDE_i = \sum_{j=1}^{D_i} SDE_j$ ) et le délai en retard total ( $SDL_i = \sum_{j=1}^{D_i} SDL_j$ ), avec  $D_i$  la demande pour le transport en commun  $i$ . Le coût total du délai du transport en commun  $i$  est :  $\mathbf{b}SDE_i + \mathbf{g}SDL_i = C_i^E + C_i^L$ . Connaissant la valeur du ratio  $\mathbf{g}/\mathbf{b}$ , nous pouvons calculer le coût normalisé du délai (en divisant par  $\mathbf{b}$ ) :  $C_i = SDE_i + \mathbf{g}/\mathbf{b}SDL_i$ .

Le coût normalisé moyen du délai est défini par :  $\overline{C^E} = 1/N \sum_{i=1}^n SDE_i$  pour les départs en avance et par  $\overline{C^L} = 1/N \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{b}} \sum_{i=1}^n SDL_i$  pour les départs en retard, avec  $N$  le nombre total d'usagers et  $n$  le nombre de véhicules. Le coût moyen est :  $\overline{C} = 1/N \sum_{i=1}^n C_i$ .

Les valeurs de ces variables sont données dans le tableau 1 pour les grilles d'horaires effectives et optimales, pour les valeurs de  $\mathbf{g}/\mathbf{b}$  de 1,3 et 3. Le bénéfice (en %) de l'optimisation est indiqué pour les coûts moyens des délais en avance et en retard dans les deux situations. Le bénéfice pour les arrivées en avance est défini par  $\left\{ \overline{C^E}(\text{effectif}) - \overline{C^E}(\text{optimisé}) / \overline{C^E}(\text{effectif}) \right\}$ . Une définition similaire est définie pour les arrivées en retard. Pour le bénéfice global, nous définissons la valeur suivante :  $\left\{ \overline{C}(\text{effectif}) - \overline{C}(\text{optimisé}) / \overline{C}(\text{effectif}) \right\}$ . Soit  $\overline{D^E}$  le nombre moyen d'usagers qui se déplace en avance et  $\overline{D^L}$  le nombre moyen d'usagers qui se déplacent en retard, nous avons  $N = \overline{D^E} + \overline{D^L} = 8019$ .

**Tableau 1: Coûts moyens et bénéfices  
issus de l'optimisation pour  $g/b=1.3$  et  $g/b=3$ .**

	$g/b=1.3$			$g/b=3$		
	Effectifs	Optimisés	Bénéfice (%)	Effectifs	Optimisés	Bénéfice (%)
$\overline{C^E}$	0.063	0.057	9.523	0.111	0.100	9.909
$\overline{C^L}$	0.050	0.044	12.000	0.043	0.034	20.930
$\overline{C}$	0.113	0.100	11.504	0.154	0.134	12.987
$\overline{D^E}$	4482	4524	–	5962	5965	–
$\overline{D^L}$	3537	3495	–	2057	2054	–

Le bénéfice global de l'optimisation des horaires est de 11,5% dans le cas où  $g/b=1.3$  et de 13% dans le cas où  $g/b=3$ . Cette différence est due principalement au bénéfice plus important réalisé sur les pénalités en retard.

A l'optimum, le rapport  $\overline{C^E}/\overline{C^L}$  vaut 1.295 pour  $g/b=1.3$  et 2.941 pour  $g/b=3$  ce qui est du même ordre de grandeur que les résultats analytiques dans le cas d'une distribution uniforme (voir l'équation (8)). Notons que ces rapports sont proches des valeurs correspondantes de  $g/b$ .

Dans le cas d'une distribution uniforme des heures idéales de départ, le rapport  $\overline{C^E}/\overline{C^L}$  est identique à chaque transport en commun si les grilles d'horaires sont optimisées (voir de Palma et Lindsey [11]). Dans le cas présent, la relation est à peu près vérifiée ; nous obtenons pour  $\overline{C_i^E}/\overline{C_i^L}$  une valeur moyenne de 3,063 et un écart type de 0,30.

Pour les horaires effectifs et optimisés, plus le rapport  $g/b$  est élevé, plus le coût moyen des délais en avance est élevé et plus le coût moyen des délais en retard est faible. Afin de comprendre ces résultats, il est pertinent de noter que le nombre de départs en retard augmente lorsque  $g/b$  diminue. Pour les horaires optimisés, le coût moyen des délais en avance par usager est 0.101 (resp. 0.134) et le coût moyen des délais en retard par usager<sup>8</sup> est 0.101 (resp. 0.132) pour  $g/b=1.3$  (resp.  $g/b=3$ ).

Le tableau 2 représente en partie les grilles d'horaires effectives et optimales ainsi que les périodes entre les horaires et les différences entre les deux grilles. Entre les véhicules 10 et 18, les

<sup>8</sup> Egale à  $(\overline{C^L} \times N) / \overline{D^L}$ .

différences sont comprises dans un intervalle de [-29 min; -26min] et entre les véhicules 24 et 36 les différences sont comprises dans un intervalle de [-36 min; -33 min].

**Tableau 2 : Grilles effective et optimale pour  $g/b=3$ .**

Véhicules	Départ effectif	Fréquence effective (min)	Départ optimal	Fréquence optimale (min)	Différence d'horaire (min)
1	06:17		06:05		-12
2	06:32	15	06:33	28	1
3	06:46	14	06:55	22	9
4	07:00	14	07:15	20	15
5	07:16	16	07:32	17	16
6	07:43	27	07:48	16	5
7	8:13	30	08:06	18	-7
8	8:43	30	08:25	19	-18
9	9:13	30	08:49	24	-24
10	9:46	33	09:17	28	-29
---	---	---	---	---	---
18	13:31	15	13:05	24	-26
19	13:46	15	13:34	29	-12
20	14:16	30	14:02	28	-14
21	14:46	30	14:28	26	-18
22	15:15	29	14:53	25	-22
23	14:45	30	15:17	24	-28
24	16:15	30	15:39	22	-36
---	---	---	---	---	---
36	19:24	15	18:51	19	-33
37	19:47	23	19:13	22	-34
38	20:16	29	19:37	24	-39
39	20:46	30	20:02	25	-44
40	21:16	30	20:32	30	-44
41	21:46	30	21:10	38	-36
42	22:16	30	21:52	42	-24

Les heures de départ optimales sont en moyenne plus tôt que les heures de départ effectives (de 27,9 minutes). Les premiers et les derniers transports en commun présentent des particularités ; les horaires des premiers (du n°2 au n°6) sont plus tard que les horaires effectifs. Les horaires optimisés des derniers transports en commun (du n°36 au n°42) sont largement plus tôt que les horaires effectifs (36,8 minutes en moyenne). La durée totale du service passe de [6h17; 22h16] à [6h05; 21h52]. La différence maximale entre les deux grilles d'horaires est de 44 minutes (pour les transports en commun 39 et 40). Les périodes optimales peuvent être nettement plus faibles (12 min pour le transport en commun n°7) ou nettement plus fortes (14 min pour le transport en commun n°19).

Les figures 7 et 8 représentent pour  $gb=3$ , le coût moyen des délais par véhicule pour les grilles effectives et optimales dans la partie du bas de la figure et le pourcentage d'usagers dans la partie du haut.



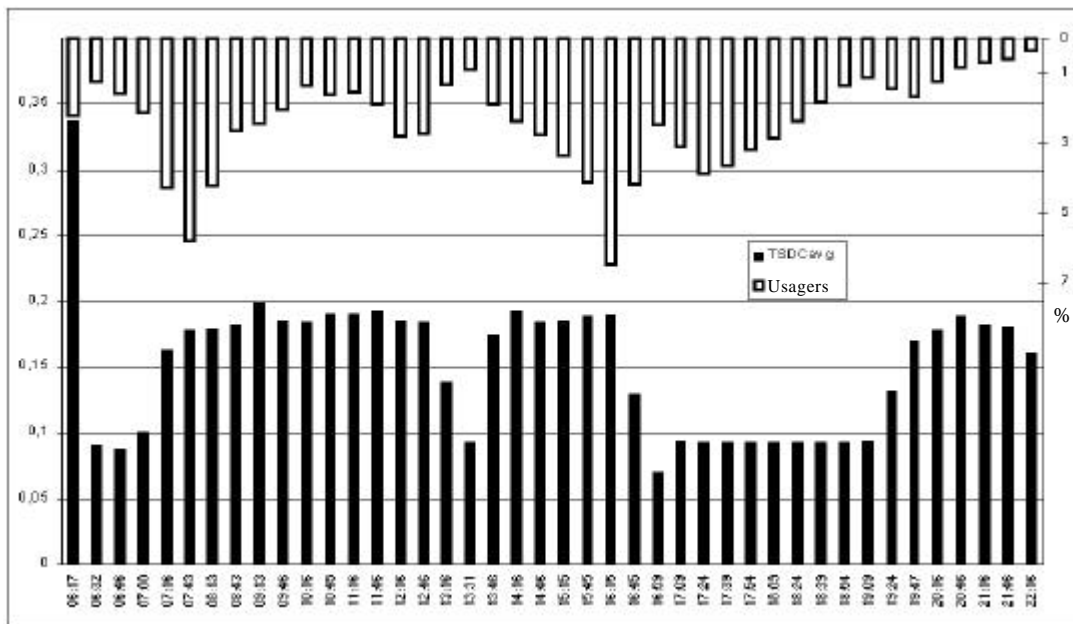


Figure 7 : Pourcentage d’usagers et coût de déshorage moyen (TSDCavg) par véhicule pour les horaires effectifs.

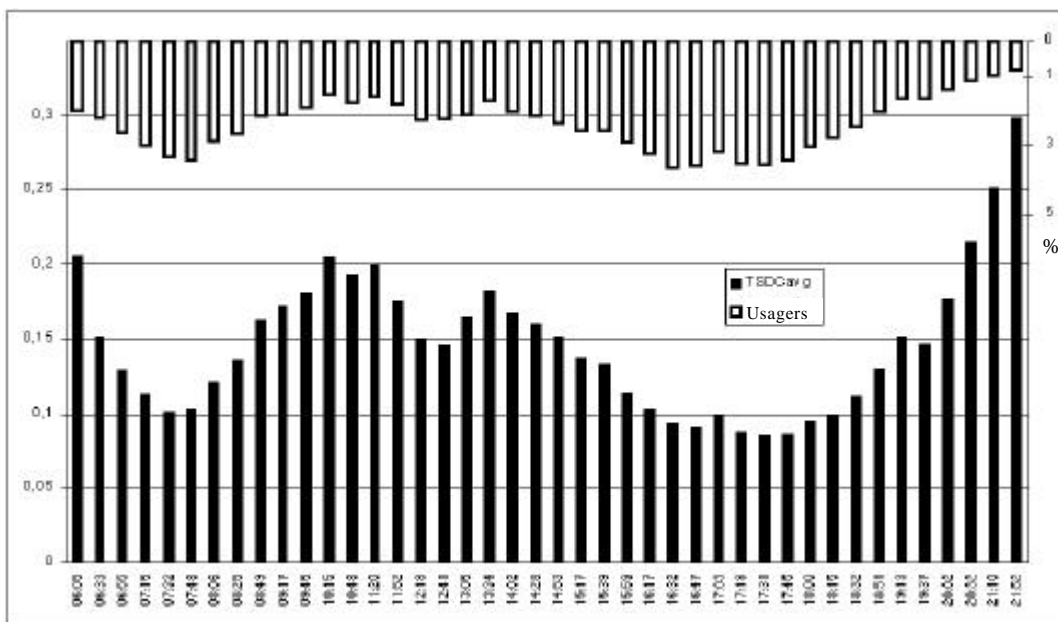


Figure 8 : Pourcentage d’usagers et coût de déshorage moyen (TSDCavg) par véhicule pour les horaires optimisés.

Lors du passage des horaires effectifs aux horaires optimaux, la demande a été plus justement distribuée entre les véhicules. Par conséquent, le taux d'utilisation est plus lisse pour les horaires optimaux. Dans le cas optimal, une demande plus élevée est systématiquement associée à des faibles coûts et vice versa.

Nous avons calculé le coût total du délai avec un ratio de  $gb=3$  et  $b=8\text{€hr}$  (voir le point 2.3). Comme l'indique la figure 9.a quand le nombre de véhicules augmente, le coût total du délai diminue. Remarquons que sur les figures 9.a, 9.b et 9.c, les trois fonctions linéaires de coûts d'exploitation s'écrivent :  $CF = q \times d \times n$ , avec  $q$  le coût unitaire par kilomètre,  $d$  est la distance entre les terminus (30 Km) et  $n$  est le nombre de véhicules. Nous avons choisi à partir d'une revue de la littérature trois valeurs de  $q$ : 8€, 16€ et 24€

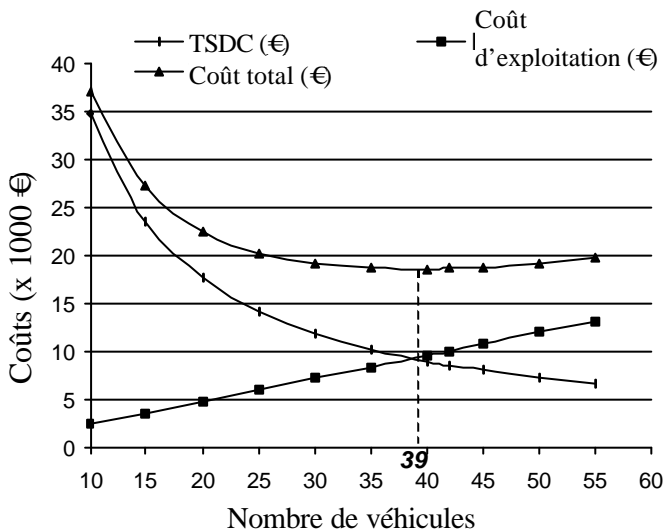


Figure 9.a: Coûts en fonction du nombre de véhicules ( $q=8\text{€}$ )

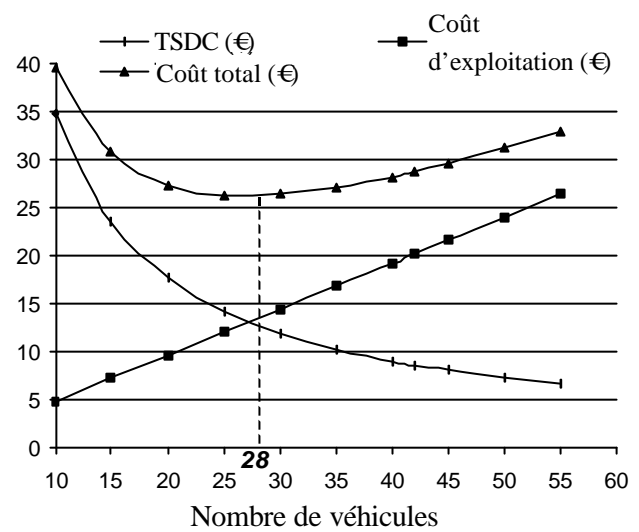


Figure 9.b: Coûts en fonction du nombre de véhicules ( $q=16\text{€}$ )

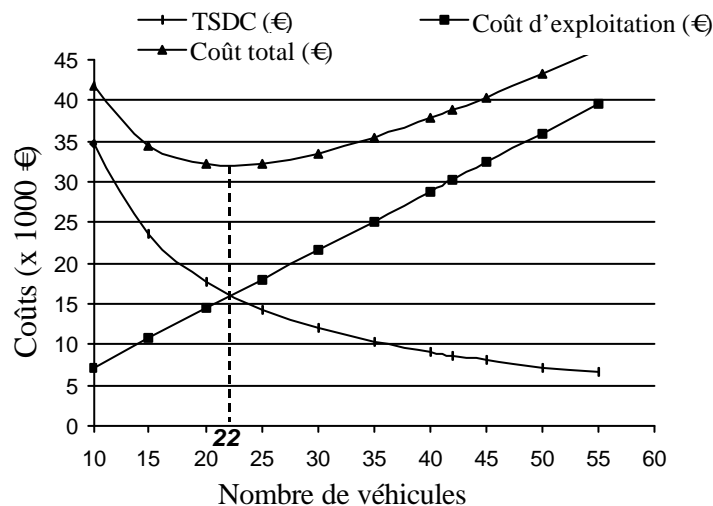


Figure 9.c: Coûts en fonction du nombre de véhicules ( $q=24\text{€}$ )

Le coût total minimum, qui correspond à la somme du coût total de délai et des coûts d'exploitation, indique le nombre optimal de véhicules. La figure 9.a (resp. 9.b et 9.c) indique comment le coût total de délai, le coût d'exploitation et le coût total varient en fonction du nombre de transports en commun lorsque le coût d'exploitation,  $q$ , est égal à 8€ (resp. 16€ et 24€).

Les figures 8.a, b et c montrent que le coût total est fonction du nombre de véhicules étant donné que le coût total de délai diminue à un taux décroissant et que les coûts d'exploitation croissent linéairement. Nous obtenons 39, 28 et 22 véhicules pour des coûts par kilomètre de 8€, 16€ et 24€ respectivement. Le nombre effectif de véhicules étant de 42, si les coûts d'exploitation sont réellement linéaires, ils doivent être inférieurs à 8€ dans le but d'avoir un nombre effectif de bus qui soit optimal.

## 6 Conclusion

Nous avons proposé une approche empirique de description du comportement des usagers des transports en commun pendant les périodes de pics et hors pics. Le modèle théorique est issu de celui de de Palma et Lindsey [11] et de Mekkaoui *et al.* [30]. Les données relatives à l'offre sont les grilles d'horaires et les temps de trajet entre les stations. La demande est décrite par trois paramètres : le coût unitaire du délai d'arrivée en avance,  $\mathbf{b}$ , le coût unitaire du délai d'arrivée en retard,  $\mathbf{g}$  et les heures idéales d'arriver à la destination. Nous avons montré que l'analyse du choix d'un transport en commun par un usager est équivalente à l'utilisation du modèle de localisation unidimensionnel où les coûts de transport d'ordre géographique sont interprétés comme des coûts de délai et donc d'ordre temporel. Cependant, comme le temps (contrairement à l'espace) n'est pas isotrope, les pénalités dans notre problème sont spécifiques à la direction (contrairement à l'approche de la théorie de la localisation).

Nous avons proposé trois méthodes permettant d'estimer les paramètres des coûts de déshorage. Comme nous utilisons un échantillon restreint (120 usagers), les estimations peuvent être imprécises. Cependant, elles fournissent suffisamment d'informations nécessaires au calcul de l'étape suivante. La tâche principale de cette section était consacrée à l'utilisation des méthodes non paramétriques utilisées pour estimer la distribution des heures idéales de départ. La distribution est estimée à l'aide d'un kernel gaussien et du lissage par la méthode Spline pour différentes valeurs des paramètres de délai. Ce travail économétrique est crucial étant donné qu'il permet de déterminer la distribution de la demande à travers le temps. En particulier, nous utilisons cette information pour calculer des grilles d'horaires optimales et montrer que le coût moyen de l'usager peut être diminué de 13% en utilisant les horaires optimisés.

Notre approche pourrait être étendue dans différentes directions. Cependant, le point le plus important nous semble être l'hétérogénéité des usagers par rapport aux paramètres  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{g}$ . Nous avons réalisé récemment une enquête dans différentes stations de la ligne D du RER afin de récolter des informations sur les usagers, qui devraient nous permettre d'aborder le problème de l'hétérogénéité.

## 7 Annexe

Nous présentons dans cette annexe la régression de kernel, la méthode Spline et le critère de Cross Validation. La première méthode repose sur une fonction de kernel,  $K$ , qui intervient comme un vecteur de poids et un paramètre de lissage  $h$  qui définit le voisinage. La densité  $K(u-u_i)$  présente une certaine dispersion autour du point  $u_i$ . Nous pouvons changer cette dispersion du kernel  $K$  autour de  $u$  en utilisant l'intervalle (ou la fenêtre)  $h$ , pour construire une nouvelle fonction de densité  $(1/h)K[(u-u_i)/h]$ .

L'estimateur de kernel de  $F$  le plus utilisé est le Nadaraya-Watson, défini par :

$$\hat{F}(u) = \frac{\sum_{i=1}^n [K(u-u_i)/h]F_i}{\sum_{i=1}^n [K(u-u_i)/h]}.$$

Comprenons le rôle de  $h$ . Soit une fonction de kernel donnée  $K$  et un  $u$  fixé. Quand  $h$  augmente, l'observation  $(F_i, u_i)$  reçoit un poids plus fort. Ceci implique que plus nous choisissons  $h$  grand et moins  $\hat{F}$  changera avec  $u$ . Autrement dit, le degré de lissage de  $\hat{F}$  augmente avec  $h$ .

Le choix de la fonction de kernel n'a que très peu d'effet sur les résultats finaux, mais le choix de  $h$  est déterminant, l'étalement de la densité autour de  $u_i$  étant plus sensible au choix de  $h$  que de  $K$ . La littérature reporte souvent des lissages très proches pour des fonctions de kernel différentes à des valeurs de  $h$  fixées (Härdle and Linton [17]).

Il n'y a pas de règle universelle acceptée par tous pour le choix de la taille de la fenêtre (voir Marron [28] pour une revue de la littérature). Härdle [16] compare différentes méthodes de sélections automatiques et montre que généralement la meilleure performance est obtenue par l'utilisation de la méthode de cross validation (voir Rudemo [36]).

La cross validation est une méthode de choix globale utile dans de nombreux cas, ce qui explique qu'elle ait largement été utilisée. Elle repose sur le principe bien connu de la qualité de prédiction d'une valeur omise de l'échantillon. En effet, la cross validation (CV) peut s'écrire :

$$CV(h) = n^{-1} \sum_{i=1}^n [\hat{F}^{(-i)}(u_i) - F_i]^2, \quad (A1)$$

avec

$$\hat{F}^{(-i)}(u) = \frac{\sum_{j \neq i, j=1}^n (K(u-u_j)/h) F_j}{\sum_{j \neq i, j=1}^n (K(u-u_j)/h)}. \quad (\text{A2})$$

Une méthode alternative à la régression par kernel qui a largement été utilisée est le lissage par Spline (voir Wahba [42]). Comme nous avons également utilisé cette méthode à la section 5, nous la présentons brièvement dans la suite.

Le but de la méthode de lissage pas Spline est de produire un bon ajustement et une courbe sans trop de variation brutale. La distance entre les données et les estimations est mesurée par la somme des résidus au carré  $\sum_{i=1}^n [F_i - F(u_i)]^2$  qui doit être minimisée. De plus, nous utilisons l'intégration

des dérivées du second ordre au carré pour quantifier la variation locale :  $\int_0^L \left[ \frac{d^2 F(u)}{du^2} \right]^2 du$ .

Nous recherchons la fonction  $F(\cdot)$  qui minimise une moyenne pondérée des deux précédents critères :

$$\text{Min}_{F(\cdot) \in \Gamma} \sum_{i=1}^n [F_i - F(u_i)]^2 + \mathbf{I} \int_0^L \left[ \frac{d^2 F(u)}{du^2} \right]^2 du,$$

avec  $\mathbf{I} > 0$  le paramètre de lissage. Une faible valeur de  $\mathbf{I}$  donne plus de poids au critère de distance entre les données et les estimations, c'est-à-dire quand  $\mathbf{I}$  est faible, la courbe estimée sera proche de l'interpolation des observations. Inversement, une valeur élevée de  $\mathbf{I}$  entraînera une courbe plus lisse. Pour parfaire cet arbitrage, le critère de Cross Validation est habituellement utilisé pour déterminer la taille de la fenêtre (Wahba [42]).

Le problème d'optimisation précédent du Spline présente une solution unique  $\hat{F}$  sur  $\Gamma$  dans  $[u_1, u_N]$  et quelques propriétés décrites par Schoenberg [37]. L'estimation de  $\hat{F}$  correspond à une série de polynômes cubiques qui passent par  $u_i$ . Ceci est une limite du lissage par la méthode Spline de base car l'interpolation peut introduire une forme très irrégulière de la fonction. Afin de relever ce

problème, il suffit de définir un ensemble de nœuds <sup>9</sup>  $u_k$  et d'estimer les polynômes cubiques entre les nœuds. Habituellement, le nombre et la localisation des nœuds sont déterminés par une inspection graphique de la figure, cependant, il existe quelques méthodes telles que la méthode par Quartile ou la méthode Uniforme (voir Wahba [42] pour une présentation).

Dans certaines applications, les fonctions à estimer présentent des propriétés qualitatives telles que la monotonie, la convexité ou la concavité. Dans le problème des heures idéales de départ,  $F$  doit être croissante. Cette contrainte n'a pas été imposée dans l'analyse que nous avons effectuée. Delecroix *et al.* [8] rapporte par l'étude d'une série de simulation l'efficacité d'une méthode de lissage contraint (voir également de Palma et Hansen [10]). Par exemple, le lissage monotone a été étudié par Hawkins [19] ou Ramsay [35] et la convexité par Wright et Wegman [44]. Il existe également certains algorithmes commerciaux qui prennent en compte d'autres types de contraintes (voir par exemple He et Ng [20]). Dans le contexte du lissage par Spline, le problème des contraintes a plus modestement été abordé (Mammem *et al.* [27]).

---

<sup>9</sup> Valeurs particulières de  $u$  qui correspondent à un changement dans la forme de  $F$ .

## 8 Références

- [1] Ai t-Sahalia, Y. (1996). "Nonparametric Pricing Interest Rate Derivative Securities". *Econometrica*, 64, 3, 527-560.
- [2] Andrews, D. (1991). "Asymptotic Normality of Series estimators for Nonparametric and Semiparametric Regression Models". *Econometrica*, 59, 2, 307-345.
- [3] Arnott, R., de Palma, A. et Lindsey, R. (1993). "Economics of a Bottleneck". *Journal of Urban Economics*, 27, 111-130.
- [4] Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1985). *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. Cambridge: The MIT Press, Mass.
- [5] Bates, J. (1996). "Time Period Choice Modelling: A Preliminary Review", Final Report for the Department of Transport - HETA Division, John Bates Services, November.
- [6] Chen, X. et Shen, X. (1998). "Sieve Extremum Estimates for Weakly Dependent Data". *Econometrica*, 66, 2, 289-314.
- [7] Cosslett, S. (1977). "The trip timing decision for travel to work by automobile". Rapport ITS, University of California, Berkeley.
- [8] Delecroix, X., Simioni, M. et Thomas-Agnan, C. (1995). "A shape constrained Smoother: Simulation Study", *Computational Statistics*, 10, 155-175.
- [9] de Palma, A. et Fontan, C. (2000). "Enquête Maddif : Multimotif Adaptée à la Dynamique des comportements de Déplacements en Ile-de-France", Rapport intermédiaire, DRAST/Predit N°99MT20.
- [10] de Palma, A. et Hansen, P. (1991). "Optimum Departure Times for Commuters in Congested Networks". *Annals of Operations Research*, 25, 279-290.
- [11] de Palma, A. et Lindsey, R. (2000). "Optimal Timetables for Public Transportation". *Transportation Research B*, à venir.
- [12] de Palma, A. et Rochat, D. (1999). "Understanding Individual Travel Decisions: Results From a Commuters Survey in Geneva". *Transportation*, 26, 263-281.
- [13] de Palma, A., Khattak, A. J., et Gupta, D. (1997). "Commuters' Departure Time Decisions in Brussels". *Transportation Research Record*, 1607, 139-146, Washington.
- [14] de Palma, A., Marchal, F. et Nesterov, Y. (1997). "METROPOLIS: A Modular System for Dynamic Traffic Simulation". *Transportation Research Record*, 1607, 178-184.
- [15] Gabszewicz, J.J. et Thisse, J.J. (1986). "Spatial Competition and the Location of Firms". Dans *Location Theory*, Gabszewicz, J.J., Thisse, J.J., Fujita, M. et Schweizer, U. (eds), Harwood Academic Publishers.
- [16] Härdle, W. (1990). *Applied Nonparametric Regression*. Econometric Society Monographs. Cambridge University Press.



- [17] Härdle, W. et Linton, O. (1994). "Applied Nonparametric Methods". In *Handbook of Econometrics*, Vol IV, edited by R.F. Engle et D.L. McFadden. Elsevier Science.
- [18] Hauser, J.R. et Shugan, M. (1983). "Defensive Marketing Strategies", *Marketing Science*, 2, 4, 319-360.
- [19] Hawkins, D.M. (1994). "Fitting Monotonic Polynomials to Data". *Computational Statistics*, 9, 233-237.
- [20] He, X. et Ng, P. (1999). "COBS: Qualitatively Constrained Smoothing via Linear Programming". Discussion Paper University of Illinois.
- [21] Hendrickson, C. et Plank, E. (1984). "The Flexibility of Departure Times for Work Trips". *Transportation Research A*, 18, 1, 25-36.
- [22] Higgins, A., Kozan, E. et Ferreira, L. (1996). "Optimal Scheduling of Trains on a Single Line Track". *Transportation Research B*, 30, 2, 147-161.
- [23] Higgins, A., Kozan, E. et Ferreira, L. (1997). "Heuristic Techniques of Single Line Train Scheduling". *Journal of Heuristics*, 3, 1, 43-62.
- [24] Horowitz, J. (1992). "A Smoothed Maximum Score Estimator for Binary Response Model". *Econometrica*, 60, 3, 505-531.
- [25] Ivaldi, M. et Gagnepain, P. (1997). "Cost Efficiency and Regulatory Schemes: Evidence from a Panel of Urban Transport Networks". Document de travail, GREMAQ, Université de Toulouse, France.
- [26] Lavergne, P. et Vuong, Q. (1996). "Nonparametric Selection of Regressor: The Nonnested Case". *Econometrica*, 64, 1, 207-219.
- [27] Mammen, E., Marron, J.S., Turlach, B.A. et Wand, M.P. (1998). "A General Framework for Constrained Smoothing". Working Paper Department of Statistics, University of North Carolina.
- [28] Marron, J.S. (1988). "Automatic Smoothing Parameter Selection: A survey". *Empirical Economics*, 25-38.
- [29] Matsumoto, S. (1988). "Travel time variability and target time of arrival on commuter journeys", Transport Studies Unit, Ref. 445, Oxford University.
- [30] Mekkaoui, O., de Palma, A. et Lindsey, R. (2000). "Optimal transit Timetables and Trip Timing Preferences". A paraître dans les communications de la conférence ICTTS, Chine.
- [31] Noland, R. B., Small, K. A., Koskenoja, P. M. et Chu, X. (1998). "Simulating Travel Reliability". *Regional Science and Urban Economics*, 28, 535-564.
- [32] Noland, R. B. et Small, K. A. (1995). "Travel Time Uncertainty, Departure Time Choice, and the Cost of Morning Commutes". *Transportation Research Record*, 1493, 150-158.
- [33] Nuzzolo, A. et Russo, F. (1996). "Stochastic assignment models for transit low frequency services: Some theoretical and operative aspects". In *Advanced Methods in Transportation Analysis*, eds L. Bianco et P. Toth, 321-339. Springer-Verlag, Berlin.

- [34] Petersen, E.R. et Taylor, A.J. (1982). "A structured Model for Rail Line Simulation and Optimization". *Transportation Science*, 16, 2, 192-206.
- [35] Ramsay, J.O. (1988). "Monotone Regression Splines in Action". *Statistical Science*, 3, 425-441.
- [36] Rudemo, M. (1988). "Empirical choice of Histogram and Kernel density Estimators". *Scandinavian Journal Statistics*, 9, 65-78.
- [37] Shoenberg, I. (1964). "Splines Functions and the Problem of Graduation". *Mathematics*, 52, 947-950.
- [38] Small, K. (1982). "The scheduling of Consumer Activities: Work Trips". *American Economic Review*, 72, 467-479.
- [39] Szpigel, B. (1973). "Optimal Train Scheduling on a Single Line Railway". *Operational Research*, 7, 344-351.
- [40] TT&R (1999). *QUATUOR : Outils dynamiques de simulation pour la gestion des déplacements dans la région parisienne*. Rapport final Année 1 - DRAST/PREDIT - N°98MT30.
- [41] Vickrey, W.S. (1969). "Congestion Theory and Transport Investment". *American Economic Review* (Articles et communications), 59, 251-260.
- [42] Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observational Data*. CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, 59.
- [43] Wilson, P.W. (1988). "Wage variation resulting from staggered work hours". *Journal of Urban Economics*, 24, 9-26.
- [44] Wright, I.W. et Wegman, E.J. (1980). "Isotonic, Convex and Related Splines". *The Annals of Statistics*, 8, 1023-1035.

## **Partie III**

# **Adaptation de METROPOLIS au réseau de la DREIF**

## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>92</b>
<b>2. PRÉSENTATION DES DONNÉES DE LA DREIF.....</b>	<b>94</b>
2.1. DESCRIPTION DU RÉSEAU.....	94
2.2. ANALYSE DES PERFORMANCES DU RÉSEAU.....	98
<b>3. DESCRIPTION DES PROBLÈMES RELATIFS À LA SAISIE DES DONNÉES.....</b>	<b>101</b>
<b>4. LES FONCTIONS DE CONGESTION.....</b>	<b>102</b>
4.1. ADAPTATION DES FONCTIONS VOLUMES – DÉLAIS.....	102
4.2. CORRECTIONS STATIQUE / DYNAMIQUE.....	102
4.3. CORRECTIONS DES FILES D’ATTENTE.....	103
<b>5. TESTS DE SENSIBILITÉ ET ANALYSE DES RÉSULTATS.....</b>	<b>104</b>
5.1. TESTS DE SENSIBILITÉ.....	105
5.1.A Variation des paramètres $\beta$ et $\gamma$ .....	106
5.1.B Variation du paramètre $\mu$ .....	107
5.1.C Variation du paramètre $\lambda$ .....	108
5.1.D Variation du paramètre $\kappa$ .....	109
5.2. ANALYSE DES RÉSULTATS.....	109
5.2.A Variation du paramètre $\beta$ .....	111
5.2.B Variation du paramètre $\gamma$ .....	113
5.2.C Variation du paramètre $\mu$ .....	115
5.2.D Variation du paramètre $\lambda$ .....	117
5.2.E Variation du paramètre $\kappa$ .....	119
<b>6. SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE.....</b>	<b>120</b>
6.1. CHOIX DU SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE.....	120
6.2. COMPARAISONS AVEC LES SIMULATIONS STATIQUES.....	122
6.3. ANALYSE DU SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE.....	125
<b>7. STATIONNARITÉ DES SIMULATIONS.....</b>	<b>127</b>
7.1. LES PROCESSUS STATIONNAIRES.....	127
7.1.A Notion de stationnarité.....	127
7.1.B Tests de stationnarité.....	129
7.1.C Procédure d’analyse.....	130
7.2. RÉSULTATS SUR LA SIMULATION DE RÉFÉRENCE.....	131
7.2.A Temps de trajet.....	131
7.2.B Coût.....	133
7.2.C Critère STAC.....	136
<b>8. TESTS DE SCÉNARIOS.....</b>	<b>138</b>
8.1. FLEXIBILITÉ DES HORAIRES DE TRAVAIL.....	138
8.2. VARIATION DE LA DEMANDE TOTALE.....	140
8.2.A Analyse des résultats des scénarios.....	140
8.2.B Effets d’externalités de réseau.....	144
8.2.C Analyse du coût de deshorage.....	146
<b>9. CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....</b>	<b>148</b>
<b>10. RÉFÉRENCES.....</b>	<b>150</b>

## 1. Introduction

Dans le cadre du projet QUATUOR, nous sommes amenés à adapter l'outil dynamique de simulation METROPOLIS aux différents types de réseaux de la voirie en Ile-de-France. La première année a été consacrée à la simulation du réseau de l'IAURIF qui est défini comme un grand réseau agrégé. Pendant la seconde année du projet QUATUOR, l'outil de simulation doit être adapté à des réseaux plus détaillés comme celui de la DREIF. Il représente le réseau routier de la banlieue Nord-Ouest de la région Ile-de-France. Il s'étend d'Argenteuil au Nord-Ouest à Versailles au Sud-Est. La limite du réseau à l'ouest se confond avec les limites administratives de l'Ile-de-France. Ce réseau couvre une surface d'environ 750 Km<sup>2</sup> ce qui représente environ le 1/16 de la superficie totale de l'Ile-de-France. Ce réseau est considéré désagrégé car il est plus dense en nombre de zones et en nombre d'arcs par Km<sup>2</sup>.

Cette partie se compose de neuf sections. La deuxième section constitue un bref rappel de l'analyse des données utilisées dans cette partie. Cet exercice a fait l'objet d'une analyse approfondie dans le rapport QUATUOR de l'année 1 (TT&R, 1999). Nous nous limitons ici à une description succincte du réseau utilisé par la DREIF afin de rappeler ses principales caractéristiques. Nous rappelons également la localisation du réseau DREIF par rapport au réseau de l'IAURIF, la dispersion des arcs en fonction de leur longueur et de leur capacité. Notons que le réseau de la DREIF utilisé ici est moins étendu géographiquement que le réseau de l'IAURIF utilisé au cours de l'année 1 du projet QUATUOR mais beaucoup plus dense (en terme de nombre d'arcs et de zones par Km<sup>2</sup>).

La troisième section décrit les problèmes relatifs à la saisie et la modification des données fournies par la DREIF lors de l'adaptation de METROPOLIS à ce réseau. Deux principaux problèmes ont été rencontrés. Le premier concerne la détermination des liens connecteurs et le second l'inversion de la matrice des déplacements. Pour la première question, notre tâche consistait à identifier l'ensemble des tronçons qui se trouvent à la bordure du réseau et de les transformer en connecteurs. La seconde question est sous-jacente à la modélisation de l'outil dynamique METROPOLIS. Actuellement, cet outil se limite à la simulation des déplacements pendant le pic du matin. La DREIF nous a fourni une matrice de déplacements pour le soir. Nous avons donc supposé que la matrice des déplacements du matin pouvait être obtenue en inversant la matrice des déplacements du soir. Par ailleurs, certaines zones ne disposaient que de connecteurs sortants ou rentrants. Par conséquent, nous avons été amenés à doubler les connecteurs de sorte qu'il y ait, pour chaque zone, un connecteur sortant et un connecteur entrant. La quatrième section explique les modifications apportées aux fonctions de congestion pour pallier l'absence de modélisation, dans METROPOLIS, du phénomène de remontée de queue.

Afin d'analyser le comportement de METROPOLIS dans le cas d'un réseau désagrégé, nous avons proposé, dans la cinquième section, une batterie de tests de sensibilité. Ces tests nous ont permis d'une part de vérifier la consistance de l'outil de simulation et d'autre part d'effectuer des ajustements qualitatifs et de déterminer un scénario de référence pour les tests de politique en matière de transport. La détermination du scénario de référence, la comparaison aux résultats statiques et l'analyse des résultats obtenus par METROPOLIS font l'objet de la sixième section. Nous avons également étudié, dans la septième section, la stationnarité des simulations par des tests économétriques. Cette démarche constitue une seconde voie pour la validation de la convergence des simulations en plus de celle intégrée dans l'outil de simulation.

La huitième section est consacrée aux tests de deux types de politiques : flexibilité des horaires désirés d'arrivée et variation de la demande de déplacements. Nous avons également analysé la variation de la part du coût de deshorage dans le coût variable et du coût total. Les travaux futurs et les améliorations devant être apportés sont discutés dans la dernière section.

## 2. Présentation des données de la DREIF

Les simulations présentées dans cette partie constituent le résultat de l'adaptation de l'outil de simulation dynamique METROPOLIS au réseau de la voirie de la DREIF. Ce dernier correspond au réseau de la banlieue Nord-Ouest de la région Ile-de-France. Il s'étend d'Argenteuil au Nord-Ouest à Versailles au Sud-Est. La limite du réseau à l'ouest se confond avec les limites administratives de l'Ile-de-France. Dans cette section, nous rappelons brièvement les résultats de l'analyse de données effectuée sur le réseau de la DREIF. Nous exposons ensuite les difficultés rencontrées lors de l'adaptation de METROPOLIS à ce réseau.

### 2.1. Description du réseau

Le réseau de la DREIF peut être défini comme un réseau désagrégé d'une part et de petite taille d'autre part. Cette définition est retenue en comparaison avec le réseau de l'IAURIF lors de la première année du projet QATUOR (TT&R, 1999). Le réseau de l'IAURIF ne représente que les principaux axes routiers pour l'ensemble de la région Ile-de-France. Il se compose de 13 547 arcs alors que le réseau de la DREIF, utilisé dans le cadre de cette étude, se compose de 4027 arcs représentant uniquement la banlieue Nord-Est de la région francilienne. En terme de zones, le réseau de l'IAURIF comporte 488 zones réparties sur une surface de 12 012,27 Km<sup>2</sup> alors que celui de la DREIF comporte 232 zones réparties sur une surface d'environ 750 Km<sup>2</sup> (1/16 de la surface totale de l'Ile de France). Le réseau de la DREIF est plus dense en terme de zones et d'arcs par Km<sup>2</sup> que celui de l'IAURIF comme indiqué dans le tableau 1.

**Tableau 1 : comparaison agrégée des réseaux**

	Réseau de l'IAURIF	Réseau de la DREIF
Surface couverte [Km <sup>2</sup> ]	12 012	750
Nombre d'arcs	13547	4027
Densité des arcs [arcs/Km <sup>2</sup> ]	8,3 x 10 <sup>-5</sup>	0,31
Nombre de zones	488	232
Densité des zones [zones/Km <sup>2</sup> ]	1,13	5,37

La figure 1 présente le réseau de l'IAURIF et la dispersion des zones sur ce réseau. La partie Nord-Ouest limitée en rouge sur la figure 1 représente le réseau de la DREIF étudié dans ce partie. La figure 2<sup>1</sup> représente le réseau de la DREIF et la dispersion des 232 zones.

<sup>1</sup> Les figures 1 et 2 représentent uniquement les principaux axes de circulation sur les deux réseaux.

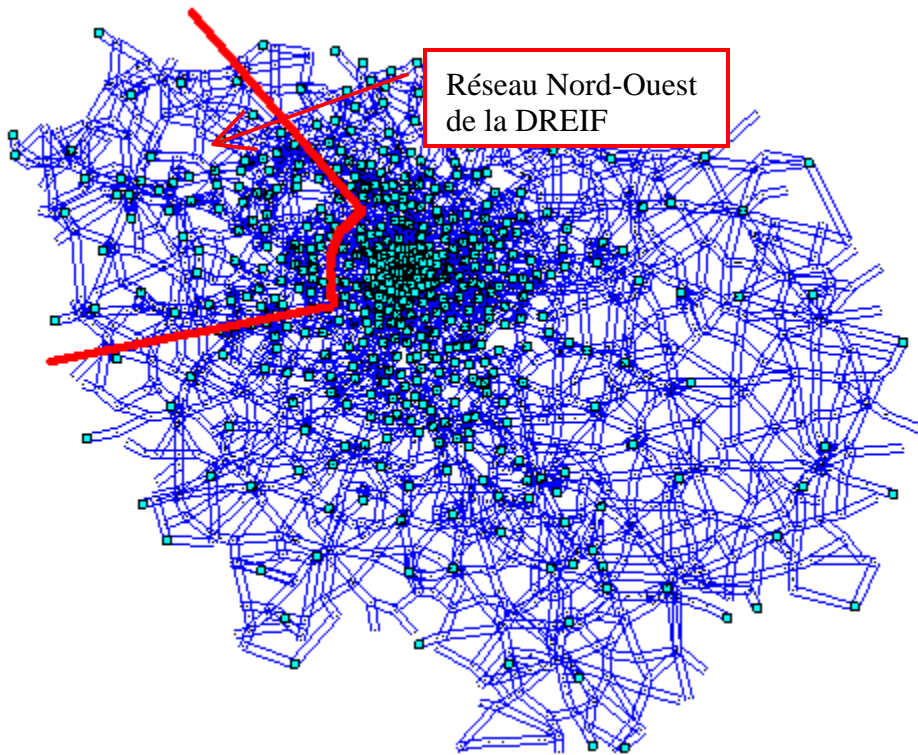


Figure 1 : représentation du réseau de l'IAURIF

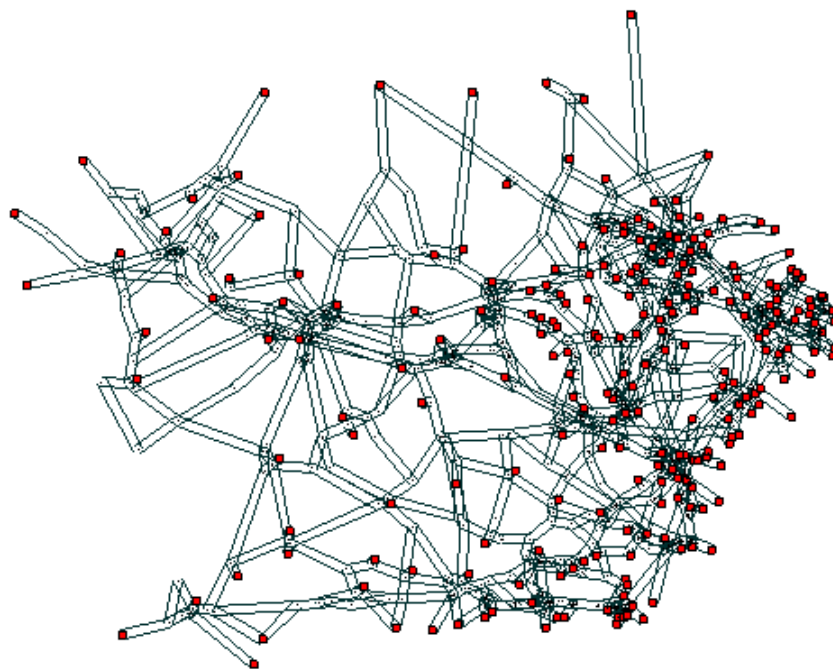


Figure 2 : représentation du réseau de la DREIF

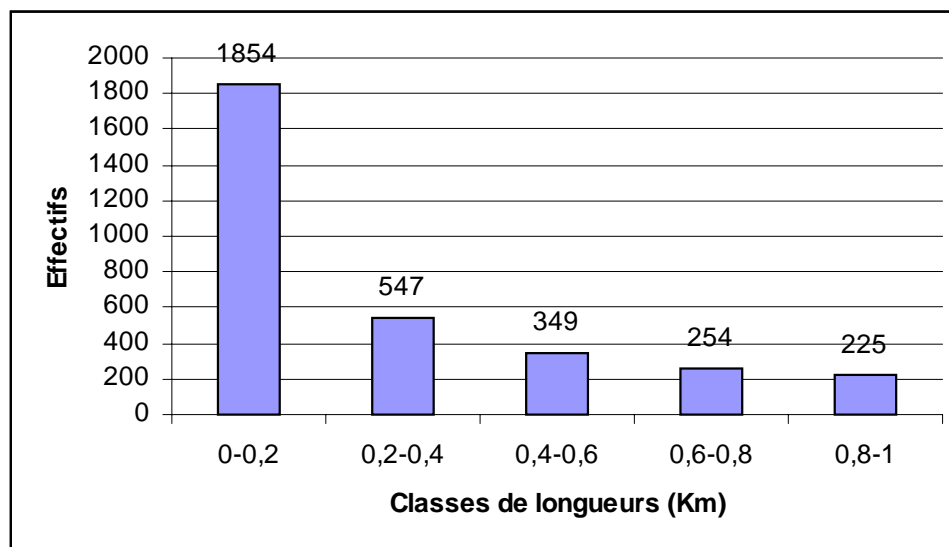


Les arcs du réseau sont répartis en 5 types : (1) autoroutes, (2) autres voies rapides, (3) routes nationales, (4) voiries secondaires et (5) connecteurs. Chaque type de voie comprend au maximum 3 classes définies suivant les coefficients de saturation des fonctions de congestion de DAVIS. Le tableau 2 reprend la répartition des effectifs des voies et des classes d'arcs.

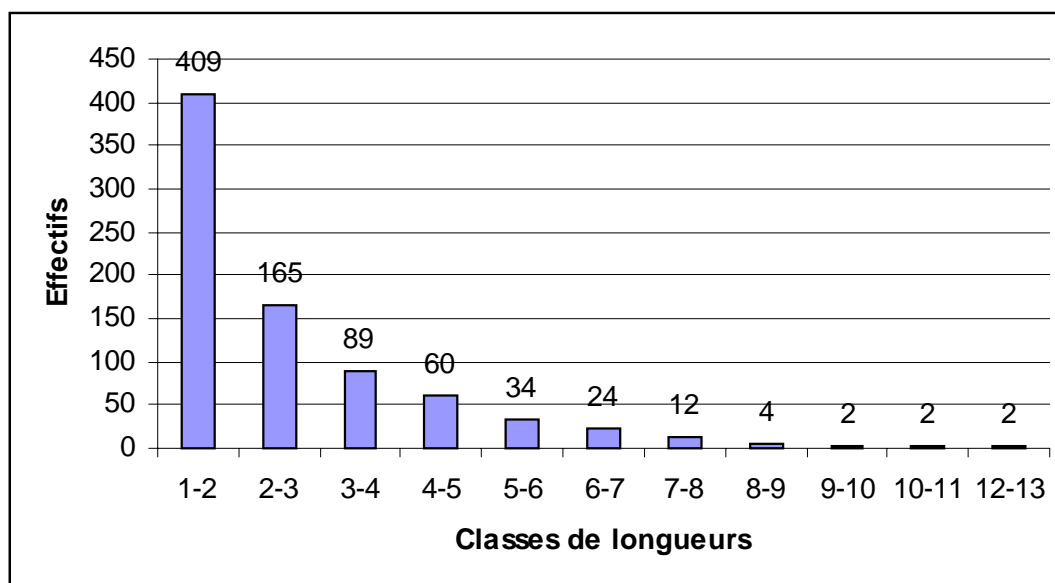
**Tableau 2 : effectifs des classes d'arcs**

Type d'arc	Autoroutes	Autres voies rapides	Routes nationales	Voirie secondaire	Connecteurs	TOTAL
<b>Effectif</b>	<b>285</b>	<b>11</b>	<b>1767</b>	<b>1958</b>	<b>6</b>	<b>4027</b>
<b>Nombre de classes</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>8</b>

La répartition des arcs en classes est représentée dans la figure 3. Notons que l'arc le plus long mesure 12,47 Km et que plusieurs arcs ont une longueur inférieure ou égale à 1 Km. La répartition des effectifs pour les classes supérieures à 1 Km est représentée dans la figure 4. Notons que les arcs les plus courts mesurent 10 mètres.



**Figure 3 : longueurs des arcs (0-1 Km)**



**Figure 4 : longueurs des arcs (1-13 Km)**

Le tableau 3 présente les capacités par type d'arc. Elles sont égales à la capacité de la voie multipliée par le nombre de voies sur l'arc. Les autoroutes présentent l'éventail de capacités le plus étendu et les valeurs les plus élevées. Les routes nationales et la voirie secondaire sont semblables. Les autres voies rapides n'ont qu'une valeur de capacité.

**Tableau 3 : intervalles des capacités par type d'arcs**

<i>Types d'arc</i>	<b>Intervalles de capacités</b>
<i>Autoroutes</i>	<b>2100 – 10500</b>
<i>Autres voies rapides</i>	<b>6300</b>
<i>Routes nationales</i>	<b>500 – 3600</b>
<i>Voirie secondaire</i>	<b>400 – 3600</b>
<i>Autre</i>	<b>100</b>

Les arcs peuvent également être classés par rapport à leur vitesse à vide. La figure 5 présente le nombre d'arcs pour 4 classes de vitesses. Les arcs dont les vitesses maximales sont comprises entre 30 et 60 Km/h sont majoritaires.

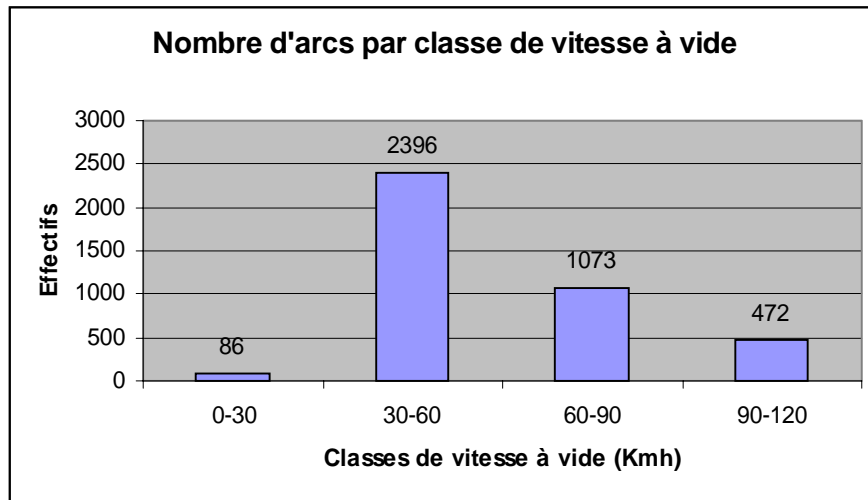


Figure 5 : nombre d'arcs par classe de vitesse à vide

## 2.2. Analyse des performances du réseau

A partir des longueurs des arcs, des temps de trajet et des flux résultant de l'affectation statique de DAVIS faite par la DREIF, nous pouvons estimer les valeurs des indicateurs suivants : le temps de trajet moyen, le temps de trajet moyen à vide, le nombre total de véhicules kilomètres, le nombre moyen d'arcs traversés par les usagers, la vitesse moyenne, la vitesse maximale et l'indice de congestion. Les valeurs moyennes, de ces indicateurs, peuvent être estimées à partir des formulations analytiques ci-dessous. Afin de simplifier la compréhension de ces formules, nous définissons, dans un premier temps, les notations utilisées et dans un second temps les formulations analytiques de ces indicateurs.

Soient les notations suivantes (voir de Palma et Nesterov, 1999) :

- $\Phi_i$  : le flux de déplacement sur l'arc  $i$ ,
- $L_i$  : la longueur de l'arc  $i$ ,
- $T$  : la période d'affectation,
- $tt_i$  : le temps en charge sur l'arc  $i$ ,
- $tt_{0i}$  : le temps de trajet à vide sur l'arc  $i$ , et
- $N$  : nombre total d'usagers du réseau désirant se déplacer pendant la période d'affectation  $T$ .

Les indicateurs relatifs à un modèle statique se formalisent de la façon suivante :

- Temps de trajet moyen avec congestion ( $\bar{tt}$ ) :

$$\bar{tt} = \frac{\sum_i \Phi_i tt_i}{N} \cdot T \quad \text{où} \quad \sum_i \Phi_i T = N.$$

- Temps de trajet moyen à vide ( $\bar{tt}_0$ ) :

$$\bar{tt}_0 = \frac{\sum_i \Phi_i tt_{0i}}{N} \cdot T .$$

- Temps d'attente ( $\bar{tt}_a$ ) :

$$\bar{tt}_a = \bar{tt} - \bar{tt}_0 .$$

- Volume total des déplacements en véhicules kilomètres ( $VT_{VehKm}$ ) :

$$VT_{VehKm} = \left[ \sum_i \Phi_i L_i \right] \cdot T .$$

- Distance moyenne parcourue ( $\bar{d}$ ) :

$$\bar{d} = \frac{\left[ \sum_i \Phi_i L_i \right] \cdot T}{N} .$$

- Vitesse moyenne ( $\bar{V}$ ) :

$$\bar{V} = \frac{\bar{d}}{\bar{tt}} .$$

- Vitesse maximale moyenne ( $\bar{V}_0$ ) :

$$\bar{V}_0 = \frac{\bar{d}}{\bar{tt}_0} .$$

- Nombre moyen d'arcs utilisés ( $N_{arcs}$ ) :

$$N_{arcs} = \frac{\sum_i \Phi_i}{N} \cdot T .$$

- Indice de congestion (Cong) :

$$Cong = \frac{\bar{tt} - \bar{tt}_0}{\bar{tt}_0} .$$

Le tableau 4, ci-dessous, fournit ces indicateurs calculés à partir des résultats de l'affectation de la DREIF pour chaque type de route et pour le réseau dans sa globalité.

**Tableau 4 : valeurs des indicateurs de l'affectation de la DREIF**

	<i>Autoroutes</i>	<i>Autres voies rapides</i>	<i>Routes nationales</i>	<i>Voirie secondaire</i>	<i>Connecteurs</i>	<b>TOTAL</b>
Temps de trajet [min]	2,70	0,08	4,31	9,77	1,27	<b>18,17</b>
Temps de trajet à vide [min]	2,27	0,07	2,52	4,77	1,27	<b>10,90</b>
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	0,74	0,02	0,47	0,75	0,16	<b>2,14</b>
Distance parcourue par usager [Véh.Km]	4,46	0,14	2,83	4,52	0,95	<b>12,89</b>
Vitesse moyenne par usager [Km/h]	99	96	39	28	45	<b>43</b>
Vitesse maximale par usager [Km/h]	118	110	67	57	45	<b>71</b>
Nombre d'arcs traversés par usager	6,04	0,28	5,55	7,55	1,45	<b>20,87</b>
Congestion [%]	18,94	14,28	41,53	104,82	0,00	<b>66,70</b>

Le temps de trajet moyen est de 18,17 minutes. La distance moyenne de déplacement est de 12,89 Km. Dans le cas du type de route "connecteurs", la vitesse moyenne et la vitesse maximale par usager sont égales et de même pour le temps de trajet et le temps de trajet à vide. Les temps de trajet sur les liens ont été calibrés pour DAVIS par la fonction débit – vitesse qui s'écrit sous la forme suivante :

$$tt = tt_0 + \frac{1,1 - \beta \cdot X}{1,1 - X},$$

où :

$tt$  : temps de trajet en charge,

$tt_0$  : temps de trajet à vide,

$X$  : taux de saturation défini par le rapport débit/capacité, et

$\beta$  : paramètre dépendant de la classe de route comme indiqué dans le tableau 5.

Tableau 5 : valeur du paramètre de la fonction de congestion de DAVIS

Classe de route	<i>Autoroutes</i>	<i>Autres voies rapides</i>	<i>Routes nationales</i>		<i>Voirie secondaire</i>			<i>Connecteurs</i>
Type de route <sup>2</sup>	7	15	5	6	2	3	4	18 et 10
Valeur du paramètre	0,9	0,92	0,60	0,65	0,45	0,50	0,55	0,00

### 3. Description des problèmes relatifs à la saisie des données

Le découpage du réseau nécessite la création de zones, à la frontière du nouveau réseau, qui traduisent les flux extérieurs à la zone d'étude. Dans le cas spécifique de la DREIF, les zones d'échanges ont été remplacées par des nœuds de cordons. Par conséquent, il était nécessaire d'énumérer ces nœuds et de modifier leurs caractéristiques de sorte qu'ils deviennent des zones d'attraction ou de diffusion. De ce fait, nous avons créé 6 nouvelles zones correspondant aux principaux axes d'échanges du réseau. Les liens entrants ou sortants, qui représentaient précédemment une portion d'une grande voie, ont été transformés en connecteurs. Dans ce cas, les temps de trajet sur les connecteurs ne dépendent que du rapport de la longueur sur la vitesse de circulation. Ces changements n'ont pas d'influence sur les choix d'itinéraire des usagers puisqu'ils se trouvent à la frontière du réseau.

La matrice origine - destination fournie par la DREIF correspond aux déplacements du pic du soir. La matrice des déplacements est générée grâce aux informations issues du SDRIF<sup>3</sup>, de la localisation des habitants, des actifs et des emplois pour l'ensemble de la journée (voir TT&R, 1999, chapitre 2 de la partie 1). Grâce aux données de l'EGT 1990, il est possible de déterminer la part des déplacements effectués pendant une période horaire de la journée.

METROPOLIS est un outil de simulation pour le pic du matin. En effet, la modélisation sous-jacente à l'outil de simulation suppose que les individus disposent d'une heure d'arrivée désirée. L'existence d'une heure d'arrivée désirée à destination le matin a fait l'objet de plusieurs travaux dans le domaine du transport. Cependant pour les déplacements du soir, la notion d'heure d'arrivée désirée a été peu abordée (voir Hatcher et Mahmassani, 1992). Pour effectuer les simulations, nous avons supposé que la matrice de déplacement du soir est obtenue en inversant la matrice du matin. Certaines zones dans la matrice des déplacements du soir fournie par la DREIF sont supposées être uniquement des zones d'attractions. Elles sont connectées au réseau seulement par un lien entrant. Lors de l'inversion de la matrice, ces zones qui deviennent des zones de diffusion ne disposaient pas de lien sortant. Par conséquent, nous avons modifié le fichier des liens afin d'introduire des liens sortants.

<sup>2</sup> Numérotation introduite par la DREIF afin de distinguer les routes selon leur coefficients de saturation.

<sup>3</sup> SDRIF : Schéma Directeur Régional d'Île-de-France,

## 4. Les fonctions de congestion

### 4.1. Adaptation des fonctions volumes – délais

Dans METROPOLIS, les temps de trajet sur les liens sont déterminés, comme dans les modèles statiques, par des fonctions dites "volume - délai". En effet, ces fonctions déterminent le temps de trajet en fonction du volume de trafic. Dans le cas dynamique, la variable principale n'est pas le volume de trafic pour une période donnée mais le volume de trafic instantané, c'est-à-dire l'occupation du lien  $i$  à un moment donné, notée  $dynVol_i$ .

Les premières simulations réalisées sur le réseau de la DREIF ont été effectuées en prenant comme fonction volume - délai les fonctions définies ci-dessous. Pour les connecteurs de zones:

$$tt_i^1(dynVol_i) = \frac{L_i}{V_i},$$

et pour les liens :

$$tt_i^2(dynVol_i) = \begin{cases} \frac{L_i}{V_i} & \text{si } dynVol_i < \frac{s_i L_i}{V_i}, \\ \frac{dynVol_i}{s} & \text{ailleurs} \end{cases},$$

où :

$L_i$  : longueur du lien  $i$ ,

$V_i$  : Vitesse maximale sur le lien  $i$ , et

$s_i$  : capacité du lien  $i$ .

La fonction de congestion  $tt_i^1(dynVol_i)$  représente le temps de trajet constant appliquée aux connecteurs de zones. La deuxième fonction  $tt_i^2(dynVol_i)$  correspond au modèle de la file d'attente linéaire avec capacité verticale potentiellement infinie. L'interprétation de  $tt_i^2(dynVol)$  consiste à considérer le temps de trajet sur un lien comme la somme du temps de trajet à vide et du temps passé dans le goulot de capacité  $s_i$  en fin de lien. La capacité  $s_i$  a été directement tirée de la capacité "statique" d'heure de pointe du soir, fournie dans les données de la DREIF. Rappelons que la forme des fonctions "volume – délai" est largement arbitraire dans METROPOLIS et laissée au choix de l'utilisateur. Cette fonction doit être monotone et non décroissante.

### 4.2. Corrections statique / dynamique

Le tableau 6 représente les principaux résultats de l'ajustement qualitatif dans METROPOLIS. Le temps de trajet (17,60 min) est comparable au temps de trajet (18,17 min) calculé à partir des résultats de l'affectation de la DREIF. Le tableau 6 permet également de mettre en évidence certains résultats irréalistes, bien que le niveau de congestion soit

raisonnable : la distance moyenne parcourue est plus élevée (13,74 Km) dans le cas des résultats de METROPOLIS en comparaisant aux résultats de la DREIF (12,89 Km). De plus, le nombre d'arcs parcourus en moyenne par véhicule dans le réseau est plus de deux fois supérieur dans le cas de METROPOLIS.

**Tableau 6 : Premières comparaisons des résultats statiques et dynamiques**

	Résultats de la DREIF	Résultats de METROPOLIS
Temps de trajet [min]	18,17	17,60
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,14	2,28
Nombre moyen d'arcs traversés	20,87	59

En fait, en regardant au niveau désagrégé, on peut mettre en évidence que certains véhicules simulés sont entraînés dans des "cycles" très courts (de l'ordre de moins de 100 m) et pour de longues périodes. On observe, pour des arcs disposés en triangle, des volumes correspondant à une saturation de plusieurs heures. Rappelons que le modèle de choix de route dans METROPOLIS n'est pas un choix d'itinéraire déterminé une fois pour toute dès le départ ; il s'agit d'un choix qui est continuellement revu à chaque intersection en fonction de la congestion avoisinante et du niveau de congestion "historique" ou "estimé" sur le reste du réseau. Ces anomalies "locales" ont, heureusement, des effets mineurs sur les résultats agrégés car il s'agit d'une très petite fraction des usagers. Ces véhicules sont, en quelque sorte, "emprisonnés" dans des parcours cycliques à grande capacité (1500 Véh/h) et de très petites envergures, principalement configurés en triangle, dont les seules sorties sont des axes très congestionnés. Ces situations se retrouvent essentiellement dans les réseaux qui possèdent une définition fine des intersections, c'est pourquoi nous n'avons pas rencontré ce type de problème avec le réseau de l'IAURIF, qui est d'envergure régionale et d'une description plus agrégée.

#### **4.3. Corrections des files d'attente**

Ce phénomène provient du fait que ces petits axes supportent des charges de trafic irréalistes. En pratique, ils devraient être saturés au point qu'aucun véhicule n'arrive à y entrer. Dans ce cas les usagers qui veulent les emprunter doivent attendre sur le lien en amont, créant ainsi une remontée de queue. Dans la réalité, les véhicules qui abordent un petit axe menant à un axe principal (comme une rampe d'autoroute) vont choisir leur direction et attendre que l'intersection suivante se libère pour poursuivre leur itinéraire. Si cette intersection est très congestionnée, on observe le phénomène de remontée de queue dans le sens inverse au trafic.

Ces effets ne sont pas modélisés par METROPOLIS actuellement. Les files d'attente n'ont pas de capacité verticale maximale. Afin de mettre en évidence le fait que ces anomalies proviennent bien de cette lacune de modélisation, nous avons corrigé l'ensemble des fonctions de congestion en introduisant la fonction suivante pour les axes de petite longueur (<50 m, typiquement les rampes d'accès et les détails des intersections) :



$$tt_i^3(dynVol_i) = \begin{cases} \frac{L_i}{V_i} & si \quad dynVol_i < \frac{s_i L_i}{V_i} \\ dynVol_i & si \quad \frac{s_i L_i}{V_i} \leq dynVol_i < \rho_{jam} L_i, \\ \frac{dynVol_i}{s_i} + PT & ailleurs \end{cases}$$

où  $\rho_{jam}$  est la densité maximale de trafic (correspondant aux véhicules à l'arrêt) et  $PT$  une pénalité arbitraire. Nous avons choisi  $\rho_{jam} = 0,2$  Véh/mètre (un véhicule toutes les 5 mètres)

et  $PT=5$  minutes. Notons que le temps de trajet est continu en  $dynVol = \frac{s_i L_i}{V_i}$  mais discontinu

en  $dynVol = \rho_{jam} L_i$ . En posant  $n_i$  le nombre de voies sur le lien  $i$ ,  $\rho_{jam} \times L_i \times n_i$  correspond au nombre maximal de véhicules que l'on peut disposer sur la route. Cette fonction peut s'interpréter comme suit : lorsque le taux d'occupation d'un lien est inférieur au seuil de bouchon, tout se passe comme une file d'attente linéaire. Au-delà de ce seuil, on impose une pénalité arbitraire de 5 minutes à tout véhicule qui entre dans ce lien. Ceci a trois effets : (a) décourager les véhicules en amont d'emprunter un lien complètement saturé, (b) pénaliser les véhicules qui empruntent un lien comme s'ils devaient attendre 5 minutes que l'intersection en aval se libère et (c) lorsque toutes les alternatives en aval sont saturées, les choix ne sont pas affectés mais les véhicules sont retardés. Les résultats de simulation avec ce nouvel ensemble de fonctions correspondent beaucoup mieux aux résultats de DAVIS et es anomalies ont disparu, comme on peut le voir dans les résultats de simulation du scénario de référence du tableau 20. Les volumes et les temps de trajet ainsi que le nombre moyen d'arcs utilisés sont devenus raisonnables.

Le passage d'un modèle statique à un modèle dynamique peut être délicat car les descriptions de la congestion sont très différentes. Nous avons montré que cette adaptation s'effectue pour METROPOLIS sans trop de difficultés pour autant que les réseaux soient décrits de manière relativement homogène ou agrégée, c'est-à-dire avec des axes de longueurs et de capacités comparables. Par contre, pour des réseaux qui détaillent plus finement les intersections, des incohérences peuvent surgir localement, du fait de l'absence de modélisation de remontée de queue. Toutefois, la souplesse de l'outil de simulation permet de paramétrer aisément la description du modèle de congestion, de façon à "gommer" ces anomalies. Il s'agit actuellement d'une technique ad hoc et non d'une modélisation. La modélisation du phénomène de remontée de queue reste une des principales améliorations à apporter à cet outil.

## 5. Tests de sensibilité et analyse des résultats

La section suivante permet d'ajuster les paramètres relatifs à l'offre ainsi qu'à la demande. Ces ajustements permettent de définir les paramètres adéquats de l'offre et de la demande afin d'obtenir des résultats comparables aux données existantes. Du côté offre, nous devons trouver un facteur unique permettant de réduire les capacités tout en conservant la typologie des routes. Du côté demande, nous devons déterminer les paramètres dynamiques

comportementaux sans modifier la demande correspondant à la matrice statique de la DREIF. Rappelons qu'aucune estimation de ces paramètres n'a été effectuée pour les usagers de la voirie en Ile-de-France. Nous proposons comme point de départ d'utiliser les résultats d'ajustements effectués lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF.

Dans la première sous-section, nous exposons les paramètres dynamiques et les tests de sensibilité. Les résultats relatifs à ces tests sont analysés dans la deuxième sous-section.

### 5.1. Tests de sensibilité

Dans cette sous-section, nous effectuons une batterie de tests à travers des variations des paramètres comportementaux relatifs au modèle dynamique et la variation des paramètres liés à l'offre du réseau. Ces tests qualitatifs permettent d'analyser la cohérence du simulateur d'une part et d'autre part la détermination des valeurs des paramètres pouvant constituer le scénario de référence. Les paramètres dont nous faisons varier les valeurs sont les suivants :

- $\alpha$  : coût du temps,
- $\beta$  : pénalité d'arrivée précoce,
- $\gamma$  : pénalité d'arrivée tardive,
- $\mu$  : paramètre du logit du choix de départ (myopie),
- $\lambda$  : vitesse d'apprentissage (poids relatif de l'information immédiate et historique),
- $\kappa$  : facteur multiplicatif des capacités.

Un test relatif à la variation d'un paramètre se traduit par la simulation de plusieurs scénarios où nous faisons varier uniquement la valeur du paramètre à étudier. Lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF, nous avons retenu pour le scénario de référence les valeurs suivantes :

**Tableau 7 : scénario de référence pour les simulations du réseau de l'IAURIF**

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
75	50	175	10	5	0,05	0,7	Goulot

En essayant au mieux de garder les mêmes valeurs, nous avons choisi comme point de départ pour les tests de sensibilité le scénario de base suivant (tableau 8):

**Tableau 8 : scénario de base des tests de sensibilité appliqués au réseau de la DREIF**

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
75	50	175	10	3,5	0,05	0,8	Goulot

Lors des tests préliminaires, nous avons observé que la meilleure valeur que peut prendre ce paramètre est égale à 0,8. Nous avons décidé de retenir les valeurs des paramètres comportementaux dynamiques mais en changeant la valeur du  $\mu$  pour des raisons que nous évoquons plus loin (sous-section 5.1.B). La variation des valeurs des paramètres est reprise dans les cinq tableaux (de 9 à 13).

### 5.1.A Variation des paramètres $\beta$ et $\gamma$

Soit  $t_d$  le temps de départ et  $tt(t_d)$  le temps de trajet d'un usager. L'heure d'arrivée de cet usager est  $t_a = t_d + tt(t_d)$ . Chaque usager dispose d'une heure d'arrivée désirée  $t^*$ . Les temps d'arrivées désirées de l'ensemble de la population sont uniformément distribués.

Lorsqu'un individu arrive en avance d'un délai de  $[t^* - t_d - tt(t_d)]$  par rapport à son heure d'arrivée désirée  $t^*$ , il subit un coût d'arrivée précoce égal à  $\beta[t^* - t_d - tt(t_d)]$  et un coût dû au temps de trajet  $\alpha tt(t_d)$ . Par ailleurs, s'il arrive en retard d'un délai de  $[t_d + tt(t_d) - t^*]$  par rapport à son heure d'arrivée désirée  $t^*$ , il subit un coût d'arrivée tardive  $\gamma[t_d + tt(t_d) - t^*]$  et un coût dû au temps de trajet  $\alpha tt(t_d)$ . Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  représentent respectivement la valeur du temps et les coûts unitaires d'une arrivée précoce et d'une arrivée tardive.

Les usagers choisissent leur heure de départ de sorte à minimiser une combinaison des coûts dus au temps de trajet et au temps d'arrivée en avance ou en retard. Ce choix résulte d'un arbitrage entre une arrivée en  $t^*$  avec congestion maximale et une arrivée en avance (ou en retard) avec une congestion plus faible ou nulle.

La fonction de coût de déplacement  $C(t^*, t_d)$  d'un usager ayant une heure d'arrivée désirée  $t^*$  et un temps de départ  $t_d$  s'écrit sous la forme suivante :

$$C(t_d) = \alpha tt(t_d) + \beta \max\{[t^* - t_d - tt(t_d)], 0\} + \gamma \max\{[t_d + tt(t_d) - t^*], 0\},$$

D'après Small (1982),  $\beta < \alpha < \gamma$ ; autrement dit, l'usager préfère arriver une minute en avance que de passer une minute dans la file d'attente, cette dernière minute étant préférée à une minute d'arrivée en retard.

Les résultats des simulations ne dépendent que des rapports  $\beta/\alpha$  et  $\gamma/\alpha$ . Par conséquent, il est possible de considérer une valeur arbitraire du coût unitaire du temps égale à la valeur tutélaire en France ( $\alpha=75$  FF/h) et faire varier uniquement les valeurs prises par les deux paramètres  $\beta$  et  $\gamma$ .

**Tableau 9 : variation de la pénalité d'arrivée précoce ( $\beta$ )**

Simulation	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
1	75	<b>25</b>	175	10	3,5	0,05	0,8	Goulot
2	75	<b>60</b>	175	10	3,5	0,05	0,8	Goulot
3	75	<b>70</b>	175	10	3,5	0,05	0,8	Goulot

Tableau 10 : variation de la pénalité d'arrivée tardive ( $\gamma$ )

Simulation	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
4	75	50	<b>100</b>	10	3,5	0,05	0,8	Goulot
6	75	50	<b>300</b>	10	3,5	0,05	0,8	Goulot
6	75	50	<b>1000</b>	10	3,5	0,05	0,8	Goulot

### 5.1.B Variation du paramètre $\mu$

Le choix de l'heure de départ dans METROPOLIS est probabiliste (logit). La probabilité qu'un usager choisisse l'heure de départ  $t_d^i$  dans un des intervalles  $I = \{I_1, \dots, I_j, \dots, I_T\}$  est :

$$P(t_d^i) = \Pr[-C(t_d^i) + \mu\varepsilon_i > -C(t_d^j) + \mu\varepsilon_j; i \neq j]$$

où  $\varepsilon_i$  représentent des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi double exponentielle de paramètre  $\mu$ . La probabilité donnée par le modèle logit s'écrit:

$$P(t_d^i) = \frac{\exp[-C(t_d^i)/\mu]}{\sum_{j \in I_1} \exp[-C(t_d^j)/\mu]}$$

Le paramètre  $\mu$  décrit l'homogénéité de la population par rapport au choix du temps de départ (voir Ben-Akiva et Lerman, 1985). Plus la valeur prise par le paramètre  $\mu$  est élevée est plus la population est hétérogène. Dans le cas du choix du temps de départ dans METROPOLIS, plus la valeur de  $\mu$  est élevée et plus le niveau de congestion est faible. Quant au rapport  $C(t_d)/\mu$ , il mesure le niveau de la myopie des usagers où  $C(t_d)$  est le coût total par usager pour une heure de départ  $t_d$ .

Lors du calcul des indicateurs à partir des résultats de l'affectation de la DREIF, nous avons constaté que le temps de trajet est de l'ordre de 18 min ce qui équivaut à un coût de 22 FF. En prenant une valeur du paramètre d'hétérogénéité  $\mu$  égale à 3,5 FF, on obtient un rapport de  $\mu/C(t_d)=15\%$ . Ce coût ne prend pas en compte le coût de deshorage. Dans le cas du modèle dynamique où on prend en compte le coût de deshorage, le coût total du déplacement, par usager, devrait être plus élevé. Par conséquent, le rapport  $\mu/C(t_d)$  devrait être plus faible. Lors des premiers tests, nous avons constaté un coût de l'ordre de 30 FF et donc un rapport  $\mu/C(t_d)$  de l'ordre de 12%.

Ce niveau de myopie des usagers reste raisonnable alors que si on avait pris la même valeur ( $\mu=7$  FF) que lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF, on obtiendrait un rapport de l'ordre de 20% ce qui paraît très élevé.

Tableau 11 : variation du paramètre du logit du choix de départ ( $\mu$ )

Simulation	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
7	75	50	175	10	<b>3,5</b>	0,05	0,8	Goulot
8	75	50	175	10	<b>7</b>	0,05	0,8	Goulot
9	75	50	175	10	<b>10</b>	0,05	0,8	Goulot

### 5.1.C Variation du paramètre $\lambda$

Le premier jour (première itération), les usagers prennent la décision de prendre le chemin le plus court, calculé pour chaque paire O-D, en supposant qu'il n'y a pas de congestion (le temps de trajet historique correspond au chemin le plus court dans ce cas). A la fin de cette première itération, les temps de trajet les plus courts sont recalculés pour chaque paire O-D en tenant compte des taux d'occupation des différents liens : les usagers mettent à jour leurs estimations en combinant l'information obtenue pendant le jour courant avec les temps réalisés les jours précédents.

Si les conditions restent inchangées, on s'attend à ce que le système complet atteigne un état stationnaire, c'est-à-dire un état du système où les usagers ne peuvent plus améliorer leur connaissance : les temps de trajet escomptés sont égaux aux temps des trajets effectués. Dans cette étude nous avons utilisé un processus d'apprentissage exponentiel :

$$tt_{\omega+1}^H = (1 - \lambda)tt_{\omega}^H + \lambda tt_{\omega}^S$$

Où  $tt_{\omega}^H$  et  $tt_{\omega+1}^H$  désignent respectivement les temps de trajet historiques (ou espérés par l'utilisateur) pour les jours " $\omega$ " et " $\omega+1$ ". Le temps de trajet,  $tt_{\omega}^S$ , représente le temps de trajet simulé (ou réalisé) le jour " $\omega$ ". Plus la valeur prise par le paramètre  $\lambda$  est élevée et plus l'importance accordée à l'information passée est faible. Dans nos tests, le paramètre d'apprentissage  $\lambda$  prend la valeur de 0,02. Ceci correspond à la situation où les usagers accordent plus d'importance aux temps de trajets des jours précédents qu'au temps de trajet réalisé le jour même. Par conséquent, nous supposons que l'importance accordée aux informations passées permet d'atteindre la situation de stabilité plus rapidement.

Le tableau 12 présente les valeurs prises par le paramètre  $\lambda$  permettant de tester la sensibilité de l'outil de simulation METROPOLIS.

Tableau 12 : variation de la vitesse d'apprentissage ( $\lambda$ )

Simulation	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
10	75	50	175	10	3,5	<b>0,025</b>	0,8	Goulot
11	75	50	175	10	3,5	<b>0,10</b>	0,8	Goulot
12	75	50	175	10	3,5	<b>0,20</b>	0,8	Goulot

### 5.1.D Variation du paramètre $\kappa$

Le modèle de congestion dynamique le plus simple, c'est-à-dire le goulot d'étranglement déterministe à capacité constante et file d'attente verticale, permet de définir le temps de trajet en fonction de l'heure d'arrivée au début de la file d'attente. Comme indiqué dans la sous-section (5.2), nous avons introduit trois types de fonction de congestion. Dans les scénarios de tests de sensibilité du tableau 13, nous nous limitons à la modification des capacités des routes,  $s_i$ , de longueur supérieur à 50 mètres (deuxième type de fonction selon la définition des corrections statique / dynamique). Cette modification consiste à définir une nouvelle capacité  $s'_i = \kappa \cdot s_i$  en modifiant uniquement la valeur prise par le facteur multiplicatif de la capacité  $\kappa$ .

Tableau 13 : variation du facteur multiplicatif de la capacité ( $\kappa$ )

Simulation	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
13	75	50	175	10	3,5	0,05	<b>0,6</b>	Goulot
14	75	50	175	10	3,5	0,05	<b>0,7</b>	Goulot
15	75	50	175	10	3,5	0,05	<b>0,9</b>	Goulot

### 5.2. Analyse des résultats

Les cinq tableaux 14 à 18 présentent les indicateurs calculés par simulation pour chaque série de tests en faisant varier les valeurs des paramètres comportementaux ( $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$  et  $\lambda$ ) du côté de la demande et ( $\kappa$ ) du côté de l'offre. Nous analysons les résultats des simulations en fonction des valeurs moyennes des indicateurs présentés ci-dessous.

- Le temps de trajet total a été décomposé en temps de trajet à vide sur le chemin emprunté et en temps d'attente.
- Les délais d'arrivée précoce et d'arrivée tardive.
- La vitesse moyenne et la vitesse maximale moyenne. Cette dernière correspond à la vitesse moyenne de déplacement sur le chemin emprunté s'il n'y avait pas de congestion.

- Les part des arrivées précoces, à l'heure et tardives.
- Le coût total qui se compose du coût dû au temps de trajet à vide sur le chemin emprunté, du coût dû au temps d'attente et du coût de deshorage.
- Les coûts de deshorage précoce et de deshorage tardif. Notons que le coût de deshorage moyen est une moyenne pondérée entre le coût de deshorage précoce et le coût de deshorage tardif comme suit :

$$CD = (P^E \times C^E) + (P^L \times C^L).$$

Où :

$CD$  : coût de deshorage moyen,

$P^E$  : part des arrivées précoces,

$P^L$  : part des arrivées tardives,

$C^E$  : coût de deshorage précoce, et

$C^L$  : coût de deshorage tardif.

- Enfin, les derniers indicateurs indiquent respectivement le volume total des déplacements, la distance moyenne parcourue par un usager, le nombre moyen d'arcs traversés par un conducteur et l'indice de congestion sur le réseau.

5.2.A Variation du paramètre  $\beta$ Tableau 14 : Variation de la pénalité d'arrivée précoce ( $\beta$ ).

Valeur du paramètre $\beta$	25	60	70
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>15,96</b>	<b>20,28</b>	<b>20,31</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,48	10,92	10,96
Temps d'attente [min]	5,48	9,36	9,35
Délai d'arrivée précoce [min]	14,93	8,64	8,10
Délai d'arrivée tardive [min]	6,01	8,58	8,19
Vitesse moyenne [Km/h]	46,68	37,10	37,22
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	71,09	68,89	68,97
Part des arrivées précoces [%]	51,91	34,80	33,41
Part des arrivées à l'heure [%]	36,85	45,38	46,71
Part des arrivées tardives [%]	11,24	19,82	19,88
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>25,17</b>	<b>33,32</b>	<b>33,31</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,10	13,65	13,70
Coût du temps d'attente [FF]	6,85	11,70	11,69
Coût moyen de deshorage [FF]	5,22	7,97	7,92
Coût de deshorage précoce [FF]	6,22	7,20	9,45
Coût de deshorage tardif [FF]	17,53	25,03	23,89
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,06	2,08	2,09
Distance moyenne par usager [Km]	12,42	12,54	12,60
Nombre d'arcs utilisés par individu	20,75	21,11	21,18
Indice de congestion [%]	52,35	85,72	85,27

Le modèle dynamique suppose que les valeurs des paramètres dynamiques doivent satisfaire les contraintes suivantes :  $0 \leq \beta < \alpha < \gamma$ . L'utilisateur préfère une minute passée en avance à son lieu de destination qu'une minute passée dans sa voiture. La valeur du temps considérée dans les simulations vaut 75 FF/h (valeur tutélaire). A cause de la contrainte " $\beta < \alpha$ ", nous nous sommes limités à une valeur maximale de  $\beta=70$ FF/h. Lorsque la valeur de  $\beta$  varie de 10 FF/h, le délai d'arrivée précoce ne varie que d'environ 0,50 min alors qu'il varie d'environ de 6 min lorsque  $\beta$  varie de 25 FF/h à 60 FF/h. Cependant même si cette variation est faible, le délai d'arrivée précoce décroît lorsque la valeur prise par le paramètre  $\beta$  augmente. Les usagers sont incités à arriver de moins en moins en avance et le pourcentage des usagers qui



arrivent en avance décroît également. L'augmentation de la part des arrivées tardives s'explique par l'arbitrage entre l'arrivée tardive et l'arrivée précoce que les usagers sont amenés à effectuer. Lorsque le coût d'arrivée précoce augmente, la part des arrivées précoces diminue et celle des arrivées à l'heure ou tardive augmente. L'incitation à arriver de moins en moins en avance se répercute sur le temps de trajet, le nombre d'arcs traversé et la distance moyenne parcourue. En effet, le temps d'attente sur les routes augmentent passant ainsi de 5,48 min à 9,36 min puis 9,35 minutes. Le nombre d'arcs traversés par les usagers augmente mais de façon peu significative.

5.2.B Variation du paramètre  $\gamma$ Tableau 15 : Variation de la pénalité d'arrivée tardive ( $\gamma$ )

Valeur du paramètre $\gamma$	100	300	1000
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>19,21</b>	<b>19,63</b>	<b>19,62</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,83	10,88	10,88
Temps d'attente [min]	8,38	8,75	8,74
Délai d'arrivée précoce [min]	38,97	38,14	38,34
Délai d'arrivée tardive [min]	69,13	68,81	69,14
Vitesse moyenne [Km/h]	9,04	9,25	9,25
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	7,84	8,11	8,11
Part des arrivées précoces [%]	36,21	38,47	38,47
Part des arrivées à l'heure [%]	42,61	45,42	45,42
Part des arrivées tardives [%]	21,18	16,11	16,11
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>29,50</b>	<b>34,08</b>	<b>34,08</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,54	13,60	13,60
Coût du temps d'attente [FF]	10,48	10,94	10,93
Coût moyen de deshorage [FF]	5,49	9,54	9,56
Coût de deshorage précoce [FF]	7,53	7,71	7,71
Coût de deshorage tardif [FF]	13,07	40,55	135,17
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,07	2,07	2,08
Distance moyenne par usager [Km]	12,48	12,48	12,54
Nombre d'arcs utilisés par individu	21,04	21,04	21,05
Indice de congestion [%]	77,27	80,36	80,36

Plus la valeur du paramètre  $\gamma$  est élevée, plus le délai d'arrivée en retard est faible et plus la part des usagers arrivant en retard diminue. Les usagers sont incités à arriver à une heure proche de leurs heures d'arrivées idéales. Cette contrainte forte à l'arrivée provoque un resserrement du pic autour de  $t^*$ , ce qui explique l'augmentation du temps de trajet moyen et des coûts. Lorsque  $\gamma$  atteint un certain niveau de congestion<sup>4</sup>, les indicateurs ne varient pas comme si tout arbitrage entre les délais d'arrivées et le temps passé dans la file devenait sans

<sup>4</sup> Ce niveau de congestion peut être déterminé en faisant plusieurs simulations où nous faisons varier la valeur du paramètre  $\lambda$ . Ce que nous pouvons observer est qu'il est inférieur ou égal à 80,36%.

intérêt. En général, les phénomènes dus à l'augmentation de la valeur de  $\gamma$  sont comparables aux phénomènes dus à l'augmentation de la valeur de  $\beta$ . En effet, l'augmentation des valeurs prises par ces deux paramètres incite les usagers à arriver de plus en plus près de leur heures idéales.

5.2.C Variation du paramètre  $\mu$ 

**Tableau 16 : Variation du paramètre  
du logit du choix de départ ( $\mu$ ).**

Valeur du paramètre $\mu$	3,5	7	10
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>19,18</b>	<b>18,11</b>	<b>16,90</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,86	10,75	10,60
Temps d'attente [min]	8,32	7,36	6,30
Délai d'arrivée précoce [min]	9,36	13,01	16,35
Délai d'arrivée tardive [min]	7,80	7,03	6,80
Vitesse moyenne [Km/h]	39,03	41,14	43,44
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	68,94	69,31	69,26
Part des arrivées précoces [%]	38,90	46,60	52,14
Part des arrivées à l'heure [%]	43,68	35,97	30,78
Part des arrivées tardives [%]	17,42	17,43	17,08
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>30,97</b>	<b>31,29</b>	<b>31,62</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,58	13,44	13,25
Coût du temps d'attente [FF]	10,40	9,20	7,88
Coût moyen de deshorage [FF]	7,00	8,65	10,50
Coût de deshorage précoce [FF]	7,80	10,84	13,63
Coût de deshorage tardif [FF]	22,75	20,50	19,83
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,07	2,06	2,03
Distance moyenne par usager [Km]	12,48	12,42	12,24
Nombre d'arcs utilisés par individu	21,08	21,01	20,86
Indice de congestion [%]	76,54	68,42	59,32

Le paramètre  $\mu$  indique le "niveau" d'homogénéité des individus. En effet, plus la valeur du paramètre  $\mu$  est élevée et plus les usagers sont hétérogènes. Il mesure également le "niveau" de la myopie des conducteurs. Par exemple, lorsque la valeur du paramètre  $\mu$  est égale à 3,5 FF, le coût total par usager est de 30,97 FF ce qui correspond à un rapport " $\mu$ /coût" d'environ 10%. Lorsque  $\mu$  prend la valeur de 10 FF, le coût total est de l'ordre de 31,61 FF ce qui correspond à un rapport d'environ 30%. Dans le premier cas, les conducteurs sont sensibles à toute variation supérieure à 10% du coût total alors que dans le second cas, la sensibilité est

tolérée jusqu'à 30% du coût total. Autrement dit, pour une valeur de  $\mu=10$  FF, les individus ne font pas une réelle différence entre un coût de 20 FF et un coût de 30 FF. Lorsque  $\mu$  vaut 3,5 FF, la myopie se limite à une variation du coût total de l'ordre de 3 FF uniquement. Lorsque la valeur du paramètre  $\mu$  est faible, les individus tendent à ignorer les impacts de la congestion qui se répartissent uniformément dans le temps, ce qui provoque, à son tour, une diminution de la congestion.

5.2.D Variation du paramètre  $\lambda$ Tableau 17 : Variation de la vitesse d'apprentissage ( $\lambda$ )

Valeur du paramètre $\lambda$	0,025	0,100	0,200
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>19,04</b>	<b>19,90</b>	<b>21,40</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,83	10,93	11,09
Temps d'attente [min]	8,21	8,97	10,31
Délai d'arrivée précoce [min]	9,50	9,36	9,52
Délai d'arrivée tardive [min]	7,76	9,48	11,97
Vitesse moyenne [Km/h]	39,32	37,99	35,66
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	69,13	69,16	68,81
Part des arrivées précoces [%]	40,05	37,62	36,08
Part des arrivées à l'heure [%]	44,18	43,33	41,03
Part des arrivées tardives [%]	15,77	19,05	22,89
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>30,55</b>	<b>33,09</b>	<b>37,66</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,54	13,66	13,86
Coût du temps d'attente [FF]	10,26	11,21	12,89
Coût moyen de deshorage [FF]	6,75	8,22	10,91
Coût de deshorage précoce [FF]	7,92	7,80	7,93
Coût de deshorage tardif [FF]	22,63	27,65	34,91
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,07	2,09	2,11
Distance moyenne par usager [Km]	12,48	12,60	12,72
Nombre d'arcs utilisés par individu	20,85	21,51	21,70
Indice de congestion [%]	75,76	82,09	92,99

Nous observons que pour des valeurs croissantes de  $\lambda$ , il y a une augmentation de la congestion, des arrivées tardives et des composantes du coût de déplacement. En fait, lorsque le poids accordé à l'historique, c'est-à-dire aux jours précédents, devient trop faible, le système ne parvient pas à atteindre un état stationnaire satisfaisant. Tout se passe comme si les usagers revoyaient constamment leurs choix sans pouvoir se fixer une heure de départ et un itinéraire. Ce phénomène est facilement interprétable pour le cas de deux routes identiques en parallèle A et B : le premier jour, la route A est utilisée en majorité, en conséquence on recommande la route B pour le second jour, qui se retrouve, à son tour congestionnée. Si on oublie, à ce niveau, l'histoire de la route A, on risque de recommander la route A au troisième jour et cette situation peut osciller sans cesse. Cette oscillation sera d'autant plus forte que le

système est congestionné. Ce n'est qu'en attachant une valeur plus importante à l'historique que le système peut, progressivement, utiliser les deux routes de manière uniforme. On serait tenté de choisir une valeur du paramètre  $\lambda$  extrêmement faible pour atteindre un état très stationnaire. Toutefois, cela se solderait par un grand nombre d'itérations et des temps de calcul inacceptables : il y a un compromis entre la précision et la rapidité de calcul de l'état stationnaire.

5.2.E Variation du paramètre  $\kappa$ Tableau 18 : Variation de la capacité des routes ( $\kappa$ )

Valeur du paramètre $\kappa$	0,6	0,7	0,9
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>23,95</b>	<b>21,31</b>	<b>18,30</b>
Temps de trajet à vide [min]	11,30	11,04	10,74
Temps d'attente [min]	12,65	10,27	7,56
Délai d'arrivée précoce [min]	11,76	10,31	8,90
Délai d'arrivée tardif [min]	11,99	9,66	7,07
Vitesse moyenne [Km/h]	32,62	35,81	40,52
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	69,14	69,13	69,04
Part des arrivées précoces [%]	38,86	38,23	38,00
Part des arrivées à l'heure [%]	37,19	40,96	46,00
Part des arrivées tardives [%]	23,95	20,81	16,00
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>42,15</b>	<b>35,80</b>	<b>28,99</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	14,13	13,80	13,43
Coût du temps d'attente [FF]	15,81	12,84	9,45
Coût moyen de deshorage [FF]	12,21	9,16	6,12
Coût de deshorage précoce [FF]	9,80	8,59	7,42
Coût de deshorage tardif [FF]	34,97	28,18	20,62
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,16	2,11	2,05
Distance moyenne par usager [Km]	13,02	12,72	12,36
Nombre d'arcs utilisés par individu	22,27	21,54	20,77
Indice de congestion [%]	11,85	93,06	70,39

Comme nous l'avons expliqué précédemment, nous avons introduit deux types de fonction de congestion. La première concerne les routes descriptives des intersections (de longueur inférieure à 50 mètres) et la seconde concerne les routes de circulation. Après plusieurs expériences, nous avons observé que seule la variation de la capacité des routes de circulation, en dehors des embranchements peut avoir une réelle influence. Le paramètre  $\kappa$  indique le niveau de restriction uniforme des capacités des routes pour un ajustement global du réseau de façon à reproduire la situation réelle de la circulation dans la zone étudiée. Comme on peut l'observer, plus la capacité des routes est faible et plus le temps de trajet moyen est élevé. De même lorsque la congestion augmente, les usagers arrivent plus tôt ou plus tard ; Ce qui explique l'augmentation des délais des arrivées précoces et tardives.



Afin de vérifier la cohérence du modèle sous-jacent à METROPOLIS, nous pouvons vérifier que la relation  $k_1 t_1(t) = k_2 t_2(t)$  est toujours vraie.  $k_1$  et  $k_2$  représentent respectivement les niveaux de restriction des capacités des routes dans le premier et le second scénario.  $t_1(t)$  et  $t_2(t)$  représentent respectivement les temps d'attente du premier et du second scénario. Par conséquent le temps moyen passé dans les files d'attente dans le second scénario se calcule comme suit :  $t_2(t) = [k_1 t_1(t)] / k_2$ . Dans le premier scénario où  $k_1 = 0,6$ , le temps d'attente moyen  $t_1(t)$  vaut *12,65 minutes*. En augmentant la capacité des routes on s'attend à ce que le temps d'attente diminue. En effet, lorsque  $k_2$  vaut *0,7*, le temps passé dans la file d'attente calculé à partir de la relation précédente vaut  $[0,6 \times 12,65] / 0,7 = 10,84$  *minutes* ce qui est proche du résultat du scénario 2 où le temps d'attente vaut *10,27 minutes*. De même lorsque la capacité vaut *0,9*, le temps d'attente calculé à partir de la formule précédente vaut  $[0,6 \times 12,65] / 0,9 = 7,584$  *minutes* ce qui est comparable au résultat du scénario 3 où le temps d'attente vaut *7,56 minutes*.

## 6. Scénario de référence

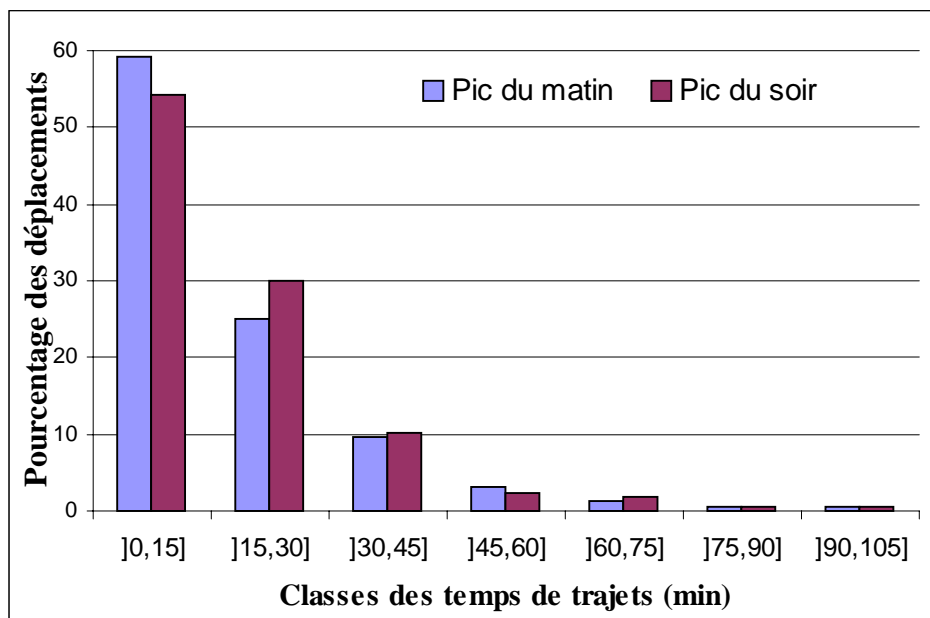
Les tests développés dans la section précédente permettent également de déterminer un scénario de référence. Nous entendons par un scénario de référence le choix de valeurs des paramètres dynamiques et des paramètres de l'offre de sorte que la simulation reproduise des valeurs comparables à celles observées. Pour ce faire, nous avons utilisé les données statistiques de l'EGT 1990 et les valeurs des indicateurs calculés à partir des résultats de la DREIF sur ce réseau. Nous déterminons, dans la première sous-section, les valeurs des paramètres prises en compte dans le scénario et les principaux indicateurs dynamiques calculés à partir des résultats de simulation de ce scénario de référence. Dans la seconde sous-section, nous comparons les résultats de METROPOLIS aux résultats de l'affectation de la DREIF pour l'ensemble du réseau et pour chaque type de route. Nous analysons en détails les résultats du scénario (ou de la simulation) de référence dans la troisième sous-section.

### 6.1. Choix du scénario de référence

Nous adoptons dans cette sous-section, une démarche d'ajustement qualitatif basée sur des données statiques agrégées brutes et sur les données d'affectation de la DREIF. Selon les données de l'enquête EGT 1990, le temps de trajet moyen, entre 7h00 et 9h00 et de 17,86 minutes, pour un total de déplacements de 1 088 000 de grande couronne à grande couronne. Il est légèrement plus élevé pour les déplacements du soir, entre 17h00 et 19h00, où il est égal à 18,40 minutes pour un total de déplacements de 1 297 000 de grande couronne à grande couronne. Dans ces statistiques, sont comptabilisés également les boucles de déplacements et le covoiturage.

Le graphique 4, ci-dessous, représente la répartition des déplacements par classes de temps de trajets pour les déplacements de grande couronne à grande couronne le matin (7h00 – 9h00) et le soir (17h00 – 19h00).

Le temps de trajet moyen obtenu à partir des résultats d'affectation de la DREIF est égal à 18,15 minutes. En observant, les résultats des tests effectués plus haut, nous observons que les valeurs des indicateurs du scénario 3 du tableau 14 (où la valeur du paramètre  $k$  est égale à 0,9) sont très proches des résultats de l'affectation de la DREIF. Par conséquent, nous avons retenu les valeurs des paramètres décrites dans le tableau 19.



**Figure 6 : répartition des déplacements par classe de temps de trajets**

Comme nous l'avons indiqué, les temps de trajet moyens pour les déplacements en grande couronne, calculé à partir des données de l'EGT 1990, pendant le pic du matin et le pic du soir sont respectivement du 18,86 min et 17,40 minutes. Le résultat du scénario de référence indique un temps de trajet moyen de 18,30 minutes ce qui assez proche des données de l'EGT 1990.

**Tableau 19 : Valeurs des paramètres du scénario de référence**

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$\lambda$	$\kappa$ [véh./h]	Fonction de congestion
75	50	175	10	3,5	0,05	0,9	Goulot

Les résultats des indicateurs du scénario de référence sont présentés dans le tableau 20. Dans ce dernier, on représente les principaux indicateurs dynamiques. Dans ce scénario, le temps

de trajet moyen est de 18,30 minutes et une vitesse moyenne de circulation d'environ 40 Km/h.

**Tableau 20 : résultats du scénario de référence**

<b>Modèle de simulation</b>	<b>METROPOLIS</b>
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>18,30</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,74
Temps d'attente [min]	7,56
Délai d'arrivée précoce [min]	8,90
Délai d'arrivée tardive [min]	7,07
Vitesse moyenne [Km/h]	40,52
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	69,04
Part des arrivées précoces [%]	38,00
Part des arrivées à l'heure [%]	46,00
Part des arrivées tardives [%]	16,00
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>28,99</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,43
Coût du temps d'attente [FF]	9,45
Coût moyen de deshorage [FF]	6,12
Coût de deshorage précoce [FF]	7,42
Coût de deshorage tardif [FF]	20,62
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,05
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	12,36
Nombre d'arcs utilisés par usager	20,77
Indice de congestion [%]	70,39

## **6.2. Comparaisons avec les simulations statiques**

Pour notre analyse de comparaison des simulations dynamiques aux simulations statiques, nous disposons que des résultats de l'affectation de la DREIF. Grâce à ces données, nous avons calculer les principaux indicateurs statiques pour le réseau de Nord-Ouest et qui ont été exposés dans le tableau 4.

Avant de faire cette comparaison, nous rappelons brièvement les étapes conduisant au choix des valeurs des paramètres utilisées dans le calibrage qualitatif du scénario de référence (tableau 19). Après adaptation des fonctions de congestions (section 5), nous avons essayé,

avant tout test de scénario, de garder les mêmes valeurs des paramètres dynamiques comportementaux que celles utilisées lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF. Nous avons ensuite modifié la valeur du paramètre d'hétérogénéité  $\mu$  pour des raisons qui ont été invoquées dans la section (6.1). Par la suite, nous avons effectué quelques tests de simulations dans le but d'analyser la cohérence des résultats de METROPOLIS dans le cas du réseau de la DREIF. Finalement, lors du choix final du scénario de référence, nous nous sommes fixé deux contraintes :

- 1) Le temps de trajet moyen calculé à partir des résultats de METROPOLIS doit être proche du temps trajet moyen des déplacements, en grande banlieue, calculé à partir des données statistiques de l'EGT 1991.
- 2) Le temps de trajet moyen issu des résultats de METROPOLIS doit être proche de celui calculé à partir des résultats de l'affectation de la DREIF.

**Tableau 21 : comparaison aux résultats de la DREIF, indicateurs pour l'ensemble du réseau**

Modèle de simulation	DREIF	METROPOLIS	Différence [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>18,17</b>	<b>18,30</b>	<b>0,71</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,90	10,74	1,46
Temps d'attente [min]	7,27	7,56	3,98
Délai d'arrivée précoce [min]	NC <sup>5</sup>	8,90	NC
Délai d'arrivée tardive [min]	NC	7,07	NC
Vitesse moyenne [Km/h]	43,00	40,52	5,77
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	71,00	69,04	2,76
Part des arrivées précoces [%]	NC	38,00	NC
Part des arrivées à l'heure [%]	NC	46,00	NC
Part des arrivées tardives [%]	NC	16,00	NC
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>22,71</b>	<b>28,99</b>	<b>27,65</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	13,63	13,43	1,47
Coût du temps d'attente [FF]	9,08	9,45	4,07
Coût moyen de deshorage [FF]	NC	6,12	NC
Coût de deshorage précoce [FF]	NC	7,42	NC
Coût de deshorage tardif [FF]	NC	20,62	NC
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,14	2,05	4,20
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	12,89	12,36	4,11
Nombre d'arcs utilisés par individu	20,87	20,77	0,50
Indice de congestion [%]	66,70	70,39	5,53

<sup>5</sup> NC : valeur Non Connue.

Nous présentons dans la suite de cette section deux types de comparaisons. La première reprend uniquement des valeurs des indicateurs pour l'ensemble du réseau (tableau 21) et la seconde, qui est plus détaillée, reprend les résultats des indicateurs pour chaque type de route selon la définition de la DREIF (tableau 22).

Le tableau 21 présente les valeurs des indicateurs statiques et dynamiques calculés à partir des résultats de simulation de METROPOLIS et les résultats d'affectation de la DREIF. La dernière colonne de ce tableau représente la différence en pourcentage entre les résultats d'affectation de la DREIF et les résultats de simulation du scénario de référence. Cette différence est très faible. La différence entre les coûts totaux est due à la prise en compte du coût de deshorage dans l'outil de simulation METROPOLIS. En effet, si on ne tient pas compte du coût de deshorage, la différence entre les valeurs des coûts est de l'ordre de 0,7%.

Cependant, même si la différence entre les différentes valeurs calculables est très faible, il faut noter que le coût de deshorage représente 39,30 % du coût variable (coût dû au temps d'attente plus le coût le deshorage). Ce rapport varie selon la politique étudiée comme nous le verrons plus loin. Ce qui est impossible à analyser par l'intermédiaire d'un modèle statique.

**Tableau 22 : comparaisons aux résultats de la DREIF, indicateurs par type de route**

	<i>Autoroutes</i>	<i>Autres voies rapides</i>	<i>Routes nationales</i>	<i>Voirie secondaire</i>	<i>Connecteurs</i>	TOTAL
Temps de trajet [min]	2,70	0,08	4,31	9,77	1,27	<b>18,17</b>
	3,35	0,07	4,01	9,47	1,22	<b>18,12</b>
Temps de trajet à vide [min]	2,27	0,07	2,52	4,77	1,27	<b>10,90</b>
	1,78	0,07	2,55	4,95	1,22	<b>10,57</b>
Temps d'attente [min]	0,43	0,01	1,79	5,00	0,00	<b>7,27</b>
	1,57	0,00	1,46	4,52	0,00	<b>7,55</b>
Volume des déplacements [millions de Véh.Km]	0,74	0,02	0,47	0,75	0,16	<b>2,14</b>
	0,59	0,02	0,48	0,79	0,15	<b>2,03</b>
Distance parcourue par usager [Véh.Km]	4,46	0,14	2,83	4,52	0,95	<b>12,89</b>
	3,53	0,13	2,88	4,76	0,92	<b>12,22</b>
Vitesse moyenne par usager [Km/h]	99	96	39	28	45	<b>43</b>
	63	113	43	30	45	<b>41</b>
Vitesse maximale par usager [Km/h]	118	110	67	57	45	<b>71</b>
	119	113	67	58	45	<b>69</b>
Nombre d'arcs traversés par usager	6,04	0,28	5,55	7,55	1,45	<b>20,87</b>
	5,31	0,29	5,88	7,38	1,45	<b>20,31</b>
Congestion [%]	18,94	14,28	41,53	104,82	0,00	<b>66,70</b>
	88,20	0,00	57,25	91	0,00	<b>71,43</b>

Le tableau 22, ci-dessus, présente les valeurs des indicateurs calculées à partir des résultats de l'affectation de la DREIF (indiquées dans les cases grisées) et des résultats de simulation de METROPOLIS (les cases non grisées). En observant la troisième colonne du tableau 21 et la

dernière colonne du tableau 22, une légère différence apparaît dans les valeurs des indicateurs de METROPOLIS. C'est, par exemple, le cas du temps de trajet moyen qui est égale à 18,30 minutes dans le tableau 21 et à 18,12 minutes dans le tableau 22. Dans ce dernier tableau, les valeurs des indicateurs pour METROPOLIS sont calculées, uniquement, à partir des résultats de la dernière itération de la simulation de référence. Alors que les valeurs présentées dans le tableau 21 sont calculées à partir de la moyenne des 10 dernières itérations sachant que le nombre d'itérations est d'environ 250. Comme nous le verrons dans la section (8), les résultats de METROPOLIS convergent vers des valeurs constantes avant les 100 premières itérations. En effet, les résultats de simulations ne correspondent pas à la vraie valeur mais convergent vers cette valeur (voir de Palma, 1998).

De ces deux derniers tableaux, nous observons que pour l'ensemble du réseau, les temps de trajet total ou à vide sont plus faibles dans le cas de METROPOLIS. Cependant, si nous observons les valeurs des indicateurs par type de route, il ressort que METROPOLIS surestime le temps d'attente sur les autoroutes (1,57 minutes) et le sous-estime dans le cas des routes nationales (1,46 minutes) et des voiries secondaires (4,52 minutes). Ces différences en temps d'attente sur chaque type de route expliquent le niveau de congestion plus élevé sur les autoroutes (88,20% pour METROPOLIS contre 18,94% pour la DREIF).

Nous observons également que la différence en terme de distance parcourue par chaque usager provient essentiellement de la sous-estimation de la distance parcourue moyenne sur les autoroutes. En effet, elle représente environ une différence de 26,35% en comparaison à la distance moyenne calculée à partir des résultats de l'affectation de la DREIF. Cette différence en terme de distance moyenne, sur les autoroutes, explique également le nombre d'arcs peu élevé dans le cas de METROPOLIS (5,31 arcs) en comparaison aux résultats de la DREIF (6,04 arcs).

Pour conclure, les résultats de la simulation de METROPOLIS restent assez proche de celles de la DREIF qu'il s'agisse de l'ensemble du réseau ou de chaque type de route.

### **6.3. Analyse du scénario de référence**

La figure 6 représente la distribution des temps de trajet par tranche d'horaire de 15 minutes. Les résultats de METROPOLIS sous-estiment le nombre d'usagers ayant un temps de trajet inférieur ou égale à une heure et surestiment le nombre d'usagers pour les autres classes de temps de trajet. Cependant, il faut noter que les données de l'EGT 1990 correspondent à des données des pics de deux heures d'une part et d'autre part qu'elle concerne l'ensemble des déplacements en grande couronne de l'Ile-de-France et pas uniquement la grande couronne Nord-Ouest de l'Ile-de-France.

Dans le scénario de référence, nous avons supposé que les heures d'arrivées désirées des usagers étaient distribuées uniformément sur une période d'une heure autour d'une moyenne égale à 08h00. Nous observons (à partir de la figure 8) que le pic du matin atteint son maximum à 07h50. Les temps de trajets sont plus élevés autour de cette heure et plus faible ailleurs. Nous étudierons la variation du support de la distribution des heures d'arrivées désirées dans la sous-section (8.1).

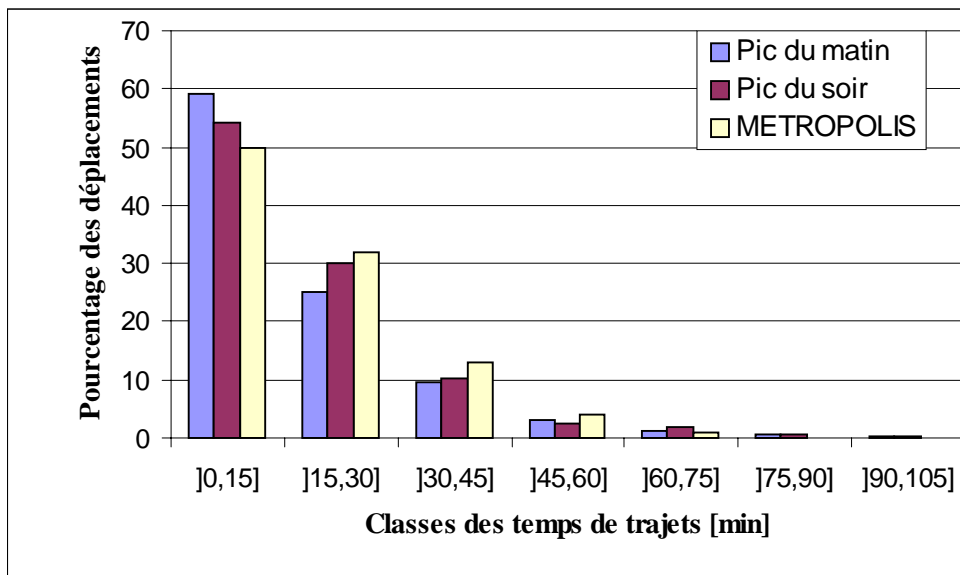


Figure 7 : comparaison de la répartition des temps de trajet par classe

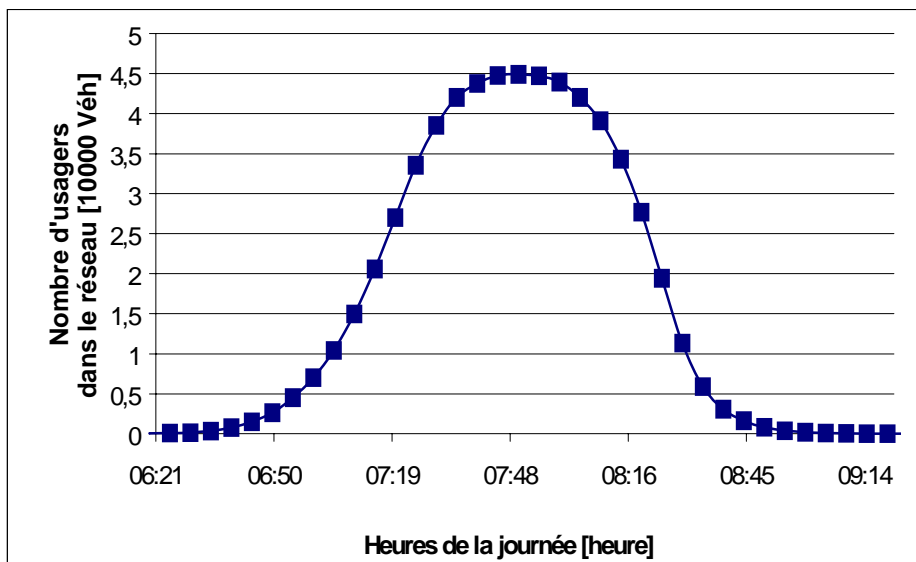


Figure 8 : distribution du nombre d'usagers dans le réseau

L'équilibre dynamique du système est atteint lorsque aucun usager ne peut modifier son heure de départ et / ou sa route dans le but de diminuer strictement son coût de déplacement (voir de Palma et Marchal, 1996). Cependant, il n'existe pas de formulation mathématique d'un tel équilibre dynamique du réseau. Dans la version actuelle de METROPOLIS, nous nous référons à un état de régime stationnaire (expérimental) du système. Dans METROPOLIS, le processus d'ajustement (ou d'apprentissage) de jour en jour permet la convergence du système vers un état stationnaire. L'objectif, dans cette section, est de vérifier la convergence des principaux indicateurs vers cet état stationnaire à l'aide de tests économétriques.

## 7. Stationnarité des simulations

Nous appliquons les tests économétriques de stationnarité aux principaux indicateurs de simulations effectuées sur le réseau de la DREIF : temps de trajet, coût total et critère de convergence. Le but réside dans l'analyse du comportement de ces séries à l'issue de  $T$  itérations. Dans le cas où ces séries seraient stationnaires nous pourrions valider la convergence de l'outil.

Nous présentons dans un premier temps la notion de stationnarité ainsi que les principaux tests économétriques. Dans un deuxième temps, nous appliquons ces tests aux résultats des simulations du scénario de référence.

### 7.1. Les processus stationnaires

#### 7.1.A Notion de stationnarité

Soit la variable  $X_t$  indicée par le temps ( $0 \leq t \leq T$ ). Si  $X_t$  est un processus stationnaire, il présente les propriétés suivantes :

1. la moyenne des  $X_t$  est indépendante des dates<sup>6</sup> :  

$$E(X_t) = m, \forall t \in T.$$
2. la variance des  $X_t$  est finie et indépendante des dates :  

$$\text{Var}(X_t) \leq \infty, \forall t \in T.$$
3. les covariances sont indépendantes des dates  $t$  :  

$$\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \Gamma(h), \forall h \in T \text{ et } \forall t \in T.$$

On parle de "reproductibilité" des processus stationnaires, en effet les variables  $X_t$  et  $X_{t+h}$  présentent des caractéristiques communes en terme de moyenne et de variance. Notons de plus que les processus stationnaires ont la propriété d'oublier le passé :

$$\lim_{h \rightarrow +\infty} \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = 0$$

Cette propriété signifie qu'il existe une certaine indépendance entre les variables  $X_t$  et  $X_{t+h}$  lorsque  $h$  est suffisamment grand. Elle correspond à la notion de mémoire courte d'un processus stationnaire par opposition à la notion de persistance, caractéristique des processus non stationnaires.

<sup>6</sup>  $E(X_t)$  est l'espérance mathématique de la variable  $X_t$ .



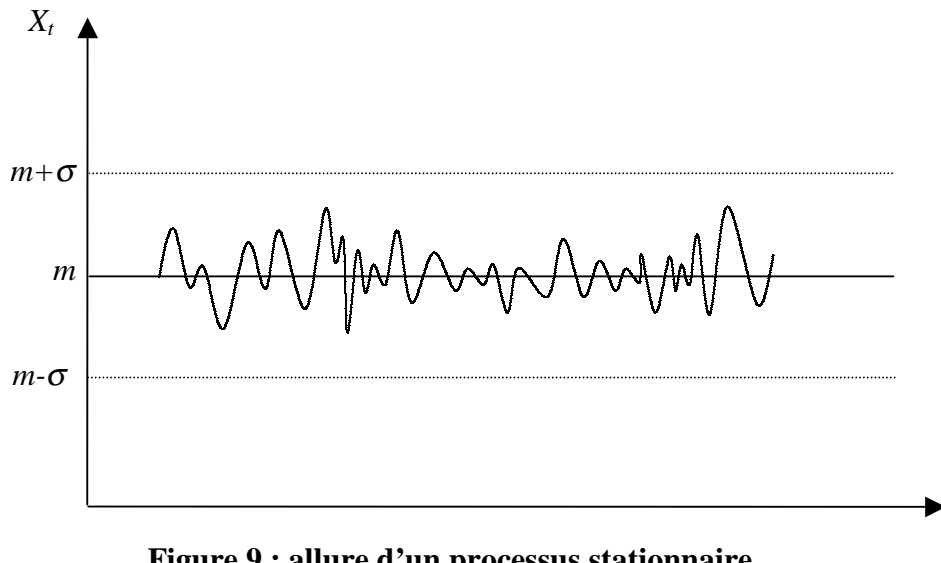


Figure 9 : allure d'un processus stationnaire

Afin de présenter les tests de stationnarité, nous introduisons la notion de bruit blanc. Soit  $\varepsilon_t$  un bruit blanc, tels que :

1. la moyenne des  $\varepsilon_t$  est nulle et indépendante des dates :

$$E(\varepsilon_t) = 0, \forall t \in T,$$

2. la variance est indépendante de  $t$  :

$$\text{Var}(X_t) \leq \infty, \forall t \in T.$$

3. les covariances sont nulles et indépendantes des dates  $t$  et  $t'$  :

$$\text{Cov}(X_t, X_{t'}) = 0, \forall t' \in T, \forall t \in T \text{ et } t \neq t'.$$

Soit l'écriture suivante de  $X_t$ :

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

avec  $\varepsilon_t$  un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ .

- Dans le cas où  $\rho = 1$ , on dit que l'on a une **racine unitaire** où :

$$\text{Var}(X_t) = t \text{Var}(\varepsilon_t) = t \sigma^2$$

Lorsque  $t$  tend vers l'infini, la variance de  $X_t$  tend vers l'infini. Dans ce cas,  $X_t$  n'est pas un processus stationnaire.

- Dans le cas où  $\rho > 1$ , on a un processus explosif

- Dans le cas où  $\rho < 1$ , on a un processus stationnaire

### 7.1.B Tests de stationnarité

Le premier test de stationnarité est le test de Dickey-Füller (Dickey et Fuller, 1979 et 1981). On suppose le processus générateur de données suivant :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

avec  $\varepsilon_t$  un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ .

On cherche à reconnaître la présence d'une racine unitaire. A cette fin, on met en œuvre la régression suivante :

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Il est d'usage d'effectuer la régression (avec  $\Delta$  l'opérateur de différence première):

$$\Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

pour tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \{\phi=0\}$  contre l'hypothèse alternative  $H_a : \{\phi < 0\}$ . Le rejet de l'hypothèse nulle conduit à conclure que le processus est non stationnaire.

La statistique utilisée est la statistique du  $t$  de student de l'estimateur des Moindres Carrés Ordinaires de  $\phi$  :  $t_{\hat{\phi}_{MCO}}$  avec  $\hat{\phi}_{MCO}$  l'estimation de  $\phi$  par MCO et  $\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_{MCO}}$  l'écart-type estimé de  $\hat{\phi}_{MCO}$  :

$$t_{\hat{\phi}_{MCO}} = \frac{\hat{\phi}_{MCO}}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_{MCO}}} = \frac{\sum_{t=2, \dots, T} X_{t-1} \Delta X_t}{\hat{\sigma}^2 \sqrt{\sum_{t=1, \dots, T} X_{t-1}^2}}$$

Une fois cette statistique calculée, on utilise la table des valeurs critiques de Dickey-Füller. Le tableau 23 suivant indique certaines de ces valeurs :

**Tableau 23 : Valeurs critiques du test de Dickey-Fuller  
(Sans constante ni tendance)**

Taille de l'échantillon	Seuil critique		
	1%	5%	10%
50	-2,66	-1,95	-1,60
100	-2,60	-1,95	-1,61
250	-2,58	-1,95	-1,62

On rejette l'hypothèse nulle (c'est à dire que l'on accepte que le processus soit stationnaire) dans le cas où la statistique calculée  $t_{\hat{\phi}_{MCO}}$  serait inférieure à la valeur donnée dans la table. La probabilité de se tromper est égale au seuil critique.

Par exemple si dans un échantillon de 100 données, on a  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -2,4$ , on rejette la stationnarité pour un risque de se tromper égal à 1% et on accepte pour un risque de se tromper égal à 5%.

Cependant, les résultats précédents utilisent de manière essentielle la propriété de non-corrélation du processus  $\Delta X_t$ . Ils peuvent être étendus au cas où cette propriété n'est pas vérifiée à condition de modifier l'équation (1) pour évaluer les statistiques de test. On effectue alors les tests de Dickey-Füller augmentés.

Plus précisément, on introduit dans (1) des termes retardés de  $\Delta X_t$  afin de corriger l'autocorrélation des résidus. L'équation (1) devient :

$$\Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{p=1}^p \Delta X_{t-p} + \varepsilon_t$$

L'ordre  $p$  est choisi de façon à ce que les résidus  $\varepsilon_t$  soient des bruits blancs. L'acceptation ou le refus de l'hypothèse de non-corrélation est fondée sur le test du portemanteau (Dickey et Pantula, 1987).

On compare ensuite les valeurs de la statistique  $t_{\hat{\phi}_{MCO}}$  aux valeurs critiques présentées dans les tables des tests de Dickey-Füller augmentés.

On peut aussi tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \{\phi=0\}$  en considérant des régressions avec constante et/ou tendance. L'équation (1) devient

$$\Delta X_t = \mu + (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{p=1}^p \Delta X_{t-p} + \varepsilon_t, \text{ avec constante,} \quad (2)$$

$$\Delta X_t = \mu + \tau t + (\rho - 1)X_{t-1} + \sum_{p=1}^p \Delta X_{t-p} + \varepsilon_t, \text{ avec constante et tendance.} \quad (3)$$

Il faut dans chacun de ces cas se reporter à de nouvelles tables de Dickey-Füller.

### 7.1.C Procédure d'analyse

Dans la plupart des cas, on ne connaît pas le processus générateur de données. C'est à dire que l'on ne sait pas s'il existe une partie déterministe (constante et/ou tendance). Dans ce cas, on effectue la régression (3) et l'on teste la présence d'une racine unitaire selon la procédure séquentielle suivante :

Test de Dickey-Füller de :  $H_0 : \{\phi=0\}$  dans l'équation (3)

1. Si rejet de  $H_0$  : on a un processus **stationnaire** autour d'une tendance.
2. Si pas de rejet de  $H_0$  : test de significativité classique de  $\tau$  ;  $H_{0,1} : \{\tau=0\}$  dans l'équation (3)
  - 1.2.1. Si pas de rejet de  $H_{0,1}$  : test de significativité classique de  $\phi$  :  $H_{0,2} : \{\phi=0\}$  dans l'équation (3)
  - 1.2.2. Si rejet de  $H_{0,1}$  : test de DF :  $H_{0,3} : \{\phi=0\}$  dans l'équation (2)
    - a. Si rejet de  $H_{0,3}$  : la série est stationnaire. On teste la significativité classique de  $\mu$  :  $H_{0,4} : \{\mu=0\}$  dans l'équation (2)
    - b. Si pas de rejet de  $H_{0,3}$  : test de significativité de  $\mu$  (avec une table Dickey-Füller) :  $H_{0,5} : \{\mu=0\}$  dans l'équation (2)
      - b.1. Si rejet de  $H_{0,5}$  : Test de significativité classique de  $\phi$  :  $H_{0,6} : \{\phi=0\}$  dans l'équation (2)
      - b.2. Si pas de rejet de  $H_{0,5}$  : Test ADF:  $H_{0,6} : \{\phi=0\}$  dans l'équation (1)

## 7.2. Résultats sur la simulation de référence

Dans cette sous-section, nous avons appliqué les tests économétriques de stationnarité aux résultats issus de simulation de METROPOLIS. Plus précisément, nous avons testé la stationnarité du temps de trajet, du coût total et du critère de convergence STAC correspondant aux données de simulation du scénario de référence décrit précédemment. Nous avons effectué à cet effet une simulation de 250 itérations. Chaque itération correspond aux résultats d'affectation d'une journée. Dans le reste de cette sous-section, chaque itération (ou journée) est indiquée par l'indice  $t$ .

### 7.2.A Temps de trajet

Afin de savoir si nous devons utiliser les tables de Dickey-Füller ou Dickey-Füller augmenté, il est nécessaire de savoir si le temps de trajet différencié présente de l'autocorrélation. Le test du portemanteau indique qu'il n'est pas nécessaire d'introduire des retards du temps de trajet différencié dans l'équation (1).

Les tests de Dickey-Füller sur la variable de temps de trajet indique une stationnarité autour d'une constante sur l'ensemble de l'échantillon. Avec  $tt_t$  le temps de trajet à la date  $t$ , on a :

$$\Delta tt_t = \mu + \phi tt_{t-1} + \varepsilon_t,$$

avec<sup>7</sup>  $\hat{\mu} = 2,48^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -4,65$ , soit une stationnarité à 1%. Le temps de trajet en différence première est donné sur la figure 10. La stationnarité autour d'une constante est validée dès les 82 premières données. En effet, dans l'équation :

$$\Delta tt_t = \mu + \phi tt_{t-1} + \varepsilon_t.$$

On obtient pour  $t = 1$  à 82,  $\hat{\mu} = 2,76^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -2,63$ , soit une stationnarité à 1%.

Nous estimons dans un deuxième temps la constante vers laquelle converge le temps de trajet. Pour se faire nous utilisons les 172 dernières données (de la données 82 à 250). Nous obtenons  $\bar{tt} = 19,43$ .

Les itérations autour de cette constante correspondent à un bruit blanc de moyenne nulle et de variance égale à 0,14. Le coefficient de variation du temps de trajet autour de cette constante est de 138,78 ce qui représente une faible variation relative.

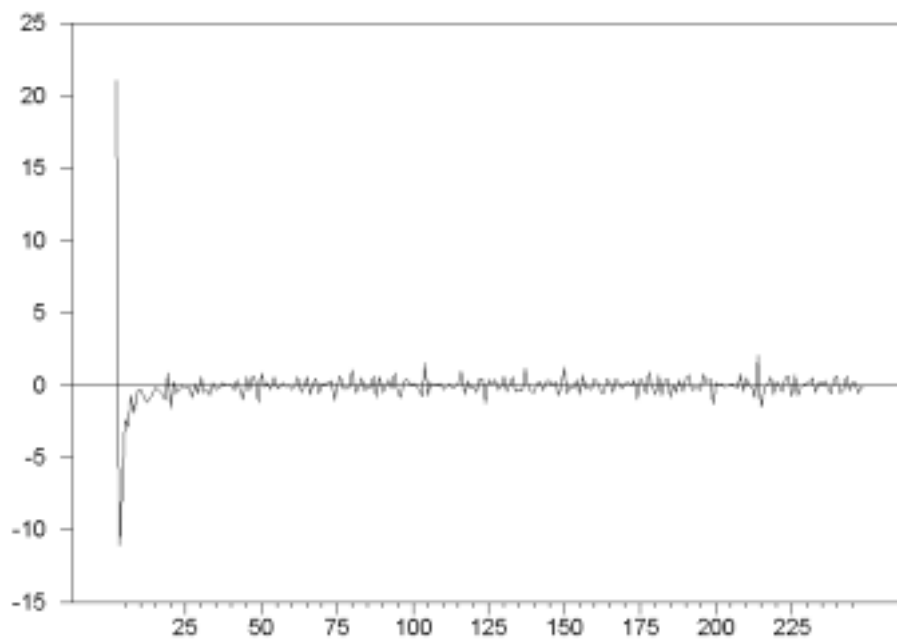


Figure 10 : différence première du temps de trajet

<sup>7</sup> L'exposant \*\* indique un seuil de significativité du paramètre supérieure à 1%.

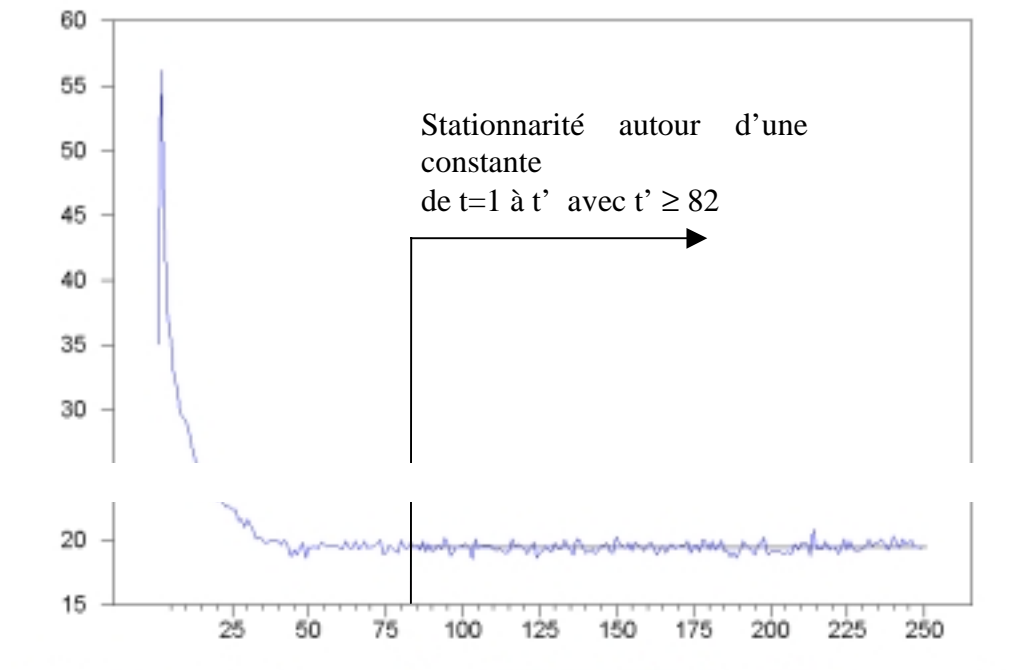


Figure 11 : temps de trajet et constante de convergence

### 7.2.B Coût

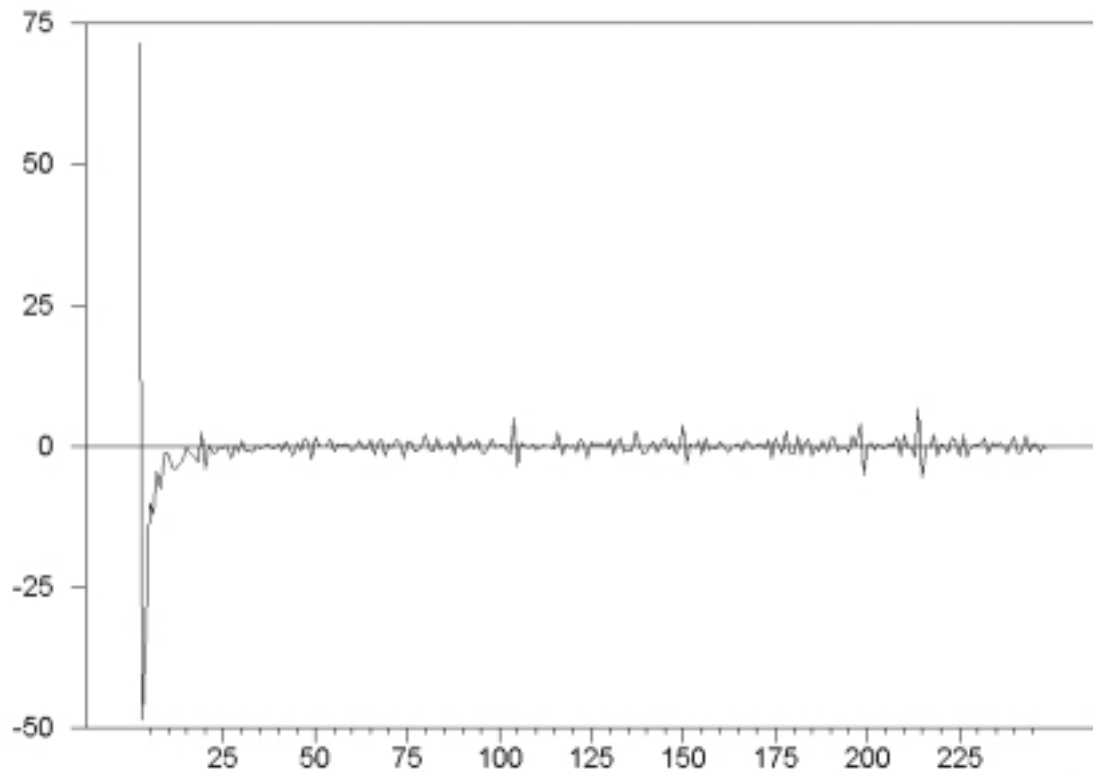
Nous pouvons tester la stationnarité à partir de l'équation (1) (d'après le test du portemanteau). Sur l'ensemble de l'échantillon, les tests de Dickey-Füller sur la variable de coût indique une stationnarité autour d'une tendance.

Soit dans l'équation :

$$\Delta C_t = \mu + \phi C_{t-1} + \varepsilon_t,$$

on a  $\hat{\mu} = 4,58^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -5,51$ . Soit une stationnarité à 1%.

La figure 12 suivante représente la série de coût en différence première, on pouvait anticiper une stationnarité rapide de la série.



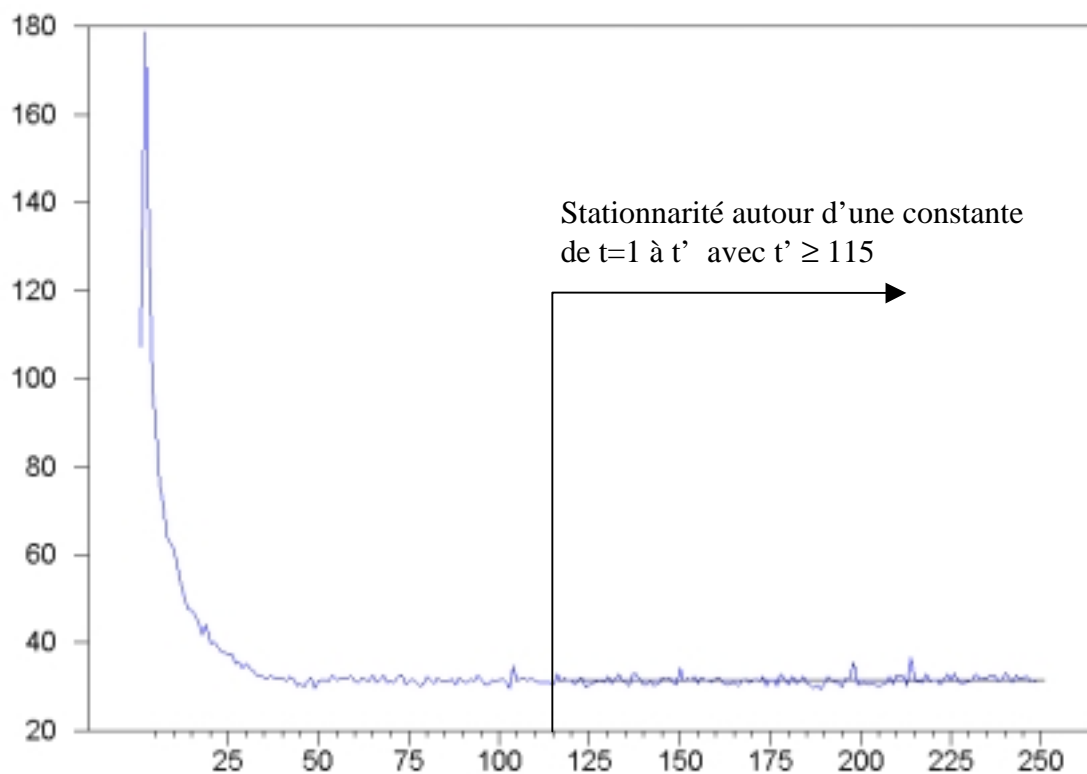
**Figure 12 : différence première du coût**

La stationnarité autour d'une constante est validée dès les 115 premières données. En effet, dans l'équation :

$$\Delta t t_t = \mu + \phi t t_{t-1} + \varepsilon_t .$$

On obtient pour  $t = 1$  à 115,  $\hat{\mu} = 4,83^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -3,69$ , soit une stationnarité à 1%.

Nous estimons dans un deuxième temps la constante vers laquelle converge le coût. Pour ce faire nous utilisons les 135 dernières données (de la donnée 115 à la 250). Nous obtenons  $\overline{\text{Coût}} = 31,43$ .



**Figure 13 : coût et constante de convergence**

Les variations autour de la constante ont une moyenne nulle et une variance égale à 1,06. Le coefficient de variation du coût (29,65) est beaucoup plus faible que celui du temps de trajet et du STAC, cependant la valeur reste élevée est nous pouvons en déduire une faible variation relative.

Les principaux tests de stationnarité et la procédure d'analyse ont permis de déterminer pour chaque série une stationnarité autour d'une constante. Nous avons constaté que sur l'ensemble des données (250 points) les 3 séries sont stationnaires. Il suffit de moins d'une centaine de données pour trouver une stationnarité autour d'une constante pour les séries de temps de trajet et de coût.

Le comportement très variable sur les premières données entraîne une stationnarité autour d'une tendance pour le STAC. Cependant, nous avons constaté que le retrait des premiers points permettait de retourner vers une stationnarité autour d'une constante (série STAC).

Pour chaque série les fluctuations autour de la constante présente des propriétés statistiques intéressantes : normalité, moyenne nulle et faible écart-type.

Nous avons vu que la notion de stationnarité utilisée dans le cadre des résultats de simulation (temps de trajet, STAC et coût) peut être interprétée en terme de convergence de l'outil. En effet, nous pouvons conclure qu'à partir d'un certain nombre d'itérations (variable mais



inférieur à 100) les résultats de simulation sont stationnaires et par conséquent que l'outil a convergé.

### 7.2.C Critère STAC

Le critère STAC (*Space-Time Agregate Criterion*) permet de vérifier la convergence des résultats de simulations. Ce critère prend en compte les changements de jour en jour des temps de trajet :

$$STAC_{\omega} = \sum_{i=1}^L \frac{\int_T \frac{|tt_{i,\omega}^H(t) - tt_{i,\omega}^S(t)|}{tt_{i,\omega}^H(t)} \rho_{i,\omega}(t) dt}{\int_T \rho_{i,\omega}(t) dt} \quad (4)$$

avec :

$tt_{i,\omega}^H(t)$  et  $tt_{i,\omega}^S(t)$  : les valeurs **H**istoriques et **S**imulées du temps de trajet au jour  $\omega$  sur l'arc  $i$  à la période  $t$ ,

$L$  : le nombre d'arcs sur le réseau,

$T$  : la période simulée,

$\rho_{i,\omega}(t) = \frac{|tt_{i,\omega}^H(t) - tt_i^0|}{tt_i^0}$  : l'importance relative de la congestion, et

$tt_i^0$  : le temps de trajet à vide sur l'arc  $i$ .

Sous certaines conditions (de Palma et Marchal, 1998), le critère STAC tend vers 0 lorsque le nombre d'itérations (de jours simulés) est très grand.

Nous cherchons à savoir, dans cette section, si le STAC est stationnaire autour d'une constante ou d'une tendance. La convergence du simulateur n'étant validée que si la stationnarité du STAC est autour d'une constante et non d'une tendance.

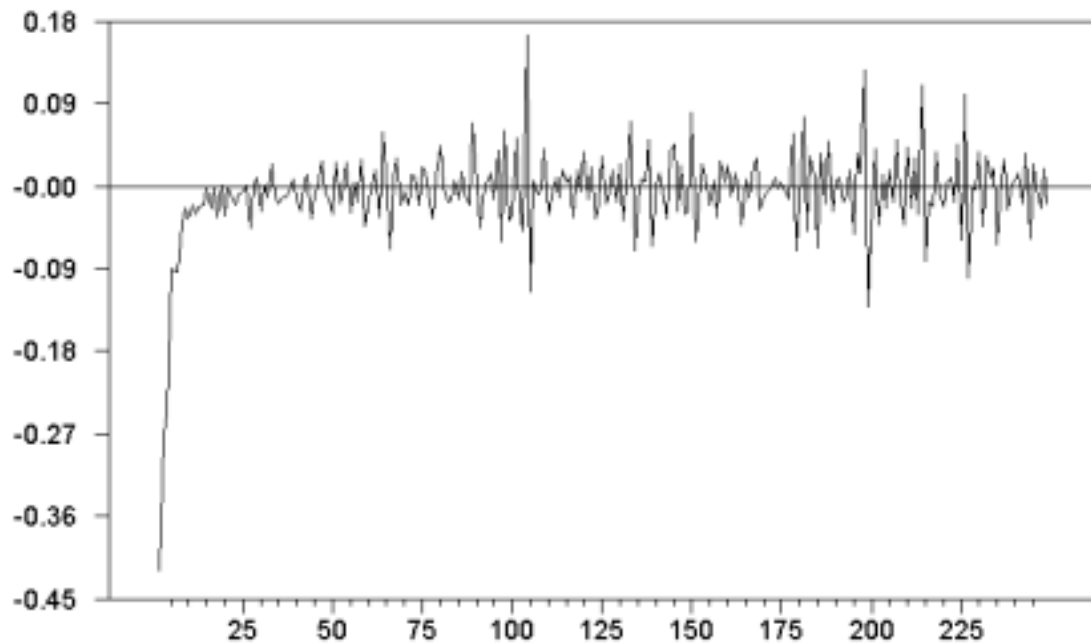
Le test du portemanteau indique que nous pouvons tester la stationnarité à partir de l'équation (4). Sur l'ensemble de l'échantillon, les tests de Dickey-Füller sur la variable STAC indique une stationnarité autour d'une tendance.

Soit dans l'équation :

$$\Delta STAC_t = \mu + \sigma t + \phi t STAC_{t-1} + \varepsilon_t,$$

on a  $\hat{\mu} = 0,12^{**}$ ,  $\hat{\sigma} = 0,0001^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -15,93$ , soit une stationnarité à 1%.

La série différenciée du STAC est représentée sur la figure 14.



**Figure 14 : différence première du STAC**

La stationnarité autour d'une tendance est validée dès les 50 premières données. En effet, dans l'équation :

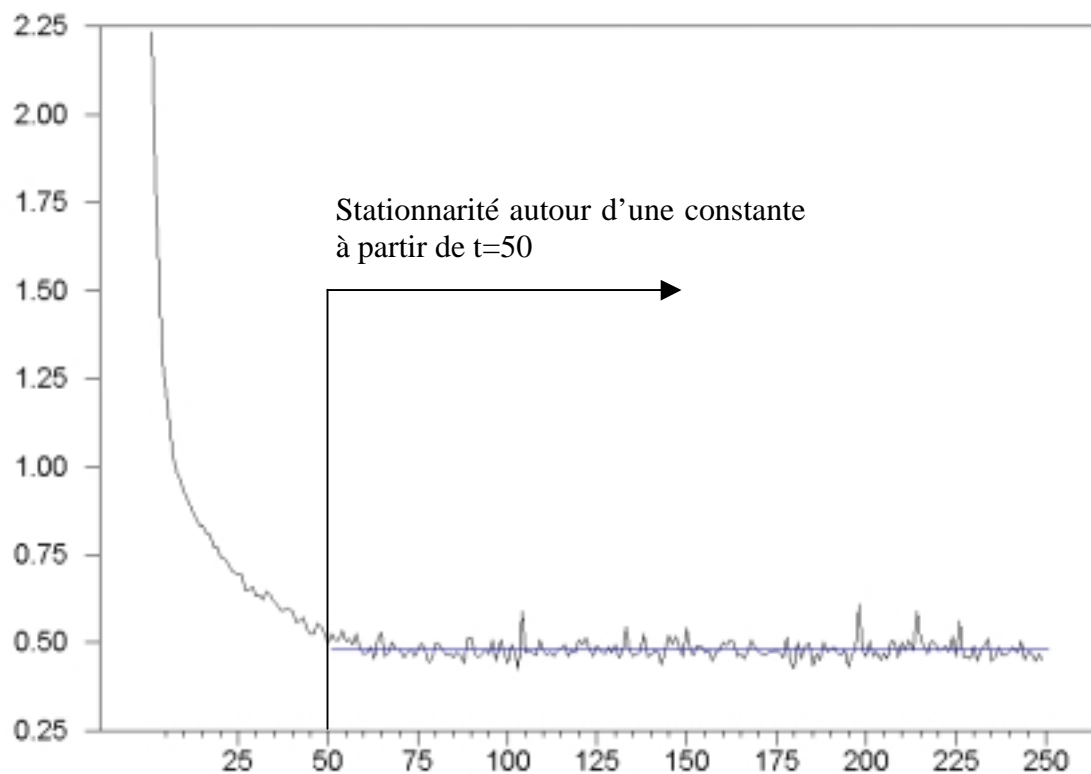
$$\Delta STAC_t = \mu + \sigma t + \phi_t STAC_{t-1} + \varepsilon_t .$$

On obtient pour  $t = 1$  à 50,  $\hat{\mu} = 0,27$ ,  $\hat{\sigma} = 0,002^{**}$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -25,28$ , soit une stationnarité à 1%.

Il n'existe pas d'échantillon minimal depuis  $t = 1$  permettant d'obtenir une stationnarité autour d'une constante. Cependant, on peut chercher le rang de la première itération qui assurera la stationnarité autour d'une constante sur l'ensemble du reste de la série. On trouve qu'à partir de la 50<sup>ième</sup> donnée (sur les 200 derniers points) le STAC est stationnaire autour d'une constante. L'équation devient :

$$\Delta t t_t = \mu + \phi t t_{t-1} + \varepsilon_t .$$

On obtient pour  $t = 50$  à 200,  $\hat{\mu} = 0,489$  et  $t_{\hat{\phi}_{MCO}} = -14,24$ , soit une stationnarité à 1%. Sur les 200 dernières observations nous estimons la constante vers laquelle converge le STAC. Nous obtenons  $\overline{STAC} = 0,481$ .



**Figure 15 : STAC et constante de convergence**

Le bruit blanc autour de cette constante à une moyenne nulle et une variance égale à 0,0007. Le coefficient de variation du STAC est élevé (687,14) sa variation relative est faible.

## 8. Tests de scénarios

Dans cette section nous étudions deux politiques. La première concerne la flexibilité des heures d'arrivées désirées des usagers à travers la variation du support de la distribution uniforme de ces horaires. La seconde concerne l'analyse des effets de la variation de la demande sur les conditions du trafic.

### 8.1. Flexibilité des horaires de travail

Dans le scénario de référence, nous avons supposé que les heures d'arrivées étaient distribuées uniformément sur une période d'une heure. Dans cette sous-section, nous analysons les effets de la flexibilité des heures d'arrivées désirées des usagers en faisant varier le support de la distribution d'une demi-heure à deux heures par tranche d'une demi-heure. Nous avons ainsi quatre scénarios à étudier dont les résultats sont présentés dans le tableau 24.

Lorsque le support de la distribution uniforme des heures d'arrivées désirées augmente, le temps de trajet diminue ce qui explique une diminution du niveau de congestion. Ce niveau devient peu significatif (18,14%) lorsque le support de la distribution est égal à deux heures. Cette situation correspond à un temps de trajet très faible (11,82 min) en comparissant au temps de trajet à vide (10

min). Dans le même sens, une plus grande flexibilité des horaires diminue les délais d'arrivées précoces et tardives et une diminution des parts des arrivées précoces et tardives.

En comparant, le scénario 2 et le scénario 3, nous observons que le délai d'arrivée précoce varie de 46,51% et le délai d'arrivée tardive varie de 50,77%. Alors que la distance moyenne parcourue et le nombre moyen d'arcs traversés varient faiblement. Ils diminuent respectivement d'environ de 4% et de 5%. Cette situation se traduit par une plus grande préférence des usagers à modifier leur heure de départ plutôt que leur choix d'itinéraire.

**Tableau 24 : scénarios de flexibilité des horaires**

Valeur du support de la distribution [min]	30	60	90	120
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>23,12</b>	<b>18,30</b>	<b>14,20</b>	<b>11,82</b>
Temps de trajet à vide [min]	11,39	10,74	10,29	10,00
Temps d'attente [min]	11,73	7,56	3,91	1,82
Délai d'arrivée précoce [min]	14,03	8,90	6,06	4,76
Délai d'arrivée tardive [min]	10,44	7,07	4,89	3,48
Vitesse moyenne [Km/h]	33,63	40,52	50,43	59,36
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	68,27	69,04	69,59	70,17
Part des arrivées précoces [%]	41,31	38,00	34,85	31,45
Part des arrivées à l'heure [%]	33,57	46,00	53,09	58,36
Part des arrivées tardives [%]	25,12	16,00	12,06	10,19
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>41,39</b>	<b>30,00</b>	<b>21,24</b>	<b>17,07</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	14,24	13,43	12,86	12,50
Coût du temps d'attente [FF]	14,66	9,45	4,89	2,28
Coût moyen de deshorage [FF]	12,49	7,13	3,49	2,30
Coût de deshorage précoce [FF]	11,69	7,42	5,05	3,97
Coût de deshorage tardif [FF]	30,45	20,62	14,26	10,15
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	2,15	2,05	1,98	1,94
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	12,96	12,36	11,94	11,69
Nombre d'arcs utilisés par individu	21,42	20,77	20,18	19,95
Indice de congestion [%]	103,00	70,39	38,06	18,14

Dans ces tests de politiques, nous observons que les parts du coût de deshorage varie d'une politique à une autre. Dans le premier scénario où le niveau de congestion est très élevé, le coût de deshorage représente 46 % du coût variable total. Ce rapport entre le coût de deshorage et le coût variable n'est pas constant est dépend uniquement de la politique choisie. Par exemple dans le cas du deuxième et troisième scénario, le coût de deshorage représente respectivement 43 % et 41,64 % du coût variable total. Alors que dans le quatrième scénario où le niveau de congestion est faible, le coût de deshorage représente environ la moitié du coût variable total.

La figure 16 présente, la distribution du nombre d'usagers dans le réseau pour chaque scénario<sup>8</sup>. D'après ce scénario, nous observons que le pic du matin atteint son maximum à 07:50. Par ailleurs, nous remarquons que le nombre total d'usagers sur le réseau pour chaque scénario ne représente plus les mêmes caractéristiques. En effet, dans le cas du premier et du second scénario, le temps de trajet est plus élevé autour de 07 :50 et plus faible ailleurs alors qu'il est constant dans le cas du troisième et quatrième scénario.

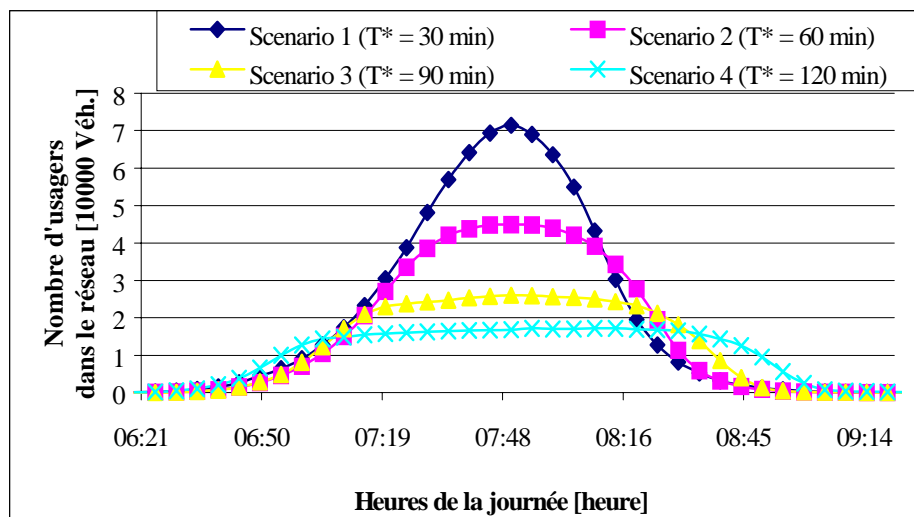


Figure 16 : distribution du nombre d'usagers dans le réseau

## 8.2. Variation de la demande totale

Afin d'étudier les effets d'externalité dans un réseau de transport, nous avons modifié la demande de façon uniforme. Nous avons ainsi fait évoluer la demande des déplacements de 10% à chaque étape. Dans le premier scénario, nous avons supposé que la demande représente uniquement 70% de la demande réelle qui est de 165 893 usagers. Ainsi pour ce premier scénario, nous avons une demande de 116125 usagers (70% x 165 893). Le nombre d'individus pris en compte dans chaque scénario est représenté dans la troisième ligne du tableau 25.

### 8.2.A Analyse des résultats des scénarios

A partir du tableau 25, nous observons que lorsque la demande augmente, le temps de trajet moyen augmente à cause de la hausse du temps d'attente. En effet, le temps de trajet à vide reste presque constant. Il varie de 10,23 minutes dans le premier scénario à 12,14 minutes dans le dernier scénario soit une hausse de 18,67 %. Quant au temps d'attente, il varie de façon beaucoup plus sensible où il passe de 3,39 minutes à 23,92 minutes soit une hausse de 600%.

<sup>8</sup> T\* représente la valeur du support de la distribution des heures d'arrivées des usagers.

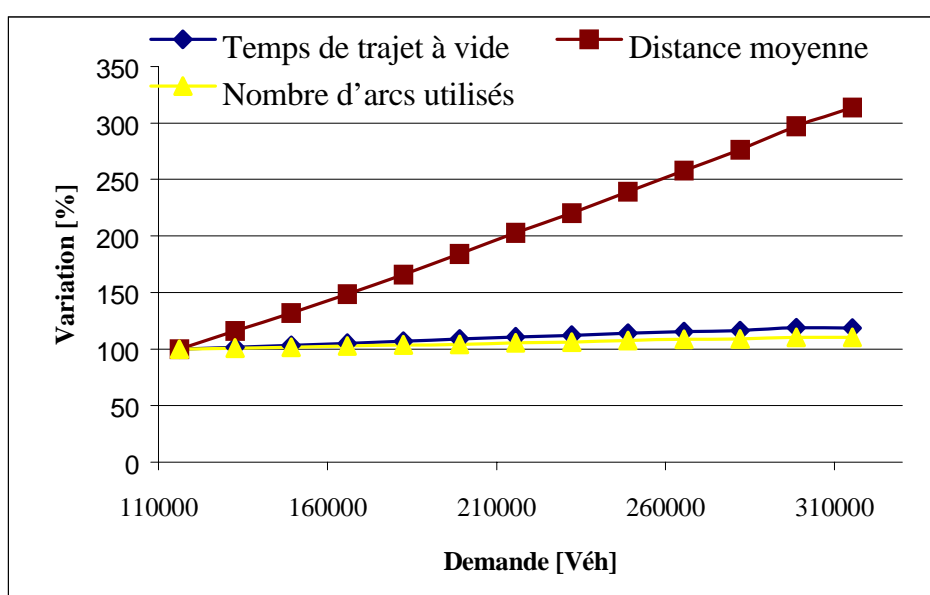
Tableau 25 : analyse de la variation de la demande

Scénario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Facteur de la demande	0,70	0,80	0,90	1,00	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90
Demande [Véh]	116125	132714	149304	165893	182482	199072	215661	232250	248840	265429	282018	298607	315197
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>13,62</b>	<b>14,79</b>	<b>16,39</b>	<b>18,30</b>	<b>20,38</b>	<b>22,37</b>	<b>24,56</b>	<b>26,37</b>	<b>28,07</b>	<b>30,22</b>	<b>32,18</b>	<b>34,83</b>	<b>36,06</b>
Temps de trajet à vide [min]	10,23	10,41	10,56	10,74	10,94	11,15	11,35	11,47	11,66	11,80	11,90	12,17	12,14
Temps d'attente [min]	3,39	4,38	5,83	7,56	9,44	11,22	13,21	14,90	16,41	18,42	20,28	22,66	23,92
Délai d'arrivée précoce [min]	5,89	6,83	7,83	8,90	9,77	11,32	12,59	14,08	15,48	16,96	18,53	20,24	22,05
Délai d'arrivée tardive [min]	4,21	5,30	5,78	7,07	7,98	9,53	11,35	12,35	13,65	15,04	16,19	18,94	19,89
Vitesse moyenne [Km/h]	36,65	39,13	40,16	40,52	40,64	41,07	41,23	41,70	42,52	42,61	42,82	42,57	43,43
Vitesse maximale moyenne [Km/h]	48,79	55,59	62,33	69,04	75,71	82,39	89,22	95,86	102,36	109,12	115,80	121,85	129,00
Part des arrivées précoces [%]	34,22	36,46	37,52	38,00	37,69	38,96	38,72	39,74	40,85	41,04	41,42	41,10	42,75
Part des arrivées à l'heure [%]	53,58	50,61	48,52	46,00	43,55	40,84	38,59	35,69	33,42	31,63	29,98	27,57	26,55
Part des arrivées tardives [%]	12,20	12,93	13,96	16,00	18,76	20,20	22,69	24,57	25,73	27,33	28,60	31,33	30,70

Tableau 25 (suite) : analyse de la variation de la demande

Scénario	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Coût total [FF]</b>	<b>19,89</b>	<b>22,59</b>	<b>25,30</b>	<b>29,00</b>	<b>32,93</b>	<b>37,28</b>	<b>42,30</b>	<b>46,50</b>	<b>50,60</b>	<b>55,60</b>	<b>60,14</b>	<b>67,77</b>	<b>70,76</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	12,79	13,01	13,20	13,43	13,68	13,94	14,19	14,34	14,58	14,75	14,88	15,21	15,18
Coût du temps d'attente [FF]	4,24	5,48	7,29	9,45	11,80	14,03	16,51	18,63	20,51	23,03	25,35	28,33	29,90
Coût de deshorage [FF]	2,87	4,10	4,81	6,13	7,46	9,32	11,60	13,54	15,51	17,83	19,92	24,23	25,69
Coût de deshorage / coût variable [%]	40,37	42,80	39,75	39,35	38,73	39,91	41,27	42,09	43,06	43,64	44,00	46,10	46,21
Coût de deshorage / coût moyen total [%]	14,43	18,15	19,01	21,14	22,65	25,00	27,42	29,12	30,65	32,07	33,12	35,75	36,31
Coût de deshorage précoce [FF]	4,91	5,69	6,53	7,42	8,14	9,43	10,49	11,73	12,90	14,13	15,44	16,87	18,38
Coût de deshorage tardif [FF]	12,28	15,46	16,86	20,62	23,28	27,80	33,10	36,02	39,81	43,87	47,22	55,24	58,01
Volume total des déplacements [millions de Véh. Km]	1,38	1,60	1,82	2,05	2,29	2,54	2,80	3,04	3,30	3,56	3,81	4,10	4,33
Distance moyenne par usager [Km]	8,32	9,64	10,97	12,36	13,80	15,31	16,88	18,33	19,89	21,46	22,97	24,71	26,10
Nombre d'arcs utilisés par individu	20,25	20,41	20,56	20,77	21,02	21,09	21,39	21,49	21,81	22,04	22,11	22,39	22,35
Indice de congestion [%]	30,61	42,00	55,14	70,39	86,39	100,57	116,30	129,83	140,67	156,15	170,45	187,52	197,71

Cette variation s'explique par la hausse du nombre d'individus dans les files d'attente. Par contre la hausse du temps de trajet à vide s'explique par la modification des itinéraires des usagers. En effet, lorsque le temps de trajet sur l'itinéraire habituel augmente, les conducteurs choisissent d'autres itinéraires plus longs en terme de distance. Ceci est d'autant plus vrai puisque la distance moyenne parcourue par les usagers ainsi que le nombre d'arcs traversés ont eux aussi augmenté. La figure 17 représente les évolutions du temps de trajet à vide, du parcours moyen et du nombre d'arcs utilisés par rapport au premier scénario. Nous observons également sur la figure 17 que le nombre moyen d'arcs utilisés reste presque constant. Ceci s'explique par le fait que les usagers sont obligés à utiliser le même nombre d'arcs mais de longueurs plus grandes.



**Figure 17 : comparaison des évolutions du temps de trajet, de la distance moyenne parcourue et du nombre d'arcs utilisés.**

Le coût moyen connaît également des augmentations passant ainsi de 19,89 FF dans le premier scénario à un coût de 70,76 FF dans le dernier scénario soit une hausse d'environ de 255%. Contrairement au modèle statique où la hausse du coût moyen est proportionnelle à la hausse du temps de trajet moyen, l'évolution du coût moyen est plus faible que celle du temps de trajet moyen. En effet, lorsque le temps de trajet augmente, les usagers peuvent modifier leur heures de départ de façon à éviter la congestion mais à arriver soit en avance soit en retard.

Avant d'analyser la variation du coût moyen dans le modèle dynamique, rappelons que ce coût, noté dans les graphiques ci-dessus CT, se segmente en trois composantes :

1. le coût dû au temps de trajet à vide, noté CTT0,
2. le coût dû au temps passé dans les files d'attente, noté CTA, et
3. le coût de deshorage, noté CD.



La figure 18 représente les types de coûts du modèle dynamique ainsi que le coût total. Puisque, le temps de trajet à vide reste presque constant, le coût dû à ce temps de trajet reste également presque constant. En fait l'effet de la variation du coût total provient essentiellement du coût relatif au temps passé dans la file d'attente et du coût de deshorage précoce et tardif. Cependant, cette hausse du coût total est atténuée par la hausse plus accentuée du coût de deshorage.

La seconde caractéristique concerne le taux d'évolution des deux coûts (CTA et CD). Dans le premier scénario, la différence des deux coûts est de l'ordre de 2 FF. Cette différence devient égale à environ 5 FF pour les scénarios 6, 7, 8 et 9 et 6 FF dans le scénario 10. Ce phénomène s'explique par le fait que lorsque la congestion est faible, ces deux coûts (CD et CTA) sont presque nuls puis augmentent avec la hausse du niveau de la congestion. Lorsque la congestion devient très élevée, les usagers révisent leurs décisions en modifiant leurs heures de départ de manière à subir moins de congestion et plus de délai précoce ou tardif à la destination.

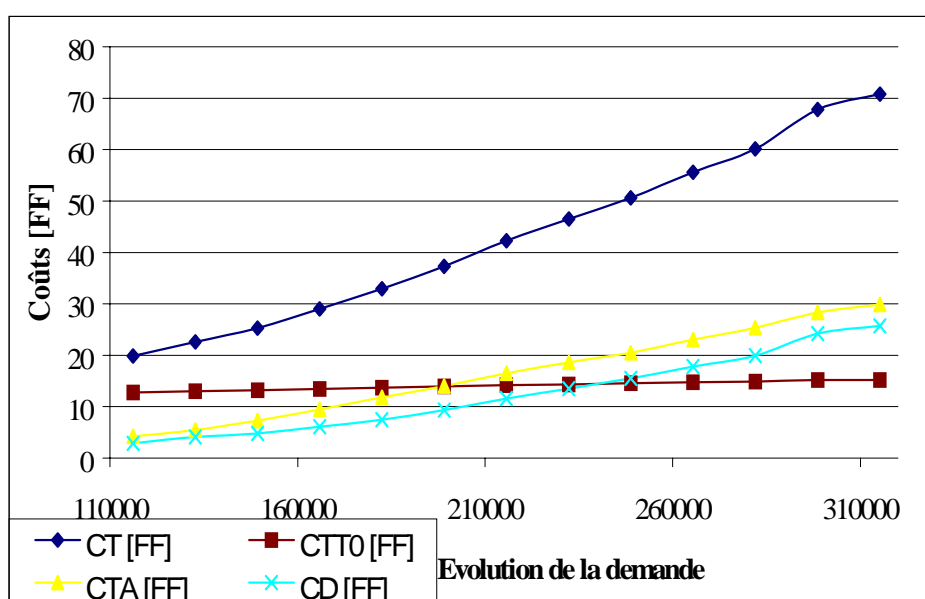


Figure 18 : évolution des composantes du coût total en fonction de la demande.

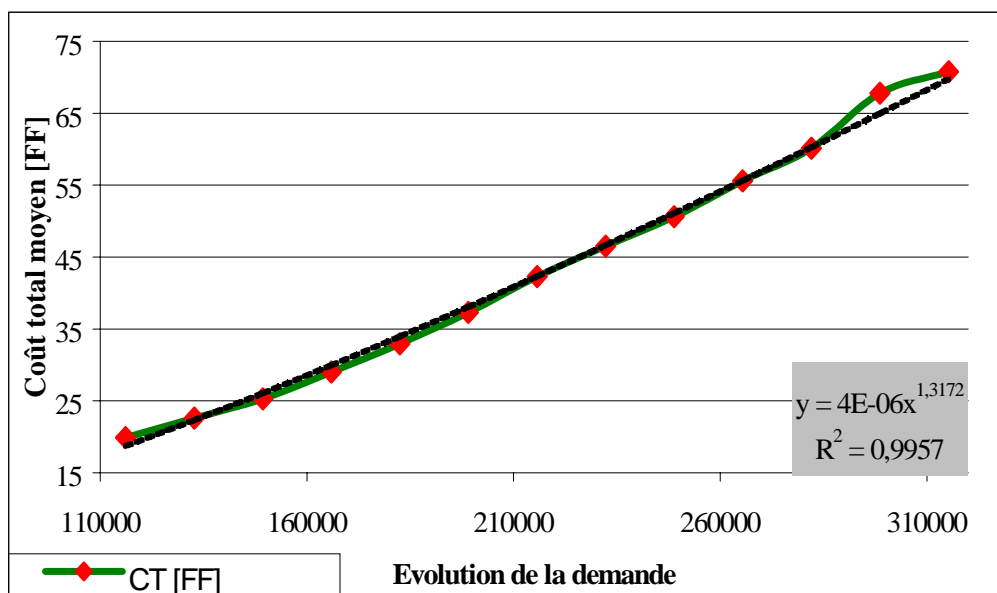
### 8.2.B Effets d'externalités de réseau

Les effets de coûts de congestion varient d'un réseau à un autre. L'effet d'externalité peut être analysé à partir de l'évolution de la demande et du coût total engendré dans chaque cas. L'externalité dans un réseau de transport est le coût que fait subir un usager supplémentaire dans le réseau aux autres usagers du réseau. Nous avons estimé la relation entre le coût total, noté  $CT(N)$ , et la demande du réseau,  $N$ , par une fonction puissance de type :

$$CT(N) = a \times N^\varepsilon,$$

où  $a$  et  $\varepsilon$  représentent des constantes à estimer.

Le graphique 19 représente l'évolution du coût total par usager en fonction de la demande et la relation liant le coût total à la demande.



**Figure 19 : évolution du coût moyen en fonction de la demande**

La relation obtenue s'écrit sous la forme suivante :

$$CT(N) = 4 \times 10^{-6} \times N^{1,3172}.$$

L'externalité,  $E(N)$ , engendrée par un nouvel usager se calcule comme suit :

$$E(N) = \varepsilon \times a \times N^\varepsilon = \varepsilon \times CT(N) = 1,3172 \times CT(N).$$

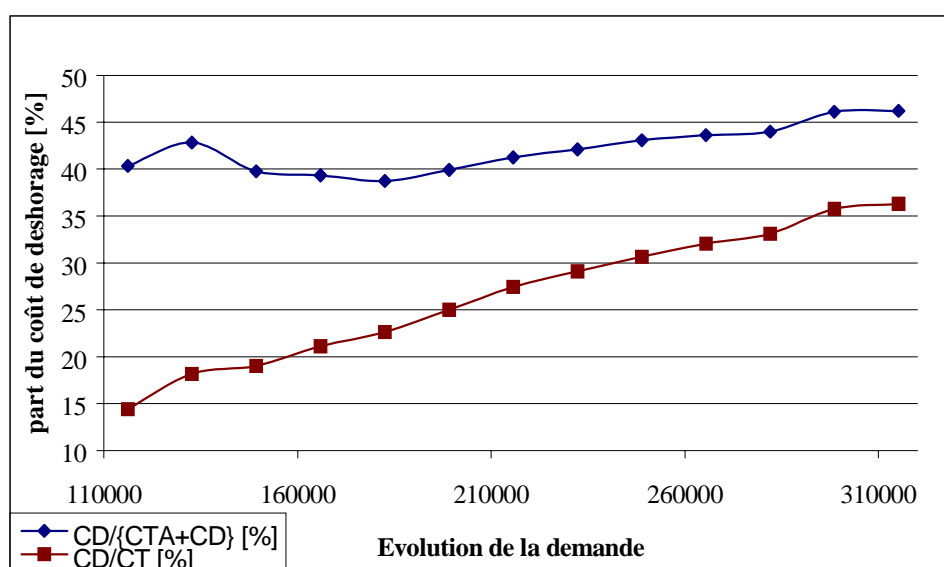
Le tableau 26 représente la valeur de l'externalité en fonction de la demande. Lorsque la demande est égale à 165893 usagers, ce qui est le cas dans la situation de référence, l'externalité vaut 38,20 FF pour un coût total de 29,00 FF. Rappelons que lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF, nous avons obtenu dans la situation de référence, une externalité de l'ordre de 40,18 FF ce qui est proche de l'estimation actuelle.

**Tableau 26 : évolution des externalités**

Demande	Coût total [FF]	Valeur de l'externalité [FF]	Demande	Coût total [FF]	Valeur de l'externalité [FF]
116125	19,89	26,20	232250	46,5	61,25
132714	22,59	29,76	248840	50,6	66,65
149304	25,3	33,33	265429	55,6	73,24
<b>165893</b>	<b>29</b>	<b>38,20</b>	282018	60,14	79,22
182482	32,93	43,38	298607	67,77	89,27
199072	37,28	49,11	315197	70,76	93,21
215661	42,3	55,72			

### 8.2.C Analyse du coût de deshorage

Lors de l'analyse des résultats des simulations, nous avons observé que le coût de deshorage représente, presque dans toutes les simulations, environ 40% du coût variable. Rappelons que le coût variable se compose du coût dû au temps d'attente et du coût de deshorage. La figure 20 ci-dessous représente la part du coût de deshorage dans le coût variable pour la courbe du haut et la part du même coût dans le coût total. A partir de cette observation, il est possible de supposer que le coût de deshorage représente dans tous les scénarios environ 40% du coût variable. On se restreint ainsi à n'utiliser que les résultats d'affectation auxquels on ajoute une part de 40% pour estimer la valeur du coût de deshorage.



**Figure 20 : part du coût de deshorage dans le coût variable et le coût total**

Par ailleurs, même avec un tel raisonnement, il demeure impossible d'estimer les parts et les délais d'arrivées précoces et tardives. Comme il reste impossible d'identifier de façon précise le type de politique à appliquer afin de diminuer le niveau de la congestion, par exemple, comme c'est le cas de la flexibilité des horaires d'arrivées désirées.

La part du coût de deshorage dans le coût variable ou le coût total dépend également du type du réseau étudié. Le graphique 21 ci-dessous représente la part du coût de deshorage dans le coût variable et le coût total. Ces résultats sont issus des simulations du réseau de l'IAURIF. Cette variation du part du coût de deshorage est analysée en fonction de l'évolution de la demande. Dans le cas des simulations du réseau de la DREIF, lorsque la demande augmente, on observe que la part du coût de deshorage dans le coût total augmente alors que la part du coût de deshorage dans le coût variable reste constante.

Dans le cas de résultats de simulations de l'IAURIF, lorsque la demande augmente, la part du coût de deshorage dans le coût total augmente. Par ailleurs, la part du coût de deshorage dans le coût variable diminue. Dans ce dernier cas, l'effet du coût d'attente est plus important en comparaison aux résultats de simulations de réseau de la DREIF.

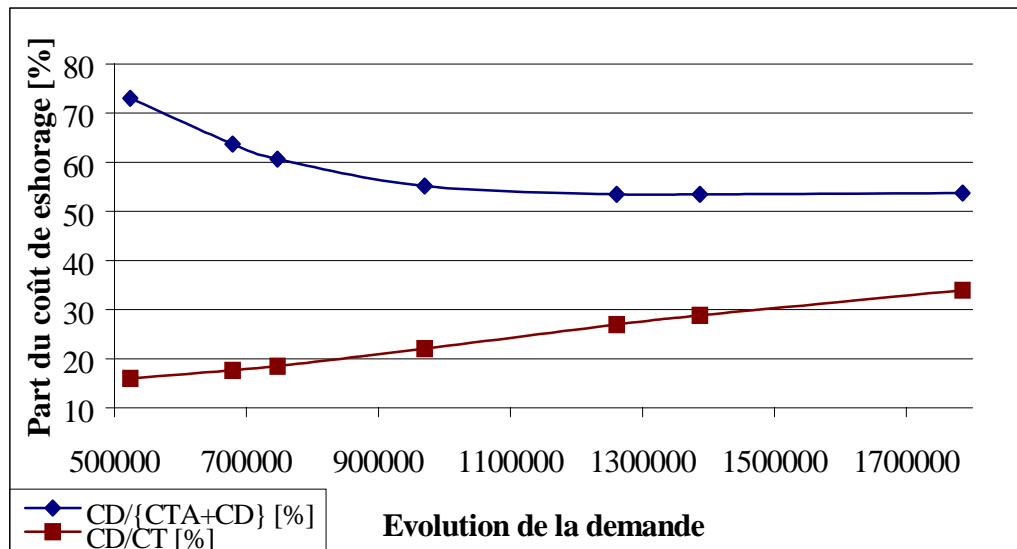


Figure 21 : part du coût de deshorage dans le coût variable et le coût total (Résultats IAURIF)

## 9. Conclusions et recommandations

Au cours de la première année du projet QUATUOR, nous avons étudié les possibilités d'adaptation de l'outil de simulation METROPOLIS au réseau de l'IAURIF. Les résultats de ce travail ont fait l'objet d'une partie du rapport de l'année 1. L'adaptation de METROPOLIS à ce réseau n'a pas soulevé de difficultés qualitatives nouvelles et les résultats obtenus sont comparables à ceux issus de l'affectation de l'IAURIF et aux données d'affectation statiques du trafic. Néanmoins, dans le cas du réseau de la DREIF, un aménagement des lois de congestion a été nécessaire pour tenir, au moins, compte de manière approximative du phénomène de remontée de queue.

Une des activités du projet QUATUOR au cours de la seconde année est consacrée à l'adaptation de METROPOLIS au réseau de la DREIF. Contrairement, au premier réseau, celui-ci est plus dense en terme du nombre d'arcs et du nombre de zones par Km<sup>2</sup> comme il a été expliqué dans la section 2.1 de cette partie. Dans le réseau de l'IAURIF, les branchements ne sont caractérisés que par des pénalités de virage alors que dans le réseau de la DREIF les branchements sont plus détaillés et chaque virage est représenté par un arc spécifique.

En l'absence de la modélisation de remontée de queue dans la version actuelle de METROPOLIS, différentes difficultés d'ajustement qualitatif sont apparues. En effet, certains véhicules sont entraînés dans des cycles sur les petits arcs disposés en triangle. Cette disposition est essentiellement une conséquence à de représentation désagrégée des embranchements dans le réseau de la DREIF. Les indicateurs de performances agrégés montrent que pour un temps de trajet moyen de 18 minutes, les usagers utilisaient en moyenne 59 arcs. Par contre, les indicateurs calculés à partir des résultats de la DREIF montraient que le temps de trajet est de l'ordre de 18 minutes et que les conducteurs utilisaient en moyenne 20 arcs. Ce phénomène provient du fait que les files d'attente dans METROPOLIS n'ont pas de capacité maximale. Afin de mettre en évidence que ces anomalies résultent bien de la modélisation inexacte de la congestion, nous avons appliqué une fonction spécifique aux liens dont la longueur est inférieure à 50 mètres. Cette fonction volume – délai impose un temps d'attente supplémentaire lorsque le taux d'occupation du lien est supérieur au seuil du bouchon. Le délai représente une approximation du délai supplémentaire induit par le blocage complet d'une route. Les résultats de simulation montrent que ce phénomène de cycles a complètement disparu suite à cet aménagement.

Afin de tester le comportement de METROPOLIS dans le cadre d'un petit réseau désagrégé, nous avons effectué un ensemble de tests. Pour ces derniers, nous avons fait varier les valeurs des paramètres comportementaux de la demande et de l'offre. Les résultats attendus sont dans l'ensemble satisfaisants (voir tableaux 21 et 22). Ces tests nous ont également permis de déterminer un scénario de référence (voir tableau 19) à partir duquel nous avons testé des

politiques (section 9). Dans un premier temps, nous avons fait évoluer le support de la distribution uniforme des heures d'arrivées désirées et dans un second temps nous avons fait varier la demande.

Comme le montre les développements théoriques (Mekkaoui, 1998), plus le support de la distribution des heures d'arrivées désirées est grand, moins la congestion est élevée. En effet, lorsque le support passe de 30 minutes à 120 minutes l'indice de congestion (sous-section 3.2) varie de 103% à 18% et le temps de trajet de 23 minutes à 11 minutes.

Afin d'analyser les effets de congestion dans le réseau, nous avons fait varier la demande de moins 30% à plus 90% par rapport à la situation actuelle (165 893 usagers). Nous avons ainsi pu déterminer les effets d'externalités engendrés par de nouveaux utilisateurs du réseau. Dans le cas de la demande actuelle, un nouvel usager du réseau crée une externalité équivalente à 38 FF. Ce niveau d'externalité est proche de celui observé lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF. Dans cette dernière adaptation, l'externalité valait environ 40 FF.

Nous avons analysé, à la fin de ce travail, la part du coût de deshorage dans le coût variable (somme du coût dû au temps passé dans la file d'attente et le coût dû aux délais d'arrivées précoces ou tardives) et la part du coût de deshorage dans le coût total (somme du coût variable et du coût dû au temps de trajet minimum). Si nous nous limitons uniquement aux résultats de simulation du réseau DREIF, nous observons que lorsque la demande totale augmente, la part du coût de deshorage dans le coût total augmente. Cependant, la part du coût de deshorage dans le coût variable reste constante (environ 40%). Afin de montrer que l'évolution de ces parts de coût de deshorage dépend également des caractéristiques du réseau, nous avons analysé les résultats de simulations relatifs au réseau de l'IAURIF. Dans ce cas, on observe que la part du coût de deshorage dans le coût total augmente avec le nombre d'utilisateurs alors que la part du coût de deshorage dans le coût variable diminue. Nous avons ainsi tenté de montrer que même si les indicateurs de performances moyens (comme le temps de trajet, la distance moyenne, etc.) calculés à partir d'un modèle dynamique sont semblables à ceux calculés à partir d'un modèle statique, il reste impossible d'en déduire les effets des arrivées précoces ou tardives comme le coût de deshorage. Notons que dans la plupart des politiques, les coûts de deshorage représentent la moitié du coût total par usager.

Ces études seront approfondies, au cours de la deuxième partie de cette année, en introduisant explicitement un modèle de congestion tenant compte de l'effet de *remontée de queue* qui est en cours d'implémentation. Au cours de la troisième année du projet QUATUOR les activités principales consistent à introduire le *choix modal* et les *déplacements non pendulaires* mais également à effectuer le *calibrage fin* de l'application de METROPOLIS en Ile-de-France. De plus, les estimations des paramètres dynamiques à partir des données de l'enquête *MADDIF* appliquée à la région Ile-de-France et mise en place par notre groupe, nous permettront de mieux tenir compte des comportements des usagers de la voirie.

## 10. Références

- Anderson, S., de Palma, A. et Thisse, J.-F. (1992), "Discrete Choice Theory of Product Differentiation", Cambridge : The MIT Press.
- Berthier, J. P. (1998), "Congestion urbaine : un modèle de trafic de pointe à courbe débit - vitesse et demande élastique", INSEE, Document de travail G 9811.
- Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1985), "Discrete Choice Analysis : Theory and Application to Travel DEMAND", Cambridge : The MIT Press.
- Dell Castillo, J. M. (1996), "A car following model based on the Lightill-Whitham Theory", Transportation and Traffic Theory Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory, 517-538.
- de Palma, A. (1998), "Individual and Collective Decision Making : Application to Urban Transportation", dans *Theoretical Foundations of Travel Choice Modeling*, Gardlin, T., Laitila, T. et Westin, K. eds., Chapitre 2, Pergamon Press, Elsevier, 33-50.
- de Palma André et Nesterov Yurii, (1999), Measures of Effectiveness, TT&R, Université de Cergy-Pontoise, *mémo*, décembre.
- de Palma, A. et Marchal, F. (1996). "METROPOLIS : un Outil de Simulation du Trafic Urbain". *Transports*, 378, 304-315.
- de Palma, A. et Marchal, F. (1998). "Evaluation of Activity Schedule Policies with the Use of Innovative Dynamic Traffic Models". Proceedings of ICTTS '98, Beijing, 791-801.
- de Palma, A., F. Marchal and Y. Nesterov (1997). "METROPOLIS: A Modular System for Dynamic Traffic Simulation", *Transportation Research Record*, 1607, 76<sup>ème</sup> rencontre annuelle de TRB (1997).
- Dickey D. A. et Fuller W. A. (1979). "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root". *Journal of the American Statistical Association*. 74 :427-431.
- Dickey D. A. et Fuller W. A. (1981). "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root". *Econometrica*. 49:1057-1072.
- Dickey D. A. et Pantula S. G. (1987). "Determining the Order of Differencing in Autoregressive Processes". *Journal of Business and Economic Statistics*. 5:455-461.
- DREIF (1993), "Déplacements des franciliens 1991-1992", Enquête générale de transport, Rapport de la DREIF, Paris.
- Hatcher, S. G. et Mahmassani H. S. (1992). "Daily Variability and Trip Scheduling Decisions for the Evening Commute". *71ème rencontre annuelle du TRB*.

- Heidemann, D. (1996), "A queuing theory approach to speed-flow-density relationships, Transportation and Traffic Theory", *Proceedings of the 13<sup>th</sup> International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 103-118.
- Mekkaoui, O. (1998), "Modèle dynamique : distribution des heures d'arrivées et tarification", mémoire d'études approfondies, DEA Modélisation et Analyse Quantitative, Paris X – Nanterre.
- Small, K. (1982), "The scheduling of Consumer Activities", *American Economic Review*, 72, 467-479.
- Thomson, J. M. (1998), "Reflections on the Economics of traffic congestion", *Journal of Transport Economics and Policy*, 34, 249-274.
- TT&R (1999), *QUATUOR : Outils dynamiques de simulation pour la gestion des déplacements dans la région parisienne*, Rapport final – Année 1, Contrat DRAST No. 98MT30.
- Vickrey, W.S. (1969). "Congestion Theory and Transport Investment". *American Economic Review* (Papers and Proceedings) 59, 251-261.



## **Partie IV**

# **Calage de METROPOLIS pour le réseau de l'IAURIF**

## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>154</b>
<b>2. AJUSTEMENTS DE L'OUTIL DYNAMIQUE ET MÉTHODOLOGIE DE CALAGE.....</b>	<b>155</b>
2.1. MÉTHODOLOGIE DE CALAGE.....	155
2.2. LE SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE INITIAL.....	156
<b>3. AJUSTEMENT DE L'OUTIL DYNAMIQUE.....</b>	<b>158</b>
3.1. SCHÉMA DE COMPARAISON AGRÉGÉ.....	160
3.2. PRÉSENTATION DES DONNÉES COLLECTÉES.....	160
3.2.1. Paramètres comportementaux.....	160
3.2.2. Paramètres de la fonction de congestion.....	162
3.2.3. Données externes.....	163
3.3. CRITÈRES D'ÉVALUATION DU CALAGE.....	167
3.3.1. Définitions.....	167
3.3.2. Critère de calage du temps de trajet moyen.....	168
3.3.3. Critère de calage de la distribution des temps de trajet.....	169
3.3.4. Critère de calage de la matrice des déplacements.....	170
3.3.5. Choix du scénario de référence.....	172
<b>4. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DU SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE..</b>	<b>173</b>
4.1. DEMANDE GLOBALE DE DÉPLACEMENTS.....	173
4.2. VARIATION DU PARAMÈTRE D'HÉTÉROGÉNÉITÉ ( $\mu$ ).....	178
4.3. VARIATION DU FACTEUR MULTIPLICATIF DE LA CAPACITÉ ( $\kappa$ ).....	179
4.4. CALAGE DE LA DEMANDE.....	181
<b>5. ETUDE DU SCÉNARIO DE RÉFÉRENCE RETENU.....</b>	<b>182</b>
<b>6. CONCLUSIONS.....</b>	<b>188</b>
<b>7. RÉFÉRENCES.....</b>	<b>190</b>

## 1. Introduction

La première année du projet QUATUOR a été consacrée à l'amélioration du modèle dynamique et aux tests relatifs à la faisabilité d'adaptation de cet outil à la région parisienne. Nous avons réussi, au cours de cette première année et au début de la seconde, à adapter METROPOLIS à deux types de réseaux. Le premier, de taille moyenne nous a été fourni par l'IAURIF. Il représente les principaux axes routiers de la région Ile-de-France. Le second est de plus petite taille mais beaucoup plus détaillé ; les données nous ont été mises à notre disposition par la DREIF. Ce second réseau décrit la partie Nord-Ouest de l'Ile-de-France.

Au cours de ces deux travaux d'adaptation, nous avons analysé la sensibilité de l'outil aux variations des paramètres comportementaux. La qualité des simulations a été analysée de manière approximative par comparaison des résultats de simulation de l'outil dynamique METROPOLIS d'une part, aux résultats d'affectation de l'outil statique DAVIS et à certains indicateurs globaux du trafic en Ile-de-France d'autre part.

La deuxième année du projet consiste à explorer de nouvelles approches de calage de l'outil dynamique afin de reproduire le trafic en Ile-de-France le plus finement possible. Cette tâche nécessite certaines données très fines comme les paramètres comportementaux spécifiques à la région francilienne et des données de comptages. Ces deux types de données seront disponibles dès le début de la troisième année du projet QUATUOR. Les valeurs des paramètres comportementaux seront issues des estimations de l'enquête MADDIF. La DREIF et le SIER mettront à notre disposition les données de comptages. Ce type de calage est très désagrégé car il est question de reproduire les flux et les temps de trajet sur les différents arcs du réseau au cours d'une journée type.

Cependant, avant de s'engager dans une telle tâche, il est nécessaire d'analyser de manière agrégée les résultats de simulations de l'outil dynamique afin de déterminer des valeurs approximatives des différents paramètres (et si possible leurs intervalles de variation). Dans cette partie, nous exposons l'approche utilisée pour reproduire le mieux possible les flux agrégés et semi-agrégés des déplacements (c.f. section 2.1.). L'objectif consiste à reproduire le nombre de déplacements suivant les données fournies par l'EGT 91 pour une période de deux heures du pic du matin et pour une période d'une heure du pic en se basant sur les données (réseau et matrice O-D<sup>1</sup>) fournies par l'IAURIF. Nous avons pu ainsi déterminer la taille de deux matrices statiques selon le motif de déplacement (travail et autres) pour la matinée. Le calage nous a également permis de déterminer les valeurs des paramètres comportementaux et des paramètres de l'offre.

Cette partie se compose de six sections. La seconde section est un rappel des travaux effectués au cours de la première année, lors de l'adaptation de l'outil dynamique aux réseaux (de moyenne et de petite taille) de l'Ile-de-France. Nous présentons également les objectifs de la stratégie de calage. Dans la troisième section, nous définissons les données utilisées ainsi que les indicateurs de jugement de la qualité du calage. Les différentes simulations permettant d'aboutir à un scénario satisfaisant sont présentées dans la quatrième section. Nous analysons les résultats du scénario de référence dans la cinquième section. Enfin, les travaux à venir et les améliorations pouvant être apportées à notre approche sont discutés dans la dernière section.

---

<sup>1</sup> Réseau VP 1996 et matrice O-D 1991.

## 2. Ajustements de l'outil dynamique et méthodologie de calage

### 2.1. Méthodologie de calage

L'outil de simulation METROPOLIS comporte une série de paramètres à calibrer. Ceux-ci sont soit des paramètres techniques internes au simulateur (telle que la vitesse d'apprentissage des usagers dont les valeurs ont été définies par défaut), soit fonction des caractéristiques de la demande, soit tributaires de la spécificité du réseau de transport envisagé. Au cours de ce rapport, nous évoquerons deux groupes de paramètres qui nécessitent un ajustement : (1) ceux relatifs à la demande et (2) ceux relatifs à l'offre.

(1) Les paramètres comportementaux relatifs à la demande sont déterminants de la fonction de coût généralisée et du modèle de choix de temps de départ. Ils se rapportent à la valeur du temps (**a**), au coût unitaire des arrivées précoces (**b**) ou tardives (**g**), à la plage des heures d'arrivées désirées à la destination ( $T^*$ ) et à l'hétérogénéité des préférences des usagers dans leur choix de l'heure de départ (**m**). Dans cet exercice, nous avons considéré un choix de route déterministe (voir partie IV).

(2) Les paramètres relatifs à l'offre ont trait :

- a) Aux types de *fonctions de congestion dynamiques*. Ces fonctions comportent les paramètres suivants : longueur de l'arc ( $L$ ), vitesse à vide ( $V^{max}$ ) et capacité de l'arc ( $s$ ). Les deux premiers paramètres ne sont pas calibrés puisque leurs valeurs sont déterminées directement par des mesures physiques. Le troisième paramètre fera l'objet d'un calage (voir partie IV).
- b) A la vitesse de circulation sur les *connecteurs* du réseau. Ces vitesses ont été déterminées préalablement au début des simulations. Notons que METROPOLIS ne décrit pas la congestion sur les connecteurs, c'est-à-dire ne permet pas de décrire le trafic intra-zone (néanmoins l'opérateur peut utiliser des zones aussi petites qu'il le désire).

Nous avons utilisé deux types de données (entrantes) dans METROPOLIS :

- (1) le réseau de circulation routière (comprenant le modèle de congestion statique) fourni par l'IAURIF, et
- (2) la matrice O-D pour le pic du matin sur l'ensemble de l'Ile-de-France fournie par l'IAURIF.

Pour déterminer les valeurs des paramètres permettant de reproduire au mieux la "réalité" de la circulation en Ile-de-France (processus de calage), nous avons utilisé les données d'affectation de l'IAURIF ainsi que celles de l'Enquête Globale de Transport de la région Ile-de-France de l'année 1991 (noté EGT 91 par la suite) pour évaluer les deux types de données suivantes :

- (1) les temps de trajet moyens, distribution des temps de trajet et
- (2) les volumes de déplacements de région à région (Paris et Banlieue).

Nous avons procédé de la manière suivante. Des valeurs initiales ont été sélectionnées pour l'ensemble des paramètres (offre et demande). Ces valeurs ont été déterminées à partir de nos

expériences de simulation (année 1) et de la documentation. Ensuite nous avons ajusté de manière séquentielle les valeurs de chacun de ces paramètres (calage dans la partie I). A priori, cette démarche peut ne pas converger, car l'ajustement d'un paramètre est en mesure de rendre obsolète les valeurs des autres paramètres. Néanmoins, nous avons été en mesure de caler notre modèle dynamique (à quelques pourcentages près) après un nombre limité de calages partiels. Pour se faire, nous avons d'abord utilisé des données agrégées : temps de trajet moyens sur l'ensemble du réseau et nombre total de déplacements pendant l'heure de pointe du matin. Ensuite, nous avons pris en compte des données "semi-agrégées": volumes de déplacements de région à région (deux régions, Paris et Banlieue, ont été considérées) et distribution des temps de déplacement.

Les simulations que nous avons effectuées, ont été guidées par deux types de critères<sup>2</sup>. Le premier, qui n'est pas repris dans le présent rapport, constitue une mesure de l'écart entre les paramètres choisis initialement et les paramètres sélectionnés au cours de chaque simulation. La seconde famille de critères mesure les écarts entre les données prises en compte (temps de trajet et volumes de déplacement) et les mêmes quantités produites par le modèle de simulation. Un indice synthétique, basé sur cette seconde famille de critères, résume la qualité globale de l'ajustement par rapport aux données du modèle.

Nous reprenons dans ce rapport les ajustements en fonction de trois indices : un indice ( $n$ ) de modification homothétique de l'ensemble de la matrice O-D, l'indice ( $m$ ) d'hétérogénéité du modèle de temps de départ et un indice ( $k$ ) de variation de l'ensemble des capacités du réseau. La prise en compte de ces trois seuls indices nous a permis d'obtenir une qualité d'ajustement que nous avons jugé très satisfaisante.

## **2.2. Le scénario de référence initial**

Les simulations effectuées au cours de la première année du projet avaient comme objectif d'adapter les différents modules de METROPOLIS au réseau de taille moyenne (réseau de l'IAURIF) et de petite taille (réseau de la DREIF pour la partie Nord-Ouest de l'Ile-de-France). Notons néanmoins que les réseaux que nous appelons "de petites tailles" ne peuvent être traités à ce jour par aucun autre modèle dynamique. Nous nous sommes limités à des ajustements globaux pour vérifier le niveau de cohérence des simulations. Dans le cas de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF, nous avons considéré uniquement la comparaison du temps de trajet moyen résultant des simulations aux temps de trajet fournis par les statistiques (données d'enquête EGT 91). Par ailleurs, dans le cas de l'adaptation de METROPOLIS au réseau partiel de la DREIF (voir partie III de ce rapport), nous avons calculé un ensemble d'agrégats de mesure à partir des résultats de l'affectation de DAVIS sur ce réseau.

Par la suite, nous avons analysé l'effet de la variation des valeurs des paramètres<sup>3</sup> pris en compte dans le modèle. Ces simulations nous ont permis de tester la viabilité de l'outil dynamique et de déterminer les valeurs utilisées dans le scénario de référence. Ces valeurs sont très semblables pour les deux réseaux envisagés (voir tableau 1).

---

<sup>2</sup> Nous utilisons sans distinction les termes de critères et d'indicateurs.

<sup>3</sup> Voir page 271 - 278 du rapport intermédiaire de l'année 1 dans le cas de l'adaptation de l'outil dynamique au réseau de l'IAURIF et la partie III de ce rapport pour le réseau partiel de la DREIF.

**Tableau 1 : valeurs des paramètres des scénarios de référence**

Paramètres	$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$T^*$ [h]	$\lambda$	$\kappa$	Fonction de congestion
IAURIF	75	50	175	10	5	07:30 – 08:30	0,05	0,7	Goulot
DREIF	75	50	175	10	3,5	07:30 – 08:30	0,05	0,9	Goulot

Les valeurs des paramètres utilisées sont semblables, sauf pour le paramètre d'hétérogénéité ( $m$ ) et le facteur multiplicatif de la capacité ( $k$ ). Dans le cas de l'IAURIF, le paramètre d'hétérogénéité est plus élevé (5 FF) en comparaison à celui de la DREIF (3,5 FF). Par ailleurs, le facteur multiplicatif est plus faible (0,7) dans le premier cas que dans le second (0,9). Nous ne disposons pas à ce jour de suffisamment de données pour interpréter ces valeurs.

Le tableau 2 présente les résultats de la simulation du scénario de référence pour le réseau IAURIF, effectué au cours de la première année de ce projet. Dans cette simulation, nous n'avons pas pris en compte deux composantes essentielles (1) le nombre relatif de déplacements pendant l'ensemble de la matinée et le pic du matin<sup>4</sup> et (2) les parts de chaque motif de déplacement.

**Tableau 2 : indicateurs calculés pour le scénario de référence (QUATUOR, année 1)**

<b>Temps de trajet [min]</b>	25,03
Temps de trajet à vide [min]	19,27
Temps d'attente [min]	5,76
Délai d'arrivée précoce [min]	12,95
Délai d'arrivée tardive [min]	7,67
Part des arrivées précoces [%]	43,59
Part des arrivées à l'heure [%]	37,85
Part des arrivées tardives [%]	18,56
<b>Coût moyen total [FF]</b>	40,15
<b>Coût moyen relatif au délai d'arrivée [FF]</b>	8,85
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	16,68
Distance moyenne par usager [Km]	17,20
Nombre d'arcs utilisés par individu	16,88
Indice de congestion [%]	29,9

La matrice O-D fournie par l'IAURIF compte 970.000 départs pendant une période horaire d'une heure et pour l'ensemble des motifs. Dans le cas de l'adaptation de notre outil dynamique, nous avons omis ces deux informations. D'une part, nous n'avons considéré que les déplacements domicile – travail et d'autre part nous n'avons pas ajusté la matrice initiale totale des déplacements afin d'obtenir 970.000 déplacements pendant le pic horaire du matin (matrice IAURIF). En effet, les résultats de simulation de METROPOLIS montrent que le

<sup>4</sup> Cette prise en compte sera présentée dans la suite de ce document. Elle correspond à une recommandation de M. Ben-Akiva.

nombre de déplacements pendant le pic horaire est de l'ordre de 700.000 soit une différence de 27%. Par conséquent, il est nécessaire d'augmenter la taille de la matrice O-D statique.

L'observation du réseau de l'Ile-de-France (voir le site de Sytadin<sup>5</sup> pour une journée type de trafic) montre que les flux de déplacements ne sont jamais nuls, contrairement aux résultats de simulations de METROPOLIS (voir figure 1). Ces flux peuvent être dus soit à des déplacements domicile – travail avec des horaires décalés, soit aux déplacements domicile – autres motifs ou encore au trafic de transit. De plus, les déplacements hors pic jouent un rôle important, même pour la modélisation du pic horaire, puisqu'ils définissent les conditions aux bords du problème. Afin de remédier à cette omission, nous avons introduit deux types d'utilisateurs différenciés par leurs heures désirées d'arrivée.

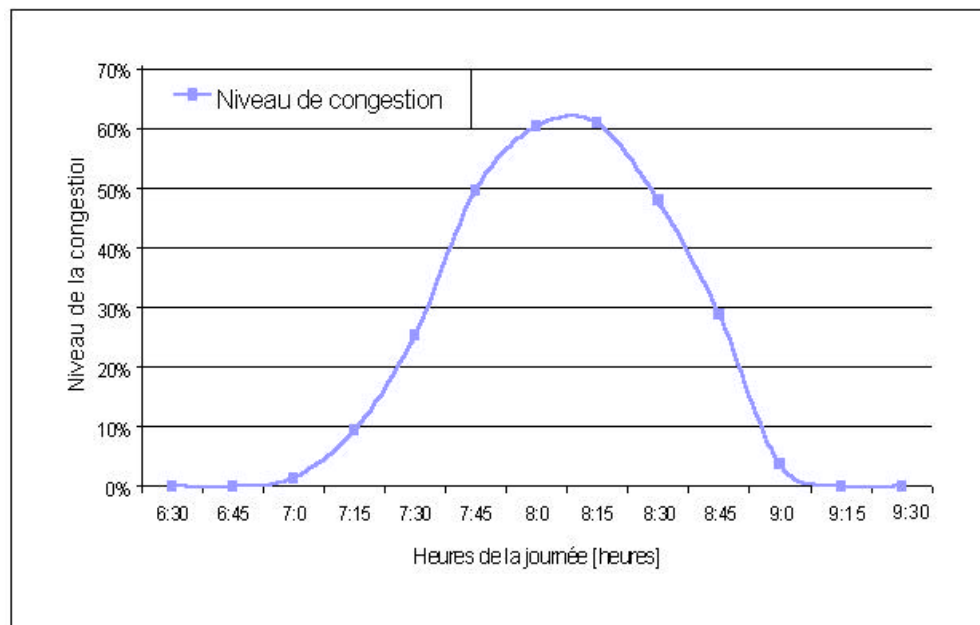


Figure 1 : niveau de congestion au cours de la matinée

### 3. Ajustement de l'outil dynamique

Deux types de calage ont été envisagés dans le cadre du projet QUATUOR : agrégé et désagrégé. Le calage agrégé est nécessaire afin de déterminer les intervalles de variation des paramètres. Le calage agrégé se base sur les données de l'EGT 91. Par contre le calage désagrégé, envisagé pour l'année 3 du projet, se basera sur les données de comptages journaliers effectuées par le SIER sur l'ensemble du réseau de l'Ile-de-France et des données de comptage ponctuelles.<sup>6</sup>

<sup>5</sup> <http://www.sytadin.tm.fr/>. Ces données ne sont pas présentées dans notre rapport car elles ne peuvent pas être reproduites sans l'accord préalable de la DREIF et du SIER.

<sup>6</sup> Ces données nous seront fournies par la DREIF et le SIER au cours de la troisième année du projet QUATUOR.

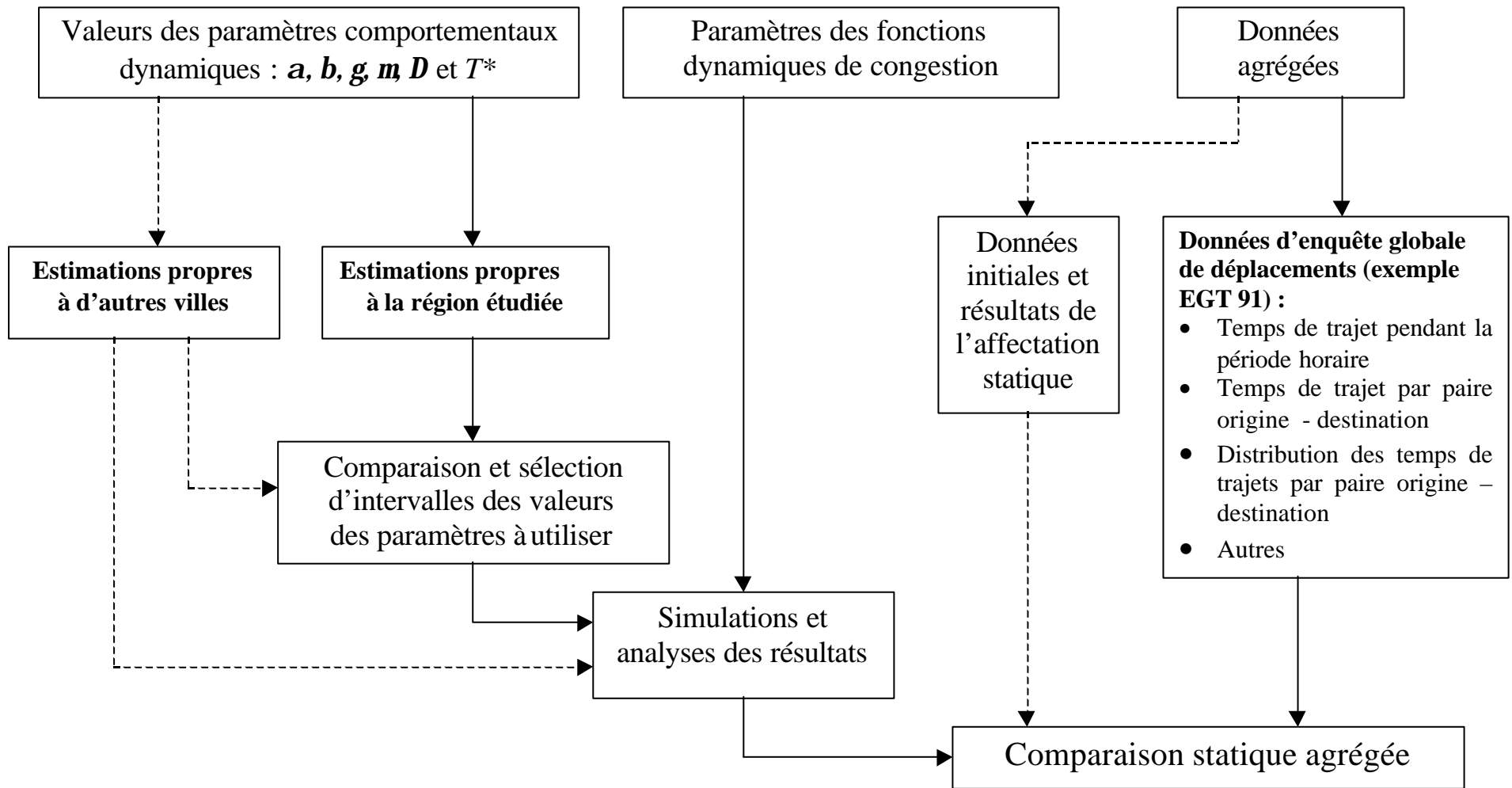


Figure 2 : schéma de comparaison agrégé



Elles nous permettront d'affiner davantage les valeurs des paramètres comportementaux dynamiques, de calibrer les fonctions de congestion dynamiques et d'ajuster éventuellement les matrices de déplacements statiques et dynamiques (voir [1]). Une procédure systématique sera introduite.

Dans cette section, nous présentons successivement (1) la démarche à suivre pour la collecte des informations et (2) les données disponibles utilisées.

### 3.1. Schéma de comparaison agrégé

La figure 2 présente la démarche suivie pour effectuer une première comparaison agrégée des résultats de simulations aux données agrégées accessibles. Bien évidemment, il est nécessaire de disposer de la matrice O-D statique et de la représentation physique du réseau (voir [14], pages 178 - 181). C'est pourquoi, nous n'avons pas inclus ces données dans le schéma qui suit.

Cette figure présente également les paramètres requis pour effectuer les simulations et les premières comparaisons. Les paramètres comportementaux peuvent être soit des valeurs provenant de la littérature soit des estimations spécifiques à la région étudiée. Les paramètres des fonctions de congestion utilisés peuvent provenir soit de la littérature soit du calage désagrégé (rappelons que ce dernier nécessite des données de comptages pour des intervalles de l'ordre de quelques minutes).

Les données agrégées externes regroupent des données initiales (valeurs à priori) et des données externes comme les enquêtes globales de déplacements. Les données initiales sont utilisées lors des premières comparaisons. En effet, il est nécessaire que la matrice affectée, grâce à l'outil dynamique, soit équivalente pendant le pic horaire à celle fournie dans la base de données. Dans notre étude, nous utilisons les données fournies par l'IAURIF et donc le nombre de départs pendant le pic horaire doit être proche de la matrice statique de l'IAURIF soit 970.000 déplacements (voir [7]). Les données d'enquêtes externes (EGT 91) permettent le calage de l'outil de zone à zone à travers le calage du temps de trajet moyen et de la distribution des temps de déplacements.

### 3.2. Présentation des données collectées

#### 3.2.1. Paramètres comportementaux

Dans cette sous-section, nous présentons les données nécessaires pour effectuer la simulation et les données utilisées pour le calage.

Les valeurs des paramètres comportementaux sont estimées à partir des données d'enquête. Ces paramètres sont les suivants :

- **a**: coût unitaire du temps de trajet,
- **b**: coût unitaire relatif aux arrivées précoces,
- **g**: coût unitaire relatif aux arrivées tardives,
- **m**: paramètre d'hétérogénéité des individus par rapport à l'heure de départ,
- **t\***: distribution des heures désirées d'arrivée à destination, et

- **D** : marge de flexibilité des horaires à l'arrivée. Cette marge représente un intervalle de moyenne  $t^*$  (heure d'arrivée d'un individu) dans lequel l'utilisateur ne supporte pas de coût d'arrivée précoce ou tardive.

Dans le cas de l'Ile-de-France, ces valeurs seront disponibles au cours de la troisième année du projet QUATUOR. Elles seront issues de l'enquête MADDIF, enquête dynamique spécifique aux déplacements des franciliens (voir [14]).

Les valeurs des deux derniers paramètres (**D** et  $t^*$ ) sont choisies de manière intuitive. Les valeurs des autres paramètres sont choisies à partir des valeurs estimées pour d'autres villes (représentées dans la figure 2 par des pointillés)

- *Le coût unitaire du temps de trajet*

Lors des simulations effectuées au cours de la première année pour le réseau de l'IAURIF, nous avons utilisé une valeur du temps de trajet par défaut égale à la valeur tutélaire de 75 FF/h. Par ailleurs, dans les simulations effectuées cette année dans le cadre du calage de l'outil dynamique, nous avons utilisé une valeur du temps égale à **85 FF/h**. Cette valeur a été estimée à partir des données de l'EGT 1998 et d'un modèle logit lors de l'estimation du choix modal présenté dans la partie V.

- *Coûts unitaires relatifs aux délais d'arrivée*

Lors de l'ajustement de l'outil dynamique de simulation au réseau de la l'IAURIF et au réseau Nord-Ouest de la DREIF, nous avons opté pour un coût d'arrivée précoce de 50 FF/h et pour un coût d'arrivée tardive de 175 FF/h. Ces valeurs ont été choisies comme valeurs du scénario de référence parce qu'elles conduisaient à de meilleurs résultats en fonction des objectifs que nous avons fixés lors de l'ajustement (voir page 270 – 278 du rapport [14] dans le cas du réseau de l'IAURIF et la partie précédente pour le cas du réseau de la DREIF). Ces valeurs sont également proches de celles estimées par Small en 1982 (voir [11]) et en 1995 (voir [10]). Les valeurs utilisées dans METROPOLIS sont comparées (dans le tableau 3) à celles de Small mais également à celles de de Palma et *al.* (voir [3] et [4]).

**Tableau 3 : estimation des coûts relatifs aux délais à l'arrivée**

Estimations	Small (1977)	Small (1982)	Small et <i>al.</i> (1995)	de Palma et <i>al.</i> (1996)	de Palma et <i>al.</i> (1997)	METROPOLIS
<b><i>b/a</i></b>	0,52	0,61	0,88	0,38	0,41	0,666
<b><i>g/a</i></b>	3,05	2,39	2,53	1,03	1,23	2,333

Suite à la modification de la valeur du temps (**a**), nous avons également modifié les valeurs prises par les coûts unitaires relatifs aux délais d'arrivée (**b** et **g**) afin de garder les mêmes rapports **b/a** et **g/a** (tableau 4).

Tableau 4 : valeurs des paramètres

Valeurs des paramètres	Ajustement (année 1)	Calage (année 2)
$\alpha$	75 (FF/h)	85 (FF/h)
$\beta$	50 (FF/h)	56,61 (FF/h)
$\gamma$	175 (FF/h)	198,30 (FF/h)
$\beta/\alpha$	0,666	0,666
$\gamma/\alpha$	2,333	2,333

- *Paramètres d'hétérogénéité*

La valeur prise par le paramètre d'hétérogénéité n'est pas estimée mais déduite de la valeur du temps et des résultats d'estimations de Small (1982 et 1995)<sup>7</sup> comme indiqué dans le tableau 5.

Tableau 5 : valeurs des rapports des coûts au paramètre d'hétérogénéité

Rapports	Small (1982) en [ $\text{min}^{-1}$ ]	Small (1995) en [ $\text{min}^{-1}$ ]
$\alpha/\mu$	0,1133	0,1060
$\beta/\mu$	0,1000	0,0650
$\gamma/\mu$	0,2856	0,2540

Pour une valeur du temps  $\alpha$  de 85 FF/h, il est possible de calculer la valeur de  $\mu$ . Si nous considérons les estimations de Small (1982), nous obtenons :

$$m = \frac{a}{0,1133 \times 60} = \frac{85}{6,789} = 12,52 \text{ FF.}$$

Par ailleurs, si nous considérons les estimations de Small (1995) alors :

$$m = \frac{a}{0,1060 \times 60} = \frac{85}{6,36} = 13,36 \text{ FF.}$$

Ceci suggère que l'impact des variables non observables et l'hétérogénéité représente environ 13 FF. Ce chiffre doit être mis en relation avec la moyenne du coût généralisé de l'ordre de 70 FF.

### 3.2.2. Paramètres de la fonction de congestion

Nous utilisons dans cette partie des fonctions de congestion dynamiques de type goulot d'étranglement (voir page 102). A titre de rappel, ces fonctions sont définies comme suit :

<sup>7</sup> Les estimations de Small portent sur les rapports des paramètres dynamiques au paramètre d'hétérogénéité.

Pour les connecteurs de zones :

$$tt_i^1(dynVol_i) = \frac{L_i}{V_i},$$

et pour les liens :

$$tt_i^2(dynVol_i) = \begin{cases} \frac{L_i}{V_i} & \text{si } dynVol_i < \frac{s_i L_i}{V_i}, \\ \frac{dynVol_i}{s} & \text{ailleurs} \end{cases},$$

où :

$dynVol_i$  : l'occupation du lien  $i$  à un moment donné,

$L_i$  : longueur du lien  $i$ ,

$\bar{V}_i$  : vitesse maximale sur le lien  $i$ ,

$s_i$  : capacité du lien  $i$ .

La capacité  $s_i$  correspond à la capacité "statique", fournie dans les données de l'IAURIF.

L'ajustement de l'offre se fait par la modification de toutes les capacités des routes sur l'ensemble du réseau par un même facteur. Cette opération s'effectue par l'intermédiaire du facteur multiplicatif de la capacité, noté  $\kappa$ , à travers la relation suivante :

$$s_i' = \kappa s_i,$$

où :

$s_i$  : capacité de la route  $i$  avant modification,

$\kappa$  : facteur multiplicatif de la capacité,

$s_i'$  : capacité de la route  $i$  après modification.

### 3.2.3. Données externes

Pour déterminer un scénario calibré, nous comparons les résultats de simulations obtenus aux données existantes. Pour ce faire, deux ensembles de données sont utilisés : (1) les données de l'IAURIF et (2) les données de l'EGT 91.

- **Données de l'IAURIF**

Pour adapter l'outil dynamique au réseau de l'IAURIF, nous avons utilisé une matrice statique de 970.000 départs, pendant une heure de pointe pour différents motifs (domicile – travail et domicile – autres motifs).

Le tableau 6 présente la répartition des déplacements par origine (Paris ou Banlieue) – destination (Paris ou Banlieue) selon la matrice statique d'une heure de l'IAURIF. La

majorité des déplacements (85,66%) s'effectue de banlieue à banlieue. Cependant, dans les déplacements "Paris – Paris" et "Banlieue - Banlieue", les déplacements intra-zones sont également comptabilisés. Rappelons néanmoins que les déplacements intra-zones ne sont pas pris en compte dans l'outil de simulation dynamique (il n'y a pas de congestion sur les connecteurs, qui servent par conséquent uniquement à acheminer les véhicules de centroi des au réseau physique). Dans les déplacements "Paris - Paris", les déplacements intra-zones représentent 1,45%. De même, la part des déplacements intra-zones dans le total des déplacements "Banlieue - Banlieue" représentent 27,52%. En supprimant les déplacements intra-zones de la matrice globale de l'IAURIF, le nombre de déplacements toutes origines et toutes destinations devient égal à 970.000, base utilisée pour notre calibrage.

**Tableau 6 : répartition spatiale des déplacements, y compris intra-zones  
(7h30 – 8h30 ; source IAURIF)**

<b>Origine – destination</b>	<b>Nombre de déplacements</b>	<b>Part des déplacements</b>
Paris – Paris	63.286	4,98%
Paris – Banlieue	118.854	9,36%
Banlieue – Banlieue	1.088.255	85,66%
<b>Total</b>	<b>1.270.395</b>	<b>100%</b>

Le tableau 7 représente la répartition des déplacements de la matrice statique de l'IAURIF sans prendre en compte les déplacements intra-zones. Le calage de l'outil dynamique se fera par rapport aux résultats de ce second tableau (tableau 7).

**Tableau 7 : répartition spatiale des déplacements, hors intra-zones  
(7h30 – 8h30 ; source IAURIF)**

<b>Origine – destination</b>	<b>Nombre de déplacements</b>	<b>Part des déplacements</b>
Paris – Paris	62.369	6,43%
Paris – Banlieue	118.854	12,25%
Banlieue - Banlieue	788.777	81,32%
<b>Total</b>	<b>970.000</b>	<b>100%</b>

Remarquons que le nombre de déplacements Paris - Banlieue est le même pour les tableaux 6 et 7 étant donné que tous les déplacements sont nécessairement inter-zones.

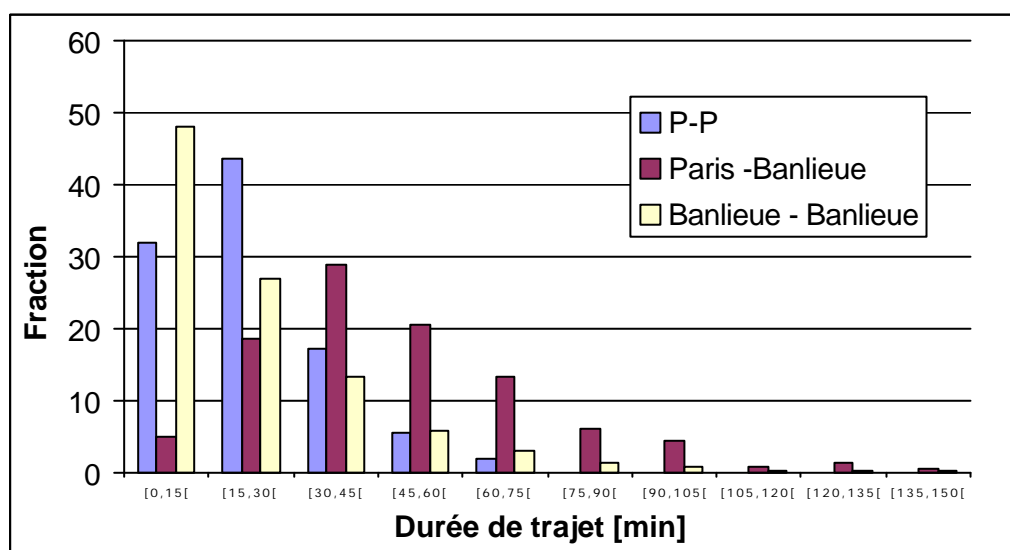
- **Données de l'EGT 91**

Les données de l'EGT 91 nous permettent de classer le nombre de déplacements selon deux critères : (1) l'origine (Paris ou Banlieue) et la destination (Paris ou Banlieue) et (2) la durée du trajet pour l'ensemble des usagers de la voiture qui part entre 7h et 9h. Nous répartissons la durée de déplacements en classes de 15 minutes ; cette durée est adaptée à la sensibilité des usagers (voir [3]). La distribution est reproduite dans le tableau 8 ci-dessous. Dans ce tableau, nous ne pouvons pas distinguer les déplacements par motif.

**Tableau 8 : nombre de départs (x1000)  
en fonction de la durée du trajet (source EGT 91)**

Temps de trajet [min]	[0,15[	[15,30[	[30,45[	[45,60[	[60,75[
Paris - Paris	35	48	19	6	2
Paris – Banlieue	11	42	65	46	30
Banlieue - Banlieue	943	526	259	114	58
<b>Total</b>	<b>989</b>	<b>616</b>	<b>343</b>	<b>166</b>	<b>90</b>
Temps de trajet [min]	[75,90[	[90,105[	[105,120[	[120,135[	[135,150[
Paris - Paris	0	0	0	0	0
Paris – Banlieue	14	10	2	3	1
Banlieue - Banlieue	26	17	5	4	8
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>27</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>9</b>

Cette répartition est représentée à la figure 3 pour les trois types de déplacements : Paris – Paris, Paris – Banlieue et Banlieue – Banlieue. Comme nous pouvons l'observer, la plupart des déplacements Paris – Paris ou Banlieue – Banlieue a un temps de trajet inférieur à 30 minutes alors que la plupart des déplacements Paris – Banlieue a un temps de trajet compris entre 30 et 45 minutes. Le premier objectif du calage agrégé est de reconstituer cette distribution des temps de trajet selon l'origine et la destination.



**Figure 3 : distributions des temps de trajet  
selon l'origine et la destination**

Le deuxième objectif du calage agrégé est que les temps de trajet moyens (selon l'origine et la destination) calculés à partir des résultats de simulations soient proches des temps de trajet moyens calculés à partir des données de l'EGT 91. Ces temps de trajet sont présentés dans le tableau 8 ci-dessous. Nous avons calculé deux temps de trajet moyens. Le premier concerne l'ensemble des déplacements entre 7h et 9h et le deuxième concerne uniquement les usagers qui effectuent des déplacements dont la durée est supérieure à 15 minutes afin de ne pas

prendre en compte les déplacements intra-zones que l'outil dynamique ne simule pas. En effet, rappelons que dans les déplacements "Paris – Paris" ou "Banlieue – Banlieue", nous ne pouvons pas distinguer les déplacements intra-zones et les déplacements inter-zones. Par conséquent, nous avons préféré supprimer les déplacements dont le temps de trajet est inférieur à 15 minutes. Par ailleurs, dans les déplacements "Paris – Banlieue", nous avons conservé l'ensemble des déplacements quels que soient leurs temps de trajet.

**Tableau 9 : temps de trajet moyen  
selon l'origine et la destination entre 7h et 9h (source EGT 91)**

<b>Origine - Destination</b>	<b>Moyenne des temps de trajet supérieure à 15 minutes [min]</b>	<b>Moyenne des temps de trajet [min]</b>
Paris - Paris	29,90	22,77
Paris – Banlieue	50,25	48,15
Banlieue - Banlieue	36,84	22,72
<b>Total</b>	<b>38,63</b>	<b>25,21</b>

Les données, présentées dans le tableau 9, ne différencient pas les déplacements intra-zones des déplacements inter-zones. Pour comparer nos résultats avec ceux de l'EGT 91 (7h – 9h), nous avons développé deux approches, décrites ci-dessous.

#### Première approche

Dans un premier temps, nous supposons que les déplacements intra-zones ne peuvent excéder 15 minutes en temps de trajet. Dans un second temps, nous appliquons les parts des déplacements intra-zones calculées à partir des données de l'IAURIF, aux données de l'EGT 91. Les résultats sont consignés dans le tableau 10.

**Tableau 10 : répartition des déplacements (x1000)  
par origine – destination suivant la première approche (source EGT 91)**

<b>Origine - destination</b>	<b>Nombre de déplacements (avant)</b>	<b>Part des déplacements intra-zones</b>	<b>Nombre de déplacements intra-zones</b>	<b>Nombre de déplacements (après)</b>	<b>Part des déplacements</b>
Paris – Paris	110	1,45%	1,595	108,405	6,18%
Paris – Banlieue	224	0%	0,000	224,000	12,78%
Banlieue - Banlieue	1.960	27,52%	539,392	1.420,608	81,04%
<b>Total</b>	<b>2.294</b>			<b>1.753,013</b>	<b>100%</b>

#### Deuxième approche

Dans la seconde approche, nous comparons les parts des déplacements selon l'origine et la destination en fonction de la durée de trajet.

Le tableau 11 présente le nombre de déplacements par origine – destination avec et sans prise en compte des trajets d'une durée inférieure à 15 minutes. La colonne (cas 1) présente le

nombre de déplacements dont la durée de trajet est supérieure à 15 minutes. Par contre, la colonne (cas 2) présente le nombre de déplacements dont la durée est supérieure à 15 minutes pour les déplacements "Paris – Paris" et "Banlieue - Banlieue". L'ensemble des déplacements "Paris - Banlieue" est envisagé c'est-à-dire y compris ceux dont la durée de trajet est inférieure à 15 minutes.

**Tableau 11 : répartition des déplacements (x1000)  
par origine – destination suivant la seconde approche (source EGT 91)**

Origine - destination	Nombre de déplacements total	Cas 1	Cas 2
Paris – Paris	110	75	75
Paris – Banlieue	224	213	224
Banlieue - Banlieue	1.960	1.017	1.017
<b>Total</b>	<b>2.294</b>	<b>1.305</b>	<b>1.316</b>

La première approche suppose que la part des déplacements intra-zones reste constante au cours de la journée, ce qui n'est pas nécessairement vérifié. C'est pourquoi, nous avons préféré utiliser la seconde approche comme critère de comparaison statique entre le nombre de déplacements simulés par METROPOLIS et le nombre de déplacements fourni par l'EGT 91 sur la période 7h – 9h.

### 3.3. Critères d'évaluation du calage

Pour le calage de l'outil dynamique de simulation, nous avons trois groupes de critères selon le type de la variable analysée : (1) temps de trajet moyen, (2) distribution des temps de trajet et (3) nombre de déplacements. Pour chaque variable, nous calculons quatre critères : les trois premiers sont relatifs aux trois origine – destination et le quatrième est un critère global pondéré par le nombre de déplacements.

#### 3.3.1. Définitions

Soient les notations suivantes :

- $x$  le type de variable à analyser. La variable  $x$  peut être soit le temps de trajet moyen, soit des valeurs de la distribution des temps de trajet ou encore le nombre de déplacements.
- $i=1, \dots, 3$  le type de déplacement selon l'origine et la destination, où :
  - $i=1$  : les déplacements "Paris - Paris" dont le temps de trajet est supérieur à 15 minutes,
  - $i=2$  : les déplacements "Paris - Banlieue" y compris ceux dont la durée de trajet est inférieure à 15 minutes,
  - $i=3$  : les déplacements "Banlieue - Banlieue" dont le temps de trajet est supérieur à 15 minutes.



➤  $q_i$  ( $i=1, \dots, 3$ ) : parts des déplacements (calculées à partir des données de l'EGT 91) suivant l'origine et la destination, où :

- $q_1$  : part de déplacements "Paris - Paris" dont la durée de trajet est supérieure à 15 minutes,
- $q_2$  : part de déplacements "Paris - Banlieue" y compris ceux dont la durée de trajet est inférieure à 15 minutes,
- $q_3$  : part de déplacements "Banlieue - Banlieue" dont la durée de trajet est supérieure à 15 minutes.

Le tableau 12 propose un résumé des parts des déplacements calculées à partir des données de l'EGT 91 présentées dans la colonne "Cas 2" du tableau 11.

**Tableau 12 : parts des déplacements  
suivant l'origine et la destination (source EGT 91)**

Origine – destination	Nombre de déplacements (x 1000)	Part des déplacements
Paris – Paris	75	$q_1 = 5,7\%$
Paris – Banlieue	224	$q_2 = 17\%$
Banlieue – Banlieue	1.017	$q_3 = 77,3\%$
Total	<b>1.316</b>	<b>100%</b>

### 3.3.2. Critère de calage du temps de trajet moyen

La distribution des temps de trajet présentée dans le tableau 8 permet de calculer le temps de trajet moyen pour chaque origine – destination. Le tableau 13 présente ces temps de trajet moyens.

**Tableau 13 : temps de trajet moyen pour chaque couple origine - destination  
(source EGT 91)**

Origine – destination	Part des déplacements	Temps de trajet moyen [min]
Paris – Paris	$q_1 = 5,7\%$	$tt_1^{EGT} = 29,90$
Paris – Banlieue	$q_2 = 17\%$	$tt_2^{EGT} = 48,12$
Banlieue – Banlieue	$q_3 = 77,3\%$	$tt_3^{EGT} = 36,84$
Total	100%	$tt^{EGT} = 38,36$

Considérons également la notation suivante :

➤  $tt_i^{Sim}$  le temps de trajet moyen simulé où  $i=1, \dots, 3$  représente le type de déplacement selon l'origine et la destination.

Nous envisageons quatre critères à minimiser relatifs aux temps de trajet moyens :

**Critère par origine – destination**

$$C_i'' = \frac{|tt_i^{Sim} - tt_i^{EGT}|}{tt_i^{EGT}}, i = 1, \dots, 3.$$

**Critère global**

$$\hat{C}'' = \sum_{i=1}^3 q_i C_i'', i = 1, \dots, 3.$$

**3.3.3. Critère de calage de la distribution des temps de trajet**

Les critères relatifs au calage des distributions des temps de trajet consistent à comparer, pour chaque paire origine – destination et pour chaque tranche de durée de trajet de 15 minutes, les proportions des déplacements simulés aux proportions de déplacements fournies par l'EGT 91.

Considérons les notations suivantes :

- $P_{ij}^{EGT}$  proportion des déplacements, calculée à partir des données de l'EGT 91, pour l'origine – destination  $i$  et la tranche de temps de trajet  $j$ ,
- $P_{ij}^{Sim}$  proportion des déplacements, calculée à partir des données simulées, pour l'origine – destination  $i$  et la tranche de temps de trajet  $j$ , où :

- $i = 1, \dots, 3$  représente le type de déplacement selon l'origine et la destination,
- et  $j = 1, \dots, 10$  représente le nombre de tranches de durée de trajet.

Le tableau 14 présente les proportions des déplacements calculées à partir des données de l'EGT 91 sur la période 07h00 – 09h00.

**Tableau 14 : distribution des déplacements par tranche de 15 minutes et par origine – destination (source EGT 91)**

Tranches de durée de trajet [min]	[0,15[	[15,30[	[30,45[	[45,60[	[60,75[
Equivalence indice "j"	1	2	3	4	5
Paris – Paris ( $i=1$ )	0,00%	64,00%	25,33%	8,00%	2,67%
Paris – Banlieue ( $i=2$ )	4,91%	18,75%	29,02%	20,54%	13,39%
Banlieue – Banlieue ( $i=3$ )	0,00%	51,72%	25,47%	11,21%	5,70%
<b>Total</b>	<b>0,84%</b>	<b>46,81%</b>	<b>26,06%</b>	<b>12,61%</b>	<b>6,84%</b>
Tranches de durée de trajet [min]	[75,90[	[90,105[	[105,120[	[120,135[	[135,150[
Equivalence indice "j"	6	7	8	9	10
Paris – Paris ( $i=1$ )	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Paris – Banlieue ( $i=2$ )	6,25%	4,46%	0,89%	1,34%	0,45%
Banlieue – Banlieue ( $i=3$ )	2,56%	1,67%	0,49%	0,39%	0,79%
<b>Total</b>	<b>3,04%</b>	<b>2,05%</b>	<b>0,53%</b>	<b>0,53%</b>	<b>0,68%</b>

Nous avons quatre critères relatifs à la distribution des temps de trajet à minimiser. Leurs expressions sont consignées ci-dessous.

### Critère par origine – destination

$$C_i^P = \frac{\sum_{j=1}^{10} P_{ij}^{EGT} |P_{ij}^{Sim} - P_{ij}^{EGT}|}{\sum_{j=1}^{10} P_{ij}^{EGT}}, \quad i = 1, \dots, 3.$$

### Critère global

$$\hat{C}^P = \sum_{i=1}^3 q_i C_i^P, \quad i = 1, \dots, 3.$$

#### 3.3.4. Critère de calage de la matrice des déplacements

Les précédents critères consistaient à juger la qualité du calage par rapport à la distribution des temps de trajet et au temps de trajet moyen. Cependant, ils ne peuvent pas nous informer sur la qualité du calage par rapport à la matrice globale de déplacements sachant que nous prenons en compte deux motifs de déplacements : domicile – travail et domicile – autre motif. Notons que le motif travail regroupe également les déplacements pour motif "affaire" et les déplacements pour motif "école".

Pour ces motifs, nous avons pris en compte les données de l'EGT 91 pour lesquelles la part des déplacements pour le motif travail représente 55% de l'ensemble des déplacements (voir [13])

Nous disposons de deux types d'informations pour juger de la qualité du calage :

1. Le nombre de déplacements sur une période d'une heure fourni par la matrice statique de l'IAURIF est présenté dans le tableau 7.
2. Le nombre de déplacements sur une période de deux heures fourni par l'EGT 91 et présenté dans la colonne "Cas 2" du tableau 11.

Le tableau 15 résume les données utilisées pour le calage de la matrice de déplacements pour deux plages horaires différentes. Comme, nous pouvons l'observer, le passage d'une heure à deux heures n'est pas uniforme entre les différentes paires origine - destination. Le facteur de passage (1,88) d'une heure à deux heures pour la paire origine – destination "Paris - Banlieue" est le plus important alors qu'il ne représente que 12,6 % des déplacements totaux de 7h30 à 8h30.

**Tableau 15 : matrice statique des déplacements (x 1000)  
selon la plage horaire (source IAURIF/EGT 91)**

Origine – destination	Données IAURIF 07h30 – 08h30	Données EGT 91 7h – 9h	Facteur de passage
Paris – Paris	62,369	75	1,20
Paris – Banlieue	118,854	224	1,88
Banlieue - Banlieue	788,777	101,7	1,28
<b>Total</b>	<b>970</b>	<b>1.316</b>	<b>1,35</b>

Dans le calage de l'outil dynamique nous faisons évoluer l'ensemble des déplacements de façon uniforme et donc nous utilisons un facteur de passage unique. Un scénario, où les deux matrices (motif travail et autres motifs) sont parfaitement calibrées, ne peut s'expliquer que par un meilleur choix des paramètres comportementaux spécifiques à chaque groupe d'utilisateurs selon leur motif de déplacement.

### Critère de calage de la matrice IAURIF

Ce critère compare le nombre total de déplacements pendant le pic horaire sans tenir compte des déplacements selon l'origine et la destination.

$$\hat{C}^{IAURIF} = \frac{|N^{Sim} - N^{IAURIF}|}{N^{IAURIF}}.$$

Dans cette expression,  $N^{sim}$  (respectivement  $N^{IAURIF}$ ) représente le nombre total d'utilisateurs simulés (respectivement le nombre total fourni par la matrice IAURIF).

### Critère de calage des déplacements par origine – destination

Considérons les notations suivantes :

- le nombre de déplacements calculés à partir des données de l'EGT 91 est  $N_i^{EGT}$  où  $i=1, \dots, 3$  représente le type de déplacement selon l'origine et la destination,
- le nombre de déplacements simulés est noté  $N_i^{Sim}$  où  $i=1, \dots, 3$  représente le type de déplacement selon l'origine et la destination.

Les trois critères selon l'origine et la destination s'écrivent de la manière suivante :

$$C_i^{OD} = \frac{|N_i^{Sim} - N_i^{EGT}|}{N_i^{EGT}}, \quad i = 1, \dots, 3$$

### Critère global

$$\hat{C}^{OD} = \sum_{i=1}^3 q_i C_i^{OD}, \quad i = 1, \dots, 3.$$

Nous reprenons, dans le tableau 16, les différents indicateurs. Pour chaque variable, nous avons trois indicateurs désagrégés et un indicateur global (moyenne pondérée). Enfin, un critère synthétique est construit et représente la moyenne arithmétique des quatre critères globaux.

Le tableau 16 : indicateurs de calage proposés

Variable étudiée	Indicateurs	Formule de l'indicateur
Temps de trajet moyens	Origine – destination ( $i=1,\dots,3$ )	$C_i^t = \frac{ tt_i^{Sim} - tt_i^{EGT} }{tt_i^{EGT}}, i = 1,\dots,3$
	Global	$\hat{C}^t = \sum_{i=1}^3 q_i C_i^t, i = 1,\dots,3$
Distributions des temps de trajet	Origine – destination ( $i=1,\dots,3$ )	$C_i^p = \frac{\sum_{j=1}^{10} P_{ij}^{EGT}  P_{ij}^{Sim} - P_{ij}^{EGT} }{\sum_{j=1}^{10} P_{ij}^{EGT}}, i = 1,\dots,3$
	Global	$\hat{C}^p = \sum_{i=1}^3 q_i C_i^p, i = 1,\dots,3$
Nombre de départs (données IAURIF)	Global	$\hat{C}^{IAURIF} = \frac{ N_{Sim} - N_{IAURIF} }{N_{IAURIF}}$
Nombre de déplacements (données EGT 91)	Origine – destination ( $i=1,\dots,3$ )	$C_i^{OD} = \frac{ N_i^{Sim} - N_i^{EGT} }{N_i^{EGT}}, i = 1,\dots,3$
	Global	$\hat{C}^{OD} = \sum_{i=1}^3 q_i C_i^{OD}, i = 1,\dots,3$
Critère synthétique	Moyen	$\bar{C} = \frac{\hat{C}^t + \hat{C}^p + \hat{C}^{IAURIF} + \hat{C}^{OD}}{4}$

### 3.3.5. Choix du scénario de référence

Les critères développés, ci-dessus, nous permettent d'améliorer le calage des paramètres du modèle et du nombre de déplacements. Il est possible que l'ensemble de ces critères ne puisse pas être minimisé pour tous les scénarios envisagés. Pour choisir un scénario final, nous calculons un critère synthétique qui correspond à une moyenne des différents critères globaux décrits ci-dessus. En d'autres termes, nous avons attribué un poids égal à chaque critère global. Bien sûr la pondération spécifique des critères globaux est du ressort des preneurs de décision. Le critère synthétique s'écrit :

$$\bar{C} = \frac{\hat{C}^u + \hat{C}^p + \hat{C}^{IAURIF} + \hat{C}^{OD}}{4}.$$

Le meilleur scénario est par définition celui dont le critère synthétique (moyen) est le plus petit.

#### 4. Détermination des paramètres du scénario de référence

Dans cette section, nous présentons la démarche suivie dans le calage agrégé afin de déterminer les valeurs des paramètres retenues. A cet effet, nous analysons les effets de variation de chaque paramètre séparément. Nous procéderons en 4 étapes qui sont reprises ci-dessous.

1. La taille de la matrice statique nécessaire pour qu'il y ait 970.000 départs pendant l'heure de pointe (cf. 4.1)
2. La valeur de  $m$  la plus appropriée, sous la contrainte  $10 \leq m \leq 14$ , (cf. 4.2)
3. La valeur du facteur multiplicatif de la capacité  $k$  sous la contrainte  $k > 0$  (cf. 4.3).
4. Calage de la demande pour le scénario de référence. Cette étape reprend des éléments de l'étape 1 (cf. 4.4).

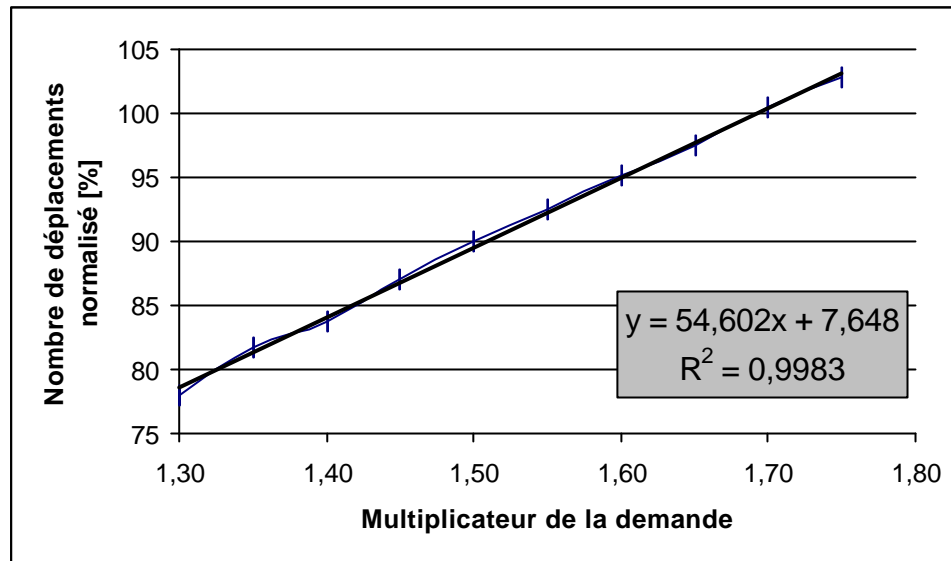
Le tableau 17 présente le scénario de référence à partir duquel nous faisons évoluer chacun des paramètres étudiés.

**Tableau 17 : scénario de référence (source QUATUOR, année 1)**

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\Delta$ [min]	$\mu$ [FF]	$T^*$ [h]	$\lambda$	$\kappa$	Fonction de congestion
85	56,60	198,30	10	10	08:00 – 09:00	0,05	1	Goulot

##### 4.1. Demande globale de déplacements

Lors de l'adaptation de l'outil dynamique au réseau de l'IAURIF au cours de la première année, nous avons observé que pour une matrice statique globale de  $N^{IAURIF} = 970.000$ , il n'y a environ que 700.000 usagers, noté  $N^{Sim}$ , qui partent pendant le pic horaire. Afin d'obtenir un nombre de déplacements  $N^{Sim} = 970.000$ , nous avons augmenté de manière homothétique la matrice statique globale  $N^{IAURIF}$ , en effectuant 10 simulations. La figure 4 représente la variation du nombre de déplacements pendant le pic horaire en fonction de l'évolution de la demande globale. L'axe des abscisses présente les facteurs multiplicatifs de la demande. L'axe des ordonnées représente le nombre de déplacements pendant le pic horaire, normalisé par 970.000 déplacements (premier critère de calage).



**Figure 4 : variation du nombre de départs (7h30 – 8h30) en fonction de la variation de la demande totale**

L'ajustement linéaire entre le facteur multiplicatif de la demande et le nombre de déplacements normalisé pendant le pic horaire est donné par la relation suivante :

$$\frac{N^{Sim}}{N^{IAURIF}} \times 100 = 54,602n + 7,648,$$

où  $n$  est le facteur multiplicatif de la demande (matrice O-D). Notons qu'il existe dans METROPOLIS une procédure automatique qui permet de conserver constante la proportion des départs et des arrivées, lorsque la valeur du paramètre  $n$  est modifiée.

Pour obtenir un nombre de déplacements ( $N^{Sim}$ ) égal à 970.000, il est nécessaire de multiplier la demande  $N^{IAURIF}$  par le coefficient  $n=1,69$  de sorte que  $N^{Sim} = 1.639.300$  (c.f. figure 4).

### Matrice globale avec différents motifs de déplacements

Les simulations présentées ne prennent en compte que les déplacements pour motif travail bien que la matrice de déplacements fournie par l'IAURIF tienne compte des différents motifs. Par conséquent, nous avons introduit deux groupes d'individus : un groupe pour les déplacements travail et un groupe pour les déplacements autre motif. Rappelons que dans les données de l'EGT 91, la part des déplacements pour le motif travail représente 55% de l'ensemble des déplacements.

Dans l'outil de simulation dynamique, ces deux groupes sont différenciés par les heures désirées d'arrivée. Les heures désirées d'arrivée du premier groupe sont uniformément distribuées sur une période d'une heure entre 8h et 9h. Alors que les heures désirées d'arrivée du deuxième groupe sont uniformément distribuées entre 8h et 11h (nous avons choisi ces derniers chiffres en nous basant sur notre intuition).

Afin de tenir compte de la contrainte liée à la part des déplacements pour motif travail (55%), nous avons opté pour une matrice statique pour le premier groupe de l'ordre de 1.639.300 individus (1,69 fois la taille de la matrice statique de l'IAURIF) et une matrice statique pour le deuxième groupe de l'ordre de 1.348.300 individus (1,39 fois la taille de la matrice statique de l'IAURIF). En effet,  $1,69/(1,69+1,39) = 55 \%$ .

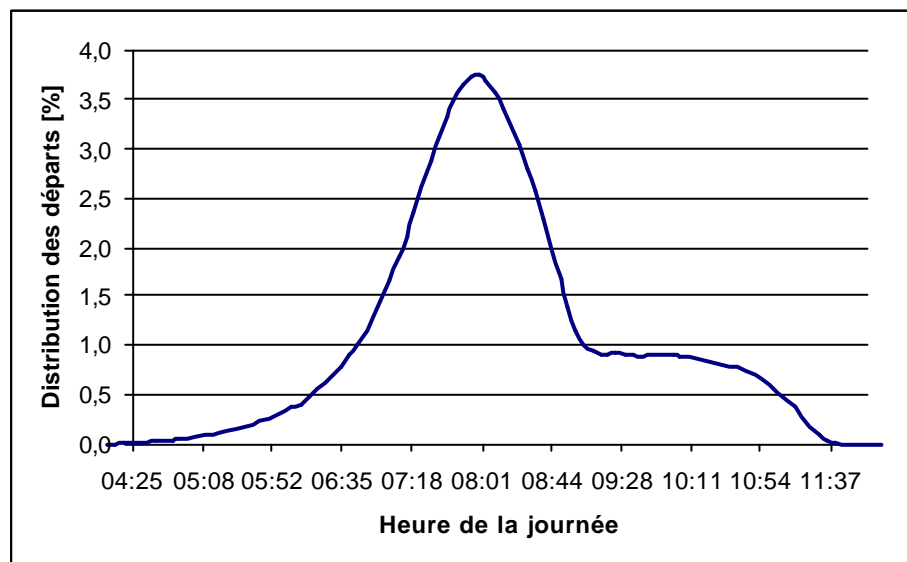
Puisque le nombre de déplacements a presque doublé par rapport aux effectifs considérés, la première année ( $N^{Sim} = 2.987.300$ ), il est nécessaire de diminuer la valeur du paramètre d'hétérogénéité afin de diminuer le nombre de départs pendant le pic horaire. La simulation effectuée dans ce cas est reprise dans le tableau 18.

**Tableau 18 : scénario préliminaire de groupes d'utilisateurs (simulation 1)**

$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$	Fonction de congestion
14	08:00 – 09:00	1,69	08:00 – 11:00	1,39	1	Goulot

Le paramètre  $n_{D-T}$  représente le facteur multiplicatif de la demande de déplacements domicile – travail et le paramètre  $n_{D-A}$  représente le facteur multiplicatif de la demande de déplacements domicile – autre motif.

A partir de cette simulation, nous ne présentons plus les valeurs des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\Delta$  et  $\lambda$  puisqu'elles resteront constantes tout au long des autres simulations.



**Figure 5 : distribution des départs**



**Tableau 19 : critères de calage  
(simulation 1)**

Variable étudiée	Type de déplacements	Valeur réelle [min]	Valeur simulée [min]	Valeur de l'indicateur [%]
<b>Temps de trajet moyens (min)</b>	Paris – Paris	29,90	29,20	2,33
	Paris – Banlieue	48,12	49,42	2,70
	Banlieue – Banlieue	36,84	35,00	4,98
	<b>Critère global</b>			<b>5,64</b>
<b>Distribution des temps de trajet</b>	Paris – Paris			1,69
	Paris – Banlieue			2,82
	Banlieue – Banlieue			6,35
	<b>Critère global</b>			<b>5,48</b>
<b>Nombre de départs (x 1000) (source IAURIF)</b>	<b>Critère global</b>	<b>970</b>	<b>1.201,267</b>	<b>23,84</b>
<b>Nombre de déplacements (x 1000) (source EGT 91)</b>	Paris – Paris	75	84,253	12,34
	Paris – Banlieue	224	220,490	1,57
	Banlieue – Banlieue	1.017	1.249,398	22,85
	<b>Critère global</b>	<b>1.316</b>	<b>1.554,141</b>	<b>18,10</b>
	<b>Critère moyen</b>			<b>13,27</b>

Le tableau 19 fournit les valeurs des indicateurs relatifs à cette simulation. Les nombres de déplacements pendant le pic d'une heure (23,84%) et pendant la période du pic de deux heures (18,10%) sont très élevés par rapport aux observations. Par ailleurs, les temps de trajet moyens (5,64%) ainsi que la distribution des temps de trajet (5,48%) sont moins élevés. Afin de diminuer le nombre de déplacements pendant la période du pic, nous avons diminué le nombre total de déplacements.

Nous avons donc effectué une nouvelle simulation avec une réduction de 17%<sup>8</sup> pour chaque groupe d'utilisateurs afin de garder la même proportion de déplacement que précédemment (soit 55% des déplacements pour le motif travail). Les valeurs des paramètres de cette nouvelle simulation sont présentées dans le tableau 20.

<sup>8</sup> La réduction de 17% est le résultat de plusieurs simulations. Par soucis de compréhension, nous présentons uniquement les simulations les plus pertinentes.

**Tableau 20 : scénario de calage de la demande  
(simulation 2)**

$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$
14	08:00 – 09:00	1,41	08:00 – 11:00	1,16	1

Les résultats relatifs à la simulation 2 sont présentés dans le tableau 21.

**Tableau 21 : critères de calage  
(simulation 2)**

Variable étudiée	Type de déplacements	Valeur réelle [min]	Valeur simulée [min]	Valeur de l'indicateur [%]
<b>Temps de trajet moyens (min)</b>	Paris – Paris	29,90	26,62	10,97
	Paris – Banlieue	48,12	45,22	5,14
	Banlieue – Banlieue	36,84	34,95	6,02
	<b>Critère global</b>			<b>11,78</b>
<b>Distributions des temps de trajet</b>	Paris – Paris			9,67
	Paris – Banlieue			3,99
	Banlieue – Banlieue			4,25
	<b>Critère global</b>			<b>4,52</b>
<b>Variable étudiée</b>	<b>Type de déplacements</b>	<b>Valeur réelle [min]</b>	<b>Valeur simulée [min]</b>	<b>Valeur de l'indicateur [%]</b>
<b>Nombre de départs (x 1000) (données IAURIF)</b>	<b>Critère global</b>	<b>970</b>	<b>1.058,499</b>	<b>9,12</b>
<b>Nombre de déplacements (x 1000) (données EGT 91)</b>	Paris – Paris	75.000	116,813	2,544
	Paris – Banlieue	224	189,460	10,85
	Banlieue – Banlieue	1.017	1.407,712	12,82
	<b>Critère global</b>	<b>1.316</b>	<b>1.713,985</b>	<b>7,915</b>
	<b>Critère moyen</b>			<b>8,33</b>

Dans cette nouvelle simulation, les critères globaux de calage ont diminué. En effet, le critère moyen a diminué de 5 points (de 13,27% à 8,33%) ; ce qui montre que la deuxième simulation rend mieux compte des données. Nous observons que même si les critères globaux relatifs aux nombres de déplacements ont largement diminué, le critère global relatif au temps de trajet moyen a augmenté de façon significative où il passe de 5,64% à 11,78%. Par conséquent, il nous a semblé préférable d'analyser les effets de variation des deux autres

paramètres (le paramètre d'hétérogénéité ( $m$ ) et le facteur multiplicatif de la capacité ( $k$ )) avant d'élaborer un scénario final de calage.

#### 4.2. Variation du paramètre d'hétérogénéité ( $m$ )

Dans cette section, nous analysons uniquement les effets de la variation du paramètre d'hétérogénéité pour une capacité fixe et pour le niveau de demande défini précédemment dans la simulation 2. Le tableau 22 présente les valeurs des paramètres utilisés dans cette analyse.

**Tableau 22 : variation du paramètre d'hétérogénéité (source: littérature)**

	$m$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$
Simulation 3	<b>10</b>	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	1
Simulation 4	<b>12</b>	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	1
Simulation 5	<b>12,52</b>	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	1
Simulation 6	<b>13,36</b>	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	1
Simulation 7	<b>14</b>	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	1

Cette analyse nous permet de déduire les valeurs du paramètre d'hétérogénéité  $\mu$  les plus appropriées. Pour simplifier, nous présentons dans le tableau 23, uniquement, les valeurs des indicateurs de calage pour chaque simulation.

L'analyse des critères globaux ne permet pas de distinguer la meilleure simulation. Le critère global relatif au temps de trajet est le plus petit (4,27%) pour la troisième simulation. Le critère relatif au nombre de départs comparé aux données de l'IAURIF désigne la quatrième simulation comme la meilleure. Par ailleurs, la différence reste très élevée (8,24%). Les autres critères globaux sont les plus faibles dans la cinquième simulation où  $m=14$ . Ces deux derniers critères se reflètent également dans les valeurs du critère moyen où la cinquième simulation l'emporte avec une erreur d'approximation de l'ordre de 6,56%

Puisque notre intérêt porte également sur le calage de la matrice de la matinée, il est important de tenir compte des valeurs des indicateurs relatifs aux données de l'EGT 91. Le calage simultané des déplacements sur une période d'une heure et de deux heures du pic se révèle plus difficile. A cet effet, nous avons analysé l'effet de la variation de la capacité pour une valeur de  $\mu=14$ .

Tableau 23 : critères pour la variation du paramètre d'hétérogénéité

Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations				
		m=10	m=12	m=12,52	m=13,36	m=14
Temps de trajet moyens (min)	Paris – Paris	6,29	7,00	7,34	7,92	6,86
	Paris – Banlieue	3,02	1,02	0,13	0,67	0,79
	Banlieue – Banlieue	2,28	0,21	0,08	0,01	0,84
	<b>Critère global</b>	<b>5,86</b>	<b>4,32</b>	<b>4,27</b>	<b>4,64</b>	<b>4,69</b>
Distributions des temps de trajet	Paris – Paris	5,06	5,80	5,89	5,48	9,67
	Paris – Banlieue	2,57	3,04	3,02	6,54	3,99
	Banlieue – Banlieue	6,44	5,81	5,70	3,31	4,25
	<b>Critère global</b>	<b>5,70</b>	<b>5,34</b>	<b>5,25</b>	<b>5,17</b>	<b>4,52</b>
Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations				
		m=10	m=12	m=12,52	m=13,36	m=14
Nombre de départs (données IAURIF)	Critère global	11,20	9,39	8,89	8,24	9,12
Nombre de déplacements (données EGT 91)	Paris – Paris	1,83	0,70	0,74	0,56	2,544
	Paris – Banlieue	16,24	11,34	11,48	11,63	10,85
	Banlieue – Banlieue	10,88	14,96	14,74	13,99	12,82
	<b>Critère global</b>	<b>10,80</b>	<b>9,67</b>	<b>9,48</b>	<b>8,80</b>	<b>7,92</b>
	<b>Critère moyen</b>	<b>8,39</b>	<b>7,18</b>	<b>6,97</b>	<b>6,71</b>	<b>6,56</b>

#### 4.3. Variation du facteur multiplicatif de la capacité (k)

La diminution de la capacité des routes de manière uniforme augmente les temps de trajet, mais en contrepartie, elle diminue le nombre de déplacements pendant la période du pic. Le tableau 24 présente les scénarios de simulations où nous faisons varier uniquement la capacité des routes à travers la variation du facteur multiplicatif de la capacité par pas de 0,05. Notons que cette transformation s'explique par le fait que les capacités utilisées dans le modèle dynamique sont directement reprises des données statiques.<sup>9</sup>

<sup>9</sup> Nous envisageons de calibrer ces lois lors de la troisième année du projet QUATUOR.

Tableau 24 : variation du paramètre de capacité

	$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	<b>k</b>
Simulation 8	14	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	<b>1,00</b>
Simulation 9	14	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	<b>0,95</b>
Simulation 10	14	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	<b>0,90</b>
Simulation 11	14	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	<b>0,85</b>
Simulation 12	14	8:00 – 9:00	1,41	8:00 – 11:00	1,16	<b>0,80</b>

Les résultats présentés dans le tableau 25 montrent que les valeurs des indicateurs moyens sont meilleures que celles présentées dans le tableau 23. La comparaison des indicateurs globaux entre le tableau 25 et le tableau 23 montre que les indicateurs des dernières simulations, avec  $\mu = 14$  et des capacités plus faibles, sont meilleurs (étant plus petits).

Le tableau 25 désigne la simulation 10 (où la capacité  $\kappa = 0,90$ ) comme la meilleure simulation en terme d'indicateur moyen.

Tableau 25 : variation du paramètre de capacité

Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations				
		<b>k = 1</b>	<b>k = 0,95</b>	<b>k = 0,90</b>	<b>k = 0,85</b>	<b>k = 0,80</b>
<b>Temps de trajet moyens (min)</b>	Paris – Paris	6,86	3,70	1,98	1,64	6,71
	Paris – Banlieue	0,79	3,91	7,37	11,26	15,18
	Banlieue – Banlieue	0,84	1,53	4,15	8,12	11,90
	<b>Critère global</b>	<b>4,69</b>	<b>3,96</b>	<b>5,59</b>	<b>9,13</b>	<b>15,61</b>
<b>Distributions des temps de trajet</b>	Paris – Paris	9,67	3,49	2,63	0,57	2,54
	Paris – Banlieue	3,99	2,55	2,35	2,17	2,39
	Banlieue – Banlieue	4,25	6,12	6,94	8,04	9,03
	<b>Critère global</b>	<b>4,52</b>	<b>5,36</b>	<b>5,91</b>	<b>6,62</b>	<b>7,53</b>
<b>Nombre de départs (données IAURIF)</b>	<b>Critère global</b>	<b>9,12</b>	<b>5,36</b>	<b>3,21</b>	<b>0,65</b>	<b>2,24</b>
<b>Nombre de déplacements (données EGT 91)</b>	Paris – Paris	2,54	1,69	2,75	4,03	4,98
	Paris – Banlieue	10,85	14,19	16,53	19,87	23,13
	Banlieue – Banlieue	12,82	13,79	13,50	12,93	12,38
	<b>Critère global</b>	<b>7,92</b>	<b>8,34</b>	<b>7,78</b>	<b>6,84</b>	<b>5,92</b>
	<b>Critère moyen</b>	<b>6,56</b>	<b>5,75</b>	<b>5,62</b>	<b>5,81</b>	<b>7,82</b>

La seconde meilleure simulation est la simulation 9 où la capacité  $\kappa = 0,95$ . Par ailleurs ce second scénario présente de meilleurs résultats en terme d'indicateurs relatifs aux données de temps de trajet moyen et aux distributions des temps de trajet. Les résultats relatifs aux indicateurs globaux de la matrice IAURIF et de la matrice EGT 91 sont plus élevés ; ce qui suggère qu'une diminution de la demande peut diminuer ces deux derniers critères.

#### 4.4. Calage de la demande

Dans cette sous-section, nous analysons l'effet de la diminution de la demande pour une capacité  $\kappa = 0,95$  et un paramètre d'hétérogénéité  $\mu = 14$  FF. Nous ajustons de manière la plus appropriée la demande totale pour la matinée (en se basant sur une approche identique à celle développée dans la section 4.1). Notons qu'il est possible de réitérer la séquence des calages afin d'obtenir de meilleurs résultats, néanmoins il nous a semblé que la valeur des critères était suffisamment petite et qu'il était préférable d'aborder le calage désagrégé du modèle prévu la troisième année. A cet effet, nous faisons varier la demande uniformément (de manière homothétique) afin de garder le même rapport entre les déplacements pour motif travail et les déplacements pour autre motif (soit 55%). Les facteurs multiplicatifs de la demande des deux types de déplacements sont présentés dans le tableau 26.

**Tableau 26 : calage agrégé de la demande de déplacements**

	$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$
Simulation 13	14	8:00 – 9:00	1,4100	8:00 – 11:00	1,1600	0,95
Simulation 14	14	8:00 – 9:00	1,2972	8:00 – 11:00	1,0672	0,95

Dans la simulation 14, nous avons diminué la demande de 10% par rapport aux situations de calage précédentes. Dans les précédentes simulations, nous avons une demande totale de 2.492.900 déplacements tous motifs dont 1.367.700 déplacements pour motif travail. Rappelons qu'au début du calage, nous avons utilisé une matrice statique de 970.000 déplacements tous motifs.

La diminution de 10% du nombre de déplacements, nous permet d'obtenir une demande totale de 2.243.610 déplacements au cours de la matinée dont 1.233.985 déplacements pour motif travail. Le tableau 27 représente les résultats du calage agrégé pour les dernières simulations (notons que la simulation 13 correspond à la simulation 9).

La dernière simulation, pour laquelle la demande est réduite de 10%, montre que les résultats sont très satisfaisants sauf pour le temps de trajet moyen. L'indicateur global de calage du temps de trajet est élevé car l'indicateur de calage pour les déplacements "Paris - Paris" est très élevé. Ce fait suggère qu'il puisse exister des valeurs comportementales différentes pour les usagers habitant Paris et les autres habitants de l'Île-de-France. L'indicateur global relatif à la distribution des temps de trajet est peu élevé et reste plus faible comparé aux résultats obtenus précédemment. Par ailleurs, les indicateurs relatifs au calage de la matrice de déplacements sur une période d'une heure ou sur une période de deux heures sont très satisfaisants. Les erreurs d'ajustement sont de l'ordre de 0,11% et 0,16% respectivement. Ces faibles erreurs se reflètent également sur l'indicateur moyen (3,05%).

Tableau 27 : critères pour une diminution de la demande de 10%

Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations	
		13	14
Temps de trajet moyens	Paris – Paris	3,70	7,81
	Paris – Banlieue	3,91	2,06
	Banlieue – Banlieue	1,53	3,07
	<b>Critère global</b>	<b>3,96</b>	<b>7,18</b>
Distributions des temps de trajet	Paris – Paris	3,49	6,53
	Paris – Banlieue	2,55	3,47
	Banlieue – Banlieue	6,12	4,89
	<b>Critère global</b>	<b>5,36</b>	<b>4,74</b>
Nombre de départs (données IAURIF)	<b>Critère global</b>	<b>5,36</b>	<b>0,11</b>
Nombre de déplacements (données EGT 91)	Paris – Paris	1,69	8,49
	Paris – Banlieue	14,19	17,64
	Banlieue – Banlieue	13,79	4,30
	<b>Critère global</b>	<b>8,34</b>	<b>0,16</b>
	<b>Critère moyen</b>	<b>5,75</b>	<b>3,05</b>

Les valeurs des paramètres utilisées dans cette dernière simulation constituent de bonnes valeurs pour le calage désagrégé planifié pour la troisième année. Le calage désagrégé permettra d'affiner le résultat des estimations des fonctions de congestion et de diminuer les erreurs relatives aux temps de trajet moyens.

## 5. Etude du scénario de référence retenu

Dans cette section, nous exposons les résultats relatifs à la dernière simulation (N°14). A titre de rappel, nous présentons les valeurs des paramètres utilisées dans la dernière simulation. Nous qualifions cette dernière simulation de "simulation de référence VP" et le scénario correspondant de "scénario de référence VP". Le tableau 28 présente un résumé des valeurs des paramètres utilisées dans le scénario de référence VP.<sup>10</sup>

Tableau 28 : valeurs des paramètres du scénario de référence VP

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$
85	56,61	198,30	14	08:00 – 09:00	1.258.284	08:00 – 11:00	1.035.184	0,95

<sup>10</sup> Notons que la demande totale utilisée dans le calage est de l'ordre de 2.293.468 alors qu'elle n'était que de 970.000 au cours des premiers ajustements de l'année 1. Ceci s'explique en particulier par le fait que nous considérons deux types de motifs.

### Résultats du calage agrégé

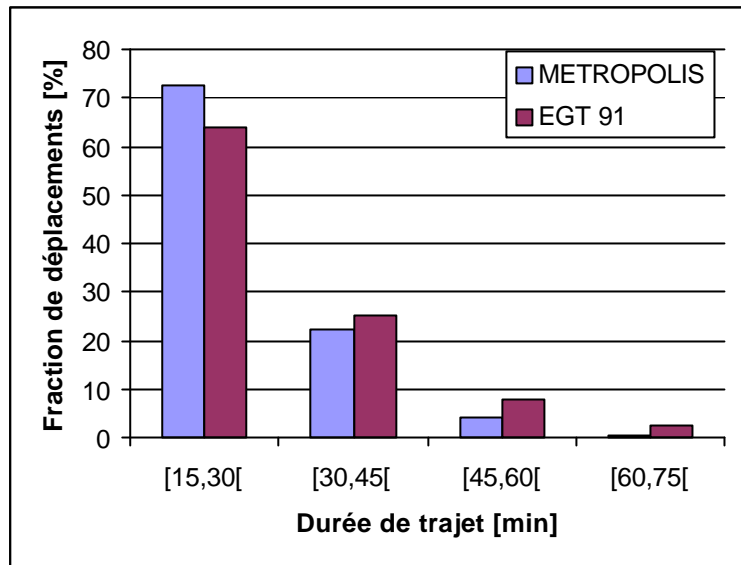
Les indicateurs du calage agrégé sont présentés dans le tableau 29 avec une comparaison aux données de l'EGT 91. Les résultats montrent que les temps de trajets moyens sont sous-estimés d'environ 2 minutes pour les déplacements "Paris - Paris" et d'environ de 1 minute pour les autres types de déplacements. Le nombre de déplacements pendant le pic d'une heure est sous-estimé de 0,11%. La demande de déplacements pendant le pic de deux heures pour les déplacements "Paris - Banlieue" est fortement sous-estimée (d'environ 17%). Par contre, la demande totale pour l'ensemble de l'Ile-de-France est sous-estimée avec une faible erreur de 0,16%.

**Tableau 29 : résultats du calage agrégé**

Variable étudiée	Type de déplacements	Valeur réelle [min]	Valeur simulée [min]	Valeur de l'indicateur [%]
<b>Temps de trajet moyens</b>	Paris – Paris	29,90	27,56	7,81
	Paris – Banlieue	48,12	47,13	2,06
	Banlieue – Banlieue	36,84	35,71	3,07
	<b>Critère global</b>			<b>7,18</b>
<b>Distributions des temps de trajet</b>	Paris – Paris			6,53
	Paris – Banlieue			3,47
	Banlieue – Banlieue			4,89
	<b>Critère global</b>			<b>4,74</b>
<b>Nombre de départs (données IAURIF)</b>	<b>Critère global</b>	<b>970.000</b>	<b>968.898</b>	<b>0,11</b>
<b>Nombre de déplacements (données EGT 91)</b>	Paris – Paris	75.000	68.632	8,49
	Paris – Banlieue	224.000	184.485	17,64
	Banlieue – Banlieue	1.017.000	1.060.688	4,30
	<b>Critère global</b>	<b>1.316.000</b>	<b>1.313.805</b>	<b>0,16</b>
	<b>Critère moyen</b>			<b>3,05</b>

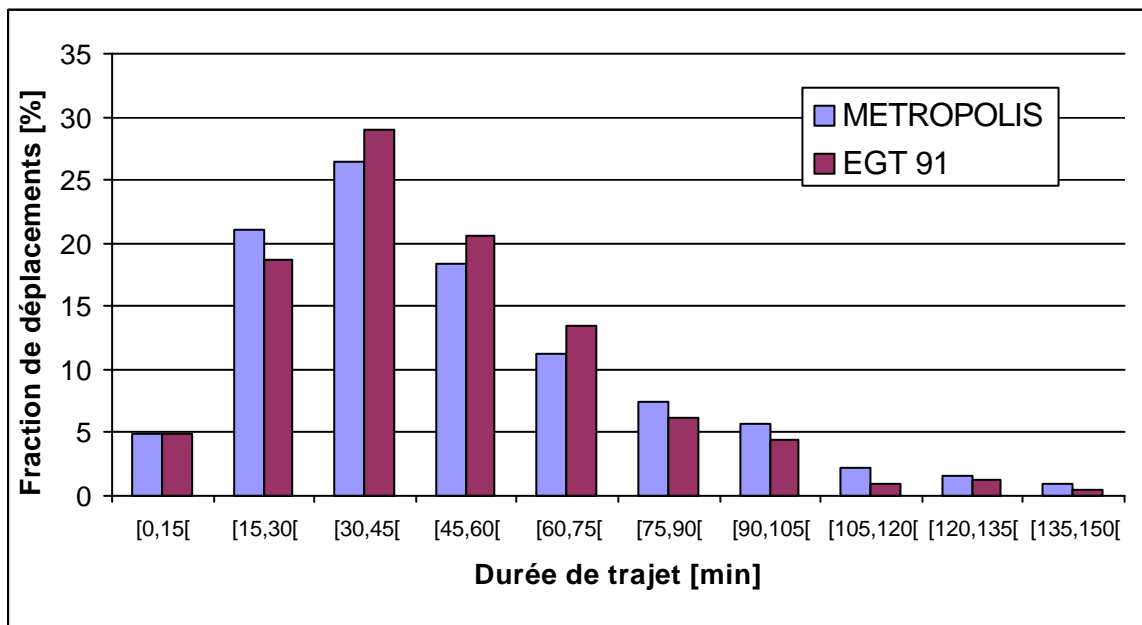
Les indicateurs relatifs à la distribution des temps de trajet peuvent être analysés à partir des trois figures (6, 7 et 8) ci-dessous.





**Figure 6 : distribution des déplacements  
"Paris - Paris"**

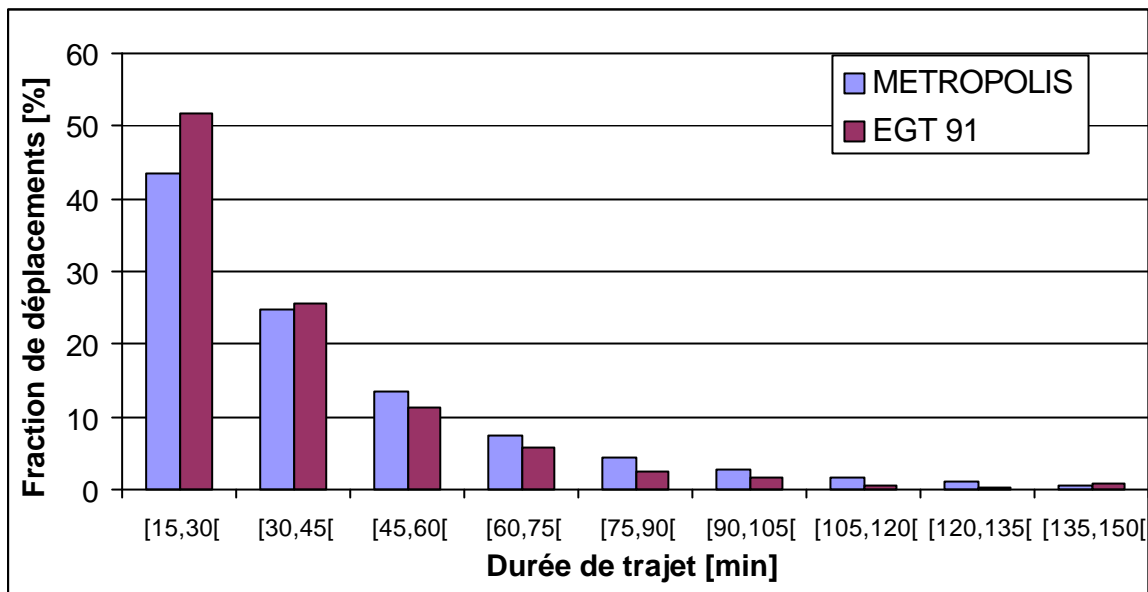
Notons que nous n'avons pas pris en compte dans les données EGT 91 les déplacements dont le temps de trajet est inférieur à 15 minutes (Paris-Paris et Banlieue-Banlieue). En effet, nous avons supposé que les déplacements inférieurs à 15 minutes sont majoritairement constitués de déplacements intra-zones. Ce dernier type de déplacement n'est pas simulé dans METROPOLIS. La figure 6 montre qu'il y a une surestimation de la part des déplacements ayant une durée de trajet comprise entre 15 et 30 minutes.



**Figure 7 : distribution des déplacements  
"Paris - Banlieue"**

La distribution (voir figure 7 ci-dessus) des déplacements "Paris - Banlieue" par intervalle de temps de trajet de 15 minutes montrent que la simulation de l'outil dynamique surestime la

part des déplacements dont la durée de trajet est inférieure à 15 minutes et la sous-estime ailleurs.

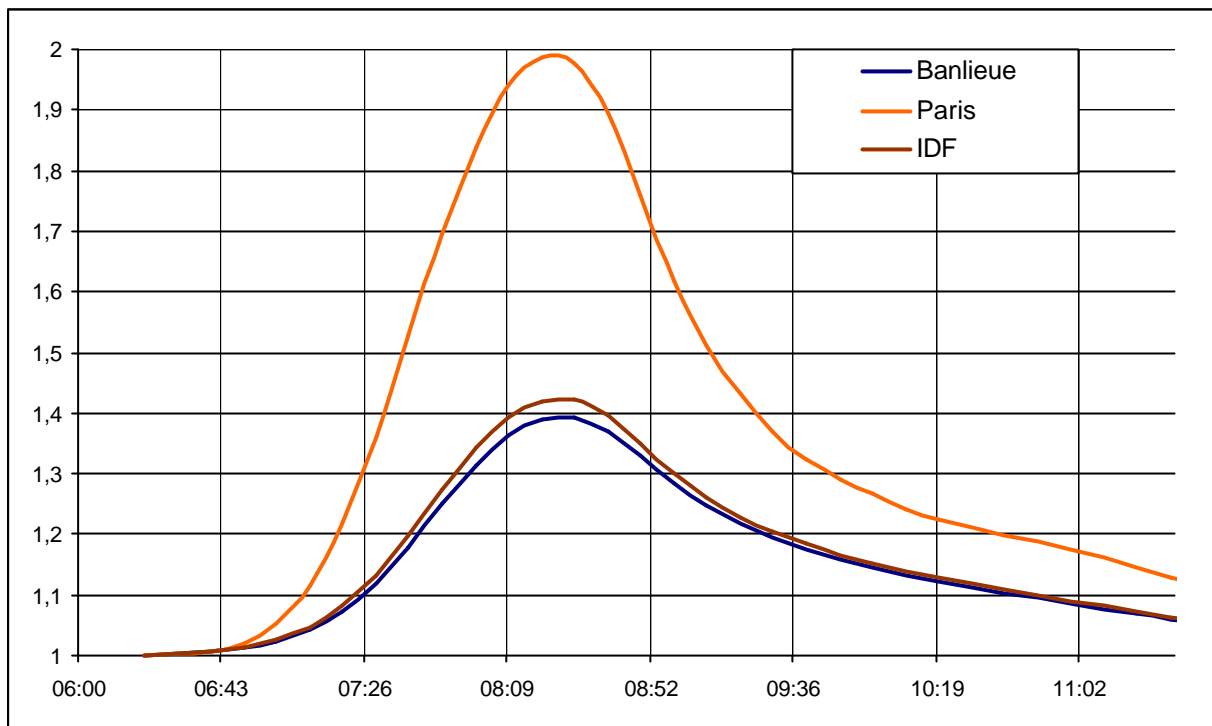


**Figure 8 : distribution des déplacements  
"Banlieue - Banlieue"**

La figure 8 montre que la part des déplacements de "Banlieue - Banlieue" est sous-estimée pour les trajets dont la durée est inférieure à 45 minutes et est surestimée pour les autres déplacements. Globalement, nous pensons que l'ajustement des distributions des temps de trajet est satisfaisant.

Selon le prélèvement de comptage de SIER, le niveau de congestion atteint son maximum aux alentours de 8h30. L'indice relatif de congestion, pour une journée type de trafic est de l'ordre de 1,4. Il représente le rapport entre le temps de trajet avec congestion et le temps de trajet à vide. Nous avons recalculé cet indice à partir des données de la simulation de référence VP. Nous obtenons alors une valeur maximale d'environ 1,4 (équivalent aux données du SIER).

Le niveau de congestion sur les routes localisées en banlieue est presque du même ordre. Par ailleurs, dans la ville de Paris (sans prendre en compte le trafic sur le boulevard périphérique), il est bien plus élevé (2 à son maximum). Notons également, que la congestion disparaît plus rapidement en banlieue qu'à Paris (voir figure 9).



**Figure 9 : niveau de la congestion au cours de la matinée**

Le tableau 30 présente les résultats des mesures d'efficacité du trafic pour l'ensemble des déplacements. Le niveau de congestion est faible (25,62%), car il est calculé sur l'ensemble des déplacements de la matinée. Comme nous pouvons le constater sur la figure 9, le niveau de congestion n'est pas le même pendant le pic horaire (7h00 – 9h00) et ailleurs (au-delà de 9h00). De plus, la distribution n'est pas symétrique en raison de la présence des autres motifs de déplacements.

Le coût total moyen représente 69,84 FF dont 18,50 FF sont dus au coût moyen relatif au délai à l'arrivée et 51,34 FF sont dus au temps de trajet. Le coût moyen de la congestion pure représente 10,87 FF.

En supposant que le trafic du matin représente 40% du trafic journalier, nous pouvons estimer le coût total des déplacements<sup>11</sup> à 400 millions de francs et annuellement (261 jours) à environ 104,51 milliards de francs. Si nous ne tenons pas compte des coûts relatifs aux délais à l'arrivée, le coût total annuel serait de l'ordre de 76,83 milliards de francs.

<sup>11</sup> Nous avons supposé que le trafic journalier représente 2,5 fois le trafic de la matinée.

Tableau 30 : mesures d'efficacité du trafic

<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>
Temps de trajet à vide [min]	28,85
Temps d'attente [min]	7,40
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05
Part des arrivées précoces [%]	53,09
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66
Part des arrivées tardives [%]	20,25
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87
Coût du temps d'attente [FF]	10,47
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50
Coût de délai d'arrivée précoce [FF]	19,57
Coût de délai d'arrivée tardive [FF]	38,42
Vitesse moyenne [Km/h]	29,67
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	41,05
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76
Indice de congestion [%]	25,62

Le volume total de déplacements le matin est de l'ordre de 41,05 millions de véhicules\*kilomètres soit annuellement environ 26,78 milliards de véhicules\*kilomètres. En prenant comme dépenses monétaires de l'automobiliste la valeur de 1,8 FF/km, nous obtenons une dépense annuelle en argent d'environ 48,20 milliards de francs. Au total les usagers de la voiture en Ile-de-France dépensent en temps et en argent environ **152,71 milliards de francs** (soit entre 5% et 6% du PIB de l'Ile-de-France). La Commission européenne a estimé un coût total annuel à 120 milliards de francs (cf. la discussion de Prud'Homme et Sun [9]).

## 6. Conclusions

Au cours de la première année, nous avons adapté l'outil de simulation METROPOLIS à deux réseaux de transport (réseau IAURIF et réseau DREIF) et testé les propriétés qualitatives de cet outil en effectuant des études de sensibilité des principaux paramètres du modèle (relatifs à l'offre et à la demande). Dans cette partie, nous avons décrit les premiers résultats de calage de METROPOLIS.

Le processus de calage ne consiste pas, nous pensons, à ajuster de manière aveugle les paramètres du modèle jusqu'à ce que les données de sortie "collent" au mieux aux données expérimentales. Dans ce cas, il serait possible de caler n'importe quel modèle, pour autant que celui-ci possède un nombre suffisant de paramètres.

Dans la présente phase de calage nous avons comme objectif de mieux comprendre les données quantitatives fournies par le modèle. La détermination des paramètres retenus lors du calage satisfait deux critères.

D'une part elle permet de rendre compte des données expérimentales de manière très satisfaisante : notre critère global prend la valeur de **3,05** (tableau 27), ce qui signifie que nous sommes en mesure de reproduire les données expérimentales avec une erreur moyenne de 3,05%.

D'autre part, les valeurs des paramètres doivent pouvoir être interprétées intuitivement et être conformes aux résultats fournis par la documentation. Nous avons vérifié que les paramètres obtenus étaient tous conformes aux résultats publiés à ce jour. Nous avons été capables de satisfaire ce second critère du fait que METROPOLIS est basé sur un petit nombre de comportements (ayant des fondements micro-économiques solides) et de règles de circulation reposant sur des principes physiques simples dont l'interprétation est immédiate et qui se sont avérés préservés par les lois de l'agrégation. Par exemple, le coût augmente de manière linéaire avec la demande totale, comme le prédit l'étude du goulot d'étranglement avec un choix de temps de départ endogène.

Bien que la procédure de calage que nous avons présentée puisse paraître lourde au lecteur, nous avons exposé l'ensemble des simulations nous ayant permis d'effectuer le premier calage de METROPOLIS à une échelle importante (pour une zone urbaine et sa banlieue (région Ile-de-France)). Notre travail suggère aussi que la détermination des paramètres constitue une tâche relativement aisée pour les opérateurs désireux d'utiliser METROPOLIS.

Dans la troisième année, nous proposons d'affiner notre approche dans deux directions. D'une part nous utiliserons les données dynamiques estimées dans le cadre du projet de recherche MADDIF ayant pour but de spécifier et d'estimer les valeurs des paramètres des fonctions de coût généralisé). D'autre part, nous utiliserons les données de comptage (temps de trajet et flux pour différents arcs du réseau) pour caler le modèle de congestion.

Notons que les données de comptage nous semblent être les plus faibles. Bien sûr, elles nécessitent un "nettoyage" préalable. Néanmoins, elles ne sont pas entachées des erreurs propres aux enquêtes économétriques (enquête EGT 91). Elles ne dépendent pas de plus d'un modèle d'affectation (par exemple de celui qui est actuellement utilisé par l'IAURIF). Ceci ne remet évidemment absolument pas en question la qualité de ces données, mais a pour but d'attirer l'attention du lecteur sur les sources potentielles de biais inhérentes aux données ayant

été utilisées dans le processus du présent calage. Ceci renforce notre affirmation selon laquelle le calage de METROPOLIS est tout à fait satisfaisant.

Ces deux sources de données nous permettront d'effectuer un calage fin du modèle (comparaison des temps de trajet et des flux simulés avec les données expérimentales). A l'issue de cette comparaison, nous serons en mesure d'évaluer précisément (dans l'espace et dans le temps) les effets de politiques de déplacements en région Ile-de-France, ce qui constitue l'un des objectifs majeurs du projet QUATUOR.

## 7. Références

- [1] Ashok, K et Ben-Akiva, M. E., (2000), "Alternative Approches for Real-Time Estimaton and Prediction of Time-Dependent Origin – Destination Flows", *Transportation Science*, Vol. 34, N° 1, pp 21 – 36.
- [2] Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1985), *Discrete Choice Analysis : Theory and Application to Travel DEMand*, Cambridge : The MIT Press.
- [3] de Palma, A. et Fontan, C. (1998), "Enquête MADDIF : Multimotif Adaptée à la Dynamique des comportements de Déplacement en Ile-de-France", Projet DRAST/PREDIT 99MT20.
- [4] de Palma, A. et Rochat, D., (1996), 'Urban Congestion and Commuters' Behavior : the Departure Time Context", *Revue d'Economie Régionale et Urbaine*, 3, 467 – 488.
- [5] de Palma, A., Khattak, D. et Gupta, D., (1997), 'Commuters' Departure Time Decisions in Brussels", *Transportation Research Record*, Washington.
- [6] DREIF (1993), "Déplacements des franciliens 1991-1992", Enquête générale de transport, Rapport de la DREIF, Paris.
- [7] Hatcher, S. G. et Mahmassani H. S. (1992). "Daily Variability and Trip Scheduling Decisions for the Evening Commute". *71ème rencontre annuelle du TRB*.
- [8] Nguyen-Luong, D., (1997), "Le modèle de trafic de l'IAURIF", Institut d'Aménagement et d'Urbanisme de la Région Ile-de-France, Paris.
- [9] Prud'Homme, R. et Ming Sun, Y., (2000), "Le coût économique de la congestion du périphérique parisien : une approche désagrégée", *Les cahiers Scientifiques du Transport*, N°37/2000, pp 59-73.
- [10] Small, K, Noland, R. et Koskenoja, P., (1995), "Socio-economic Aytributes and Impacts of Travel Reliability : A Stated Preference Approach", University of Clifornia, Irvine, *California PATH Research Report*, UCN-ITS-PRR-95-36.
- [11] Small, K. (1977), "Somme Notes on Discrete Choice Models and Scheduling of Activities", *Document de travail*, National Science Foundations, Grant N°SOC77-07082.
- [12] Small, K. (1982), "The scheduling of Consumer Activities", *American Economic Review*, 72, 467-479.
- [13] STP, (1999), "Les déplacements en Ile-de-France", *mémento de statistiques*, Paris.
- [14] TTR (1999), "QUATUOR: Outils dynamiques de simulation pour la gestion des déplacements dans la région parisienne", *Rapport final* , DRAST/Predit No. 98MT30.

## **Partie V**

# **Estimation du choix modal**



## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>193</b>
<b>2. PRÉSENTATION THÉORIQUE DES MODÈLES DE CHOIX APPROPRIÉS... 194</b>	
2.1. LES MODÈLES CLASSIQUES .....	194
2.1.1. <i>Principe</i> .....	194
2.1.2. <i>Probit Binaire</i> .....	195
2.1.3. <i>Logit Binaire</i> .....	195
2.1.4. <i>Estimation par Maximum de vraisemblance</i> .....	196
2.1.5. <i>Modèle emboîté</i> .....	198
2.2. LES EXTENSIONS.....	199
2.2.1. <i>Le modèle Dogit</i> .....	199
2.2.2. <i>Le modèle Mixed Logit</i> .....	206
2.2.3. <i>Le modèle Logit avec effet revenu</i> .....	212
<b>3. ETUDE EMPIRIQUE SUR DONNÉES EGT .....</b>	<b>215</b>
3.1. DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE.....	216
3.2. MODÈLES LOGIT ET PROBIT .....	220
3.3. PRISE EN COMPTE DE LA DISTRIBUTION DES PARAMÈTRES .....	222
3.4. PRISE EN COMPTE DE L'EFFET REVENU .....	224
<b>4. LE CHOIX MODAL DANS METROPOLIS .....</b>	<b>229</b>
4.1. CHOIX MODAL BINAIRE .....	229
4.2. CALCUL DE L'UTILITÉ TC.....	229
4.3. CALCUL DE L'UTILITÉ VP.....	230
4.4. SIMULATION ET CONVERGENCE.....	231
4.5. MODÉLISATION DES PARAMÈTRES DE METROPOLIS .....	233
<b>5. AJUSTEMENT DU CHOIX MODAL.....</b>	<b>234</b>
5.1. MÉTHODE DE BASE.....	234
5.2. EXTENSION DE LA MÉTHODE.....	236
5.3. RÉSULTATS AGRÉGÉS DE LA SIMULATION FINALE.....	239
<b>6. CONCLUSIONS .....</b>	<b>241</b>
<b>7. RÉFÉRENCES.....</b>	<b>242</b>
<b>8. ANNEXE.....</b>	<b>244</b>

## 1. Introduction

Dans le rapport QUATUOR de la première année (voir TT&R 1999) nous avons présenté le type de modélisations effectuées par les opérateurs, en particulier en tant que troisième étape des modèles classiques à quatre étapes. Dans le présent rapport, nous proposons d'effectuer une étude du choix modal. Cependant, notre outil de simulation étant basé sur une approche binomial (le choix entre l'utilisation d'un véhicule particulier et les transports en commun) ; la totalité de ce chapitre repose sur cette segmentation.

Nous présentons dans la section 2 les modèles classiques utilisés et trois extensions, qui à notre connaissance, n'ont pas été abordées en France. La première extension repose sur le modèle dogit qui permet de lever l'hypothèse IIA et de définir la part des captifs à un mode. Nous présentons ensuite le modèle mixed logit qui permet de prendre en compte la distribution des paramètres de la fonction d'utilité et enfin nous proposons une formulation de la fonction d'utilité qui permet de prendre en compte un effet revenu.

La troisième section présente une étude empirique. Les estimations économétriques ont été effectuées sur des données de l'EGT 1998. Nous estimons les modèles classiques et les modèles mixed logit et logit à effet revenu (la programmation du modèle Dogit est en cours).

Les paramètres comportementaux estimés jouent un rôle crucial dans les outils de simulation. Nous présentons à la section 4, la prise en compte du choix modal dans METROPOLIS. Nous proposons également d'estimer les paramètres intervenant dans cet outil. Enfin à la section 5, nous présentons les premiers résultats de simulation incluant le choix modal. Nous calculons différents indicateurs de qualité d'ajustement du choix modal qui permettent de juger des effets de la prise en compte du choix modal. L'ajustement de METROPOLIS en présence de choix modal s'est avéré plus délicat que celui effectué à la partie IV du rapport.

Notons néanmoins, que dans la modélisation du choix modal proposée, les modules d'affectation et de choix de temps de départ sont cohérents avec le module de choix modal. La plupart des logiciels disponibles sur le marché ne considèrent pas cette cohérence et tout au plus les utilisateurs de ces logiciels effectuent à la main un petit nombre de boucles (c'est-à-dire d'aller-retour entre le modèle d'affectation et le modèle de choix modal). La cohérence que nous nous sommes imposée, dans le calage des déplacements en voiture particulière, comporte un coût, qui est celui de la complexité de l'outil. Nous nous sommes limité, dans le cadre de ce rapport, à calibrer au mieux le modèle de choix modal. Les résultats obtenus sont encourageants, mais sont perfectibles. Ceci fera l'objet de la troisième année du projet.

## 2. Présentation théorique des modèles de choix appropriés

Nous rappelons que nous ne présentons que les modèles qui présentent un intérêt dans le cadre du projet QUATUOR, c'est à dire relatif au choix modal binaire.

### 2.1. Les modèles classiques

#### 2.1.1. Principe

Les modèles de choix discrets supposent qu'à chaque possibilité de choix  $i$  ( $i=1, \dots, N$  où  $N$  représente le nombre fini de choix possibles  $n$  est l'indice de l'individu et  $C_n$  l'ensemble des choix de l'individu  $n$ ) est associée une utilité aléatoire,  $U_i$ , traduisant le niveau de satisfaction qu'elle procure à l'individu. Celui-ci choisit l'option qui lui apporte l'utilité la plus élevée.

Cette utilité aléatoire,  $U_i$ , dépend (a) d'une utilité déterministe (représentative ou systématique),  $V_i$ , composée des caractéristiques du choix  $i$  et de celles de l'individu  $n$ , et (b) d'un terme aléatoire, noté  $\mathbf{e}_i$ . Ce second terme est non observable et reflète les erreurs de mesure et d'observation relatives à la partie déterministe de l'utilité (Manski, 1977). Ceci peut se formuler en utilisant une spécification additive, pour l'utilité conditionnelle associée au choix  $i$  :

$$U_i = V_i + \mathbf{e}_i = \mathbf{b}' X_i + \mathbf{e}_i \quad i=1, \dots, N, \quad (1)$$

où  $X_i$  représente le vecteur des  $K$  caractéristiques relatives au choix  $i$  et  $\mathbf{b}$  le vecteur des paramètres à estimer (de dimension  $K$ ).

Du fait de l'existence de termes aléatoires, les modèles développés dans la théorie des choix discrets sont des outils probabilistes. Ainsi, deux individus ayant les mêmes caractéristiques observées et confrontés dans une même situation à deux choix donnés peuvent prendre des décisions différentes. Si  $U_{in} > U_{jn}$ , où  $U_{in}$  (resp  $U_{jn}$ ) représente l'utilité que tire l'individu  $n$  du choix de  $i$  (resp. de  $j$ ) pour toute option  $j$  différente de  $i$  et appartenant à l'ensemble des choix  $C_n$ , alors l'individu opte pour  $i$ .

La probabilité,  $P(i)$ , qu'un individu opte pour le choix  $i$  est :

$$P_n(i) = \text{Prob}(U_{in} > U_{jn}; \forall j = 1, \dots, N; j \neq i) = \text{Prob}(V_{in} + \mathbf{e}_{in} > V_{jn} + \mathbf{e}_{jn}; \forall j = 1, \dots, N; j \neq i). \quad (2)$$

ou encore

$$P_n(i) = \text{Prob}(\mathbf{e}_{in} - \mathbf{e}_{jn} > V_{jn} - V_{in}; \forall j = 1, \dots, N; j \neq i)$$

Soit  $X_{in}$  variables explicatives du choix de  $i$  pour l'usager  $n$ , elles regroupent des variables caractéristiques de l'option  $i$  comme le temps de trajet, le coût, le confort, etc. et des variables caractéristiques de l'individu  $n$ , comme l'âge, le sexe ou le revenu.

## 2.1.2. Probit Binaire

Supposons que les perturbations regroupent un grand nombre indépendant de termes aléatoires inobservables, alors par le terme central limite ces perturbations suivent une loi normale. Ainsi, si nous supposons que  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{e}_j$  suivent des lois normales de moyennes nulles et respectivement de variances  $\mathbf{s}_i^2$  et  $\mathbf{s}_j^2$ . Alors le terme  $\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j$  suit une loi normale de moyenne nulle et de variance  $\mathbf{s}^2 = \mathbf{s}_i^2 + \mathbf{s}_j^2 - 2\mathbf{s}_{ij}$ . Ou  $\mathbf{s}_{ij}$  est la covariance entre  $\mathbf{e}_i$  et  $\mathbf{e}_j$ .

Alors

$$P_n(i) = \text{Prob}(\mathbf{e}_{jn} - \mathbf{e}_{in} > V_{in} - V_{jn})$$

$$P_n(i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathbf{s}}} \int_{-\infty}^{V_{in}-V_{jn}} \exp\left(\frac{-x^2}{2\mathbf{s}^2}\right) dx = \Phi\left(\frac{V_{in} - V_{jn}}{\mathbf{s}}\right)$$

où  $\Phi$  est la fonction de distribution normale cumulée.

Si  $V_{in} = \mathbf{b}'X_{in}$  et  $V_{jn} = \mathbf{b}'X_{jn}$

$$\text{Alors } P_n(i) = \Phi\left(\frac{\mathbf{b}'(X_{in} - X_{jn})}{\mathbf{s}}\right).$$

Le paramètre  $1/\mathbf{s}$  joue un rôle de paramètre d'échelle et peut donc être normalisé à 1.

## 2.1.3. Logit Binaire

Le modèle Probit n'a pas de forme réduite (*i.e.* il reste sous forme d'intégrale) par conséquent l'estimation est délicate au-delà de 4 choix (voir la section B.2 sur les méthodes d'estimation par simulations). Le modèle logit permet de relever cette restriction. Il est obtenu en supposant que la différence :  $\mathbf{e}_n = \mathbf{e}_{in} - \mathbf{e}_{jn}$  est distribuée suivant une distribution logistique.

$$F(\mathbf{e}_n) = \frac{1}{1 + e^{-m\mathbf{e}_n}} \quad m > 0, -\infty < \mathbf{e}_n < +\infty$$

$$f(\mathbf{e}_n) = \frac{m e^{-m\mathbf{e}_n}}{(1 + e^{-m\mathbf{e}_n})^2}$$

$m$  est un paramètre d'échelle.

On a :

$$P_n(i) = \text{Prob}(U_{in} > U_{jn})$$

$$P_n(i) = \frac{1}{1 + e^{-m(V_{in} - V_{jn})}} = \frac{e^{mV_{in}}}{e^{mV_{in}} + e^{mV_{jn}}}$$

Le paramètre  $m$  ne peut pas être isolé des paramètres  $\mathbf{b}$ , il peut être normalisé à 1 (ce qui entraîne de poser que la variance des  $\mathbf{e}_{in}$  est égale à  $\mathbf{p}^2 / 6$ ).

#### 2.1.4. Estimation par Maximum de vraisemblance

Après avoir collecté des observations, nous cherchons à connaître les paramètres  $\mathbf{b}$  et leurs écarts types  $\mathbf{s}$  qui maximiseraient la probabilité d'obtenir l'échantillon observé. Ce critère est le principe de vraisemblance. L'élément clé dans ce principe est la fonction de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance est une fonction de probabilité qui dépend des paramètres inconnus. Nous écrivons la fonction de densité normale jointe pour les paramètres  $\mathbf{b}$  et  $\mathbf{s}$  qui est la fonction de vraisemblance. Le critère requiert que les paramètres maximisent cette fonction car étant donné  $Y$  et  $X$ , un vecteur  $\mathbf{b}$  pour lequel la vraisemblance est élevée a plus de chance d'être le vrai  $\mathbf{b}$ .

Le problème résulte dans l'estimation des paramètres  $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_K$  à partir d'observations. Considérons des données sur des individus tirés aléatoirement dans la population. Ces données correspondent tout d'abord à une variable indicatrice  $y$  :

$$y_{in} = \begin{cases} 1 & \text{si la personne } n \text{ choisit l'option } i \\ 0 & \text{si la personne } n \text{ choisit l'option } j \end{cases}$$

et à un ensemble de valeurs pour les composantes des utilités des choix  $i$  et  $j$  : respectivement  $X_{in}$  et  $X_{jn}$ .

Soit la vraisemblance d'un échantillon de  $M$  observations

$$L^*(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_K) = \prod_{n=1}^M P_n(i)^{y_{in}} P_n(j)^{y_{jn}}$$

Rappelons que  $P_n(i)$  est une fonction des paramètres  $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_K$ . Soit en prenant le logarithme :

$$L(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_K) = \sum_{n=1}^M \{y_{in} \log P_n(i) + (1 - y_{in}) \log [1 - P_n(i)]\}$$

On cherche donc les paramètres  $\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_K$  qui maximisent cette vraisemblance. Il s'agit donc d'annuler les dérivées de  $L$  par rapport à chaque paramètre.

$$\text{Soit : } \frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}\hat{\mathbf{b}}_k} = \sum_{n=1}^M \left\{ y_{in} \frac{\mathcal{J}P_n(i)/\mathcal{J}\hat{\mathbf{b}}_k}{P_n(i)} + y_{jn} \frac{\mathcal{J}P_n(j)/\mathcal{J}\hat{\mathbf{b}}_k}{P_n(j)} \right\} = 0, k = 1, \dots, K$$

Dans le cas du modèle Probit, nous posons pour simplifier l'écriture suivante :

$$X_n = X_{in} - X_{jn}$$

$$\text{Soit } L = \sum_{n=1}^M \{ y_{in} \log \Phi(\mathbf{b}'X_n) + y_{jn} \log[1 - \Phi(\mathbf{b}'X_n)] \},$$

$$\text{d'où : } \frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}\hat{\mathbf{b}}_k} = \sum_{n=1}^M \left[ \frac{y_{in} \mathbf{f}(\mathbf{b}'X_n)}{\Phi(\mathbf{b}'X_n)} - \frac{(1 - y_{in}) \mathbf{f}(\mathbf{b}'X_n)}{1 - \Phi(\mathbf{b}'X_n)} \right] X_{nk} = 0, k = 1, \dots, K.$$

Dans le cas du modèle Logit, nous avons :

$$L = \sum_{n=1}^M \left\{ y_{in} \log \left( \frac{1}{1 + e^{-\mathbf{b}'X_n}} \right) + y_{jn} \log \left( \frac{e^{-\mathbf{b}'X_n}}{1 + e^{-\mathbf{b}'X_n}} \right) \right\}$$

et les 2 propriétés suivantes :

**Propriété 1 :**

$$\frac{\mathcal{J} \log P_n(i)}{\mathcal{J}(\mathbf{b}'X_n)} = P_n(j) \quad \text{et} \quad \frac{\mathcal{J} \log P_n(j)}{\mathcal{J}(\mathbf{b}'X_n)} = -P_n(i)$$

$$\text{Soit : } \frac{\mathcal{J}L}{\mathcal{J}\hat{\mathbf{b}}_k} = \sum_{n=1}^M [y_{in} - P_n(i)] X_{nk} = 0, k = 1, \dots, K$$

**Propriété 2 :**

$$\text{Si } X_{nk} = 1, \text{ alors la part prédite est égale à la part observée: } \sum_{n=1}^M y_{in} = \sum_{n=1}^M P_n(i).$$

Les équations sont non linéaires. Les solutions sont calculées par procédures itératives à l'aide d'un algorithme d'optimisation numérique. Nous partons d'une valeur fixée pour les paramètres, l'algorithme indique comment incrémenter, c'est à dire comment corriger la valeur de l'étape  $i$  pour avoir celle de l'étape  $i+1$ . L'algorithme est stoppé lorsque le maximum de la vraisemblance est atteint.

## 2.1.5. Modèle emboîté

Le modèle logit impose l'hypothèse d'indépendance des choix (IIA<sup>1</sup> - Anderson et al., 1992) qui dans le cadre d'un modèle de choix modal constitue une hypothèse très forte (illustrée par le paradoxe très connu "bus bleu - bus rouge"). Un modèle de type emboîté permet de lever cette hypothèse. Nous présentons ce modèle dans un cadre de choix entre plusieurs modes de transport mais nous verrons qu'il peut être utile dans des cas propres à l'analyse binaire.

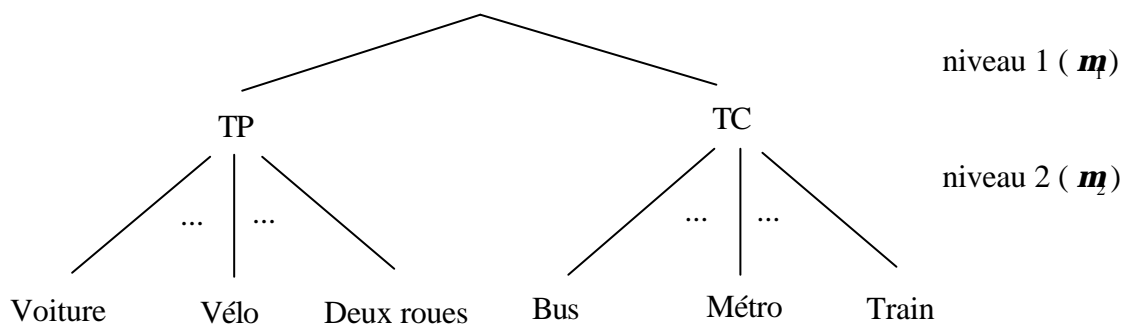
On suppose que l'utilisateur choisit dans un premier temps (premier niveau) un groupe modal,  $G_l$ , dans l'ensemble des groupes  $G = \{G_1, \dots, G_l, \dots, G_L\}$ , et dans un second temps (deuxième niveau), un mode  $i$  spécifique à ce groupe. La probabilité de choisir le mode  $i$  s'écrit alors :

$$P(i) = \frac{\exp(V_i / \mathbf{m}_1)}{\sum_{j \in G_l} \exp(V_j / \mathbf{m}_1)} \cdot \frac{\exp(S_l / \mathbf{m}_2)}{\sum_{k=1}^L \exp(S_k / \mathbf{m}_2)}, \quad (3)$$

où  $\mathbf{m}_1$  et  $\mathbf{m}_2$  sont des paramètres d'hétérogénéité des usagers associés au premier et au second niveaux de décision. Le surplus,  $S_l$ , associé au groupe  $l$  s'écrit :

$$S_l = \mathbf{m}_2 \ln \sum_{s \in G_l} \exp(V_s / \mathbf{m}_2). \quad (4)$$

Dans le cadre de cette étude, deux groupes de modes TP et TC sont envisagés. Nous nous intéressons dans ce projet au premier choix effectué par l'individu celui entre VP et TC. Cependant, nous pouvons supposer qu'il effectue ensuite un choix de mode plus spécifique. Le schéma suivant représente cette séquence pour TP =  $G_1$  = (voiture, vélo et deux roues) et TC =  $G_2$  = (bus, métro et train) :



Par exemple, la probabilité de choisir le bus s'écrit :

$$P(bus) = \frac{\exp(V_{bus} / \mathbf{m}_2)}{\sum_{j \in TC} \exp(V_j / \mathbf{m}_2)} \cdot \frac{\exp(S_{TC} / \mathbf{m}_1)}{\sum_{k=TP, TC} \exp(S_k / \mathbf{m}_1)},$$

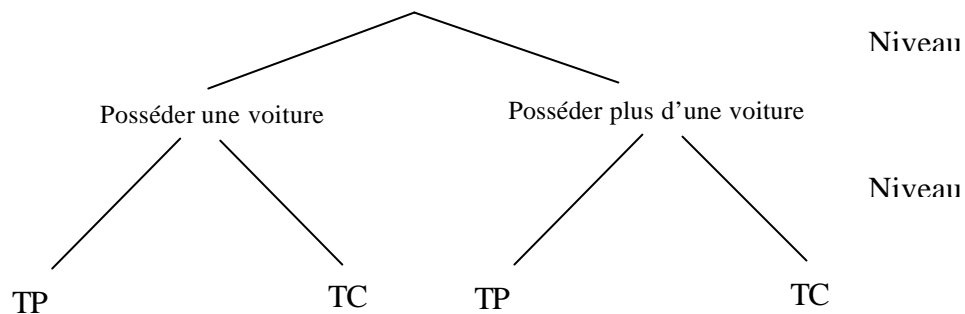
avec :

$$S_{TC} = \mathbf{m}_2 \ln \sum_{s \in TC} \exp(V_s / \mathbf{m}_2).$$

<sup>1</sup> Indépendance from Irrelevant Alternatives.

Comme nous l'avons indiqué nous ne considérons que les choix binaires, cependant le modèle emboîté peut être utile par exemple dans les choix de posséder une ou plusieurs voitures et ensuite entre TP et TC. En effet, nous pouvons considérer que dans un premier temps, l'individu décide de posséder un ou plusieurs modes particuliers. Dans un deuxième temps, il choisit le TP ou les TC pour se déplacer vers son lieu de travail. Plusieurs études ont confirmé que ces deux décisions devaient être étudiées conjointement (Train, 1980 ou Thobani, 1984 et de Palma et Rochat, 1998). Bhat et Pulugurta (1998) ont montré qu'une approche basée sur le logit binomial est plus adéquate qu'une approche multinomiale pour modéliser le choix de posséder une ou plusieurs voitures.

Cette séquence de décisions peut être représentée par le schéma suivant :



Il s'agit d'un modèle en deux étapes avec un choix binaire à chaque étape. La probabilité de choisir un type de mode (TP ou TC) est basée sur les relations (3) et (4). A l'issue de cette synthèse des modèles classiques utiles dans l'analyse binaire, nous sommes en mesure de présenter trois extensions dans la sous section suivante.

## 2.2. Les extensions

Nous proposons dans cette sous section des extensions des modèles de base. Le cadre binomial de l'analyse se prête parfaitement à ces extensions. Ces modèles ne sont pas programmés dans le logiciel METROPOLIS, mais pourraient représenter des développements futurs. Nous présentons les modèles Dogit, Mixed logit et Logit à effet revenu.

### 2.2.1. Le modèle Dogit

Il est bien connu que dans certains contextes l'hypothèse IIA induite par le logit s'avère restrictive. Des modèles qui relèvent cette hypothèse ont été proposés comme le probit, le nested logit ou le mixed logit. Cependant, ces modèles sont assez complexes et requièrent parfois une programmation assez lourde pour mener l'estimation (notamment les méthodes liées à la simulation). Le modèle dogit permet de relever la restriction de l'IIA pour certaines (ou toutes) paires d'options tout en gardant la flexibilité du modèle logit. Il permet également de mesurer les parts de captifs/non captifs de chaque option de choix. Cette section présente le modèle dogit proposé par Gaudry et Dagenais (1979).<sup>2</sup>

<sup>2</sup> Le CRT a développé le logiciel TRIO qui permet une estimation de ce modèle. En France, l'INRETS, le SETRA et le SES du MELT disposent de ce logiciel.



Soit la probabilité de faire le choix de l'option  $i$  :

$$P_i^d = \frac{e^{V_i} + \mathbf{q}_i \sum_{j=1}^N e^{V_j}}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j) \sum_{j=1}^N e^{V_j}} \quad (5)$$

avec,  $d$  l'indice indiquant que la probabilité correspond à celle du dogit,  $V_i = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_k X_{ik}$  et  $\mathbf{q}_i$  est un paramètre positif ou nul associé au choix  $i$  (on donne dans la suite l'interprétation de ce paramètre). Si  $\mathbf{q}_i=0$  pour tous les  $i$ , nous retrouvons la formulation du Logit.

Par définition, nous devons avoir  $0 \leq P_i^d \leq 1$  et  $\sum_{i=1}^N P_i^d = 1$ . Pour le modèle Dogit, les probabilités relatives des choix  $i$  et  $l$  s'écrivent :

$$\frac{P_i^d}{P_l^d} = \frac{e^{V_i} + \mathbf{q}_i \sum_{j=1}^N e^{V_j}}{e^{V_l} + \mathbf{q}_l \sum_{j=1}^N e^{V_j}} \quad (6)$$

Par conséquent, le rapport (6) dépend des attributs de toutes les options de choix. L'hypothèse IIA n'est plus vérifiée dans le modèle dogit. Nous déterminons sous quelles conditions l'IIA serait vérifiée.

Considérons les deux situations suivantes :

**Situation 1** : Il y a  $N$  options de choix,  $i = 1, \dots, N$ .

**Situation 2** : Il y a  $P=N+1$  options de choix qui correspondent aux options de la situation 1 plus une nouvelle alternative,  $i = 1, \dots, P$ , avec  $P=N+1$ .<sup>3</sup>

Pour que l'hypothèse IIA soit vérifiée, il faut que :

$$\frac{e^{V_i} + \mathbf{q}_i \sum_{j=1}^N e^{V_j}}{e^{V_l} + \mathbf{q}_l \sum_{j=1}^N e^{V_j}} = \frac{e^{V_i} + \mathbf{q}_i \sum_{j=1}^P e^{V_j}}{e^{V_l} + \mathbf{q}_l \sum_{j=1}^P e^{V_j}} \quad (7)$$

On montre facilement que (7) est satisfaite si l'une des trois hypothèses suivantes est vérifiée :

$$(a) \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_l = 0$$

<sup>3</sup> La situation 2 peut également correspondre à la situation 1 à laquelle on a retiré une option de choix ( $P=N-1$ ).

$$(b) \frac{q_i}{q_l} = \frac{e^{V_i}}{e^{V_l}}$$

$$(c) \sum_{j=1}^N e^{V_j} = \sum_{j=1}^P e^{V_j}$$

Si (a) est vérifiée pour tous  $i$  et  $l$ , nous retrouvons la formulation du Logit. Si (a) et (b) ne sont vérifiées que pour certaines paires d'options ( $i, l$ ) alors le rapport  $\frac{P_i^d}{P_l^d}$  ne sera pas modifié par l'introduction d'une nouvelle option de choix. Par conséquent, le modèle Dogit permet de prendre en compte une validation partielle de l'IIA, c'est à dire pour un sous-ensemble d'options de choix.

La solution (c) n'a de sens que si les expressions des  $V_i$  sont différentes dans les situations 1 ou 2 (variables explicatives et/ou paramètres), ce qui est trop restrictif pour être considéré ici.

Le paramètre  $q_i$  indique l'intensité de l'influence de l'ensemble des options sur le choix  $i$ . Ce paramètre intervient donc dans les élasticités. Dans le cas du modèle logit, l'élasticité de la probabilité du choix de  $i$  à la caractéristique  $k$  ( $X_{ik}$ ) s'écrit :

$$e_{P_i / X_{ik}} = b_k X_{ik} \left[ 1 - \frac{e^{V_i}}{\sum_{j=1}^N e^{V_j}} \right]$$

alors que dans le cas du modèle dogit, cette élasticité s'écrit :

$$e_{P_i^d / X_{ik}} = b_k X_{ik} \left[ A - \frac{e^{V_i}}{\sum_{j=1}^N e^{V_j}} \right]$$

avec

$$A = \frac{1 + q_i}{1 + q_i \left( \frac{\sum_{j=1}^N e^{V_j}}{e^{V_i}} \right)}$$

Comme  $\frac{\sum_{j=1}^N e^{V_j}}{e^{V_i}} > 1$  alors si  $\mathbf{q}$  augmente l'élasticité diminue (en valeur absolue). Autrement dit, plus l'ensemble des options reçoit un poids important dans le choix de  $i$ , moins une modification d'une variable caractéristique de  $i$  aura d'effet sur le choix de cette option.

L'élasticité croisée de la probabilité du choix de  $i$  à la caractéristique  $k$  du choix  $l$  ( $X_{lk}$ ) s'écrit :

$$\mathbf{e}_{P_i^d / X_{il}} = \mathbf{b}_k X_{il} \left[ \frac{\mathbf{q}_i}{\frac{e^{V_i}}{e^{V_l}} + \mathbf{q}_i \left( \frac{\sum_{j=1}^N e^{V_j}}{V_l} \right)} - \frac{e^{V_i}}{\sum_{j=1}^N e^{V_j}} \right]$$

Si  $\mathbf{q}=0$ , nous retrouvons l'élasticité croisée du modèle Logit. L'augmentation de  $\mathbf{q}_i$  entraîne une augmentation (en valeur absolue) de l'élasticité de la probabilité du choix de  $i$  à la caractéristique  $k$  de  $l$ . Ce qui est cohérent avec le rôle de  $\mathbf{q}$

Le modèle dogit présente l'avantage de donner une définition simple à la notion de captifs/non captifs. Pour le constater, considérons les parts de marché  $y_1, \dots, y_N$  des  $N$  choix. D'après (5), la part de marché de  $i$  s'écrit :

$$y_i = \frac{e^{V_i}}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j) \sum_{j=1}^N e^{V_j}} + \frac{\mathbf{q}_i}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j)}, \quad (8)$$

où  $\frac{\mathbf{q}_i}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j)}$  représente, conformément à Stone 1954, la part du revenu dépensé pour

satisfaire un besoin minimum nécessaire du bien  $i$ . Par conséquent,

$\frac{1}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j)} \left( = 1 - \frac{\mathbf{q}_i}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j)} \right)$  représente la part du revenu dépensée pour satisfaire une

quantité supplémentaire de bien. Par conséquent, si nous supposons que le modèle logit prévoit correctement la probabilité de choix de  $i$ , alors ce dernier terme et les deux précédents composent la part de marché de  $i$  :

$$y_i = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j} \frac{e^{V_i}}{\sum_{j=1}^N e^{V_j}} + \frac{\mathbf{q}_i}{(1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j)}$$

qui est identique à l'expression (8). Dans cette expression, la part de marché due aux captifs de l'option  $i$  est donnée par le dernier terme. Ben-Akiva (1977) donne une définition

probabiliste : le second terme de la somme  $\left(\frac{\mathbf{q}_i}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j}\right)$  correspond à la probabilité d'être

libre de choisir dans l'ensemble de choix. Swait et Ben-Akiva (1989) ont proposé une généralisation par le modèle « Parametrized Logit Captivity » (PLC) qui remplace les paramètres  $\mathbf{q}$  par  $e^{\tilde{V}_j}$  avec  $\tilde{V}_j$  une combinaison linéaire de variables expliquant pourquoi l'utilisateur est captif à l'option  $j$ . Ces variables peuvent être partiellement ou totalement issues de l'ensemble des variables explicatives de  $V_j$ .

La probabilité du dogit  $P_i^d(V_i)$  est symétrique par rapport à son point d'inflexion, elle correspond comme nous l'avons vu précédemment à une transformation linéaire de la probabilité du logit (qui est symétrique)  $P_i^l(V_i)$  :

$$P_i^d(V_i) = a P_i^l(V_i) + b$$

$$\text{avec } a = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j} \text{ et } b = \frac{\mathbf{q}_i}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j}.$$

Par conséquent, la pente de  $P_i^d(V_i)$  est en constante proportion avec la pente de  $P_i^l(V_i)$ , de plus comme  $\sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j$  est toujours positive, la courbe  $P_i^d(V_i)$  est plus plate.

La hauteur de la queue de distribution gauche de la probabilité  $P_i^d(V_i)$  correspond à la part des captifs pour  $i$  (i.e. à la probabilité d'être captif à l'option  $i$ ). En effet :

$$\lim_{V_i \rightarrow -\infty} P_i^d(V_i) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j} \left[ \lim_{V_i \rightarrow -\infty} P_i^l(V_i) \right] + \frac{\mathbf{q}_i}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j} = \frac{\mathbf{q}_i}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j}.$$

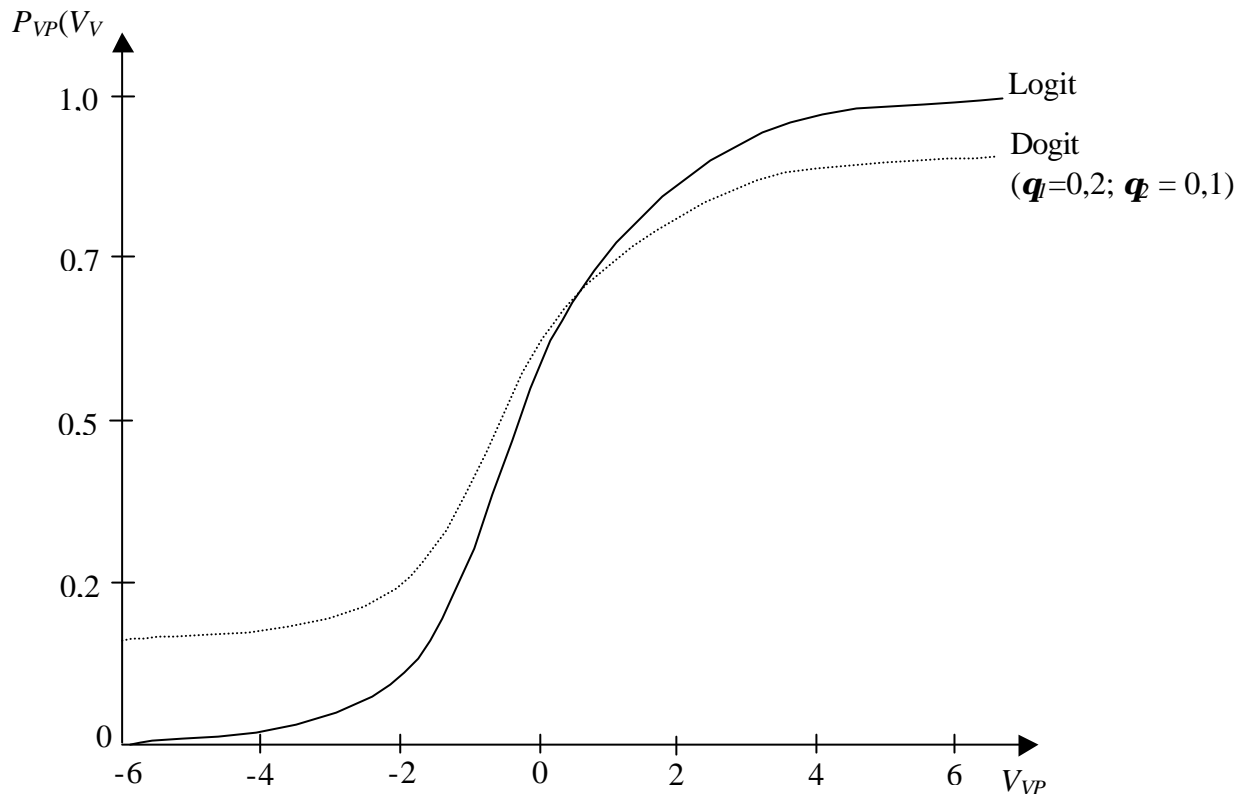
La queue de distribution droite correspond à

$$1 - \lim_{V_i \rightarrow \infty} P_i^d(V_i) = \frac{\sum_{h \neq i}^N \mathbf{q}_h}{1 + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j},$$

c'est à dire à la somme des queues de distributions gauches pour l'ensemble des autres options de choix. Dans le cas binaire (VP, TC), la figure 1 représente les courbes des probabilités  $P_{VP}^d(V_{VP})$  et  $P_{VP}^l(V_{VP})$  avec  $V_{TC}=0$  et  $(\mathbf{q}_l, \mathbf{q}_c)=(0,2; 0,1)$ .



Figure 1 : Probabilités des modèles logit et dogit



Liem et Gaudry (1998) ont proposé une généralisation du modèle dogit. Soit la formulation suivante :

$$P_i = \frac{e^{V_i} + \sum_{j \neq i, j=1}^N \mathbf{q}_{ij} e^{V_j}}{\sum_{m=1}^N \left[ e^{V_m} + \sum_{h \neq m, h=1}^N \mathbf{q}_{mh} e^{V_h} \right]}$$

Dans le cas du dogit présenté précédemment (dogit simple), nous avons  $\mathbf{q}_{i1} = \mathbf{q}_{i2} = \dots = \mathbf{q}_{ii} = \dots = \mathbf{q}_{im} = \mathbf{q}_i \geq 0$ . Dans ce modèle, il existe pour chaque option de choix un effet joint de l'ensemble des alternatives. Dans le modèle dogit généralisé, nous avons  $\mathbf{q}_i=0$  et  $\mathbf{q}_j \geq 0$ , par conséquent nous supposons qu'il existe pour chaque option de choix un effet propre à chacune des autres options.

Notons que les modèles dogit simple et généralisé sont équivalents dans le cas binaire (2 options de choix). Comme le projet QUATUOR propose de ne considérer que le choix bimodal, nous ne discuterons pas davantage de ce modèle (voir Gaudry et Liem 1998).

### 2.2.2. Le modèle Mixed Logit

Les modèles Logit sont très fréquents dans la littérature, cependant ils posent l'hypothèse restrictive d'unicité des paramètres sur l'ensemble des usagers. C'est à dire que deux usagers identiques (par rapport aux variables observées) doivent avoir le même vecteur de paramètres. Nous concevons parfaitement que cette hypothèse est restrictive, en effet les usagers ne présentent pas les mêmes paramètres comportementaux, ces derniers étant naturellement distribués dans la population. En particulier, le modèle devient plus réaliste si nous supposons que les sensibilités du choix de mode aux variables de temps et de coût ( $\mathbf{b}_1$  et  $\mathbf{b}_2$ ) sont distribuées dans la population.

Une autre hypothèse restrictive bien connue du modèle Logit est l'IIA (Independence of Irrelevant Alternatives). Cette hypothèse entraîne que la prise en compte d'une nouvelle option de choix (ou l'élimination d'une option) change la probabilité des autres options de choix de telle sorte que le rapport des probabilités reste inchangé. Cette propriété peut être restrictive surtout dans le contexte du choix de mode de transport<sup>4</sup>.

Les deux hypothèses précédentes peuvent être relevées par l'utilisation du Mixed Logit<sup>5</sup>. Ce modèle constitue une généralisation du Logit dont les paramètres peuvent varier aléatoirement dans la population. Nous recensons dans la littérature quelques récentes applications du Mixed Logit (Revelt et Train 1998, Algiers et al. 1998, Brownstone et Train 1999, Johansson 2000). Une version du modèle Mixed Logit a été utilisée en France dans le cadre du choix d'itinéraire des usagers marseillais. Leurent (1998) a estimé une distribution de la valeur du temps en postulant une loi log-normale (distribution d'un seul paramètre de la fonction d'utilité, sur la base des travaux de Ben Akiva, Bolduc et Bradley 1993 ; voir également Segonne (1998) et les travaux internes de la société Cofiroute par M. Jean Delons et Ammar Rifai).

Nous présentons ce modèle dans la suite.

Considérons la fonction d'utilité suivante composée d'un vecteur de paramètre  $\mathbf{b}$  et d'un vecteur de variables explicatives  $X_{in}$  pour l'utilisateur  $n$  et l'option de choix  $i$  ( $i=1, \dots, N$ ):

$$U_n(i) = V_n(i) + \mathbf{e}_{in} = \mathbf{b}'_n X_{in} + \mathbf{e}_{in}.$$

On pose l'hypothèse que les erreurs  $\mathbf{e}_{in}$  sont indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi de Gumbel. La probabilité que l'utilisateur  $n$  choisisse l'option  $i$  est donnée par le Logit standard :

$$P_{in}(\mathbf{b}_n) = \frac{\exp[\mathbf{b}'_n X_{in}]}{\sum_{j=1}^N \exp[\mathbf{b}'_n X_{jn}]}.$$

<sup>4</sup> Voir l'exemple très connu des bus bleus – bus rouges (Anderson, de Palma et Thisse 1992).

<sup>5</sup> Ce modèle est aussi appelé dans la littérature : "random coefficient logit", "random parameter logit" ou encore "error component logit".

Ne connaissant pas les paramètres comportementaux individuels, il est nécessaire d'intégrer la probabilité précédente sur toutes les valeurs possibles de  $\mathbf{b}$ . Soit  $f(\mathbf{b}_n/\mathbf{q})$  la fonction de densité du paramètre  $\mathbf{b}_n$  avec  $\mathbf{q}$  le vecteur des vrais paramètres définissant la distribution.

Ceci conduit à l'expression suivante de la probabilité de choix<sup>6</sup> :

$$P_{in}(\mathbf{q}) = \int P_{in}(\mathbf{b}_n) f(\mathbf{b}_n/\mathbf{q}) d\mathbf{b}_n.$$

La dimension des intégrales augmente avec le nombre de coefficients qui sont distribués aléatoirement, par conséquent les temps de calculs pour l'estimation augmentent très rapidement. Des méthodes liées à la simulation sont utilisées pour l'estimation. Nous présentons dans la suite, la méthode des moments simulés proposée dans l'article de McFadden (1989) et repris par Lee (1992) ainsi que le principe de la vraisemblance simulée. Ces méthodes utilisées pour l'estimation du mixed logit évitent le calcul des probabilités de choix qui peuvent dans certains cas être difficiles à formuler et donc à calculer.

Soit  $C = \{1, \dots, N\}$  l'ensemble des choix.

Soit l'utilité procurée par le choix  $i$  :

$$u_i = \mathbf{a} x_i, \quad (9)$$

avec :

- $x_i$  : un vecteur colonne d'attributs mesurés pour le choix  $i$  (issu de l'ensemble des choix  $C$ ).
- $\mathbf{a}$  : un vecteur ligne de paramètres distribués aléatoirement dans la population.

Avec :  $\mathbf{a} = a(\mathbf{q}, \mathbf{h})$  : une fonction paramétrique d'une variable aléatoire  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{q}$  étant le vecteur des paramètres inconnus de dimension  $(q \times 1)$ , dont la vraie valeur est  $\mathbf{q}^*$ .

Soit :

$g(\mathbf{h})$  la fonction de distribution de  $\mathbf{h}$  (supposée connue).

$\mathbf{b}(\mathbf{q})$  la moyenne de  $\mathbf{q}$

$\Omega(\mathbf{q})$  la matrice de variance covariance de  $\mathbf{q}$

$X_C = (x_1, \dots, x_N)$

$u_C = (u_1, \dots, u_N)$

La probabilité de faire le choix  $i$ ,  $P_C(i|\mathbf{q}, X_C)$ , correspond à la probabilité de tirer aléatoirement un vecteur  $u_C$  avec  $u_i \geq u_j$  quel que soit  $j \in C$ .

Soit  $X_{C-i} = (x_1 - x_i, \dots, x_N - x_i)$ ,  $u_{C-i} = (u_1 - u_i, \dots, u_N - u_i)$  et  $g_U(u_{C-i}|\mathbf{q}, X_C)$  la fonction de densité multivariée de  $u_{C-i}$ , la probabilité de choisir l'option  $i$  s'écrit de la façon suivante :

<sup>6</sup> L'ensemble d'intégration dépend de la forme choisie de  $f$ .



$$P_C(i|\mathbf{q}, X_C) = \int 1(u_{C-i} \leq 0) g_U(u_{C-i} | \mathbf{q}, X_C) du_{C-i},$$

ou encore :

$$P_C(i|\mathbf{q}, X_C) = \int 1(a(\mathbf{q}, \mathbf{h})X_{C-i} \leq 0) g(\mathbf{h}) d\mathbf{h},$$

avec  $1(\cdot)$  la fonction indicatrice qui vaut 1 si la condition entre parenthèses est satisfaite et 0 ailleurs.

Soit  $N$  individus d'un échantillon tirés aléatoirement,  $n = 1, \dots, M$ , les observations relatives à ces individus sont notées  $(d_{Cn}, X_{Cn})$  avec  $d_{Cn} = (d_{1n}, \dots, d_{Nn})$  et  $X_{Cn} = (x_{1n}, \dots, x_{Nn})$ , où  $d$  est un vecteur d'indicateur de réponse :  $d_{in} = 1$  si le choix  $i$  est **observé** pour l'individu  $n$ ,  $d_{in} = 0$  sinon.

La fonction de log-vraisemblance de cet échantillon s'écrit :  $L(\mathbf{q}) = \sum_{n=1}^M \sum_{i \in C} d_{in} \ln P_C(i|\mathbf{q}, X_{Cn})$ .

L'estimation de  $\mathbf{q}$  est obtenue par maximisation de cette log-vraisemblance

$$\text{Le vecteur du score s'écrit : } \mathcal{J} L(\mathbf{q}) / \mathcal{J} \mathbf{q} = \sum_{n=1}^M \sum_{i \in C} W_{in} [d_{in} - P_C(i|\mathbf{q}, X_{Cn})], \quad (10)$$

$$\text{avec } W_{in} = \mathcal{J} \ln P_C(i|\mathbf{q}, X_{Cn}) / \mathcal{J} \mathbf{q} \quad (11)$$

L'optimum est obtenu lorsque le vecteur du score (10) est nul.

Dans le cas du modèle probit, l'estimation par maximum de vraisemblance requiert théoriquement le calcul d'intégrales à  $(N-1)$  dimensions. Or en pratique, il est impossible de mettre en œuvre un nombre d'intégrations numériques directes supérieur à 4. Pour résoudre ce problème, Mcfadden (1989) propose d'utiliser la méthode des moments simulés (MMS).

Remarque préliminaire à l'estimation par la méthode des moments simulés (MMS):

Dans la présentation précédente, McFadden (1989) transforme le score (10) pour retrouver une condition de moments.

La méthode des moments est fondée sur des équations estimantes :

$$E^* h(d, X, \mathbf{q}^*) = 0$$

Si le nombre de conditions (taille de  $h$ ) est supérieur au nombre de paramètres (taille de  $\mathbf{q}$ ), alors nous introduisons une matrice de poids,  $S_M$ .

Il s'agit de déterminer  $\mathbf{q}$  minimisant la forme suivante :

$$\text{Min}_{\mathbf{q}} \sum_{n=1}^M h(d_n, X_n, \mathbf{q}) S_M \sum_{n=1}^M h(d_n, X_n, \mathbf{q})$$

L'estimateur de la méthode des moments est choisi de manière à rendre

$\frac{1}{M} \sum_{n=1}^M h(d_n, X_n, \mathbf{q})$  le plus proche possible de 0, pour le produit scalaire associé à la matrice  $S_M$  dans  $R^H$  où  $H$  est le nombre total d'équations  $h$ .

Ainsi, le vecteur du score efficace pour les choix multinomiaux peut s'écrire sous une forme simple de la méthode des moments.

Dans le cadre d'un modèle de choix discrets, l'estimateur d'un paramètre  $\mathbf{q}$ , de dimension  $(q \times 1)$ , par la méthode des moments (indiquée  $mm$ ) satisfait :

$$\mathbf{q}_{mm} = \underset{q}{\text{Argmin}} (d - P(\mathbf{q}))' W' W (d - P(\mathbf{q})), \quad (12)$$

avec :

- $d - P(\mathbf{q})$  : le vecteur de dimension  $(NM \times 1)$  de résidus empilés (écarts entre choix observés et modélisés) par observation puis par choix,  $d_{in} - P_c(i | \mathbf{q}, X_{C_n})$  en est un élément.
- $W$  : une série de  $Q$  instruments.  $W$  est donc de dimension  $(Q \times 1)$ ,  $Q \geq q$  ( $q$  étant la dimension de  $\mathbf{q}$ ).

Dans la remarque précédente le vecteur de fonctions  $h$  correspond au vecteur  $d - P(\mathbf{q})$  et la matrice  $S$  à  $W'W$

Les instruments peuvent dépendre de  $\mathbf{q}$  mais sont évalués à une valeur fixe  $\mathbf{q}$  dans les conditions du premier ordre. Si les instruments donnés par l'expression (11) sont choisis et évalués en  $\mathbf{q}^*$  (vraie valeur du paramètre), alors l'estimateur de la méthode des moments est asymptotiquement efficace et asymptotiquement équivalent à l'estimateur du maximum de vraisemblance (voir la section Instruments). **Ce sont les instruments optimaux.**

**La MMS permet de ne pas calculer la probabilité  $P(\mathbf{q})$  de l'expression (12). Nous la remplaçons par un simulateur  $f(\mathbf{q})$  qui doit être asymptotiquement non biaisé et indépendant entre les observations.**

L'estimateur MMS, noté  $\mathbf{q}_{ms}$  satisfait :

$$(d - f(\mathbf{q}_{ms}))' W' W (d - f(\mathbf{q}_{ms})) \leq \underset{q}{\text{Inf}} [(d - f(\mathbf{q}))' W' W (d - f(\mathbf{q})) + O(1)]$$

Il existe des conditions à poser pour que l'estimateur MMS soit convergent et asymptotiquement normal (voir le théorème 1 de l'article de McFadden 1989).

- Exemple de simulateur : le simulateur simple.

1. Un ou plusieurs vecteurs  $\mathbf{h}$  sont simulés à partir de la fonction de densité  $g(\mathbf{h})$  (simulations par Monte Carlo).
2. Pour chaque observation et pour différentes valeurs de  $\mathbf{q}$ , l'utilité  $u_{in} = a(\mathbf{q}, \mathbf{h})_{x_{in}}$  est calculée.
3. Il s'agit de compter combien de fois chaque choix a conduit au niveau d'utilité le plus élevé pour chaque valeur de  $\mathbf{q}$ . Nous obtenons donc une fréquence  $f_c(i|\mathbf{q}, X_{cn})$ .

Explicatif :

- Simulation d'un ou plusieurs vecteurs  $\mathbf{h}$  à partir de la fonction de densité  $g(\mathbf{h})$ .
- Calcul de  $u_{in} = a(\mathbf{q}, \mathbf{h})_{x_{in}}$  pour différentes valeurs de  $\mathbf{q}$  avec la simulation du vecteur  $\mathbf{h}$ .
- Pour l'individu  $n$ , nous obtenons un niveau d'utilité pour chaque choix et pour chaque  $\mathbf{q}$  :

$$\begin{array}{c} u_{1n}(\mathbf{q}), \dots, u_{1n}(\mathbf{q}_p) \\ u_{2n}(\mathbf{q}), \dots, u_{2n}(\mathbf{q}_p) \\ \vdots \\ u_{mn}(\mathbf{q}), \dots, u_{mn}(\mathbf{q}_p) \end{array}$$

- On relève dans chaque colonne la valeur maximale d'utilité :  $\bar{u}_n(\mathbf{q}_j)$  avec  $j = 1, \dots, p$ . Si  $\bar{u}_n(\mathbf{q}_j) = u_{in}(\mathbf{q}_j)$  alors  $n$  choisit l'option  $i$ .
  - Pour chaque individu nous obtenons les niveaux maxima d'utilité pour chaque choix :
- $$\bar{u}_n(\mathbf{q}_1), \dots, \bar{u}_n(\mathbf{q}_p)$$
- On répète ces 5 étapes et nous obtenons la fréquence  $f_c(i|\mathbf{q}, X_{cn})$  pour les différentes valeurs de  $\mathbf{q}$

Remarques :

L'estimateur classique de la méthode des moments est asymptotiquement efficace si et seulement si  $W$  est proportionnel à  $\frac{\mathcal{J} \ln P(\mathbf{q}^*)}{\mathcal{J} \mathbf{q}}$ . Donc l'efficacité asymptotique de l'estimateur MMS dépendra du nombre de tirages de Monte Carlo utilisé pour simuler  $P(\mathbf{q})$ .  $W$  doit être construit afin d'obtenir une bonne efficacité asymptotique sans pour autant entraîner des calculs excessifs.

Le rapport des simulations de  $P_C(i|\mathbf{q}, X_{C_n})$  et  $\mathbb{1}P_C(i|\mathbf{q}, X_{C_n})/\mathbb{1}\mathbf{q}$  permet de donner des instruments valides.

Il est important, pour les propriétés asymptotiques de l'estimateur MMS, que les simulations des probabilités  $P(\mathbf{q})$  et de leurs dérivées soient indépendantes du simulateur  $f(\mathbf{q})$  utilisé dans les conditions des moments (afin qu'instruments et résidus soient non corrélés). McFadden (1989) montre que l'utilisation des mêmes tirages (dans  $g(\mathbf{h})$ ) pour  $P_C(i|\mathbf{q}, X_{C_n})$  et  $\mathbb{1}P_C(i|\mathbf{q}, X_{C_n})/\mathbb{1}\mathbf{q}$  peut améliorer l'efficacité des instruments.

Il est possible de mettre en œuvre une procédure d'estimation itérative afin d'obtenir des instruments idéaux :

Dans un premier temps, des instruments simples et définis indépendamment de  $\mathbf{q}$ , sont utilisés. Après itération, nous obtenons un premier estimateur  $\hat{\mathbf{q}}$ . Les instruments robustes sont donnés par  $P_C(i|\mathbf{q}, X_C)$  et  $\mathbb{1}P_C(i|\mathbf{q}, X_C)/\mathbb{1}\mathbf{q}$  calculés en  $\hat{\mathbf{q}}$ . Un nouvel estimateur efficace de  $\mathbf{q}$  est obtenu.

Dans la méthode MMS de Mcfadden les instruments sont indépendants des tirages aléatoires. Les instruments optimaux sont donnés par  $W = \mathbb{1} \ln P_C(i|\mathbf{q}_0, x) / \mathbb{1}\mathbf{q}$  où  $\mathbf{q}_0$  est la vraie valeur du paramètre. L'auteur approxime les instruments optimaux en utilisant les moments simulés. Les nombres aléatoires utilisés pour calculer  $f(\mathbf{q})$  doivent être indépendants des simulations utilisées pour construire les instruments. Ceci est nécessaire pour assurer la non corrélation entre instruments et résidus<sup>7</sup>.

Dans la méthode de vraisemblance simulée (MVS), les moments simulés  $f_n(\mathbf{q}, x)$  sont valables pour chaque individu. Nous pouvons utiliser les mêmes tirages pour calculer les moments simulés et les instruments. Comme les équations des moments optimales sont dérivées des conditions du premier ordre de maximisation de la vraisemblance, nous pouvons utiliser la méthode MV.

Fonction log-vraisemblance du modèle de choix discrets :  $L(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^M d_{in} \ln P(i|\mathbf{q}, x_i)$

Si nous remplaçons la probabilité de réponse par les moments simulés, nous avons une fonction de pseudo-vraisemblance :  $L(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^N \sum_{n=1}^M d_{in} \ln f_{in}(\mathbf{q}, x_i)$

Cette approche par MVS demande moins de temps de calcul que la MMS, et peut s'avérer très avantageuse quand L est grand. En effet, dans la MMS il faut calculer pour chaque individu et chaque choix les moments simulés  $f_{in}(\mathbf{q}, x_i)$ . Alors que pour la MVS il suffit de calculer le moment simulé correspondant au choix retenu pour chaque individu. Cette méthode est très

<sup>7</sup> On fait des simulations de fréquences pour estimer  $\mathbf{q}$  mais pour l'estimation, on utilise des instruments basés sur d'autres simulations de fréquences et de leur dérivées.

utile pour les études utilisant des données de panel où l'ensemble de choix temporel est souvent très important.

### 2.2.3. Le modèle Logit avec effet revenu

Dans le cadre de l'évaluation de projets (en particulier la construction d'infrastructures routières), les modèles de choix discrets sont couramment utilisés. En effet, ils permettent de calculer un indicateur d'accessibilité (voir Sheffi 1985). Cependant, l'accessibilité n'est calculable que sous la condition d'utilité marginale monétaire constante, laquelle implique la non prise en compte de l'effet revenu. Or, pour la plupart des biens, une variation du revenu n'aura pas le même effet sur le niveau de consommation entre deux individus ayant des revenus différents, ce qui traduit l'existence d'un "effet revenu".

Par conséquent, la littérature sur l'accessibilité a largement tendance à ignorer les effets revenus. Seuls quelques récents travaux ont été entrepris sur la prise en compte de l'effet revenu (McFadden 1999 et de Palma et Kilani 1999) ou plus généralement sur la prise en compte de formes non linéaires dans le revenu de la fonction d'utilité (Teubel 1998). Notons que les améliorations des temps de calculs des ordinateurs ont largement contribué aux développements de ces approches. Nous introduisons dans cette section la non linéarité du revenu. Nous considérons une formulation logarithmique dans laquelle le revenu de l'individu ( $y$ ) est débité du coût du mode ( $C$ ). Par conséquent, une baisse du prix du mode (ou une hausse du revenu de l'individu) aura plus d'effet sur le niveau d'utilité pour un individu dont le revenu est plus faible.

Soit la formulation suivante des utilités :

$$\begin{cases} U(VP) = \mathbf{b}_1 \ln tt_{VP} + \mathbf{b}_2 \ln(y - C_{VP}) + \mathbf{d}'X_{VP} \\ U(TC) = \mathbf{b}_3 \ln tt_{TC} + \mathbf{b}_4 \ln(y - C_{TC}) + \mathbf{g}'X_{TC} \end{cases} \quad (13)$$

avec :

$tt_{VP}$  et  $tt_{TC}$  sont les temps de trajet respectifs de la voiture particulière et des transports en commun.

$y$  est le revenu mensuel,  $C_{VP}$  et  $C_{TC}$  sont les coûts respectifs de la voiture particulière et des transports en commun.

$X_{VP}$  est un vecteur de variables explicatives propre au VP ou à l'individu

$X_{TC}$  est un vecteur de variables explicatives propre au TC ou à l'individu

Nous avons supposé dans la formulation (13) qu'il y avait asymétrie des effets du temps de trajet et du coût du mode entre les usagers de la VP et des TC. Dans l'application empirique nous testons chacune des combinaisons d'asymétrie ( $\mathbf{b}_1 \neq \mathbf{b}_3$  et  $\mathbf{b}_2 \neq \mathbf{b}_4$  séparément ou

conjointement)<sup>8</sup>. La forme quadratique a été écartée en raison de problèmes de multicolinéarité qui apparaissent en présence exclusive de données de type préférences révélées. En effet, afin d'estimer des modèles qui incluent des transformations de Taylor, il est nécessaire d'utiliser des données de type préférences déclarées (voir par exemple Hensher 1996).

Par définition, la valeur du temps d'un usager  $n$  de la VP ou des TC se calcule comme le rapport des utilités marginales au temps et au coût :

$$\mathbf{a}_{VPn} = \frac{\partial U_n(VP) / \partial tt_{VPn}}{\partial U_n(VP) / \partial C_{VPn}} \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_{TCn} = \frac{\partial U_n(TC) / \partial tt_{TCn}}{\partial U_n(TC) / \partial C_{TCn}},$$

soit :

$$\mathbf{a}_{VPn} = -\frac{\mathbf{b}_1 (y_n - C_{VPn})}{\mathbf{b}_2 tt_{VPn}} \quad (14) \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_{TCn} = -\frac{\mathbf{b}_3 (y_n - C_{TCn})}{\mathbf{b}_4 tt_{TCn}} \quad (15)$$

Notons que dans le modèle Logit la demande pour un choix  $i$  ( $i=1, \dots, N$ ) s'écrit (avec  $V_i$  la composante déterministe de l'utilité issue du choix de  $i$ ) :

$$D_i = \frac{\exp\left(\frac{V_i}{\mathbf{m}}\right)}{\sum_{j=1}^N \exp\left(\frac{V_j}{\mathbf{m}}\right)}$$

Par conséquent, d'après (13) la demande pour la VP dans le cas du modèle logit avec effet revenu (ER-Logit<sup>9</sup>) s'écrit :

$$D_{VP} = \frac{(y - C_{VP})^{1/\mathbf{m}} \exp\left(\frac{Z_{VP}}{\mathbf{m}}\right)}{(y - C_{VP})^{1/\mathbf{m}} \exp\left(\frac{Z_{VP}}{\mathbf{m}}\right) + (y - C_{TC})^{1/\mathbf{m}} \exp\left(\frac{Z_{TC}}{\mathbf{m}}\right)},$$

avec  $Z$  un vecteur qui inclut le vecteur  $X$  de l'expression (13) et des variables relatives la qualité du mode (entre autres le temps de trajet) et  $\mathbf{m}$  un paramètre d'échelle propre au Logit. Nous constatons par l'expression précédente, que la demande dépend explicitement du revenu. En effet, dans le ER-Logit, les usagers les plus riches ont une probabilité plus élevée d'utiliser le mode le plus coûteux (et par conséquent généralement le plus rapide).

<sup>8</sup> Voir la section II de ce chapitre

<sup>9</sup> Nous qualifions ce modèle de ER-Logit pour "Logit à Effet Revenu".

Notons que dans ce modèle, lorsque le revenu de l'individu devient suffisamment élevé, toutes les probabilités de choix deviennent indépendantes du coût des modes. En effet, plus l'utilisateur est riche, moins il est exigeant sur le coût (monétaire) du mode et plus il s'avère préoccupé par les caractéristiques relatives à la qualité (en particulier le temps de trajet).

### 3. Etude empirique sur données EGT

Rappelons, qu'à l'instar de la section théorique, l'étude empirique se base sur une modélisation de choix entre les véhicules particuliers et les transports en commun .

Il est bien connu que le choix de mode de transport dépend principalement du coût et du temps de trajet de chacun des modes. Par conséquent, la valeur du temps (rapport entre les poids associés au temps et au coût) occupe une place principale dans l'analyse du choix modal. L'Ile-de-France est aujourd'hui le chantier de grands projets aussi bien routiers (A86) que ferrés (nouvelles lignes de RER), cependant nous ne disposons d'aucune publication d'études sur les valeurs du temps franciliennes. nous recensons davantage des travaux internes à chaque organisme (voir QUATUOR 1999). Même si les principaux opérateurs de transports franciliens utilisent des approches de modélisation désagrégée leur permettant d'estimer des modèles de choix modaux, et par conséquent des valeurs du temps, la littérature ne recense pas ces études. Ces dernières reposent sur des échantillons de l'Enquête Globale de Transport (EGT) de 1991 et sur des modèles de choix classiques (Logit multinomiaux ou emboîtés – voir QUATUOR 1999).

La base de données de l'EGT 1997 est disponible depuis mars 2000. Cette enquête offre la possibilité d'étudier les comportements actuels des déplacements des franciliens. Elle est favorable à deux études en particulier : l'analyse des boucles de déplacements et du choix modal (DREIF 1997 et RATP 1997 pour des études sur l'EGT 1991). En effet, cette enquête ne permet pas d'étudier les choix d'itinéraires ou alors les choix d'heures de départ (pour ce dernier choix, voir de Palma et Fontan 1999).

Nous avons ciblé notre étude sur des déplacements réguliers et par conséquent bien connus par les usagers. Les déplacements qui répondent le plus à ce critère de régularité correspondent à ceux effectués le matin, entre le domicile et le lieu de travail. En Ile-de-France, les déplacements pour un motif lié au travail (domicile-travail et affaires professionnelles), réalisés soit en transports en commun soit en véhicule particulier, représentent 43% du volume total<sup>10</sup> pendant le pic du matin (de 7 à 10 heures)<sup>11</sup>.

Nous proposons, dans un calcul classique de la valeur du temps, de confronter les résultats de deux types de modèle de choix discrets : le Logit et le Probit. De nombreuses variables sont testées et les valeurs du temps sont estimées pour différentes classes d'individus (par âge, sexe, revenu, zone géographique d'habitation et de lieu de travail). Nos résultats d'estimation se placent en majorité au-dessus de la valeur du temps tutélaire.

Nous avons ensuite relevé l'hypothèse restrictive d'unicité des paramètres comportementaux sur l'ensemble des usagers, imposée par les modèles Logit. En effet, nous considérons l'hétérogénéité des individus en tenant compte de l'hypothèse de distribution des paramètres de la fonction d'utilité (Mixed Logit). Dans ce modèle, nous supposons que les sensibilités du choix de mode aux variables de temps et de coût sont distribuées dans la population. Nous présentons des estimations de la valeur du temps en fonction des hypothèses imposées sur la distribution des paramètres de la fonction d'utilité.

---

<sup>10</sup> Tous modes et tous motifs confondus.

<sup>11</sup> Enquête Globale de Transport (DREIF, 1991).



La modélisation d'une fonction d'utilité linéaire par les choix discrets classiques présente l'inconvénient d'ignorer les effets revenus. En effet, il est bien connu en économie que pour les biens normaux (comme par exemple un mode de transport) le revenu intervient de façon non linéaire dans les choix de consommation ; autrement dit l'utilité marginale n'est pas constante. Nous proposons de tenir compte de cet effet en introduisant non linéairement le revenu en suivant le modèle présenté à la section I.B.3. Les résultats montrent que la prise en compte non linéaire du revenu implique une augmentation de la valeur du temps. Nous présentons également une distribution de la valeur du temps pour les usagers VP et TC ainsi qu'une évaluation de la part du revenu prise en compte par les usagers dans leurs choix de mode.

Les données et la méthodologie que nous avons utilisées sont présentées à la sous section A. Les résultats d'estimation du choix modal par les modèles Logit et Probit classiques figurent dans la sous section B. La sous section suivante présente brièvement le modèle Mixed Logit et les résultats d'estimation de la valeur du temps. La sous section D introduit le ER-Logit et les calculs possibles à partir des estimations de ce modèle.

### ***3.1. Données et méthodologie***

Cette étude a été réalisée à partir de deux sources de données : un extrait de l'EGT 1998 et les résultats d'affectation du modèle de trafic de l'IAURIF (1999). Depuis la première enquête EGT (Enquête Globale de Transport), réalisée en 1976, sur les conditions de déplacements des franciliens, les études de mobilité en Ile-de-France disposent d'une importante source d'information. Cette enquête est financée par l'état et la région et notamment cofinancée par la Ville de Paris, le STP, la SNCF, la RATP et COFIROUTE.

Le questionnaire « Déplacements jours de semaine » utilisé en 1991 ainsi qu'en 1997 permet d'obtenir un niveau de détail élevé sur l'ensemble des déplacements effectués par un francilien au cours d'un jour spécifique. Ce questionnaire recense pour chaque enquêté des informations comme l'adresse précise de l'origine du déplacement, l'heure de départ, l'ensemble des modes utilisés, l'heure d'arrivée et l'adresse exacte de la destination. Pour chacun de ces déplacements, nous disposons également d'informations diverses pour chaque type de mode, par exemple pour les transports en commun, nous connaissons le type de titre de transport utilisé ou la disposition d'une indemnité. Pour la voiture, nous connaissons le type de stationnement utilisé, la propriété du véhicule ou l'utilisation du périphérique.

Un ensemble de caractéristiques propres à l'individu est disponible comme l'âge, le sexe, l'activité, la disposition du permis de conduire, mais également des informations individuelles en rapport avec le déplacement comme par exemple le transport d'objets lourds ou l'accompagnement d'animaux. Un questionnaire « Ménage » permet de récolter des informations sur le ménage de l'individu comme par exemple, les caractéristiques socio-économiques de chaque membre du ménage, le nombre de voitures disponibles ou encore le type de logement. L'avantage de cette enquête réside dans la quantité d'informations disponibles, cependant il s'avère nécessaire de disposer d'une base de données complémentaire qui permette de définir l'option de choix alternative (voir plus loin).

Après encodage et recadrage de l'échantillon de l'EGT 1997, la base de données définitive est disponible depuis mars 2000. L'échantillon total compte 9681 individus. Notons à titre indicatif, que d'après Duchêne (2000) entre l'EGT 1991 et celle de 1997, la part modale de la

voiture particulière a augmentée de 3 % alors que celle des transports en commun est en baisse de 2 % ou encore que les déplacements motorisés des résidents de Paris restent stable (pour une part à 16%) alors que ceux de la petite couronne ont augmenté de 16% (37% de part) et que ceux de la grande couronne ont dépassé 30% d'augmentation (47% de part). Comme nous l'avons indiqué précédemment, nous avons utilisé un sous échantillon de l'EGT 1997 qui inclut les déplacements dont l'heure de départ du domicile est comprise entre 7h et 10h et dont la destination correspond au lieu de travail. Nous avons pris en compte les usagers disposant du permis de conduire et d'au moins une voiture dans le ménage. Cet échantillon, composé de 939 individus, présente les caractéristiques suivantes :

**Tableau 1 : Principales caractéristiques de l'échantillon utilisé**

Variables liées à :						
<b>L'utilisateur</b>						
Age	18-35 31%	35-50 48.4%	≥50 20.6%			
Sexe	Homme 51.4%	Femme 48.6%				
Catégorie sociale	Prof. Intermédiaire 32.8 %	Employé 29.3 %	Cadre, Prof. Libérale 25 %	Ouvrier 11.3 %	Artisan 1.6 %	
Zone du lieu de travail	Zones 1 à 3 43%	Zone 4 23.3%	Zones 5 à 8 33.7%			
Zone du lieu d'habitation	Zones 1 à 4 81.4%	Zones 5 à 8 18.6%				
<b>Au ménage</b>						
Nombre de personnes de moins de 6 ans	0 85.2%	1 11.3%	2 3 %	≥ 3 0.5 %		
Nombre de personnes de plus de 6 ans	1 9.1%	2 38.5%	3 24.6%	4 20.1 %	5 6.2 %	6 1.5 %
Nombre d'actifs supplémentaires	0 33.1%	1 20.2%	2 41.9%	3 et 4 4.8%		
Nombre de voitures	1 55%	2 38.4%	3 5.5 %	4 1.1 %		
Revenu annuel net avec prestations (milliers de F)	30 – 90 2.6%	90 - 150 17.4%	150 - 240 33.1%	≥ 240 46.9%		
<b>Au déplacement</b>						
Temps de trajet révélé (minutes)	5-14 2.7%	15-29 21%	30-44 25.2%	45-59 19.8%	1:00-1:29 27.3%	≥ 1:30 4%
Mode principal utilisé	VP 49.2%	TC 51.8%				
Distance à vol d'oiseau (Km)	<5 21.6%	5-9 28.1%	10-19 32.1%	20-29 12.1%	>30 6.1%	
Nombre de correspondances*	0 32.2%	1 38.6%	2 21.8 %	≥ 3 7.4 %		
Temps de recherche stationnement (min)*	0 16.3%	1 - 4 31.4 %	5 - 9 52.3%			

\* Données IAURIF

L'EGT permet d'obtenir les temps de trajet du déplacement de chaque individu pour les modes qu'il a empruntés. Nous devons donc utiliser une autre source d'informations qui permette d'obtenir le temps de trajet du mode alternatif entre la même origine et la même destination. Nous avons utilisé le modèle d'affectation de l'IAURIF dont nous indiquons les principales caractéristiques.

Ce modèle est classique, à quatre étapes et repose sur un découpage de l'Ile-de-France en 488 zones. Les réseaux routiers et de transports en commun de référence 1994 ont été extraits des axes du Mode d'Occupation du Sol de l'IAURIF. Le réseau routier comporte 6800 arcs et 4500 nœuds et le réseau ferré de référence comprend le réseau lourd (SNCF et RATP) ainsi que les principales lignes de bus, soit 2900 arcs et 1000 nœuds. Le module d'affectation permet d'obtenir pour les transports individuels pour chaque tronçon : la charge, le taux d'occupation, la vitesse résultante et les flux aux niveaux des nœuds. L'affectation peut se faire avec contrainte de capacité. Pour le réseau ferré, l'affectation est effectuée au plus court chemin et sans contrainte de capacité.

Par conséquent à l'issue de l'étape d'affectation du modèle de l'IAURIF, nous connaissons pour chaque paire (origine ; destination) le temps de trajet en voiture particulière (VP) et en transport en commun (TC). Pour la VP nous disposons également du temps de recherche d'une place de stationnement, pour les TC nous disposons des temps de rabattement (à l'origine et à la destination), d'attente et de correspondance. Le temps de trajet TC utilisé dans cette étude inclut les composantes de temps précédentes dans le temps de parcours. Les modèles seront estimés sur la base du temps révélé par les usagers pour l'option choisie et du temps de trajet affecté par le modèle de l'IAURIF pour l'option alternative.

L'utilisation de données exogènes s'est également avérée nécessaire pour le calcul de la variable de coût du déplacement. Pour la VP, le coût est déterminé par la distance vol d'oiseau multipliée par un coût kilométrique (1.8 F/Km, STP 1997). Ce coût ressenti par l'utilisateur est défini par le STP comme le coût du carburant, du graissage et de l'entretien des véhicules et du stationnement payant non pris en charge par l'employeur. Pour les TC, le coût est celui de la carte orange rapporté à un déplacement domicile – travail. Nous avons pris en compte pour le calcul du coût, l'existence ou non d'une indemnité de la part de l'employeur (information révélée par l'utilisateur). Le tableau 2 présente les principales variables issues des deux bases de données précédentes et utilisées dans les estimations.

Tableau 2 : Définitions des variables utilisées

Nom	Description
Age	Age
Femme	=1 Si l'utilisateur est une femme =0 Sinon
Cadre et prof. Libérale	=1 Si l'utilisateur est cadre ou exerce une profession libérale =0 Sinon
Prof. intermédiaire	=1 Si l'utilisateur exerce une profession intermédiaire =0 Sinon
Ouvrier	=1 Si l'utilisateur est ouvrier =0 Sinon
Employé	=1 Si l'utilisateur est employé =0 Sinon
Artisan	=1 Si l'utilisateur est artisan =0 Sinon
Effectif ménage	Nombre d'individus de plus de 6 ans dans le ménage
Effectif enfants	Nombre d'individus de moins de 6 ans dans le ménage
Effectif actifs	Nombre d'actifs dans le ménage
Nombre de voitures	Nombre de voitures possédées par le ménage
Revenu	Revenu annuel disponible du ménage
Temps de trajet	Temps de trajet du déplacement en minutes
Coût	Coût du déplacement en francs
Stationnement employeur	Présence d'un stationnement réservé par l'employeur
Parking gratuit arrivée	=1 si l'utilisateur dispose d'un parking gratuit sur son lieu de travail =0 sinon
Type stationnement	Type de stationnement utilisé (voir codification EGT)
Temps de recherche d'un stationnement	Temps nécessaire pour trouver une place de stationnement à la destination
Effectif dans le véhicule	Nombre de personnes dans le véhicule
Zone origine	Numéro de la zone carte orange du lieu d'habitation
Zone destination	Numéro de la zone carte orange du lieu de travail
Distance	Longueur du déplacement à vol d'oiseau (en mètres)
Temps d'attente	Temps d'attente de l'utilisateur pour le transport en commun
Temps de correspondance	Temps nécessaire à la correspondance dans les transports en commun
Rabattement origine	Temps d'accès nécessaire entre le domicile et l'arrêt du transport en commun le plus proche
Rabattement destination	Temps d'accès nécessaire entre le lieu de travail et l'arrêt du transport en commun le plus proche du lieu de travail
Correspondances	Nombre de correspondances sur l'itinéraire de l'utilisateur

Ces variables ont toutes été testées dans les modèles présentés dans la suite, cependant comme nous le verrons à la section II, certaines ne sont jamais significatives<sup>12</sup>.

<sup>12</sup> Risque supérieur à 10%.

### 3.2. Modèles Logit et Probit

Dans cette sous section, la spécification de la composante déterministe pour un individu  $n$  pour les choix VP (voiture particulière) et TC (transports en commun) est la suivante :

$$\begin{cases} V_n(VP) = c_{VP} + \mathbf{b}_1 tt_{VPn} + \mathbf{b}_2 C_{VPn} + \mathbf{d}X_{VPn} \\ V_n(TC) = c_{TC} + \mathbf{b}_1 tt_{TCn} + \mathbf{b}_2 C_{TCn} + \mathbf{g}X_{TCn} \end{cases}, \quad (16)$$

avec  $tt_{VPn}$  le temps de trajet que l'individu  $n$  subira pour aller à sa destination en VP,  $tt_{TCn}$  celui pour y aller en TC.  $C_{VPn}$  et  $C_{TCn}$  sont les coûts respectifs de la VP et du TC pour l'individu  $n$ .  $X_{VPn}$  est un vecteur de variables caractéristiques de l'individu  $n$  et/ou du VP et enfin  $X_{TCn}$  est un vecteur de variables caractéristiques de l'individu  $n$  et/ou du TC.  $c$  est la constante spécifique à chaque choix.

Dans l'expression (16), nous supposons que le temps de trajet et le coût ont respectivement les mêmes effets marginaux pour les usagers de la VP et des TC<sup>13</sup>. Nous leverons cette hypothèse dans la dernière section pour obtenir des valeurs du temps par mode. Les paramètres  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$  et les vecteurs  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{g}$  sont estimés par la procédure classique de maximisation de la vraisemblance (Ben-Akiva et Lerman 1985). La valeur du temps ( $\mathbf{a}$ ) correspond au ratio des paramètres de temps et de coût :  $\mathbf{a} = \frac{\mathbf{b}_1}{\mathbf{b}_2}$ .

Nous présentons dans la suite l'estimation effectuée sur l'échantillon global (modèle 1) ainsi que sur des sous échantillons constitués à partir du revenu (modèle 2), du sexe (modèle 3), de l'âge (modèle 4), de la zone du lieu d'habitation (modèle 5) et de zone du lieu de travail (modèle 6).

Les modèles retenus (résultats complets en annexe) ne comportent que des variables significatives. Les qualités d'ajustement sont satisfaisantes (tests du khi deux acceptés à 1 % et rapports des vraisemblances autour de 0.45 – voir en annexe) Le modèle 1 concerne l'ensemble de l'échantillon. La valeur moyenne du temps estimée est de 85 F/H si nous utilisons un modèle Logit et 90 F/H si nous considérons un modèle Probit (tableau 3). Nous noterons que dans chaque classe, le modèle Probit surestime la valeur du temps par rapport au modèle Logit, cependant ces modèles présentent systématiquement des coefficients du même signe et de même amplitude. D'après les estimations, les valeurs du temps des actifs franciliens se placent en moyenne au-dessus de la valeur du temps tutélaire (75 F/H).

<sup>13</sup> Autrement dit,  $\mathbf{b}_1$  et  $\mathbf{b}_2$  ont les mêmes valeurs dans les deux fonctions d'utilités (voir par exemple Ben-Akiva et Lerman 1985).

Tableau 3 : Valeurs du temps en fonction des classes constituées

	Valeurs du temps (F/H)	
	Logit	Probit
Echantillon complet ( <i>modèle 1</i> )	85.33	90.21
Par classe de revenu ( <i>modèle 2</i> )		
< 10.000	75.91	78.38
10000 FF – 20000 FF	93.06	98.11
> 20000 FF	99.50	99.60
Par sexe ( <i>modèle 3</i> )		
Femmes	72.50	78.42
Hommes	84.35	85.87
Par âge ( <i>modèle 4</i> )		
< 35 ans	75.36	75.53
Entre 35 et 50 ans	143.72	148.72
> 50 ans	71.46	79.10
Par zone du lieu d'habitation ( <i>modèle 5</i> )		
Zones 1 à 3	98.81	99.53
Zone 4	70.57	77.39
Zones 5 à 8	86.44	89.51
Par zone du lieu de travail ( <i>modèle 6</i> )		
Zones 1 à 4	98.08	103.33
Zones 5 à 8	66.64	67.91

Ce tableau indique que la valeur du temps augmente avec le niveau du revenu, que les hommes et les usagers âgés entre 35 et 50 ans ont une valeur du temps plus élevée. Nous noterons que les usagers de cette classe d'âge ont une valeur du temps presque deux fois plus élevée que les usagers de moins de 35 ans ou de plus de 50 ans. L'âge intermédiaire correspond à une période de prise de position importante dans le domaine professionnel et qui correspond par conséquent à des individus qui cherchent à éviter des pertes de temps.

Les habitants de la capitale et de la petite couronne (zone 1 à 3) présentent une valeur du temps plus élevée que les autres franciliens. Nous constatons également que les habitants de la proche banlieue (zone 4) ont une valeur du temps plus faible que ceux de la grande banlieue (zone 5 à 8). Il est délicat d'apporter une interprétation intuitive à ce dernier résultat. Ni les distances parcourues, ni les parts modales ne semblent en être à l'origine (44%, 48% et 54% d'usagers de la VP respectivement pour Paris, Zone 4 et au-delà). La part des déplacements par zone d'origine et de destination peut expliquer partiellement ce phénomène (voir tableau 4) :

Tableau 4 : Parts des déplacements par origine et destination

Destination	Origine	1 – 3	4	5 – 8
1 – 3		87 %	65 %	49 %
4		6 %	22 %	15 %
5 – 8		7 %	13 %	36 %

En effet, nous constatons que plus la part des déplacements intra-zones est élevée et plus la valeur du temps est forte. Cependant pour comprendre le phénomène, il serait nécessaire de réaliser une analyse spécifique qui sortirait du cadre de cette étude.

Le tableau 1 indique également que les travailleurs de Paris et de la petite couronne présentent une valeur du temps plus élevée que les travailleurs en grande couronne. Les conditions de circulation plus difficile au centre de l'Ile-de-france peuvent expliquer ces résultats.

L'analyse des résultats détaillés de chaque modèle permet d'apporter des éléments de réponse aux parts modales observées (Annexe). D'un point de vue général (modèle 1), nous pouvons dire que la probabilité d'utiliser la VP plutôt que les TC est plus élevée si l'usager dispose d'un parking gratuit à la destination, si son ménage possède plusieurs voitures, s'il est un homme et si son ménage est composé de peu de personnes. Ces résultats, intuitivement cohérents, nous confortent dans la qualité des estimations de la valeur du temps.

La disposition d'un parking gratuit sur le lieu de travail influence toutes les classes de revenus dans leur choix d'utiliser ou non la VP (modèle 2). Seuls les Franciliens de la classe de revenu moyen (entre 10000 et 20000 FF par mois) prennent en compte le nombre de correspondances dans leurs choix de modes. Le nombre de personnes de plus de 6 ans décourage cette classe de revenus à utiliser la voiture alors que les usagers de la classe de revenus supérieurs (plus de 20000 FF par mois) présentent une probabilité plus élevée d'utiliser la VP si le nombre d'enfants de moins de 6 ans dans leur ménage est important.

Le modèle 3 indique que les femmes sont sensibles au temps de recherche d'une place de parking (qui les décourage à utiliser leur voiture). Le résultat sur l'incitation à utiliser les TC par les hommes lorsque le nombre de correspondances augmente est contrairement intuitif. Cependant, cette estimation n'est pas significative à moins de 10%, par conséquent il n'est pas nécessaire de s'attarder sur l'interprétation du signe de ce paramètre qui a une probabilité assez forte d'être nulle. Dans la classe des plus jeunes (modèle 4 – moins de 35 ans) le sexe est à considérer dans la probabilité de choix du mode : les jeunes femmes utilisent plus les TC que les jeunes hommes.

Les valeurs du temps calculées dans cette section ont permis de rendre compte des différences entre les groupes d'usagers. Cependant, les écarts entre ces valeurs du temps ne sont pas très élevés, excepté lorsque nous considérons un regroupement par classe d'âge. Dans les deux sections suivantes, les modèles sont étendus dans deux directions : la première (section C) prend en compte la distribution des paramètres et la seconde (section D) considère l'effet revenu.

### *3.3. Prise en compte de la distribution des paramètres*

Le modèle mixed logit présenté à la section 1 a été estimé à l'aide de la procédure de Revelt et Train (1996). Le tableau 5 reprend les mêmes variables explicatives que le modèle 1 et présente les résultats d'estimation en fonction des hypothèses posées sur les distributions des paramètres associées aux variables de temps de trajet ( $b_1$ ) et de coût ( $b_2$ ).

**Tableau 5 : Paramètres associés au temps et au coût et valeur du temps pour le modèle complet (Modèle 1) en fonction des hypothèses posées sur les paramètres**

	Paramètre associé au temps		Paramètre associé au coût		VDT* (F/H)
	Moyenne	Ecart-type	Moyenne	Ecart-type	
$b_1$ constant $b_2$ constant	-0.074161 (0.005)***	n.a.	-0.052143 (0.008)***	n.a.	<b>85.33</b>
$b_1$ ~ loi normale $b_2$ ~ loi normale	-0.074165 (0.005)***	0.0009 (0.005)	-0.052916 (0.008)***	0.0081 (0.0085)	<b>84.09</b>
$b_1$ ~ loi uniforme $b_2$ ~ loi uniforme	-0.074151 (0.005)***	0.0012 (0.009)	-0.052978 (0.008)***	0.0121 (0.014)	<b>83.97</b>
$b_1$ ~ loi triangulaire $b_2$ ~ loi triangulaire	-0.074169 (0.005)***	0.0024 (0.014)	-0.052960 (0.008)***	0.0190 (0.020)	<b>84.02</b>
$b_1$ ~ loi normale $b_2$ constant	-0.074201 (0.005)***	0.0009 (0.005)	-0.052195 (0.008)***	n.a.	<b>85.29</b>
$b_1$ constant $b_2$ ~ loi normale	-0.074161 (0.005)***	n.a.	-0.0524 (0.008)***	0.0020 (0.006)	<b>84.82</b>

\*VDT = Valeur Du Temps

Par soucis de présentation, nous n'avons pas indiqué les estimations des autres paramètres qui demeurent très proches de celles du modèle avec paramètres constants. Notons que dans tous les cas, les valeurs du temps avec distribution des paramètres sont plus faibles que dans le modèle avec paramètres constants (85.33 F/H). Ce résultat est en accord avec ceux d'Algers et al (1998) et Sansson (2000). Cependant, la différence est moins marquée dans le cas de la valeur du temps francilienne.

Dans tous ces modèles nous constatons qu'il n'y a que très peu de variabilité : la valeur du temps francilienne n'est pas sensible aux hypothèses posées sur les distributions des paramètres. Le modèle composé uniquement du temps de trajet, du coût et de la constante présente également cette caractéristique. La très faible variation de la valeur du temps face à des changements de la spécification du modèle est en accord avec les résultats de Train (1998) et Brownstone et Train (1999).

Nous avons pu constater dans cette section que les résultats d'estimations de la valeur du temps ne sont que très faiblement affectés par les hypothèses sur la distribution des paramètres de temps et de coût. La section suivante apporte des modifications importantes sur les estimations des valeurs du temps lorsqu'un effet revenu est pris en compte.



### 3.4. Prise en compte de l'effet revenu

Le modèle ER-Logit discuté précédemment à été appliqué dans cette sous section en considérant le revenu par tête dans le ménage. En effet, ce revenu se rapproche davantage du revenu disponible de l'individu. Notons que la fréquence observée des choix de la VP pour les usagers dont le revenu par tête dans le ménage est inférieur à 4000F est de 41% alors que pour les usagers dont le revenu par tête du ménage est supérieur à 17000 F, la fréquence est de 55%. Le fait que les individus à plus faible revenu par tête aient une probabilité plus élevée de prendre les TC ne peut être pris en compte que par l'introduction d'un effet revenu et donc par un modèle ER-Logit.

Nous avons estimé les différentes formes d'asymétrie :  $b_1 \neq b_3$  et  $b_2 \neq b_4$  séparément et conjointement. Seul le modèle avec asymétrie des effets du coût permet d'obtenir des paramètres du temps et du coût hautement significatifs. Le tableau 6 présente les résultats d'estimations du ER-Logit incluant les variables du modèle 1. Les résultats du Logit sont donnés à titre comparatif.

**Tableau 6 : Estimation du modèle 1 par ER-Logit et Logit**

	ER-Logit	Logit
Temps de trajet	n.a.	-0.07416 (0.005)***
Ln (Temps de trajet)	-2.78005 (0.235)***	n.a.
Coût	n.a.	-0.05213 (0.008)***
Ln ( $y - C_{VP}$ )	290.1994 (51.9)***	n.a.
Ln ( $y - C_{TC}$ )	-290.9228 (51.0)***	n.a.
Parking Gratuit Arrivée	1.33688 (0.189)***	1.18546 (0.198)***
Effectif Ménage	-0.27630 (0.102)***	-0.20085 (0.088)**
Nombre voitures	0.94622 (0.163)**	0.90809 (0.169)***
Femme	-0.43550 (0.187)**	-0.34424 (0.196)*
Constante	6.15994 (2.069)***	1.78634 (0.657)***
Nombre d'observations	919	919
chi2(6)	541.60	600.75
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.42	0.47
Log Vraisemblance	-365.91	-336.33

Dans les modèles ER-Logit et Logit, les paramètres associés au parking gratuit, aux effectifs de personnes et de voitures dans le ménage et au sexe de l'utilisateur, sont très proches (signes, ampleurs et niveaux de significativité). Les variables de temps et de coût intervenant différemment dans les deux modèles, les résultats d'estimations relatifs à ces variables ne sont pas directement comparables. Afin de confondre les résultats, nous rapportons dans la suite le temps de trajet en termes monétaires (valeur du temps).

### Valeurs du temps des usagers VP et TC

Les expressions (14) et (15) nous permettent de calculer les valeurs du temps pour les usagers VP et TC à l'aide : du revenu par tête moyen (respectivement 9681 F et 9185 F), du coût moyen du mode (respectivement 453 F et 169 F par mois) et des temps de trajet moyens (respectivement 45 minutes et 54 minutes) :

$$a(VP) = 122.38 \text{ F/H} \quad \text{et} \quad a(TC) = 96.63 \text{ F/H}$$

On constate que la prise en compte du revenu de façon non linéaire dans la fonction d'utilité entraîne une nette augmentation de la valeur du temps. La différence des valeurs du temps entre les usagers VP et TC est également mise en évidence. Afin de comparer ces résultats avec ceux des modèles Logit et Probit nous devons relever les hypothèses sous-jacentes à la formulation (1) qui conduisent à l'estimation d'une valeur du temps unique. Nous posons les trois formulations suivantes qui permettent de déterminer la valeur du temps par classe d'utilisateur VP et TC.

**Tableau 7 : Formulation du modèle et valeur du temps**

Formulation de la fonction d'utilité	Effets des variables en fonction du type de l'utilisateur (VP ou TC)	Valeur du temps	
		VP	TC
$\begin{cases} V^k(VP) = b_1 t_{VP}^k + b_2 C_{VP}^k + dX_{VP}^k \\ V^k(TC) = b_3 t_{TC}^k + b_2 C_{TC}^k + gX_{TC}^k \end{cases}$	Symétrie du coût Asymétrie du temps de trajet	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{b_3}{b_2}$
$\begin{cases} V^k(VP) = b_1 t_{VP}^k + b_2 C_{VP}^k + dX_{VP}^k \\ V^k(TC) = b_1 t_{TC}^k + b_3 C_{TC}^k + gX_{TC}^k \end{cases}$	Asymétrie du coût Symétrie du temps de trajet	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{b_1}{b_3}$
$\begin{cases} V^k(VP) = b_1 t_{VP}^k + b_2 C_{VP}^k + dX_{VP}^k \\ V^k(TC) = b_3 t_{TC}^k + b_4 C_{TC}^k + gX_{TC}^k \end{cases}$	Asymétrie du coût Asymétrie du temps de trajet	$\frac{b_1}{b_2}$	$\frac{b_3}{b_4}$

Les résultats d'estimation conduisent à retenir la première formulation. En effet, dans le cas de l'asymétrie du temps de trajet et du coût, les paramètres associés à ces deux variables ne sont jamais significatifs (risque de plus de 20%). Dans le modèle avec asymétrie du coût, cette variable n'est significative qu'à 10% ce qui nous conduit à ne retenir que le premier modèle dont tous les paramètres sont significatifs à au moins 3 %. Par conséquent, les modèles classiques (Logit et Probit) et le ER-Logit se différencient par le type d'asymétrie ; pour les premiers il s'agit d'asymétrie du temps de trajet et pour le second, l'asymétrie est propre à la variable de coût. Nous obtenons pour ces modèles les valeurs du temps suivantes :

**Tableau 8 : Valeurs du temps pour les usagers VP et TC**

	Modèles		
	Logit avec asymétrie du temps	Probit avec asymétrie du temps	ER-Logit avec asymétrie du coût
VP	137.85	165.15	122.38
TC	86.87	101.15	96.63

On constate tout d'abord que la valeur du temps est très sensible aux hypothèses d'asymétrie des effets du temps de trajet. En effet, le modèle avec symétrie (modèle 1) conduisait à une

valeur du temps de 85 F/H pour le Logit et 90 F/H pour le Probit. Les qualités d'ajustement étant très proches<sup>14</sup> nous ne pouvons faire un choix statistique entre ces deux formulations. Par contre, le modèle ER-Logit trouve sa justification dans les fondements micro-économiques.

- **Comparaisons des coûts du temps moyens entre les modèles**

Afin de comparer les résultats entre les modèles logit et probit avec ou sans asymétrie, le modèle Mixed Logit et le ER-Logit, nous calculons le coût du temps moyen d'un déplacement à l'aide du temps de trajet moyen VP et TC. Le tableau suivant indique ce coût moyen :

**Tableau 9 : Coût du temps moyen d'un déplacement (F)**

	Modèles					
	<i>Logit</i>	<i>Probit</i>	<i>Mixed Logit</i> <sup>*</sup>	<i>Logit avec asymétrie</i>	<i>Probit avec asymétrie</i>	<i>ER-Logit</i>
VP	64.77	68.21	63.58	104.21	124.85	92.53
TC	77.43	81.86	76.31	78.79	91.74	87.69

<sup>\*</sup> Distribution normale des deux paramètres

Les modèles Logit, Probit et Mixed Logit conduisent naturellement à un coût du temps moyen supérieur pour les usagers des TC puisque le temps de trajet de ces derniers est plus élevé et que la valeur du temps est la même pour les usagers VP et TC.

Nous avons observé que les modèles Logit et Probit avec asymétrie du temps de trajet conduisent à une valeur du temps beaucoup plus élevée pour les usagers de la VP que pour ceux des TC. Dans le calcul du coût moyen, le plus faible temps de trajet moyen en VP ne permet pas de compenser la forte valeur du temps de ces usagers. Par conséquent, le coût moyen des usagers de la VP est nettement plus élevé que ceux des TC.

Le modèle ER-Logit conduit à un coût du temps moyen plus élevé pour les usagers de la VP que pour ceux des TC. Cependant, ce modèle conduit au plus faible écart entre les deux coûts. En effet, dans le ER-Logit l'effet revenu intervient de telle sorte qu'il va plus que compenser l'effet du faible temps de trajet de la VP.

- **Distribution des valeurs du temps**

Le modèle ER-Logit permet de déterminer une distribution (uniforme) de la valeur du temps dans la population. En effet, il suffit d'utiliser les valeurs individuelles du temps de trajet, du coût et du revenu ainsi que les estimations de la valeur du temps. Les figures 2 et 3 présentent les distributions des valeurs du temps des individus qui ont choisi la voiture particulière ou les transports en commun. Nous avons également représenté une courbe de lissage correspondant à une distribution lognormale<sup>15</sup>.

<sup>14</sup> Rapports de vraisemblance de l'ordre de 0.45.

<sup>15</sup> Pour la VP : moyenne = 4.8 et écart-type = 0.8, pour les TC : moyenne = 4.5 et écart-type = 0.8, valeurs calculées à partir de l'échantillon.

Figure 2 : Valeurs du temps des usagers des VP

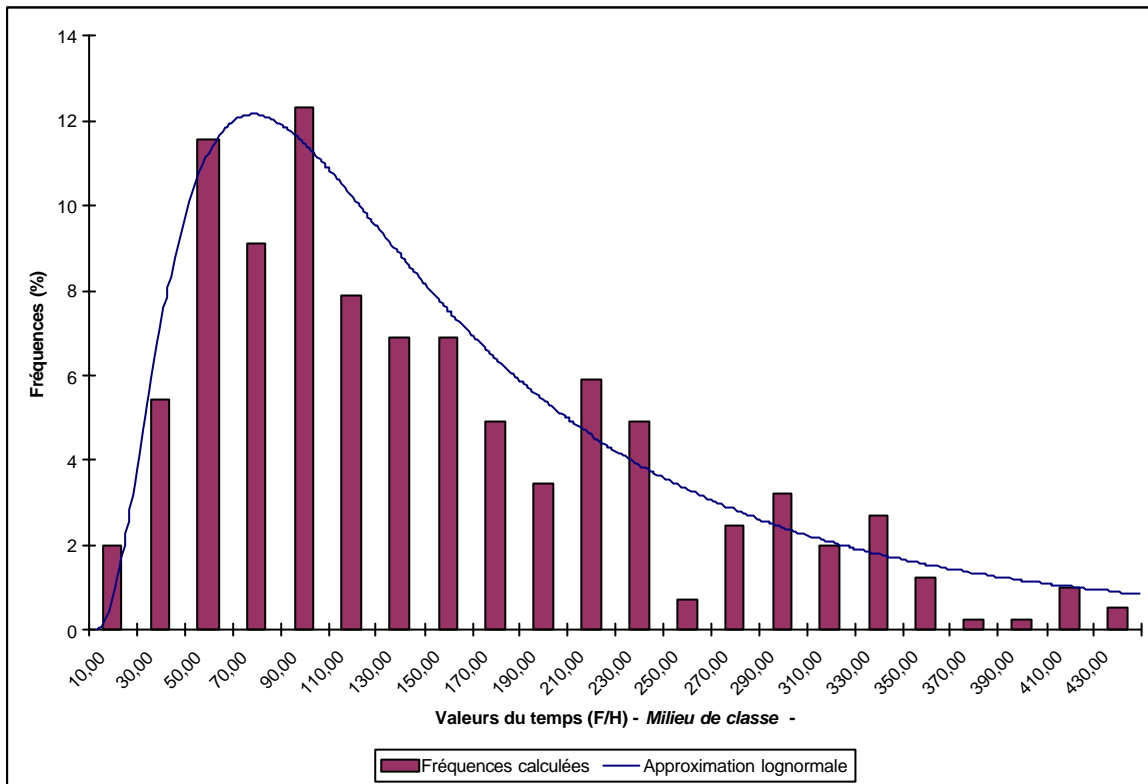
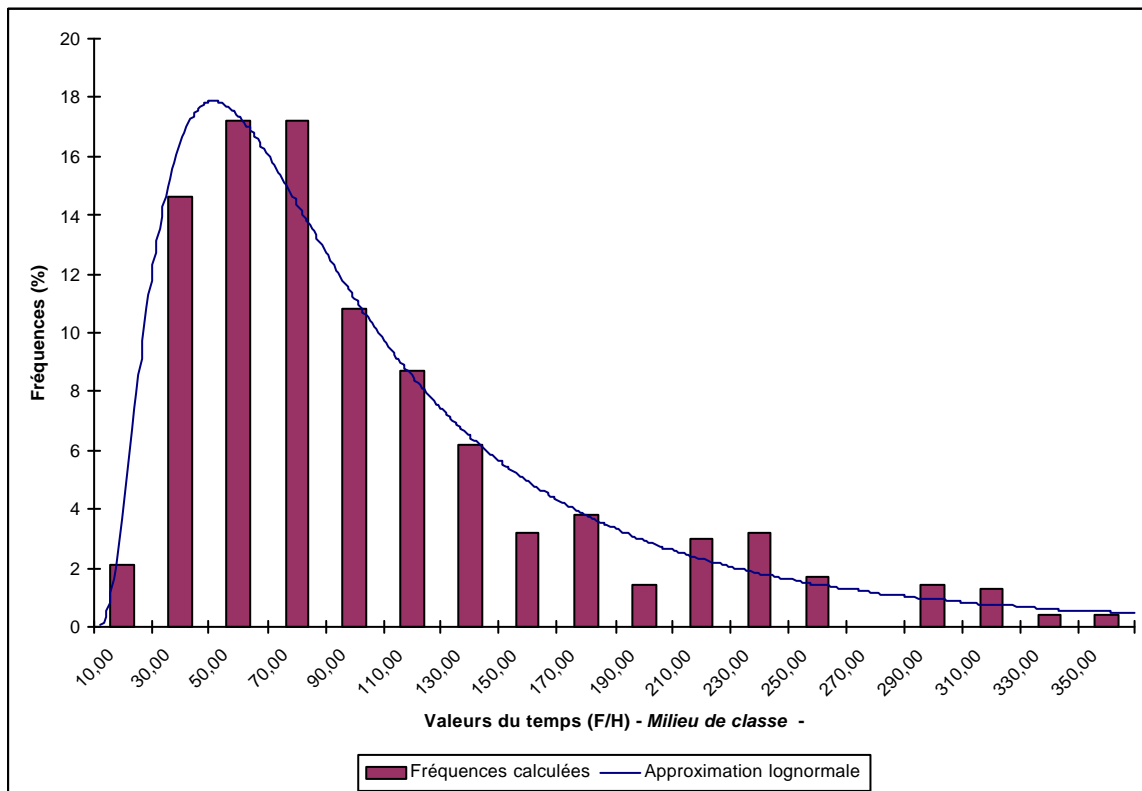


Figure 3 : Valeurs du temps des usagers des TC



Les valeurs du temps des usagers de la VP sont plus élevées que celles des usagers des TC (distribution VP plus étalée vers la droite). Pour la VP, 7,8% des valeurs sont au-dessus de 300F alors que pour les TC, cette part est de 2,1%. Nous constatons de nouveau que l'effet revenu joue un rôle important dans l'évaluation de la valeur du temps.

Notons cependant que ces travaux n'ont pas de points de comparaison et que des données plus précises devraient être utilisées. En effet, ne disposant que des classes de revenu, nous avons utilisé les milieux de classes, ce qui suppose que le revenu est distribué uniformément dans chaque classe. Cette hypothèse pouvant être restrictive, une amélioration consisterait à utiliser le revenu précisément révélé par l'utilisateur.

- **Part du revenu prise en compte dans le choix de mode**

Dans les développements précédents, nous avons considéré que la totalité du revenu par tête était considérée par l'utilisateur dans son choix de mode. Or, nous pouvons supposer que seulement une partie du revenu est prise en compte. Dans ce cas, les individus réservent une partie de leur revenu pour choisir leur mode de déplacement. Intuitivement, nous comprenons que cette part correspond à un montant maximal que l'utilisateur est prêt à consacrer pour son choix de mode. Par conséquent, elle correspond à une évaluation monétaire effectuée par l'individu pour l'utilisation du mode le plus coûteux, c'est à dire généralement la voiture. Nous proposons de calculer cette part par itération et de façon endogène au modèle de choix.

Le système (4) s'écrit :

$$\begin{cases} U(VP) = c_{VP} + \mathbf{b}_1 \ln tt_{VP} + \mathbf{b}_2 \ln(\mathbf{q} \cdot y - C_{VP}) + \mathbf{b}'_3 X_{VP} \\ U(TC) = c_{TC} + \mathbf{b}_1 \ln tt_{TC} + \mathbf{b}_3 \ln(\mathbf{q} \cdot y - C_{TC}) + \mathbf{b}'_4 X_{TC} \end{cases} \quad (17)$$

avec  $\mathbf{q}$  la part du revenu prise en compte par l'individu dans son choix de mode. Nous avons estimé le modèle ER-Logit pour chaque valeur de  $\mathbf{q}$  comprise entre  $[\mathbf{q}_0; 1]$  avec un pas de

0,001 et où  $\mathbf{q}_0 = \text{Min} \left[ \text{Min}_{k \in E_{VP}} \frac{C_{VP}^k}{y^k}; \text{Min}_{l \in E_{TC}} \frac{C_{TC}^l}{y^l} \right]$ , (avec  $E_{VP}$  et  $E_{TC}$  respectivement les ensembles des

indices des usagers VP et TC) pour respecter l'ensemble de définition de la fonction logarithmique.

Afin d'utiliser le même ordre de grandeur entre le revenu et le coût du mode nous avons considéré le coût mensuel du mode. Par conséquent, nous ne pouvons pas en déduire la valeur du temps mais l'objectif est ici de calculer la part du revenu consacrée au choix de mode.

Le choix de  $\mathbf{q}$  repose sur la qualité d'estimation du modèle. Nous avons retenu  $\mathbf{q}$  tel que l'erreur commise par le modèle sur la probabilité de choix soit minimale. A l'issue des itérations,  $\mathbf{q}$  vaut **6.68 %** avec une probabilité de choix correct maximale valant 86 %. Par conséquent, les usagers prennent en compte en moyenne 6.68% de leur revenu pour effectuer leur choix de mode de transport. D'après la dernière enquête de consommation (INSEE 2000), les ménages consomment 4% de leur revenu en frais d'essence et 5% en frais d'entretien du véhicule. Ces chiffres n'incluent pas seulement les déplacements liés au travail mais permettent de donner un ordre de grandeur confirmant la cohérence de notre résultat.

## 4. Le choix modal dans METROPOLIS

### 4.1. Choix modal binaire

Cette partie décrit la manière dont le choix modal est actuellement modélisé dans METROPOLIS. Précisions d'emblée, que dans la version actuelle du modèle, il n'y a pas de description explicite des différents modes de transports ainsi que des autres modes de déplacement (deux roues, marche à pied, etc.). Seule la voiture bénéficie d'une description explicite. Le modèle permet, par contre, de tenir compte des choix suivants : prendre la voiture ou prendre un autre mode de transport opter pour une heure de départ et un itinéraire. Cette modélisation s'apparente donc davantage à la modélisation de la demande induite qu'à une modélisation explicite des transports en commun. La hiérarchie des choix dans le modèle de demande de METROPOLIS est la suivante :

1. prendre la voiture ou un autre mode de transport,
2. dans le cas de la voiture, choisir son heure de départ et finalement,
3. choisir son itinéraire.

Le choix de mode est par conséquent binaire entre d'une part, la voiture et d'autre part, un agrégat qui rassemble tous les autres modes confondus. La formulation adoptée est du type logit binaire, de sorte que la probabilité de prendre la voiture s'écrit :

$$P_{VP} = \frac{e^{V_{VP}/\mu}}{e^{V_{VP}/\mu} + e^{V_{TC}/\mu}},$$

où :

- $V_{VP}$  représente l'utilité déterministe associée au mode de la voiture particulière,
- $V_{TC}$  représente l'utilité déterministe associée à tous les autres modes confondus et
- $\mu$  est le paramètre d'hétérogénéité lié au choix modal.

### 4.2. Calcul de l'utilité TC

METROPOLIS ne propose pas actuellement une manière détaillée pour le calcul de l'utilité des modes autres que la voiture. L'utilité  $V_{TC}$  est calculée par un module externe au simulateur. En général, nous utiliserons les temps de trajet généralisés calculés pour le réseau de transports en commun par les logiciels classiques de planification (p.e. Emme/2, MinuTP ou Visum). Nous supposons que l'utilité des autres modes peut être écrite comme suit :

$$V_{TC} = -(\mathbf{a}_{TC} tt_{TC} + P_{TC})$$

où

- $\mathbf{a}_{TC}$  est le coût du temps passé en transport en commun,
- $tt_{TC}$  est le temps de trajet généralisé calculé par un module externe et
- $P_{TC}$  est une pénibilité fixe spécifique aux transports en commun.

Cette décomposition permet de mettre en évidence la dépendance de ces paramètres par rapport à la description de l'offre et de la demande :

- $\mathbf{a}_{TC}$  dépend de la classe d'utilisateurs considérée,

- $tt_{TC}$  dépend de la paire origine - destination considérée et
- $P_{TC}$  ne dépend que de la différence d'utilité inter - modes.

Plus précisément,  $tt_{TC}$  est donné sous forme d'une matrice de temps généralisés calculés par un module externe (en général un modèle d'affectation statique pour les transports en commun). Les paramètres  $a_{TC}$  et  $P_{TC}$  sont ensuite estimés d'après les données désagrégées disponibles concernant les parts modales du réseau étudié (par exemple à partir des données de l'EGT dans le cas de l'Ile-de-France).

Notons que cette modélisation ne tient pas compte explicitement de la dynamique des transports en commun, à moins que le module externe n'ait cette capacité. Les horaires des transports en commun ne sont pas, à priori, répercutés sur l'utilité des TC. En particulier, si nous utilisons un modèle d'affectation TC classique, nous supposons qu'il n'y a pas de coût de déshorage associé aux autres modes que la voiture. Cela a pour conséquence de surestimer globalement le report modal en faveur des modes alternatifs à la voiture. Cette dissymétrie entre la modélisation dynamique des VP et la modélisation statique des TC constitue un sujet de recherche actuellement en cours qui a pour but d'intégrer plus harmonieusement tous les modes dans un cadre dynamique. Notons que plusieurs logiciels classiques d'affectation proposent des prises en compte partielles des horaires par le biais de "stratégies" (voir le manuel d'Emme/2 par exemple). Néanmoins, un coût de déshorage moyen, c'est à dire indépendant de l'heure de départ, peut être introduit dans le facteur de pénibilité  $P_{TC}$ .

Notons finalement que cette approche ne permet pas, actuellement, de tenir compte de la congestion inter - modes : nous ne pourrions pas rendre compte, par exemple, de l'effet de la congestion pour les modes qui partagent la voirie avec les voitures (p.e. bus en dehors des sites propres).

### 4.3. Calcul de l'utilité VP

On pourrait songer à appliquer le même raisonnement pour la voiture que pour les autres modes et écrire :

$$V_{VP} = -(a_{VP} tt_{VP} + P_{VP}) .$$

Toutefois, dans METROPOLIS, deux éléments différents de cette approche :

- 1) le modèle prend explicitement en compte la dynamique de la congestion de sorte que  $tt_{VP}$  dépend de l'heure de départ de l'utilisateur  $tt_{VP} = tt_{VP}(t_d)$  et
- 2) le modèle prend en compte les coûts de déshorage qui dépendent également de l'heure de départ.

Si nous supposons que l'utilisateur fait un choix entre prendre sa voiture à une heure donnée et partir en transport en commun (à une autre heure), il faut tenir compte explicitement de la variabilité des temps de trajet et des coûts de déshorage en fonction de l'heure de la journée. Au contraire, si nous supposons que l'utilisateur détermine d'abord son mode de transport de prédilection indépendamment de son choix d'heure de départ, il faut utiliser, pour la voiture, une utilité agrégée sur toute la période considérée.

Par conséquent, il existe deux manières de calculer l'utilité VP que nous baptisons "court terme" et "long terme". Dans une décision à long terme (par exemple relative à la disposition d'une voiture), l'utilisateur ne tient pas compte de la variabilité temporelle de l'utilité de la

voiture mais plutôt d'une utilité moyenne. Par contre, dans une décision à court terme (par exemple prendre la voiture ou non un jour de mauvais temps), l'utilisateur prend en compte le fait qu'il disposera d'une voiture à une heure donnée.

Dans le cas "court terme", l'utilité VP s'écrit :

$$V_{VP} = -(\mathbf{a}_{VP} t t_{VP}(t_d) + D(t_d))$$

où  $t_d$  est l'heure de départ que sélectionne l'utilisateur s'il prend la voiture et  $D(t)$  est le coût dû au délai à l'arrivée associé. L'utilité VP est ainsi entièrement déterminée par les résultats de l'affectation dynamique de METROPOLIS.

Dans le cas "long terme", l'utilité VP s'écrit :

$$V_{VP} = \mathbf{m} \ln \frac{1}{T} \int_0^T e^{-(\mathbf{a}t(u)+D(u))/\mathbf{m}} du \quad (18)$$

où  $\mathbf{m}$  est le paramètre d'hétérogénéité du modèle logit *d'heure de départ* et  $T$  est la période de la journée considérée. Notons que cette utilité moyenne tient compte aussi de la variabilité des temps de trajets et du coût de déshorage, mais d'une façon agrégée. Rappelons que dans la formulation de Vickrey,  $D(t)$  dépend des temps de trajet dynamiques ainsi que des caractéristiques propres à l'individu : heure d'arrivée désirée et pénalités d'arrivée précoce ou tardive.

En pratique, nous utiliserons l'une ou l'autre formulation, suivant la politique de transport envisagée. Lorsque nous voulons étudier l'impact d'une modification majeure d'infrastructure ou d'une mesure de planification globale susceptible, notamment, de modifier la part des utilisateurs captifs, nous utiliserons la spécification "long terme". Par contre, si nous souhaitons déterminer l'impact d'une modification temporaire (p. e. travaux de voirie ou incidents), nous préférons la spécification « court terme ».

#### 4.4. Simulation et convergence

L'ajout d'une option supplémentaire dans la hiérarchie des choix du modèle modifie l'algorithme de simulation. Rappelons que METROPOLIS opère par itérations successives correspondant chacune à la simulation complète de la période étudiée (matinée ou journée).

La prise en compte du choix modal modifie la procédure de décision individuelle en début d'itération comme suit :

1. estimation des temps de trajets dynamiques associés à une paire O-D donnée
2. évaluation des utilités VP et TC (court ou long terme)
3. choix modal binaire
4. si la voiture est sélectionnée,
  - choix de l'heure de départ (conditionnel, si le choix de mode est à court terme)
  - choix d'itinéraire d'après l'heure de départ choisie
5. si les autres modes sont sélectionnés (collectivement),

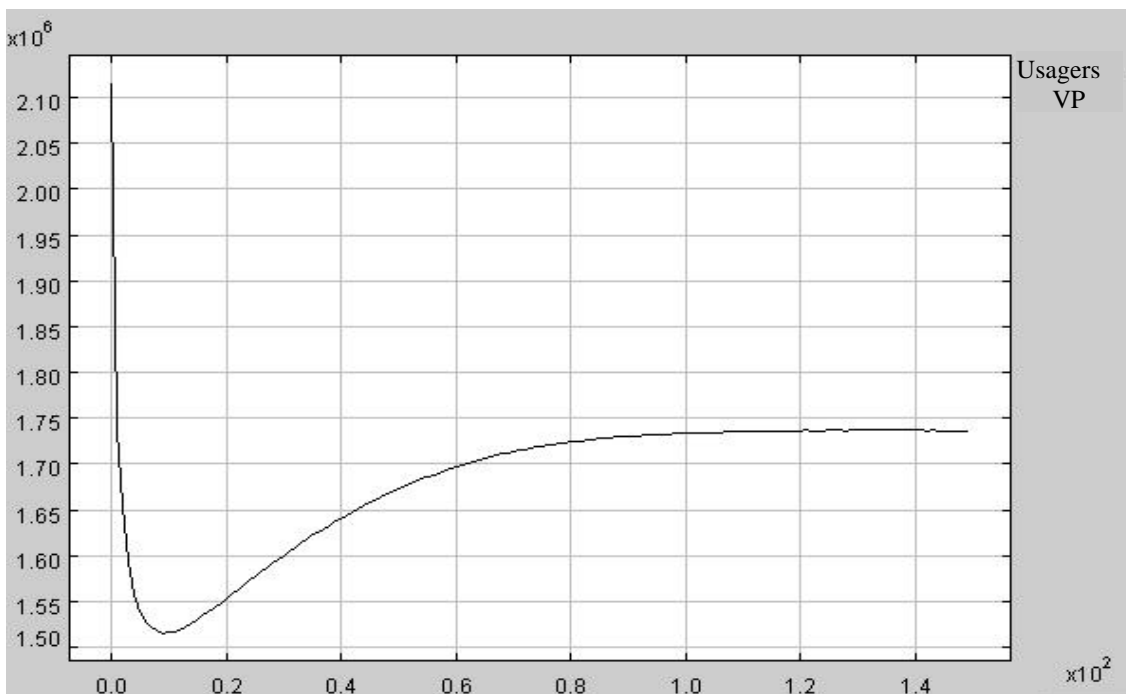


- l'individu considéré ne prend plus part à la simulation du « jour » en cours ; toutefois sa décision est revue le jour suivant.

Il est important de noter que la décision modale est revue à chaque itération, de sorte que l'ajout du choix modal soit un facteur d'instabilité potentielle de la convergence du modèle. En pratique néanmoins, nous verrons que cela affecte peu la convergence de METROPOLIS. En effet, nous observerons un régime stationnaire correspondant à un "équilibre de Wardrop" lorsque, dans ce système, aucun individu ne peut strictement augmenter son utilité

1. en changeant de mode et,
2. si son mode est la voiture
  - en changeant d'heure de départ ou
  - en changeant d'itinéraire.

La figure 1 étudie la convergence du système pour la simulation utilisant la base de données de l'IAURIF. Cette figure représente de jour en jour l'évolution (court terme) du nombre d'usagers de la voiture. Cette courbe peut être interprétée facilement : au "jour 0", les usagers ignorent la congestion, de sorte que globalement l'utilité de la voiture est surévaluée. Par conséquent, la plupart des usagers opte pour la voiture. Ceci a pour effet de provoquer une congestion très élevée. Le jour suivant, les usagers anticipent (au moins partiellement) cette congestion, ce qui se traduit par une diminution de l'utilité associée à la voiture et le report modal est renforcé en faveur des TC. Progressivement le système converge. L'évolution long terme suit un patron très semblable. Néanmoins la part modale (à l'équilibre) des TC est plus forte dans le cas du court terme. Ceci traduit le fait que la vision à long terme a tendance à agréger l'effet de la congestion (voir éq. (18)) et donc à "gommer" ces effets négatifs.



**Figure 1 : évolution du nombre d'usagers de la voiture en fonction des itérations**

Une comparaison des résultats des simulations avec et sans choix modal montre que les deux types de modèles présentent des évolutions vers un état stationnaire semblable. Dans les deux cas lorsque le système est stabilisé, le temps de trajet anticipé par les individus au début de la journée coïncide à peu près avec les temps de trajet vécus par ces mêmes individus au cours de la même journée. La figure 2 représente l'évolution des temps de trajet "ttime" et de la variable "expect" qui représente la différence entre les temps de trajet estimés et le temps de trajet ressenti.

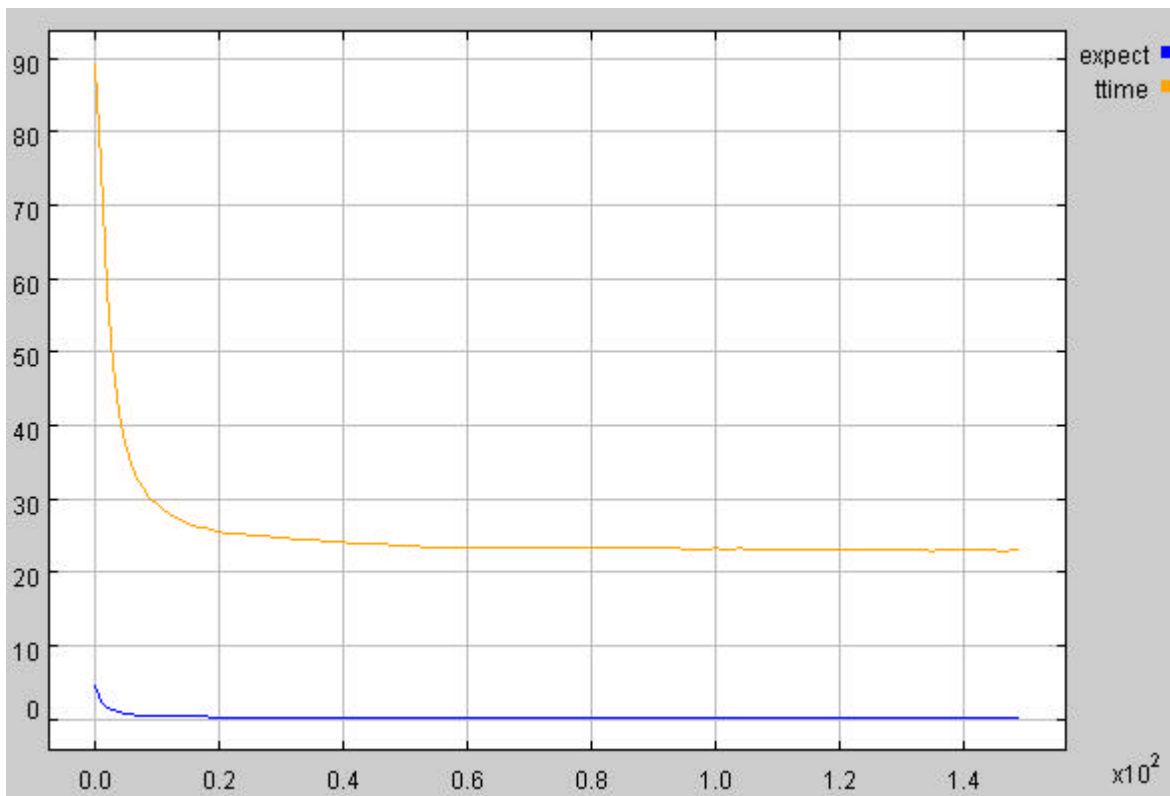


Figure 2 : convergence de METROPOLIS

#### 4.5. Modélisation des paramètres de METROPOLIS

Dans METROPOLIS, la spécification de la fonction d'utilité est plus simple que celles estimées à la section 3. Dans cette section, nous nous proposons d'estimer les paramètres qui seront introduits dans le simulateur. L'utilité de l'usage d'une voiture particulière ou des transports en commun dépend du temps de trajet et d'une pénibilité (une constante) regroupant des variables difficiles à mesurer comme le confort ou la sécurité. Cette pénibilité inclut également l'aversion au risque d'une variabilité des temps de trajet ou encore au coût relatifs aux délais à l'arrivée.

La fonction d'utilité prend la forme suivante :

$$\begin{cases} V^k(VP) = c_{VP} + \mathbf{b}_1 tt_{VP}^k \\ V^k(TC) = c_{TC} + \mathbf{b}_2 tt_{TC}^k \end{cases}$$

Le simulateur prend en compte la pénalité d'utiliser les transports en commun plutôt que la voiture particulière. Par conséquent, 3 paramètres nouveaux doivent être introduits :  $c=c_{TC} - c_{VP}$ ,  $b_1$  et  $b_2$ . C'est à dire que  $c$  est un coût fixe et  $b_1$  et  $b_2$  sont les valeurs du temps respectives des usagers de la voiture particulière et des transports en commun. L'estimation économétrique est donc effectuée sur la différence d'utilité entre les transports en commun et la voiture particulière.

De plus, dans METROPOLIS, la fonction  $V(.)$  est une fonction de coût. Par conséquent, les paramètres à introduire doivent être exprimés en valeur monétaire. Nous avons donc introduit la variable de coût du mode dans la fonction d'utilité à estimer. Pour obtenir les paramètres à introduire dans le simulateur, il suffit de diviser les estimations des paramètres ( $c$ ,  $b_1$  et  $b_2$ ) par celle du paramètre de coût.

Les résultats d'estimation avec asymétrie par rapport au temps de trajet entraînent des valeurs du temps trop faibles pour les transports en commun (36FF/H). Par conséquent, nous avons conservé le modèle avec symétrie du temps de trajet :

**Tableau 10 : Estimation des paramètres du choix modal pour METROPOLIS**

		Logit
Temps de trajet		-0,07521 (0,005)***
Coût		-0,05326 (0,008)***
Constante		0,74223 (0,141)***
	Nombre d'observations	939
	chi2(6)	512,89
	Prob > chi2	0,00
	Pseudo R2	0,40
	Log Vraisemblance	-394,02

Les paramètres à introduire sont les suivants :  $c = 0,74223/0,05326 = 13,93$  FF soit une pénalité moyenne de 14 FF pour l'utilisation des transports en commun et  $a_i = (0,07521/0,05326) \times 60 = 84,72$  FF/H.

## 5. Ajustement du choix modal

Pour effectuer des simulations dynamiques, nous devons disposer d'une matrice globale des déplacements, autrement dit du nombre total de déplacements tous modes confondus. Nous disposons de la matrice statique des déplacements de l'IAURIF pour une période de deux heures.

### 5.1. Méthode de base

Pour que les résultats de simulation avec choix modal soient comparables aux résultats du calage sans choix modal (voir partie 4), nous avons augmenté la taille de la matrice globale en la multipliant par le facteur de passage d'une période de deux heures à toute la matinée. Ce

facteur est égal à 1,5572, qui représente le rapport entre le nombre total de déplacements au cours de la matinée (2.492.900) et le nombre de déplacements pendant les deux heures du pic (1.600.858). Une fois la matrice de l'IAURIF augmentée, nous obtenons une matrice totale de 5.153.114 déplacements. Notons que cette augmentation ne modifie pas le rapport entre les déplacements pour motif travail et les déplacements pour les autres motifs (soit 55%).

Afin d'effectuer les simulations du choix modal, nous avons considéré d'une part les résultats de l'estimation du choix modal et d'autre part les résultats de simulation de METROPOLIS relatifs au scénario de référence VP sans choix modal. Le coût total par individu a été estimé à 69,84 FF dont 18,50 FF sont dus au délai moyen à l'arrivée et 51,34 FF sont dus au temps de trajet. Le coût d'usage des transports en commun se compose du coût de la pénibilité (13,93 FF) et du coût relatif au temps 65,14 FF (pour un temps de trajet moyen en Ile-de-France de 46 minutes et une valeur du temps de 85 FF/h). Nous nous sommes basés sur ces résultats pour effectuer les premières simulations du choix modal dans METROPOLIS.

La qualité de l'ajustement est mesurée par (1) la minimisation des indicateurs de calage présentés à la partie 4 et (2) la minimisation des critères d'erreurs du choix modal. Ces derniers critères consistent à comparer le nombre de déplacements simulés aux données de l'EGT 91. La part des usagers de la voiture est de l'ordre de 26% pour les déplacements "Paris - Paris", 25% pour les déplacements "Paris - Banlieue" et 71% pour les déplacements "Banlieue - Banlieue".

Nous avons effectué deux simulations. La première est sans prise en compte du coût relatif aux délais à l'arrivée et la seconde avec prise en compte d'une compensation du coût dû aux délais à l'arrivée (voir tableau 12)

**Tableau 12 : scénarios de simulation du choix modal dans METROPOLIS**

	<b>Simulation 1</b>	<b>Simulation 2</b>
<b>Coût d'usage de la voiture</b>	<b>69,84 FF</b>	<b>69,84 FF</b>
Coût du temps de trajet	51,34 FF	51,34 FF
Coût du délai d'arrivée	18,50 FF	18,50 FF
<b>Coût d'usage des TC</b>	<b>79,08 FF</b>	<b>97,58 FF</b>
Coût du temps de trajet	65,15 FF	65,15 FF
Coût de la pénibilité	13,93 FF	32,43

Les estimations du choix modal ont été effectuées par une approche statique pour les transports en commun pour lesquels le coût relatif aux délais à l'arrivée est inexistant. Par contre, les simulations sont effectuées par un modèle dynamique pour les voitures particulières ce qui conduit à augmenter de 18,50 FF le coût des transports en commun (par l'intermédiaire de la pénibilité). Ce montant de 18,50 FF est équivalent au coût relatif aux délais à l'arrivée.

Les indicateurs de la qualité des résultats de deux simulations sont présentés dans le tableau 13. Ils sont de deux types. Le premier type concerne l'ajustement du modèle par rapport aux données de l'IAURIF (nombre total de déplacements pendant le pic horaire) et aux données de l'EGT 91 afin de satisfaire les critères fixés dans la partie IV de ce rapport. Le deuxième type concerne les critères relatifs à l'ajustement des résultats du trafic aux résultats de simulations de référence VP sans choix modal.

Tableau 13 : indicateurs de la qualité de l'ajustement du choix modal

Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations	
		1	2
<b>Premier type de critères</b>			
<b>Temps de trajet moyens</b>	Paris – Paris	- 10,20	21,77
	Paris – Banlieue	- 9,41	13,01
	Banlieue – Banlieue	-7,97	- 1,20
	<b>Global</b>	<b>8,22</b>	<b>3,41</b>
<b>Distributions des temps de trajet</b>	Paris – Paris	2,89	1,82
	Paris – Banlieue	4,56	4,81
	Banlieue – Banlieue	10,64	6,62
	<b>Global</b>	<b>9,64</b>	<b>6,20</b>
<b>Nombre de départs (source IAURIF)</b>	<b>Global</b>	<b>- 7,37</b>	<b>38,20</b>
<b>Nombre de déplacements (source EGT 91)</b>	Paris – Paris	4,43	18,27
	Paris – Banlieue	15,18	40,13
	Banlieue – Banlieue	- 29,14	15,90
	<b>Global</b>	<b>16,94</b>	<b>28,32</b>
<b>Deuxième type de critères</b>			
<b>Nombre de déplacements comparé aux résultats de simulation de référence VP sans choix modal</b>	Paris – Paris	47,42	189,04
	Paris – Banlieue	40,21	76,84
	Banlieue – Banlieue	- 26,02	12,99
	<b>Global</b>	<b>-13,36</b>	<b>32,32</b>
<b>Coût total comparé au coût total de la simulation de référence VP sans choix modal</b>	Paris – Paris	- 3,03	32,41
	Paris – Banlieue	6,09	40,53
	Banlieue – Banlieue	-24,70	-13,36
	<b>Global</b>	<b>-17,75</b>	<b>-2,14</b>
	<b>Moyen</b>	<b>10,84</b>	<b>17,72</b>

Les erreurs relatives à l'estimation des temps de trajet ainsi qu'à la distribution des durées des déplacements restent acceptables puisqu'elles ne dépassent pas les 10% dans les deux simulations. Par ailleurs, la prise en compte d'un coût additif à la pénalité égal à 18,5 FF a des effets trop importants. De ce fait, la plupart des usagers change de mode et utilise de plus en plus la voiture.

### 5.2. Extension de la méthode

A partir des résultats de cette première simulation ("simulation 1"), nous avons été amenés à calculer de nouvelles valeurs de la pénibilité à travers l'approche décrite ci-dessous. Nous

avons préféré cette première simulation car elle présente un indicateur moyen plus faible et des variations de coûts par rapport à la simulation de référence VP plus faibles.

La part des usagers de la voiture " $P(VP)$ " dans un modèle logit s'écrit sous la forme suivante :

$$P(VP) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{C_{VP} - C_{TC}}{m_{TC}}\right]},$$

où  $C_{TC} = c + \alpha t_{TC}$ .

Par conséquent :

$$c = C_{VP} - \alpha t_{TC} - m \ln\left[\frac{1}{P(VP)} - 1\right].$$

La première simulation nous fournit une part modale globale de la voiture individuelle  $P(VP) = 65,98\%$  et  $C_{VP} = 67,49$  FF. En utilisant une valeur de  $\alpha = 85$  FF/h,  $\ell = 30$  FF et  $t_{TC} = 46$  minutes, nous obtenons une pénalité égale à 5,50 FF. Cette nouvelle valeur est utilisée dans une nouvelle simulation dont les résultats sont présentés dans le tableau 14 (voir simulation 3).

Tableau 14 : indicateurs de la qualité de l'ajustement du choix modal

Variable étudiée	Type de déplacements	Simulations	
		3	4
<b>Premier type de critères</b>			
<b>Temps de trajet moyens</b>	Paris – Paris	5,39	- 11,49
	Paris – Banlieue	1,58	- 9,53
	Banlieue – Banlieue	- 5,02	- 3,85
	<b>Global</b>	<b>4,69</b>	<b>4,80</b>
<b>Distributions des temps de trajet</b>	Paris – Paris	1,75	3,66
	Paris – Banlieue	2,07	5,02
	Banlieue – Banlieue	8,93	8,34
	<b>Global</b>	<b>7,89</b>	<b>7,77</b>
<b>Nombre de départs (source IAURIF)</b>	<b>Global</b>	<b>21,57</b>	<b>18,69</b>
<b>Nombre de déplacements (source EGT 91)</b>	Paris – Paris	12,22	3,75
	Paris – Banlieue	32,60	- 2,79
	Banlieue – Banlieue	- 4,21	5,93
	<b>Global</b>	<b>14,51</b>	<b>12,10</b>
<b>Premier type de critères</b>			
<b>Nombre de déplacements comparé aux résultats de simulation de référence VP sans choix modal</b>	Paris – Paris	74,98	40,41
	Paris – Banlieue	64,11	18,48
	Banlieue – Banlieue	- 3,17	5,91
	<b>Global</b>	<b>13,45</b>	<b>9,71</b>
<b>Coût total comparé au coût total de la simulation de référence VP sans choix modal</b>	Paris – Paris	19,72	-2,82
	Paris – Banlieue	14,27	- 3,87
	Banlieue – Banlieue	-20,55	- 18,15
	<b>Global</b>	<b>- 11,43</b>	<b>- 15,85</b>
	<b>Moyen</b>	<b>12,26</b>	<b>10,19</b>

Les résultats de cette simulation sont assez proches des données de l'EGT 91. Ils présentent les plus faibles différences d'indicateurs. Par ailleurs, ils sont très différents des résultats de simulation de référence VP. Cette différence est d'autant plus importante pour les déplacements "Paris - Paris" et "Paris - Banlieue".

Nous avons répété cette opération par origine – destination afin de mieux atténuer l'effet de variation des indicateurs. La simulation finale est présentée dans le tableau 14 (simulation 4). L'indicateur moyen est plus faible que dans les autres simulations. Par ailleurs, les parts modales, pour chaque origine – destination, sont assez proches des données de l'EGT 91 présentées plus haut :

- déplacements en voiture "Paris – Paris" : 27,09% (26% dans l'EGT 91),
- déplacements en voiture "Paris - Banlieue" : 26,86% (25% dans l'EGT 91),
- déplacements en voiture "Banlieue - Banlieue" : 72,48% (71% dans l'EGT 91).

Les valeurs des pénibilités utilisées dans cette simulation sont :

- déplacements "Paris - Paris" : -50 FF,
- déplacements "Paris – Banlieue" : - 28 FF,
- déplacements "Banlieue – Banlieue" : 15 FF.

### *5.3. Résultats agrégés de la simulation finale*

Les valeurs des mesures du trafic pour la simulation finale (simulation 4) sont présentées dans le tableau 15 et comparées aux résultats de la simulation de référence VP. Les résultats présentés dans ce tableau montrent que certains critères sont très différents allant jusqu'à 20%.

Ces différences ne doivent pas étonner le lecteur et ne signifient pas nécessairement que le modèle avec choix modal présente des résultats de faible qualité. Par exemple, les délais dus aux arrivées précoces ou tardives sont aussi plus faibles. En effet, lorsque les usagers ont le choix entre la voiture particulière et un transport en commun, il en résulte que les usagers ayant un coût de déshorage important avec la voiture vont préférer utiliser les transports en commun. De même, les usagers qui font face à un niveau de congestion très élevé vont aussi avoir tendance à préférer les transports en commun. Il en résulte que le coût moyen baisse (de 19,47%), bien que le nombre d'usagers de la voiture soit resté pratiquement constant. Ce phénomène s'appelle en économétrie le "biais de sélection" ou en économie publique le comportement de "vote avec le pied". Le tableau 15 montre que l'ensemble des coûts - et par conséquent le coût moyen - diminuent avec l'option du choix modal. En conséquence, le coût moyen diminue aussi (de 19,47 %). La plupart des critères (à l'exception de la vitesse moyenne) sont de fait améliorés en présence du choix modal. Le fait que la vitesse moyenne et le nombre d'arcs diminuent traduit vraisemblablement le fait que les usagers ayant à effectuer de petits trajets ont davantage tendance à conserver leur véhicule particulier après l'introduction des transports en commun. Cette interprétation relève d'une conjecture qu'il serait nécessaire de tester en analysant de manière détaillée les comportements des usagers.



Tableau 15 : simulation finale

Agrégats de mesures d'efficacité	Simulation de référence VP	Simulation finale avec choix modal	Variation [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>29,61</b>	18,32
Temps de trajet à vide [min]	28,85	23,64	18,06
Temps d'attente [min]	7,40	5,97	19,32
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	15,70	24,48
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	9,71	19,42
Part des arrivées précoces [%]	53,09	45,45	14,39
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	31,01	16,32
Part des arrivées tardives [%]	20,25	23,54	16,25
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>56,24</b>	<b>19,47</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	33,64	17,69
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	8,31	20,63
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	14,29	22,76
Coût de délai d'arrivée précoce [FF]	19,57	15,70	19,78
Coût de délai d'arrivée tardive [FF]	38,42	9,71	74,73
Vitesse moyenne [Km/h]	29,67	28,31	4,58
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	41,05	35,30	14,01
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,92	15,69	12,44
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	15,69	11,66
Indice de congestion [%]	25,62	25,25	1,44

## 6. Conclusions

Les modèles de choix discrets sont largement utilisés par les opérateurs de transport et demeurent incontournables pour modéliser les comportements de déplacements et en particulier le choix de mode. Comme nous l'avons vu, il existe des extensions qui ne sont pas encore utilisées en Ile-de-France. La première, le dogit, présente l'avantage de relever l'hypothèse IIA et de définir la part des captifs/non captifs. La seconde, le mixed logit, qui permet de prendre en compte et d'estimer la distribution des paramètres, connaît un récent engouement en économie des transports. La dernière consiste à prendre en compte la non-linéarité de la fonction d'utilité en particulier dans le but d'introduire un effet revenu.

Nous avons proposé d'utiliser les récentes données de l'EGT 1997 relatives aux déplacements du domicile vers le lieu de travail le matin. Dans une modélisation très classique par les modèles Logit et Probit, nous avons pu constater que de façon générale la valeur du temps, pour les déplacements du domicile vers le lieu de travail le matin, semble être supérieure à la valeur tutélaire et elle serait comprise entre 80 et 90 F/H.

Nous avons proposé deux versions d'un modèle de choix modal directement utilisable dans notre simulateur dynamique. Ces modèles se différencient par la manière dont les usagers traitent les temps de trajet. Dans un premier cas, les usagers choisissent simultanément leur mode et leur heure de départ (modèle logit binaire standard). Dans un second cas, les usagers obéissent à un modèle logit emboîté. Lorsqu'ils prennent leurs décisions de choix modal, ils se basent sur leur utilité attendue en aval (c'est à dire en fonction de l'ensemble des choix potentiel de temps de trajet et de route). Ces modèles ont été qualifiés respectivement de court terme et de long terme.

Nous avons repris dans la section 4 le processus de calage entamé dans la partie IV. L'interaction entre le processus de choix modal d'une part et le choix de temps de départ et d'itinéraire d'autre part, rend l'opération de calage plus délicate. En effet, d'une part la modification d'un paramètre du modèle affecte plus le choix modal de l'utilisateur et d'autre part le modèle comporte maintenant deux paramètres supplémentaires : la pénibilité associée au transport en commun et le paramètre d'hétérogénéité spécifique au choix modal. Nous avons été amenés à utiliser des paramètres de pénibilité différents selon le lieu d'origine et de destination des usagers, en discernant Paris et la banlieue. La qualité des résultats (comparaison entre les variables de sortie du modèle et les données expérimentales) est a priori moins satisfaisante que dans la Partie IV. Néanmoins, l'origine de ce désaccord n'est peut être pas à faire porter entièrement sur la qualité du simulateur dynamique utilisé. En effet, les données utilisées, sont aussi entachées d'erreurs et éventuellement biaisées étant donné qu'elles résultent d'un modèle de génération et d'affectation. Nous nous proposons d'élucider cette question au cours de la troisième année de QUATUOR.

## 7. Références

- Algers, S., Bergström, P., Dahlberg, M. et Lindqvist Dillén, J. (1998). "Mixed Logit Estimation of the Value of Travel Time". *Document de travail*, Département d'Economie, Université d'Uppsala, Suède.
- Anderson, S., de Palma, A. et Thisse J.-F. (1992). *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*. Cambridge, The MIT Press.
- Bhat, R. C. et Pulugurta, V. (1998). "A Comparison of two alternative Behavioral Choice Mechanisms for Household Auto Ownership Decisions". *Transportation Research B*, 1, 32, 61-75.
- Ben-Akiva, M., Bolduc, D. et Bradley, M. (1993). "Estimation of Travel Choice Models with Randomly Distributed Values of Time". *Transportation Research Record*, 1413, 88-97.
- Ben-Akiva, M. et Lerman, S. (1985). *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. Cambridge : The MIT Press, Mass.
- Ben-Akiva, M. (1977). "Choice Models with Simple Choice Set Generating Process ". *Working Paper*, Department of Civil Engineering, MIT.
- Brownstone, D. et Train, K. (1999). "Forecasting New Product Penetrations with Flexible Substitution Patterns". *Journal of Econometrics*, 89, 109-129.
- CGP (1994). *Transport : pour un meilleur choix des investissements*. Commissariat Général du Plan. Rapport Présidé par Marcel Boiteux. La documentation française, Paris.
- de Palma, A. et Fontan, C. (1998). "Enquête adaptée à la dynamique des comportements de déplacement en Ile-de-France". Projet Soumis auprès de la société Cofiroute – Avril 1998.
- de Palma, A. et Fontan, C. (1999). "Enquête MADDIF : Multimotif Adaptée à la Dynamique des comportements de Déplacement en Ile-de-France". Projet DRAST/PREDIT 99MT20.
- de Palma, A. et Kilani, K. (1999). "Discrete Choice Models with Income Effects". *Document de Travail*, THEMA, Université de Cergy-Pontoise.
- de Palma, A. et Rochat, D. (1998). "Understanding Individual Travel Decisions Results from a Behavioral Survey in Geneva with Special Emphasis on Mode Choice". Document de Travail, Thema, Université de Cergy-Pontoise et Paris X Nanterre, N°9814.
- DREIF (1991). "Enquête Globale de Transport". Direction Régionale de L'Équipement D'Ile-de-France, Division des Infrastructures et des Transports.
- DREIF (1997). "Les boucles de déplacement des franciliens". Direction Régionale de L'Équipement D'Ile-de-France, Division des Infrastructures et des Transports – Groupe Etude et Stratégies de Transports.
- Duchêne C. (2000) . "Le plan de déplacement Urbain de l'Ile-de-france. Une Stratégie pour le développement durable de la Région-Capitale". *Communication du Groupe permanent de réflexion sur les véhicules automobiles du futur* – Sous-groupe "Méthodes prospectives et usages sociaux de l'automobile" MELTT - DRAST.
- INRO, 1996, Emme/2, Manuel d'utilisation.
- Gaudry, M. et Dagenais, M. (1979). "The Dogit Model". *Transportation Research*, 13 B, 105-111.
- HCG (1998). "Value of Dutch travel time savings in 1997". *Rapport de HCG*, The Hague, Volume 1.
- Hensher, D.A. (1996). "Extending Valuation to controlled Value Functions and non-uniform Scaling with Generalized Unobserved Variances". *Proceedings of International Conference on the Theoretical Foundations of Travel Choice*, Stockholm.
- INSEE (2000). "Automobile, carburants, réparations : 20 ans d'évolution des prix". *Insee Première*, N° 713, Mai.
- Jara-Diaz, S.R. et Videla, J.I. (1990). "On the role of Income in the Evaluation of Users' Benefits from Mode Choice Models". Dans Gerardin éditeur, *Travel Behaviour Research*. Gower, London.
- Johansson, M.V. (2000). "Using modal Perception to Determine Work Trip travel Mode". *Working paper Department of Economics, Umea University*, Suède.
- Lee, L.-F. (1992). "On Efficiency of Methods of Simulated Moments an Maximum Simulated Likelihood Estimation of Discrete Response Models ". *Econometric Theory*, 8, 518-552.
- Leurent, F. (1998). "The distribution of Car Drivers Values-of-Time in Marseilles". Dans *Transportation Planning Methods*, PTRC, Vol. 2.

- Liem, T. et Gaudry, M. (1998). "Standard and Generalized Box-Cox Logit and Dogit, Linear and Box-Tukey inverse power transformation logit models with disaggregate data. ". *Working Paper*, BETA, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Luce, R. D. (1977). "The Choice Axiom After Twenty Years". *Journal of Mathematical Psychology*, 15, 215-233.
- Manski, C. F. (1977). "The Structure of Random Utility Models." *Theory and Decision* 8, 299-254.
- McFadden, D. (1989). "A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration". *Econometrica*, 57(5), 995-1026.
- McFadden, D.L. (1999). "Computing Willingness-to-Pay in Random Utility Models". Dans Moore, Riezman et Melvi éditeurs, *Trade, Theory and Econometrics: Essays in Honor of John S. Chipman*, Routledge.
- Quandt, R. E. (1956). "A Probabilistic Theory of Consumer behaviour". *Quarterly Journal of Economics*, 70, 507-536.
- Papon, F. (1992) *Péage urbain : les routes de première classe*. Edition Paradigme, Collection Transports et Communication. Caen.
- Pekkarinen, S.M. (1993). "Gender and life-cycle effects on the values of travel time in the mode choice model". *Proceedings of 21<sup>st</sup> PTRC European Transport Forum*, Seminar D, 123-138, Manchester.
- Picard, P. (1992). *Eléments de Microéconomie*. Montchrestien, 3<sup>ème</sup> édition.
- QUATUOR (1999). "Outils dynamiques de simulations pour la gestion des déplacements dans la région parisienne". *Année 1 Rapport Final*, DRAST / PREDIT N°98MT30.
- RATP (1997). "Etude des boucles de déplacements et de leurs évolutions depuis 1976". *Rapport d'Etude*, Département du Développement, Politique de développement et Economie Urbaine.
- Revelt, D. et Train, K. (1998). "Mixed Logit with Repeated Choices: Households' Choices of Appliance Efficiency Level". *Review of Economics and Statistics*, 80, 4, 647-657.
- Segonne, C. (1998) "Comportements de Choix d'Itinéraires – Le cas des automobilistes marseillais confrontés au péage urbain de financement". *Thèse pour le Doctorat de Sciences Economiques*, Université Lumière Lyon 2.
- Sheffi, Y. (1985). *Urban Transport Networks*. Prentice Hall, Incorporated. Inglewoods Cliffs, N.J.
- STP (1997). "Compte transport de voyageurs de la Région d'Ile-de-France". *Document STP*.
- Swait, J. et Ben-Akiva (1987). "Empirical Test of a Constrained Discrete Choice Model: Mode choice in Sao Paulo ". *Transportation Research*, 21 B, 103-115.
- Tersud (1991). "Infrastructure à péage en milieu urbain". *Proposition d'étude*. Tersud – Marseille.
- Teubel, U. (1998). "The Welfare Effects and Distributional Impacts of Road User Charges on Commuters – An Empirical Analysis of Dresden ". *Document de travail*, Institute for Urban, Regional and Housing Research, Hamburg, Germany.
- Thobani, M. (1984). "A Nested Logit Model of Travel Mode to Work and Auto Ownership". *Journal of Urban Economics*, 15, 287-301.
- Train, K. (1980). "A Structured Logit Model of Auto Ownership and Mode Choice". *Review of Economics Studies*, 47, 357-370.
- TRACE (1997). "Review of Existing Evidence on Value of Time". Rapport pour la Commission Européenne, Contrat N°RO-97-SC.2035, HCG Coordinateur.
- Train, K. (1998). "Recreation Demand Models with taste Differences over People". *Land Economics*, 74, 2, 230-239.
- Tversky, A. (1972). "Choice by Elimination ". *Journal of Mathematical Psychology*, 9, 341-367.

## 8. ANNEXE

Modèle 1 : Estimation sur l'échantillon complet

	Logit	Probit
Temps de trajet	-0.07416 (0.005)***	-0.04241 (0.003)***
Coût	-0.05213 (0.008)***	-0.02828 (0.004)***
Parking Gratuit Arrivée	1.18546 (0.198)***	0.66267 (0.112)***
Effectif ménage	-0.20085 (0.088)**	-0.12144 (0.049)**
Nombre voitures	0.90809 (0.169)***	0.51494 (0.094)***
Femme	-0.34424 (0.196)*	-0.20628 (0.111)*
Constante	1.78634 (0.657)***	1.02273 (0.367)***
Nombre d'observations	919	919
chi2(6)	600.75	600.00
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.47	0.47
Log Vraisemblance	-336.33	-336.71

## Modèle 2 : Estimation par classe de revenus

	Logit	Probit
<i>Groupe 1 ( 9.5 %) : Revenu &lt; 10000 FF</i>		
Temps de trajet	-0.12401 (0.034) <sup>***</sup>	-0.07121 (0.018) <sup>***</sup>
Coût	-0.09853 (0.045) <sup>**</sup>	-0.05456 (0.045) <sup>**</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.95791 (0.839) <sup>***</sup>	1.06898 (0.442) <sup>**</sup>
Constante	3.23421 (1.308) <sup>**</sup>	1.85200 (0.742) <sup>**</sup>
Nombre d'observations	88	88
chi2(3)	69.46	69.65
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.59	0.59
Log Vraisemblance	-23.97	-23.87
<i>Groupe 2 ( 69 %) : 10000 FF &lt; Revenu &lt; 20000 FF</i>		
Temps de trajet	-0.06671 (0.006) <sup>***</sup>	-0.03819 (0.003) <sup>***</sup>
Coût	-0.04307 (0.009) <sup>***</sup>	-0.02336 (0.005) <sup>***</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.10790 (0.237) <sup>***</sup>	0.61746 (0.135) <sup>***</sup>
Effectif ménage	-0.26191 (0.106) <sup>**</sup>	-0.15221 (0.060) <sup>**</sup>
Nombre voitures	1.04679 (0.208) <sup>***</sup>	0.60148 (0.116) <sup>***</sup>
Nombre correspondances	-0.22366 (0.130) <sup>*</sup>	-0.12488 (0.076) <sup>*</sup>
Constante	1.58032 (0.852) <sup>*</sup>	0.74688 (0.442) <sup>*</sup>
Nombre d'observations	633	633
chi2(6)	399.38	398.15
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.45	0.45
Log Vraisemblance	-237.61	-238.22
<i>Groupe 3 ( 21.5 %) : Revenu &gt; 20000 FF</i>		
Temps de trajet	-0.08694 (0.014) <sup>***</sup>	-0.04986 (0.007) <sup>***</sup>
Coût	-0.05247 (0.019) <sup>***</sup>	-0.03003 (0.011) <sup>***</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.93167 (0.463) <sup>***</sup>	1.13942 (0.259) <sup>***</sup>
Effectif enfants	1.02870 (0.468) <sup>***</sup>	0.60708 (0.261) <sup>***</sup>
Nombre voitures	0.86514 (0.329) <sup>**</sup>	0.47900 (0.179) <sup>**</sup>
Constante	-2.42590 (0.681) <sup>***</sup>	-1.40994 (0.381) <sup>***</sup>
Nombre d'observations	197	197
chi2(5)	134.86	135.38
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.49	0.49
Log Vraisemblance	-69.11	-68.85

## Modèle 3 : Estimation par sexe

	Logit	Probit
<i>Groupe 1 : Les hommes ( 51.4 %)</i>		
Temps de trajet	-0.07261 (0.008)***	-0.04488 (0.004)***
Coût	-0.05692 (0.011)***	-0.03133 (0.006)***
Parking Gratuit Arrivée	1.16908 (0.285)**	0.66873 (0.161)**
Nombre de correspondance	-0.32464 (0.169)*	-0.18823 (0.096)*
Effectif ménage	-0.19350 (0.118)*	-0.11429 (0.065)*
Nombre voitures	1.27651 (0.257)***	0.72940 (0.143)***
Constante	-1.40518 (0.495)***	-0.79199 (0.279)***
Nombre d'observations	472	472
chi2(4)	318.70	317.70
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.48	0.48
Log Vraisemblance	-167.74	-168.24
<i>Groupe 2 : Les femmes ( 48.6 %)</i>		
Temps de trajet	-0.05454 (0.008)***	-0.03156 (0.004)***
Coût	-0.04515 (0.012)***	-0.02412 (0.006)***
Parking Gratuit Arrivée	1.30000 (0.270)***	0.73919 (0.154)***
Effectif ménage	-0.33942 (0.131)***	-0.19918 (0.076)***
Nombre voitures	0.81469 (0.219)**	0.46816 (0.124)**
Temps de recherche d'un stationnement	-0.11534 (0.058)*	-0.06659 (0.033)**
Constante	-0.58121 (0.575)***	-0.33511 (0.331)***
Nombre d'observations	447	447
chi2(7)	260.35	260.51
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.42	0.42
Log Vraisemblance	-178.58	-178.50

## Modèle 4 : Estimation par classe d'âges

	Logit	Probit
<i>Groupe 1 ( 31 %) : âge <math>\geq</math> 35 ans</i>		
Temps de trajet	-0.07264 (0.011)***	-0.04235 (0.006)***
Coût	-0.05786 (0.016)***	-0.03369 (0.009)***
Parking Gratuit Arrivée	1.30699 (0.364)**	0.76849 (0.210)**
Effectif ménage	-0.51608 (0.178)**	-0.29783 (0.102)**
Nombre voitures	1.13129 (0.332)**	0.65722 (0.187)**
Femme	-0.91436 (0.357)**	-0.55427 (0.207)**
Constante	0.16348 (0.719)	0.11880 (0.413)
Nombre d'observations	265	265
chi2(6)	153.30	154.18
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.42	0.42
Log Vraisemblance	-105.85	-105.41
<i>Groupe 2 ( 48.4 %) : 35 ans &lt; âge &lt; 50 ans</i>		
Temps de trajet	-0.07330 (0.008)***	-0.04099 (0.004)***
Coût	-0.03067 (0.013)**	-0.01654 (0.007)**
Parking Gratuit Arrivée	1.26840 (0.295)**	0.72595 (0.166)**
Effectif ménage	-0.20589 (0.121)*	-0.11908 (0.070)*
Nombre voitures	1.01846 (0.255)**	0.58230 (0.143)**
Nombre correspondances	-0.33711 (0.173)*	-0.17666 (0.099)*
Constante	-1.24319 (0.522)**	-0.74494 (0.300)**
Nombre d'observations	413	413
chi2(6)	264.22	262.83
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.46	0.45
Log Vraisemblance	-154.14	-154.84
<i>Groupe 3 ( 20.6 %) : Age <math>\geq</math> 50 ans</i>		
Temps de trajet	-0.06670 (0.012)***	-0.03818 (0.006)***
Coût	-0.05604 (0.018)***	-0.02890 (0.009)***
Parking Gratuit Arrivée	1.19854 (0.453)**	0.65720 (0.257)**
Nombre voitures	0.83542 (0.324)**	0.46695 (0.182)**
Constante	1.73631 (0.619)**	0.96337 (0.345)**
Nombre d'observations	175	175
chi2(4)	111.09	110.21
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.45	0.45
Log Vraisemblance	-65.61	-66.05



## Modèle 5 : Estimation par zone géographique du lieu d'habitation

	Logit	Probit
<i>Groupe 1 ( 43 %) : Zones 1 à 3</i>		
Temps de trajet	-0.08071 (0.010) <sup>***</sup>	-0.04724 (0.005) <sup>***</sup>
Coût	-0.04901 (0.016) <sup>***</sup>	-0.02967 (0.009) <sup>***</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.49701 (0.269) <sup>***</sup>	0.87871 (0.155) <sup>***</sup>
Nombre voitures	0.93335 (0.241) <sup>***</sup>	0.52925 (0.134) <sup>***</sup>
Femme	-0.47519 (0.264) <sup>*</sup>	-0.28712 (0.154) <sup>*</sup>
Constante	-1.45906 (0.513) <sup>***</sup>	-0.83887 (0.296) <sup>***</sup>
Nombre d'observations	396	396
chi2(5)	183.47	184.25
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.33	0.33
Log Vraisemblance	-180.72	-180.33
<i>Groupe 2 ( 23.3 %) : Zone 4</i>		
Temps de trajet	-0.06144 (0.009) <sup>***</sup>	-0.03476 (0.005) <sup>***</sup>
Coût	-0.05224 (0.018) <sup>***</sup>	-0.02698 (0.009) <sup>***</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.02803 (0.402) <sup>**</sup>	0.58679 (0.228) <sup>***</sup>
Nombre voitures	1.09460 (0.326) <sup>***</sup>	0.64384 (0.182) <sup>**</sup>
Constante	-2.00231 (0.579) <sup>***</sup>	-1.19310 (0.323) <sup>***</sup>
Nombre d'observations	214	214
chi2(4)	130.42	129.75
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.44	0.43
Log Vraisemblance	-82.97	-83.31
<i>Groupe 3 ( 33.7 %) : Zones 5 à 8</i>		
Temps de trajet	-0.06445 (0.009) <sup>***</sup>	-0.03676 (0.004) <sup>***</sup>
Coût	-0.04474 (0.012) <sup>***</sup>	-0.02462 (0.007) <sup>***</sup>
Parking Gratuit Arrivée	1.45881 (0.406) <sup>***</sup>	0.80607 (0.221) <sup>***</sup>
Nombre voitures	0.65625 (0.302) <sup>**</sup>	0.34946 (0.165) <sup>**</sup>
Nombre d'enfants	0.89535 (0.437) <sup>**</sup>	0.49884 (0.233) <sup>**</sup>
Temps de correspondance	-0.14978 (0.077) <sup>*</sup>	-0.88764 (0.043) <sup>**</sup>
Constante	-1.60544 (0.643) <sup>**</sup>	-0.85914 (0.352) <sup>**</sup>
Nombre d'observations	309	309
chi2(4)	247.94	248.28
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.58	0.58
Log Vraisemblance	-89.20	-89.02

## Modèle 6 : Estimation par zone géographique du lieu de travail

	Logit	Probit
<i>Groupe 1 ( 81.4 %) : Zones 1 à 4</i>		
Temps de trajet	-0.06496 (0.006)***	-0.03728 (0.003)***
Coût	-0.03974 (0.009)***	-0.02167 (0.005)***
Parking Gratuit Arrivée	1.17869 (0.202)***	0.67987 (0.116)***
Effectif ménage	-0.23436 (0.089)***	-0.13427 (0.050)***
Nombre voitures	0.90705 (0.172)***	0.51603 (0.096)***
Constante	-1.19210 (0.356)***	-0.68223 (0.202)***
Nombre d'observations	748	748
chi2(5)	384.73	384.44
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.38	0.38
Log Vraisemblance	-312.93	-313.07
<i>Groupe 2 ( 18.6 %) : Zones 5 à 8</i>		
Temps de trajet	-0.08434 (0.023)***	-0.04465 (0.011)***
Coût	-0.07599 (0.020)***	-0.03941 (0.010)***
Parking Gratuit Arrivée	1.93317 (0.659)***	1.06895 (0.353)***
Effectif ménage	-0.52999 (0.278)**	-0.30305 (0.156)**
Nombre voitures	1.56296 (0.618)***	0.88416 (0.333)***
Constante	-1.51137 (1.233)	-0.83298 (0.688)
Nombre d'observations	171	171
chi2(7)	71.77	71.00
Prob > chi2	0.00	0.00
Pseudo R2	0.48	0.47
Log Vraisemblance	-38.69	-39.08

## **Partie VI**

# **Scénarios de simulations de politiques**

## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>250</b>
<b>2. VARIATION DE LA DEMANDE .....</b>	<b>251</b>
<b>3. FLEXIBILITÉ DES HORAIRES DE TRAVAIL .....</b>	<b>255</b>
<b>4. MODIFICATION DE L’OFFRE.....</b>	<b>256</b>
4.1. EXTENSION DE CAPACITÉ DU BOULEVARD PÉRIPHÉRIQUE.....	256
4.2. PARIS – ROISSY EN VINGT MINUTES.....	259
4.3. AMÉLIORATION DES ZONES DE STATIONNEMENT EN ILE-DE-FRANCE .....	261
4.4. LA JOURNÉE SANS VOITURE.....	262
<b>5. CONCLUSIONS .....</b>	<b>264</b>

## 1. Introduction

Nous avons obtenu dans la section IV un scénario calibré (simulation 14) qui rendait compte de manière satisfaisante des données. Nous utiliserons dans cette partie ce scénario de référence pour simuler diverses politiques relatives à la gestion de déplacements en Ile-de-France. Dans les sections 2 et 3, nous envisageons des politiques relatives à la demande tandis que dans la section 4 nous envisageons quatre politiques relatives à l'offre. Ces politiques nous ont été suggérées par les différents opérateurs et par certaines questions ayant suscité des discussions dans la presse.

Etant donné que nous ne prenons pas en considération le choix modal (cf. discussion ci-dessous) les résultats des simulations doivent être compris comme des résultats de court terme. Notre première tâche a consisté (après avoir décrit brièvement les politiques envisagées) à traduire ces politiques en termes de modifications des valeurs des paramètres utilisées dans le simulateur dynamique. Pour chacune des simulations, nous fournissons les résultats soit au niveau local soit au niveau global (pour l'ensemble de l'Ile-de-France). Nous utilisons une série de mesures d'efficacité (élaborées dans le cadre du projet européen AIUTO) pour évaluer l'impact des politiques étudiées vis-à-vis du scénario de référence (constitué par la simulation 14).

Bien évidemment, nous avons constaté que l'ensemble des effets qualitatifs pouvait être expliqué intuitivement et nous ne nous sommes pas attardés sur l'interprétation de ces résultats. Ceci reflète simplement le fait que le scénario de référence a été calibré de manière satisfaisante. Nous avons concentré notre attention sur les variations quantitatives des mesures d'efficacité. L'ensemble des variations obtenues nous semble satisfaisant, mais nous laissons le soin aux opérateurs de se prononcer sur cette affirmation. Nous avons aussi ponctuellement effectué une analyse monétaire des impacts des politiques (nous avons ainsi calculé le taux de rentabilité immédiate pour l'autoroute Paris - Roissy). Etant donné, d'une part, l'absence de choix modal et d'autre part, l'absence de calage fin du modèle, nous ne pouvons pas présenter les chiffres introduits dans cette partie comme définitifs. L'objectif secondaire de notre étude est de montrer que l'outil de simulation METROPOLIS est capable de simuler de manière fiable des politiques statiques ou dynamiques de flexibilité de gestion des transports. En particulier, l'étude de la flexibilité des horaires de travail (cf. section 3) constitue la première étude, à l'échelle d'une grande métropole, de l'impact d'une augmentation de la souplesse horaire accordée aux actifs. Cette politique est bien évidemment à l'ordre du jour dans une société désirant promouvoir le télétravail.

Dans cette section, nous analysons différentes politiques de transport individuel sans tenir compte du choix modal. La non prise en compte du choix modal répond d'abord à un souci de simplicité. En effet, le choix modal complique la compréhension des effets des politiques envisagées, ce qui nous semble prématuré à ce stade. De plus, la prise en compte des parts modales nécessiterait une nouvelle estimation du modèle de comportement de choix modal qui devrait dépendre de la spécificité des politiques envisagées. En effet, il est probable que les usagers réagissent différemment à une diminution des temps de trajet selon que celle-ci résulte d'un élargissement des infrastructures existantes ou de l'amélioration des conditions de stationnement.

Les scénarios de simulations de politiques reposent sur le modèle régional de l'IAURIF (voir partie IV).

## 2. Variation de la demande

Le calcul des externalités constitue un élément important dans l'analyse des politiques de gestion des transports. En particulier, celui-ci joue un rôle majeur dans l'analyse coûts-bénéfices. En pratique, les opérateurs se réfèrent souvent à des valeurs tabulées qui ne tiennent pas compte des conditions spécifiques de circulation. Nous proposons dans cette section une approche qui permet d'estimer de manière endogène la valeur de ces externalités. Pour ce faire, nous analysons les impacts d'une augmentation de la demande sur les coûts des usagers en supposant que les infrastructures restent inchangées. Ceci nous permettra en particulier de prédire les variations des conditions de circulation suite à une augmentation du parc automobile qui ne serait pas reflété par une adaptation de l'offre.

Pour étudier les effets des externalités dus à la variation de la demande, nous avons modifié la demande de manière uniforme pour les deux motifs de déplacements afin de garder la même proportionnalité : 55% des déplacements sont des déplacements domicile – travail. Nous avons fait varier la demande de déplacements de 50% à 200% par rapport à la demande actuelle (100%) avec un pas de 25% entre deux simulations successives. Dans le premier scénario, nous avons supposé que la demande représente uniquement 50% de la demande du scénario de référence (soit 1.146.734 dont 630.703 sont des déplacements domicile – travail). Cette dernière situation correspond à une politique dite "plaques d'immatriculation paires et impaires" en supposant que chaque usager n'a accès qu'à son propre véhicule. Cette politique ne correspond pas toujours à une réduction de 50% de la demande. En effet, la mise en œuvre de cette politique à Athènes a incité à l'achat d'un second véhicule, ce qui n'a entraîné qu'une réduction de 25% (seconde simulation). Si l'on considère le taux de croissance du parc automobile en France entre 1990 et 1998 (12,26%), l'augmentation de 25% de la demande actuelle aura lieu à l'horizon 2015.

A titre de rappel, nous présentons dans le tableau ci-dessous les valeurs des paramètres utilisées dans le scénario de référence.

**Tableau 1 : valeurs des paramètres du scénario de référence VP**

$\alpha$ [FF/h]	$\beta$ [FF/h]	$\gamma$ [FF/h]	$\mu$ [FF]	T* du 1 <sup>er</sup> groupe [h]	$n_{D-T}$ (1 <sup>er</sup> groupe)	T* du 2 <sup>ème</sup> groupe [h]	$n_{D-A}$ (2 <sup>ème</sup> groupe)	$\kappa$
85	56,61	198,30	14	08:00 – 09:00	1.258.284	08:00 – 11:00	1.035.184	0,95

### Analyse des résultats

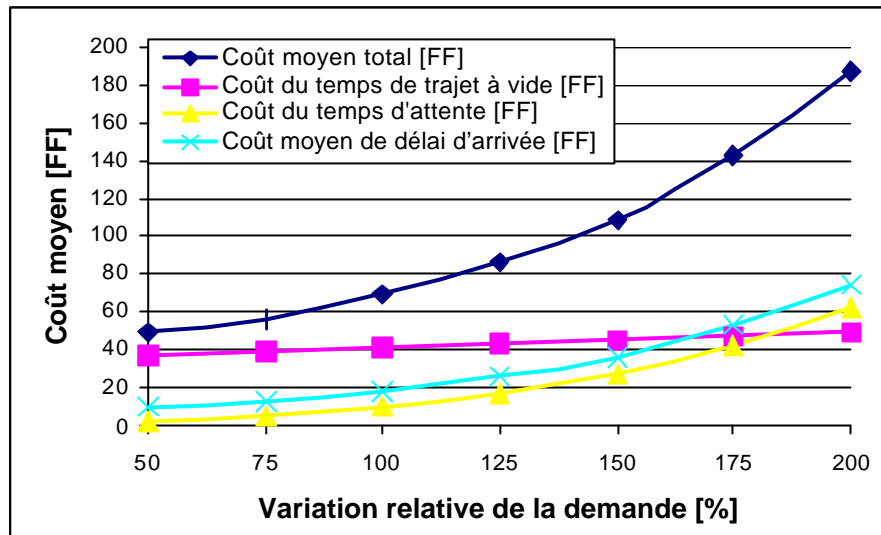
Le tableau 2 présente les résultats des simulations relatives à la variation de la demande. Comme il n'existe pas de mode alternatif, le temps de trajet ainsi que les coûts augmentent de façon significative avec le niveau de la demande.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Notons néanmoins qu'un certain nombre de logiciels commerciaux ne permet pas d'obtenir une relation monotone entre le coût moyen et la demande. Ces résultats, en contradiction avec nos simulations, ne nous semblent pas pouvoir être expliqués de manière théorique.

Tableau 2 : analyse de la variation de la demande

Scénario	1	2	3	4	5	6	7
Facteur multiplicateur de la demande	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00
<b>Demande totale</b>	<b>1.146.734</b>	<b>1.720.101</b>	<b>2.293.468</b>	<b>2.866.835</b>	<b>3.440.202</b>	<b>4.013.569</b>	<b>4.586.936</b>
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>27,49</b>	<b>30,83</b>	<b>36,25</b>	<b>42,71</b>	<b>51,02</b>	<b>63,24</b>	<b>79,19</b>
Temps de trajet à vide [min]	26,27	27,47	28,85	30,44	31,74	33,25	34,96
Temps d'attente [min]	1,22	3,36	7,40	12,27	19,28	29,99	44,23
Délai d'arrivée précoce [min]	15,47	17,17	20,79	24,53	29,87	35,30	39,76
Délai d'arrivée tardive [min]	5,38	7,52	12,05	17,83	25,21	35,93	47,96
Part des arrivées précoces [%]	48,45	50,10	53,09	52,97	53,39	52,20	49,36
Part des arrivées à l'heure [%]	32,65	30,16	26,66	23,62	20,68	17,78	15,20
Part des arrivées tardives [%]	18,91	19,74	20,25	23,41	25,93	30,01	35,44
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>49,38</b>	<b>56,71</b>	<b>69,84</b>	<b>86,58</b>	<b>108,95</b>	<b>142,65</b>	<b>186,94</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	37,22	38,91	40,87	43,13	44,96	47,11	49,53
Coût du temps d'attente [FF]	1,71	4,77	10,47	17,39	27,31	42,48	62,66
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	10,44	13,03	18,50	26,07	36,68	53,06	74,75
Vitesse moyenne [Km/h]	36,54	33,38	29,63	26,46	23,07	19,57	16,57
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	19,20	29,50	41,05	54,00	67,50	82,80	100,30
<b>Distance moyenne parcourue Par usager [Km]</b>	<b>16,74</b>	<b>17,15</b>	<b>17,90</b>	<b>18,84</b>	<b>19,62</b>	<b>20,63</b>	<b>21,87</b>
<b>Nombre d'arcs utilisés par individu</b>	<b>17,14</b>	<b>17,45</b>	<b>17,76</b>	<b>18,68</b>	<b>19,32</b>	<b>20,12</b>	<b>21,01</b>
Indice de congestion [%]	4,60	12,26	25,62	40,33	60,79	91,15	129,75

La figure 1 représente les différents coûts générés par METROPOLIS ainsi que le coût total (coût dû au temps de trajet et aux arrivées précoces et tardives). Cette représentation graphique est assez semblable (en terme d'évolution relative des coûts) à celle reproduite dans le cas du réseau Nord-Ouest de la DREIF (voir la partie III).

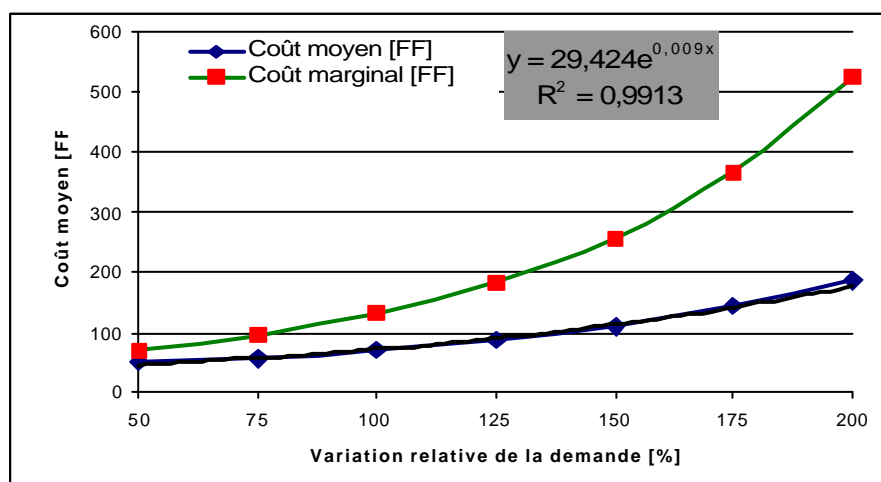


**Figure 1 : évolution des composantes du coût total en fonction de la demande**

Ces résultats montrent que le coût relatif aux délais à l'arrivée et le coût dû à la congestion pure (temps d'attente) varie dans la même proportion. Ils varient respectivement d'environ 40 FF entre la situation de référence et la situation où la demande est double. Par contre, le coût relatif au temps de trajet à vide reste à peu près constant, ce qui montre que les usagers ne modifient que sensiblement leur itinéraire lorsque le niveau de congestion augmente. Les variations simultanées du coût de la congestion pure et du coût dû aux délais à l'arrivée, contribue à augmenter le coût total de manière significative. Il passe de 69,84 FF (dans la situation de référence) à environ 187 FF (dans la situation où la demande est doublée) soit une variation de l'ordre de 117 FF. En d'autres termes un doublement du nombre de véhicules quadruple le coût total supporté par la société.

### Calcul des externalités

La figure 2 représente l'évolution du coût moyen, noté  $CM(q)$ , et du coût marginal, noté  $Cm(q)$ , en fonction du volume de trafic ( $q$ ). Le coût moyen est donné par les simulations, tandis que le coût marginal est calculé algébriquement.



**Figure 2 : congestion du réseau**



Nous pouvons par conséquent calculer le coût marginal et construire sa courbe représentative de la manière suivante :

$$Cm(q) = \frac{d[qCM(q)]}{dq} = CM(q) + q \frac{dCM(q)}{dq}.$$

La courbe  $CM(q)$  a été ajustée par une fonction exponentielle ; elle s'écrit sous la forme suivante :

$$CM(q) = 29,424 \times e^{0,009q}.$$

Le coût marginal s'écrit :

$$Cm(q) = 29,424(1 + 0,009 \times q)e^{0,009q} = (1 + 0,009 \times q)CM(q).$$

Par ailleurs, l'externalité du réseau, notée  $E(q)$ , est définie comme la différence entre le coût marginal et le coût moyen, soit :

$$E(q) = Cm(q) - CM(q) = 0,009 \times q \times CM(q).$$

Le tableau 3 présente les résultats relatifs au calcul des externalités. Elle est de l'ordre de 63 FF pour la situation de référence. Nous avons également effectué cet exercice de calcul d'externalité lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau Nord-Ouest de la DREIF (voir la partie III).

**Tableau 3 : valeur de l'externalité en fonction de la demande**

Variation relative de la demande [%]	Coût moyen [FF]	Coût marginal [FF]	Valeur de l'externalité [FF]
50	49,38	71,60	22,22
75	56,71	94,99	38,28
<b>100</b>	<b>69,84</b>	132,70	62,86
125	86,58	183,98	97,40
150	108,95	256,03	147,08
175	142,65	367,32	224,67
200	186,94	523,43	336,49

A titre indicatif, notons que dans le tableau 26 de la partie III, nous avons comme situation de référence une demande de 165.893 déplacements, un coût moyen de 29 FF et une externalité correspondante de 38,20 FF. Cependant, dans cette partie, nous n'avons pas effectué le calage agrégé de la matrice de déplacements. Il est donc nécessaire d'augmenter la taille de la matrice statique comme nous l'avons fait dans la partie IV de ce rapport (calage agrégé de METROPOLIS). Dans la partie IV, nous avons multiplié la demande par un facteur égal environ à  $2,3644 = (2.293.468/970.000)$ . Si on applique le même coefficient multiplicateur de la demande à la matrice de la DREIF soit  $(2,3644 \times 165893) = 331.786$  usagers, on obtient une

externalité égale à 98,58 FF. Cette valeur est très élevée comparé à 63 FF car dans cette situation nous n'avions pas pris en compte l'existence de déplacements pour les motifs autres que le travail, ce qui peut diminuer le coût moyen lors des simulations.

### 3. Flexibilité des horaires de travail

Le modèle dynamique permet d'étudier des politiques qui prennent en compte de manière explicite la décision relative au moment d'utilisation de l'infrastructure. Bien sûr ces politiques peuvent être analysées à l'aide d'un modèle statique mais les résultats ne permettent pas de garantir la cohérence interne de la méthodologie utilisée. Parmi ces politiques citons la tarification modulaire et les incitations ayant pour objectif d'étaler la plage horaire des arrivées désirées à la destination (politiques d'horaires flexibles). Cette dernière politique sera analysée dans cette section. Notons que ces effets sont très semblables à ceux de la politique d'horaires décalés qui consiste à encourager les entreprises à aménager différentes plages horaires d'arrivée sur le lieu de travail.

Dans cette section, nous analysons les effets de la variation du support de la distribution des heures désirées d'arriver à destination pour les déplacements domicile - lieu de travail. Par ailleurs, nous gardons le nombre de déplacements constant. Deux simulations ont été effectuées. Dans la première, le support de la distribution est d'une heure et demi et dans la seconde, il est de deux heures. Le tableau 4 présente les résultats de ces simulations ainsi que ceux de la situation de référence à titre de comparaison.

**Tableau 4 : scénarios de flexibilité des horaires**

Valeur du support de la distribution T* [min]	60	90	120
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>35,08</b>	<b>33,41</b>
Temps de trajet à vide [min]	28,85	28,65	28,18
Temps d'attente [min]	7,40	6,43	5,23
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	18,60	17,24
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	11,25	9,50
Part des arrivées précoces [%]	53,09	51,04	50,55
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	28,29	29,64
Part des arrivées tardives [%]	20,25	20,67	19,81
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>66,35</b>	<b>61,79</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	40,59	39,92
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	9,11	7,42
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	16,65	14,46
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90	17,03	16,08
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	17,90	0,79
Indice de congestion [%]	25,62	22,44	18,59

Lorsque la flexibilité augmente de 60 minutes (c'est-à-dire lorsque le support de la distribution des heures désirées d'arrivée passe de une heure à deux heures), le niveau de la congestion diminue et atteint 18,59%. Cette situation correspond à un temps de trajet moyen d'environ 33,41 minutes, dont 5 minutes sont dues à la congestion. Une plus grande flexibilité tend aussi à diminuer les délais à l'arrivée. Les parts des arrivées en avance ou en retard sont également affectées par la flexibilité mais cet effet est peu significatif.

Une augmentation de 30 minutes de la flexibilité diminue d'environ 1,5 % la part des arrivées précoces et de la même proportion la part des arrivées tardives. Le coût de la congestion et le coût relatif aux délais à l'arrivée varient proportionnellement. Le coût de la congestion pure reste approximativement égal à la moitié du coût relatif aux délais à l'arrivée. Ce résultat est contre intuitif puisque dans le cas théorique simple du modèle dynamique, le coût dû aux délais à l'arrivée est égal au coût du temps d'attente. Il met clairement en valeur l'intérêt de prendre explicitement en compte la composante horaire.

Bien que les effets sur les composantes du coût généralisé soient relativement faibles, un doublement de la flexibilité conduit néanmoins à une diminution des coûts de l'ordre de 11,5%. Il reste bien sûr à étudier la manière dont la flexibilité affecte la productivité du travail.

## 4. Modification de l'offre

Le troisième type de politique que nous proposons d'analyser consiste à modifier (restreindre ou améliorer) l'offre de transport. Des améliorations sont proposées dans le cadre des trois premières politiques :

1. Extension de la capacité du boulevard périphérique,
2. Construction d'une nouvelle infrastructure de Paris à Roissy,
3. Amélioration des zones de stationnement en Ile-de-France,

tandis que la dernière politique a trait à une restriction de l'offre :

4. Simulation de la journée sans voiture.

### 4.1. *Extension de capacité du boulevard périphérique*

Dans cette partie, nous étudions l'effet de la modification de la capacité du boulevard périphérique d'une part, sur les conditions de circulation sur le boulevard périphérique et plus généralement, sur le coût supporté par l'ensemble des usagers utilisant la voiture particulière en Ile-de-France. Pour cette étude, nous avons considéré une politique drastique qui consiste à doubler le boulevard périphérique (ce qui se traduit par un doublement de la capacité de cette infrastructure). Notons que le boulevard périphérique constitue la voie de circulation la plus importante en Europe. En particulier, comme nous le verrons ci-dessous, les modifications de l'infrastructure du périphérique ont des impacts importants sur l'ensemble des conditions de circulation en Ile-de-France. Ces modifications ont trait à des changements d'itinéraire comme l'ont montré précédemment les modèles statiques classiques mais aussi affectent les coûts de

déshorage supportés par les usagers. Ces coûts sont importants et sur ce point notre approche innove les contributions précédentes.

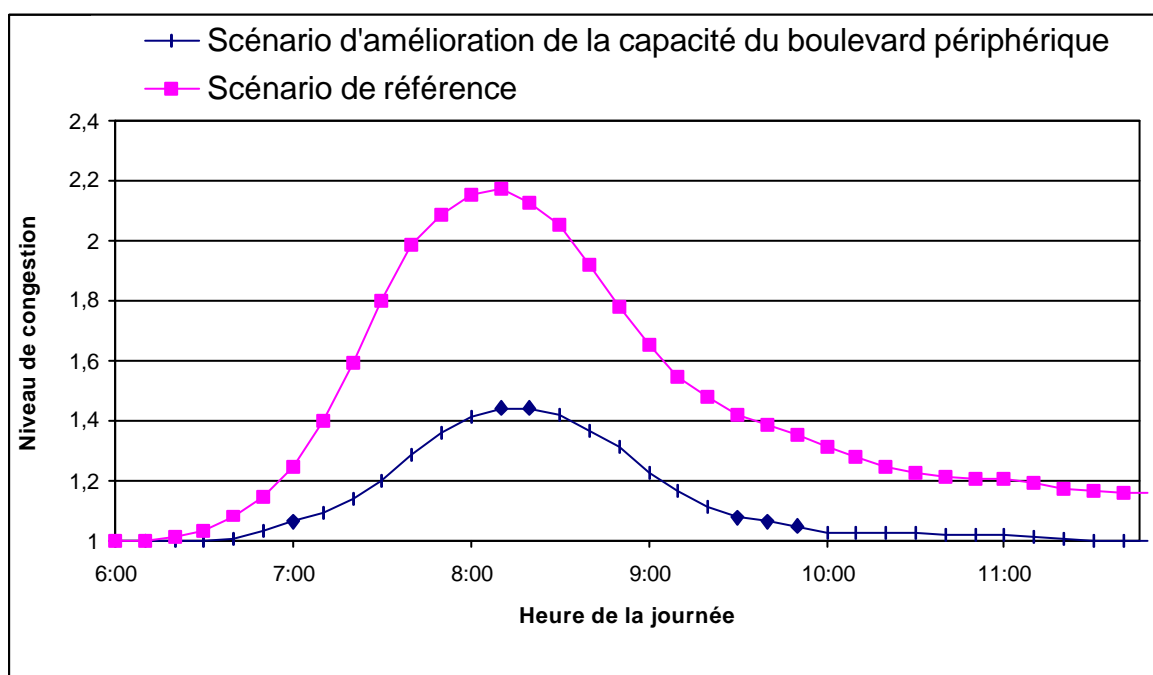
Dans un premier temps, nous analysons les effets de l'extension de la capacité du boulevard périphérique sur le niveau de congestion relatif à cette autoroute urbaine (effets locaux). Ensuite, nous présentons les impacts de cette modification de l'infrastructure sur l'ensemble du réseau francilien.

Le tableau 5 présente les résultats de performance du trafic du boulevard périphérique avant et après modification de la capacité. Les indicateurs de performance sont calculés à partir des formulations présentées dans la partie III.

**Tableau 5 : indicateurs de performance du boulevard périphérique avant et après extension de la capacité des voies**

	<i>Avant</i>	<i>Après</i>	Variation [%]
Temps de trajet [min]	1,18	0,89	<b>24,5</b>
Volume total des déplacements [millions de Véh.Km]	1,41	2,08	<b>47,5</b>
Vitesse moyenne par usager [Km/h]	32	41	<b>28,1</b>

Rappelons que dans la situation de référence le niveau de congestion est très élevé (64,47%) pour l'ensemble de la journée. A titre indicatif, notons que d'après les résultats de la simulation, le niveau de congestion moyen en Ile-de-France est de 25,62%. Les variations des niveaux de congestion au cours de la journée sont aussi beaucoup plus importants sur le boulevard périphérique que sur l'ensemble de l'Ile-de-France. Le niveau maximum de congestion est de 200 % sur le boulevard périphérique (cf. figure 3) alors qu'il n'est que de 40% sur l'ensemble de l'Ile-de-France.



**Figure 3 : niveau de congestion sur le boulevard périphérique**

Avant modification de l'infrastructure nous avons un indice de congestion (temps de trajet moyen divisé par le temps de trajet à vide) calculé sur l'ensemble des arcs du périphérique de 1,55 (=1,18/0,76). Après modification de l'infrastructure l'indice de congestion ne vaut plus que 1,17 (=0,89/0,76). Le fait que l'indice de congestion ne soit pas divisé par deux lorsque la capacité est doublée peut s'expliquer de deux manières. D'une part, l'extension de capacité attire de nouveaux usagers sur le boulevard périphérique (effet de demande induite classique) et d'autre part, nous observons un resserrement du pic horaire. Ce phénomène, spécifique au modèle dynamique, a été mis en évidence d'une part, d'un point de vue théorique et d'autre part, à l'aide de simulations sur des petits réseaux comportant quelques axes de circulation. Ce deuxième effet constitue une version dynamique du phénomène de demande induite.

Les résultats sur le plan régional sont consignés dans le tableau 6 qui présente la liste des indicateurs pour le scénario de référence et pour le scénario relatif à un doublement de la capacité.

**Tableau 6 : impact régional du doublement de capacité du boulevard périphérique**

	Scénario de référence VP	Scénario d'augmentation de la capacité	Variation [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>35,73</b>	1,45
Temps de trajet à vide [min]	28,85	28,82	0,10
Temps d'attente [min]	7,40	6,90	6,70
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	20,27	2,50
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	11,99	0,51
Part des arrivées précoces [%]	53,09	52,46	1,19
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	26,92	0,99
Part des arrivées tardives [%]	20,25	20,53	1,39
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>68,80</b>	1,48
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	40,83	0,09
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	9,78	6,58
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	18,19	1,66
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90	17,97	0,39
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	18,00	1,37
Indice de congestion [%]	25,62	23,92	6,65

Le passage de l'état actuel à un doublement de la capacité du boulevard diminue la congestion sur le périphérique d'environ 70% (impact local) et la congestion au niveau régional de 6,65%. Cette diminution s'explique par la diminution du temps d'attente qui passe de 7,4

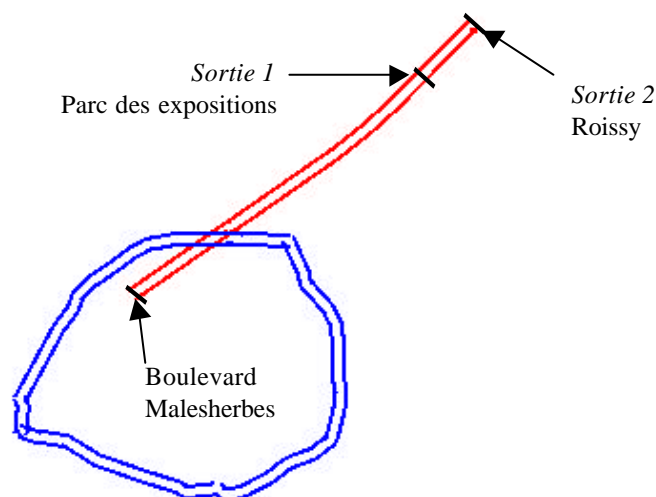
minutes à 6,90 minutes. Par ailleurs, nous observons que le temps de trajet à vide reste pratiquement constant (28,85 minutes dans la situation de référence et 28,82 minutes dans la situation finale).

Le nombre d'arcs utilisés par les usagers augmente de 1,37% et la distance moyenne parcourue par un usager d'environ 0,39%. Ces variations s'expliquent par une modification des itinéraires des usagers : en effet, un certain nombre d'usagers n'utilisait pas le boulevard périphérique dans le scénario de référence bien que celui-ci soit inclus dans leur itinéraire le plus court sans congestion. Après l'augmentation de capacité, ils décident de profiter de la relative fluidité du trafic sur le boulevard périphérique pour l'utiliser et par ce fait diminuer leur temps de trajet. En résumé, la politique envisagée diminue le temps de trajet moyen et le coût moyen des usagers et augmente la distance moyenne parcourue et le nombre d'arcs empruntés.<sup>2</sup>

#### 4.2. Paris – Roissy en vingt minutes

L'association Paris Ile-de-France Capitale Economique (à l'initiative de la CCIP) a récemment proposé au ministère des transports un projet de construction d'infrastructure routière de 20 Km dont 14 Km seraient souterrains. Elle permettrait de relier Paris à l'aéroport de Roissy en 20 minutes. Bien que cette infrastructure soit réservée aux transports en commun (autobus et taxis), nous avons envisagé ici la situation pour laquelle l'ensemble des véhicules particuliers serait autorisé à l'utiliser. Nous avons testé la rentabilité d'une telle infrastructure dans le cas où les deux bandes de circulation seraient utilisées.

Les résultats de cette analyse ne doivent pas être considérés comme résultats définitifs. En effet, nous rappelons que nous disposerons au cours de la troisième année de données permettant de calibrer plus finement l'outil. De plus, la prise en compte du choix modal s'avère nécessaire pour une étude approfondie des effets de cette politique.



**Figure 4 : route Paris - Roissy**

<sup>2</sup> Cette augmentation n'a pas d'interprétation en terme de bien-être puisque les longueurs des arcs sur le réseau sont différentes.

Par conséquent, nous avons créé une route à deux voies et à double sens de capacité de 1800 véh/h par voie. La localisation de cette nouvelle infrastructure par rapport au boulevard périphérique est représentée sur la figure 4 ci-dessus. Les résultats relatifs à cette politique sont présentés dans le tableau 7 ci-dessous.

**Tableau 7 : impact régional de la construction d'une autoroute souterraine entre Paris et Roissy**

	Scénario de référence VP	Scénario de création d'une nouvelle route	Variation [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>35,73</b>	1,45
Temps de trajet à vide [min]	28,85	28,76	0,32
Temps d'attente [min]	7,40	6,97	5,84
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	20,54	1,20
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	11,64	3,41
Part des arrivées précoces [%]	53,09	53,02	0,13
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	26,88	0,84
Part des arrivées tardives [%]	20,25	20,01	1,18
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>68,61</b>	1,75
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	40,74	0,31
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	9,87	5,72
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	18,00	2,69
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90	17,87	0,17
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	17,68	0,43
Indice de congestion [%]	25,62	24,22	5,48

La création de cette nouvelle infrastructure réduit le coût moyen des usagers de 1,75% ; celui-ci est ramené à 68,61 FF (réduction de 1,23 FF par usager). Elle procure par jour (matin et soir) un gain de 7,05 millions de francs ( $1,23 \text{ FF} \times 2,5 \times 2,294$  millions d'usagers du réseau).

Le coût monétaire est supposé être de 1,8 FF/Km. Le gain quotidien d'un usager est par conséquent égal à 0,05 FF ( $0,03 \text{ Km} \times 1,8 \text{ FF/Km}$ ). Le gain total quotidien est 1,28 FF ( $0,05 \text{ FF} + 1,23 \text{ FF}$ ). Le gain journalier total serait de 7,34 millions FF. Le gain total annuel serait de l'ordre 1,916 milliards de FF.

A titre indicatif, on suppose un coût de construction de 7,5 milliards de FF. Le taux de rentabilité immédiate correspondant est de 25,55%. Dans ce calcul, nous avons omis les coûts environnementaux et la demande induite (la demande est supposée inélastique) de sorte que ce chiffre de 25,55% doit être considéré avec prudence.

### 4.3. Amélioration des zones de stationnement en Ile-de-France

Les politiques relatives aux stationnements permettent soit de restreindre l'utilisation des véhicules particuliers soit d'en améliorer les conditions d'utilisation. Les modèles dynamiques permettent de simuler des politiques qui tiennent compte de la variabilité des capacités effectives de stationnement au cours du temps ainsi que de la variation temporelle des coûts d'accès au stationnement (par l'intermédiaire d'un péage modulaire). Pour répondre à une demande croissante des planificateurs, nous comptons étudier de manière détaillée les questions soulevées par la gestion du stationnement. L'étude reprise ci-dessous représente notre première tentative d'étude de la gestion du stationnement. Ne disposant pas à l'heure actuelle de module qui soit capable de décrire les processus de recherche de stationnement, nous traduirons les politiques de stationnement par une modification des paramètres actuellement disponibles dans METROPOLIS.

La politique envisagée correspond à la réduction des temps de recherche d'une place de stationnement à l'arrivée. Les descriptions du réseau adopté par METROPOLIS ne permettent pas de prendre en compte, pour le moment, la congestion et le temps de recherche des parcs de stationnement intra-zone. Par conséquent, afin d'analyser cette politique, nous avons réduit de moitié le temps de trajet sur les connecteurs à l'arrivée. Les résultats de cette politique sont présentés dans le tableau 8.

**Tableau 8 : impact régional de l'amélioration des zones de stationnement à la destination**

	Scénario de référence VP	Scénario d'amélioration des zones de stationnement	Variation [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>30,60</b>	<b>15,59</b>
Temps de trajet à vide [min]	28,85	23,69	17,89
Temps d'attente [min]	7,40	6,91	6,62
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	20,05	3,56
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	12,10	0,41
Part des arrivées précoces [%]	53,09	53,84	1,41
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	27,20	2,03
Part des arrivées tardives [%]	20,25	18,96	6,37
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>61,13</b>	<b>12,47</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	33,57	17,86
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	9,78	6,59
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	17,78	3,89
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90	18,06	0,89
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	17,71	0,28
Indice de congestion [%]	25,62	29,13	13,70



Le temps de trajet a diminué de 15,59 %. Ceci s'explique essentiellement par la diminution des temps de trajet sur les connecteurs. Une amélioration des temps de recherche de moitié réduit le coût moyen des usagers de 12,47 %.

Etant donné que le temps de trajet sur un connecteur a été réduit de 7,22 à 3,61 minutes, le gain monétaire correspondant est de 5,11 FF (valeur du temps de 85 FF/h). Le coût moyen a été réduit de 8,71 FF. Le gain annuel résultant d'une amélioration des conditions de circulation (soldé des gains en temps de recherche d'une place) est égal à 13,037 milliards de FF pour l'ensemble des usagers (8,71 FF x 2,294 usagers x 2,5 x 261 jours). Cette valeur surestime certainement le gain réel, étant donné que nous n'avons pas pris en compte le fait que les véhicules qui sont à la recherche d'une place de stationnement ralentissent la circulation des autres véhicules (sans omettre les pratiques illégales de stationnement en double file qui ont un impact considérable sur la fluidité du trafic).

#### **4.4. La journée sans voiture**

L'initiative de la politique dite de "la journée sans voiture" dans la ville de Paris ("En ville sans ma voiture") a été mise en place en France le 27 septembre 1998. En 1999, cette initiative a pris une ampleur européenne ; en effet plus de 160 communes de trois pays européens, dont 66 en France (et 92 en Italie), ont organisé le 22 septembre 1999 la journée sans voiture. L'objectif de cette mobilisation était de sensibiliser la population aux questions de pollution de l'air et d'utilisation des transports en commun.

Nous nous sommes demandés quelles étaient les implications de cette politique sur les conditions de circulation. Comme nous n'avons pas eu la possibilité d'estimer la variation du parc automobile ainsi que les modifications des reports modaux consécutifs à cette initiative, il en résulte que nos résultats doivent être analysés dans le cadre d'une politique "toutes choses égales par ailleurs". En effet, nous avons supposé que la journée sans voiture n'avait aucun impact sur le choix modal et sur le nombre de véhicules en circulation.

Nous avons supprimé les arcs représentant les voies routières concernées par cette politique : (1) Avenue Victor Hugo dans le 16<sup>ème</sup> arrondissement, (2) Grands Boulevards dans le 2<sup>ème</sup> arrondissement, (3) Butte Montmartre dans le 18<sup>ème</sup> arrondissement, (4) Rue de Rennes dans le 4<sup>ème</sup> arrondissement et (5) Rue du Faubourg-Saint-Antoine dans le 5<sup>ème</sup> arrondissement.

Les résultats de cette simulation sont présentés dans le tableau 9. Notons que d'après le SIER, le niveau de congestion a atteint le jour de cette initiative le niveau 1,5 or ce niveau est habituellement de 1,4 et qu'un resserrement du pic autour de 8h a été observé. En pratique, les voies de circulation étaient interdites à partir de 9h de sorte qu'un certain nombre d'usagers a préféré utiliser celles-ci avant 9h provoquant une congestion importante. Cet effet n'est pas présent dans notre modèle étant donné que nous avons supprimé les voies de circulation durant toute la matinée. Ceci explique la différence vis-à-vis de la variation des indices de congestion entre les données du SIER et nos résultats de simulation.

Tableau 9 : impact régional de la journée sans voiture

	Scénario de référence VP	Scénario de création d'une nouvelle route	Variation [%]
<b>Temps de trajet [min]</b>	<b>36,25</b>	<b>36,50</b>	<b>0,69</b>
Temps de trajet à vide [min]	28,85	29,10	0,87
Temps d'attente [min]	7,40	7,40	0,00
Délai d'arrivée précoce [min]	20,79	20,31	2,31
Délai d'arrivée tardive [min]	12,05	12,61	4,65
Part des arrivées précoces [%]	53,09	51,74	2,54
Part des arrivées à l'heure [%]	26,66	26,68	0,08
Part des arrivées tardives [%]	20,25	21,59	6,62
<b>Coût moyen total [FF]</b>	<b>69,84</b>	<b>70,64</b>	<b>1,15</b>
Coût du temps de trajet à vide [FF]	40,87	41,23	0,88
Coût du temps d'attente [FF]	10,47	10,49	0,19
Coût moyen de délai d'arrivée [FF]	18,50	18,92	2,27
Distance moyenne parcourue par usager [Km]	17,90	17,98	0,45
Nombre d'arcs utilisés par individu	17,76	18,08	1,80
Indice de congestion [%]	25,62	25,44	0,70

Les effets négatifs de cette politique sur les conditions du trafic sont très faibles. On observe que la variation du temps d'attente est nulle et que le temps de trajet à vide augmente de 0,87%. En effet, la suppression de voies de circulation induit un rallongement des trajets. Il en résulte une hausse du coût moyen total de 1,15%. La modification des itinéraires qui a induit des itinéraires plus longs est susceptible d'expliquer la diminution du niveau de congestion entre la simulation de référence et la simulation de la journée sans voiture.

## 5. Conclusions

Les politiques que nous avons analysées dans cette partie nous ont permis de mettre en évidence un certain nombre de faits marquants dont certains sont partiellement en contradiction avec les connaissances actuelles. Ceci est dû au fait que le modèle utilisé est dynamique et par conséquent prend en compte des coûts de déshorage qui, nous l'avons vu, constituent une part importante du coût total. Ce coût de déshorage est soit négligé dans les modèles statiques soit envisagé d'une manière peu orthodoxe par rapport aux modèles de base de la micro-économie. Rappelons enfin que nos conclusions sont provisoires étant donné que nous n'avons considéré que les impacts à court terme.

L'analyse de la variation de la demande (section 2) montre que le coût moyen est une fonction convexe du volume total de déplacements. Par conséquent, la valeur des externalités (c'est à dire du coût qu'un usager supplémentaire fait supporter aux autres automobilistes) croît fortement en fonction du volume de la demande. Pour l'état de référence envisagé, il est de l'ordre de 63 FF par véhicule. Ceci signifie approximativement que le coût induit par un véhicule supplémentaire est à peu près égal au coût moyen (hors coûts monétaires) supporté par l'usager. Ce chiffre est supérieur à celui utilisé fréquemment dans les études de rentabilité, il suggère aussi fortement qu'une tarification drastique doit être appliquée par le gestionnaire des transports soucieux de minimiser le coût social. Cette discussion ne tient pas compte des effets d'externalités environnementales qui sont susceptibles de renforcer un plaidoyer pour la tarification urbaine. L'analyse de la flexibilité des horaires nous apporte heureusement une note plus optimiste puisque l'augmentation raisonnable de la flexibilité permet de diminuer d'environ 10 % le coût moyen supporté par les usagers (tableau 4). Cette politique ne semble pas requérir des aménagements coûteux et est en ligne avec les recommandations de la communauté européenne suggérant une meilleure utilisation des infrastructures existantes plutôt que la mise en œuvre d'investissements coûteux de nouvelles infrastructures. Bien évidemment, cette seconde politique ne peut être analysée sérieusement que dans le cadre d'un modèle traitant le choix de l'heure de départ de manière endogène.

Dans la section 4, nous avons envisagé des politiques plus familières aux ingénieurs et relatives à une modification de l'offre de transport. Par exemple, Nous avons montré qu'un doublement des capacités du boulevard périphérique permettrait de diminuer le coût moyen des usagers en Ile-de-France de 1,04 FF (tableau 6). De plus, ce doublement réduirait les délais des arrivées précoces et tardifs ainsi que la consommation d'essence (puisque le niveau de congestion diminue). L'analyse de la création d'une autoroute urbaine de Paris à Roissy a montré que cette opération pourrait être associée à un taux de rentabilité immédiate de 25,55%. Ce chiffre peut paraître élevé vis-à-vis des taux de rentabilité obtenus dans d'autres villes mais s'avère faible vis-à-vis du taux de rentabilité immédiate de l'autoroute A86 calculé par la DREIF (41%). Deux autres politiques souples ont été envisagées : l'une relative à l'amélioration du stationnement et l'autre relative à l'initiative "journée sans voiture".

Nous estimons que nous avons rempli notre objectif qui était de fournir aux opérateurs de transport une étude de faisabilité de l'outil de simulation METROPOLIS. Bien évidemment, nous n'avons aucunement la prétention de nous substituer à eux et nous espérons qu'ils pourront poursuivre la voie que nous avons amorcée.

## **Partie VII**

# **Application du modèle dynamique stable**

**SOMMAIRE**

<b>1. INTRODUCTION .....</b>	<b>267</b>
<b>2. SOURCES DE DONNÉES .....</b>	<b>268</b>
<b>3. MODÈLE HIÉRARCHIQUE POUR L'ILE-DE-FRANCE.....</b>	<b>269</b>
<b>4. LE RÉSEAU.....</b>	<b>276</b>
<b>5. RÉSULTATS DES SIMULATIONS.....</b>	<b>277</b>
<b>6. ANALYSE DE SCÉNARIO.....</b>	<b>281</b>
6.1. EFFETS D'EXTERNALITÉS DE RÉSEAU.....	281
6.2. EFFETS DE LA VARIATION DE CAPACITÉ.....	283
<b>7. CONCLUSIONS.....</b>	<b>286</b>
<b>8. RÉFÉRENCES .....</b>	<b>287</b>

## **1. Introduction**

Les outils ou les modèles de planification utilisés en Ile-de-France sont assez différents. En effet, chaque organisme dispose d'un outil de planification spécifique à ses besoins (rapport TT&R, 1999 – partie 1). Cependant, comme nous l'avons remarqué au cours de l'enquête menée par notre groupe, les données utilisées restent comparables puisqu'elles proviennent généralement de sources semblables.

Dans ce travail de recherche, nous exposons une nouvelle approche de collecte de données et d'ajustements des flux de déplacements. Cette approche se révèle très intéressante dans le cas d'une agglomération où il existe une nécessité d'adaptation de nouveaux modèles de transport et où les données statiques systématiques sur les origines et les destinations des déplacements des usagers de la voirie ne sont pas disponibles. Dans le cadre de notre recherche, nous avons utilisé les données de recensement de la population en Ile-de-France de l'année 1990 (INSEE, 1991). Nous avons également utilisé les données agrégées, de l'IAURIF, relatives aux déplacements d'une origine à une destination des franciliens répartis sur 522 zones (rapport TT&R, 1999). La discussion des sources de données collectées fera l'objet de la deuxième section.

Dans la troisième section, nous décrivons et discutons les principes de la modélisation de la hiérarchisation du réseau de transport de la voirie. Nous montrerons, d'une part, que telle structuration est assez simple à mettre en place et d'autre part, que le modèle d'affectation du trafic peut être plus facilement appliqué. Dans la quatrième section, nous décrivons la structure hiérarchique spécifique au réseau de voirie de l'Ile-de-France. Dans la cinquième section, nous présentons les résultats du modèle de la dynamique stable (voir de Palma et Nesterov, 1997) adapté au réseau de l'Ile-de-France. Les effets d'externalité et de la variation de capacité du boulevard périphérique sont analysés dans la sixième section. Dans la septième section, nous concluons ce travail de recherche par un nombre de remarques et d'observations.

## 2. Sources de données

Les données utilisées dans ce travail de recherche proviennent de deux sources principales. La première concerne le recensement de la population effectué tous les huit ans par l'INSEE (INSEE, 1991). Cependant, ces données restent insuffisantes pour le calibrage et l'estimation des déplacements des usagers de commune à commune. Par conséquent, nous avons utilisé les données de l'IAURIF, comme source de données additionnelle, pour le calibrage des déplacements des conducteurs franciliens.

Les données disponibles auprès de l'INSEE répartissent les déplacements en deux niveaux. Le premier niveau d'agrégation est défini par les limites administratives des huit départements constituant la région d'Ile-de-France :

1. Département 75, Paris,
2. Département 77, Seine-et-Marne,
3. Département 78, Yvelines,
4. Département 91, Essonne,
5. Département 92, Hauts-de-Seine,
6. Département 93, Seine-Saint-Denis,
7. Département 94, Val-de-Marne,
8. Département 95, Val-d'Oise.

Chaque département est divisé en cantons puis en communes. Ces dernières constituent les plus petites unités administratives en France. Le second niveau de déplacements concerne les déplacements entre les communes de résidence et les communes de travail. Au total, la région Ile-de-France est composée de 1300 communes. Pour des raisons évoquées plus loin, nous travaillons uniquement sur le niveau le plus désagrégé qui est celui de la commune. Les données disponibles à ce niveau de désagrégation se répartissent en quatre catégories comme suit :

1. Nombre d'habitants par commune ayant au moins un emploi,
2. Nombre de personnes ayant un emploi dans sa commune de résidence,
3. Nombre de personnes ayant un emploi en dehors de sa commune de résidence mais dans le même département,
4. Nombre de personnes ayant un emploi dans un autre département.

La répartition par département est présentée dans le tableau 1. Les quatre dernières colonnes représentent respectivement les quatre catégories présentées précédemment.

Ce niveau d'agrégation de données est loin d'être suffisant pour un modèle de transport. En effet, dans un modèle de transport mésoscopique, il est nécessaire de connaître le nombre de déplacements dans la région étudiée et le volume de flux de déplacements entre chaque paire origine – destination. Cependant, nous verrons plus loin que ces données sont importantes pour l'estimation des données plus désagrégées nécessaires pour atteindre nos objectifs.

Tableau 1 : caractéristiques de la population de l'Ile-de-France

Département	Catégorie (1)	Catégorie (2)	Catégorie (3)	Catégorie (4)
Paris	1023087	776038	0	247049
Seine-et-Marne	482032	143371	149299	338661
Yvelines	555731	156962	197906	398769
Essonne	506157	126572	164463	379585
Hauts-de-Seine	652069	192938	171144	459131
Seine-Saint-Denis	610516	169659	141976	440857
Val-de-Marne	564130	153837	137775	410293
Val-d'Oise	471369	117064	121857	354305
<b>Total :</b>	<b>4865091</b>	<b>1836441</b>	<b>1084420</b>	<b>3028650</b>

La taille de la commune ainsi que le nombre d'habitants diffèrent d'une commune à une autre. Il est donc nécessaire que ces caractéristiques d'hétérogénéité entre les communes interviennent dans le calcul des flux de déplacements entre les communes soient prises en compte. Egalement, certaines données ne sont pas disponibles ou imprécises comme c'est le cas pour les déplacements d'un arrondissement à un autre à l'intérieur de Paris. Dans ce dernier cas, nous avons utilisé la méthode d'exploration basée sur les données des recensements précédents (années 1982 et 1974). Par exemple, en 1982, le nombre d'habitants ayant un emploi en dehors de sa commune de résidence et dans le même département représentait environ le tiers du nombre d'habitants ayant un emploi dans sa commune de résidence. Nous avons donc appliqué ce même coefficient aux données issues du recensement de la population de 1990.

Nous avons également utilisé les données de l'IAURIF décrivant les déplacements sur le réseau francilien de la voirie. Ces données sont les plus fiables dont nous disposons à l'heure actuelle. Nous avons utilisé ces données uniquement dans l'objectif de reconstruire les flux sortants et entrants pour chaque commune.

Le réseau de l'IAURIF comporte 522 zones représentant l'ensemble des communes de l'Ile-de-France. Les dernières 34 zones se trouvent à la limite de la région francilienne et les 80 premières zones se situent à l'intérieur de Paris. En analysant la localisation de ces zones, nous avons remarqué que chacune d'elles est composée d'un certain nombre de communes du même département. Nous ne disposons pas d'information relative à la méthode de regroupement de ces communes en une zone donnée. A l'heure actuelle, il apparaît impossible d'appliquer le modèle de hiérarchisation du réseau aux données de l'IAURIF. C'est pour cette raison, que nous avons utilisé ces données uniquement pour l'estimation des flux entrants  $A(i)$  ou des flux sortants  $B(i)$  pour chaque commune  $i$ .

### 3. Modèle hiérarchique pour l'Ile-de-France

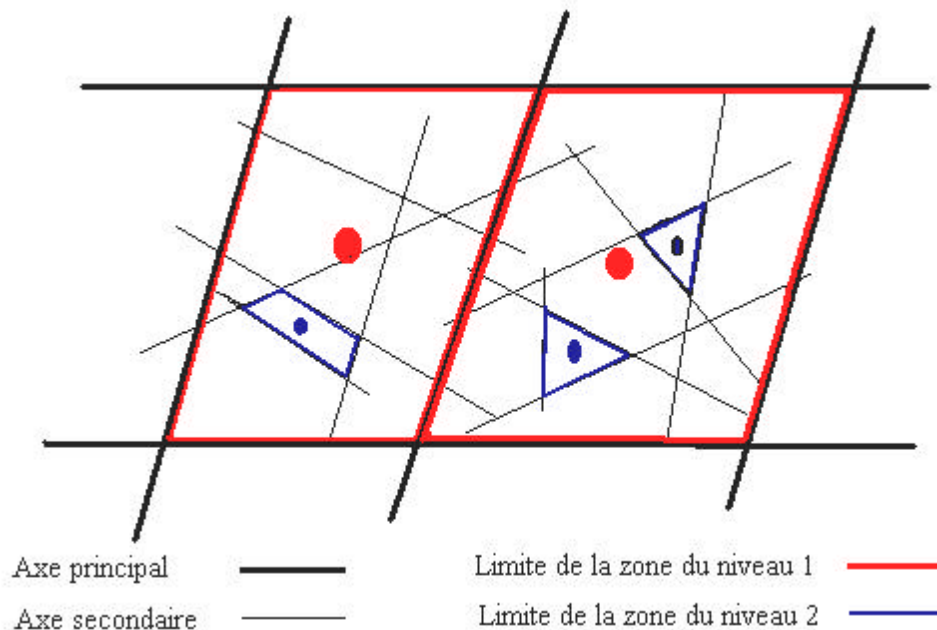
La majorité des modèles de planification de transport existants ne dispose que d'un seul niveau de représentation ou d'analyse. Ceci est équivalent à dire que n'importe quel usager indépendamment de son origine et de sa destination peut utiliser chacune des routes du réseau



de la voirie. D'une part, une telle situation accroît significativement le volume des informations nécessaires pour l'analyse du choix de route de chaque usager et d'affectation des déplacements sur le réseau. D'autre part, cette situation n'est pas totalement fidèle à la réalité. En pratique, chaque usager possède une bonne connaissance du sous-réseau local le plus proche. Si le trajet de l'usager est assez élevé, l'usager utilise les principaux axes du réseau. Souvent, les usagers lorsqu'ils désirent améliorer leur temps de trajet ne prennent pas le réseau local de la petite ville se trouvant le long des principaux axes. De tels comportements ne sont pris en compte que dans un réseau possédant une structure hiérarchique.

Dans des systèmes hiérarchiques, le réseau de transport régional est présenté en premier comme le niveau le plus élevé et dans lequel on présente uniquement les principaux axes, les voies connues et utilisées par l'ensemble des conducteurs du réseau (par exemple les autoroutes). Les nœuds de ce réseau sont essentiellement les points d'embranchement des autoroutes.

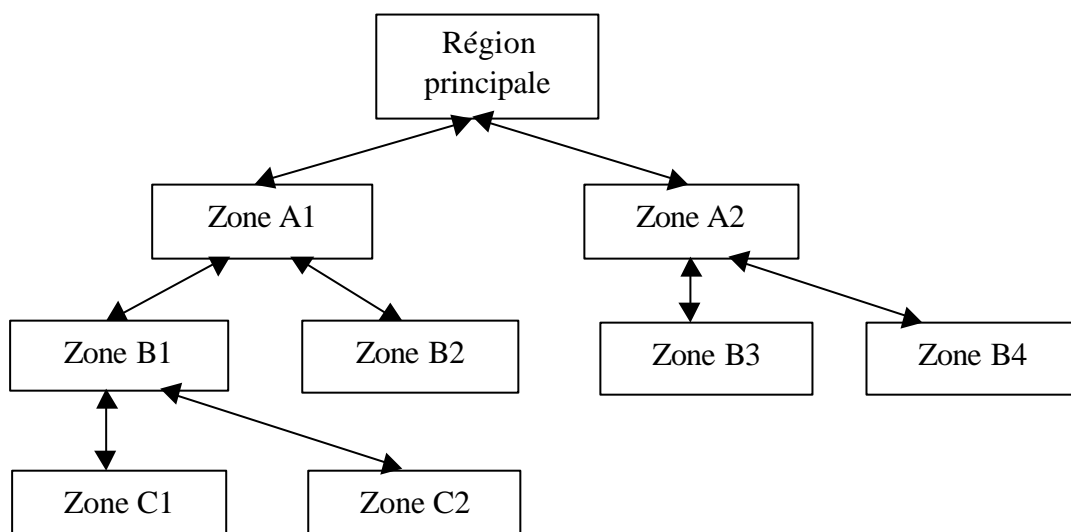
La figure 1 ci-dessous présente une schématisation de la hiérarchisation du réseau. Les axes principaux du réseau sont présentés par des traits noirs et gras alors que les axes secondaires sont présentés par des traits noirs et fins. Si notre intérêt porte sur l'analyse des déplacements sur l'ensemble du réseau, nous ne prenons en compte que les axes principaux. Dans ce cas, les zones sont délimitées par ces axes. Il est donc naturel de choisir des zones comme un point regroupant un nombre de zones géographiques associées logiquement ; c'est le praticien qui définit ce qui entend par "logique". Dans le schéma, les limites et les centres de zones sont présentés en rouge. Par ailleurs, si notre intérêt porte uniquement sur les déplacements sur une partie du réseau plus désagrégée, alors il faut prendre en compte également les routes secondaires. Dans ce cas, les zones du niveau 2 sont reconstruites. La taille des zones, dans ce cas, est plus petite comme indiqué dans la figure 1 par la couleur bleue.



**Figure 1 : présentation schématisée de la hiérarchisation du réseau à 2 niveaux**

La seconde étape de la création d'un réseau hiérarchique est la sélection des zones du niveau principal. L'individu affecté à chaque zone doit avoir un accès immédiat aux autoroutes qui marquent la frontière de la région. Toutefois, dans la plupart des cas, il est plus raisonnable de déterminer les sous-zones du réseau du niveau hiérarchique le plus désagrégé. Dans notre cas, les zones du niveau le plus désagrégé correspondent à des communes. Ces parties forment la structure initiale des routes de la zone. Il est supposé que ces routes locales sont connues et utilisées uniquement par les usagers dont les origines (ou les destinations) appartiennent à cette zone. Notons que ces zones peuvent être choisies de différentes manières. Par conséquent, les résultats dépendent fortement de l'expérience du planificateur.

De plus, les zones du niveau le plus élevé ou principal sont traitées maintenant comme une région géographique. Nous pouvons choisir des zones du second niveau en utilisant les mêmes principes que précédemment pour le choix des zones du niveau principal. Ainsi, nous obtenons les trois niveaux de structures du réseau de transport :



**Figure 2 : structure hiérarchique**

L'importance d'une telle structure est qu'elle n'est pas bornée et par conséquent l'utilisateur peut disposer de plusieurs niveaux. Pourtant, pour des systèmes de transport, il est suffisant d'avoir de 2 à 4 niveaux de hiérarchisation.

Avec cette structure de hiérarchisation, les sources d'informations sont plus limitées. A savoir que dans chaque déplacement, la séquence des zones change et doit correspondre au trajet minimal entre chaque paire origine - destination dans l'arborescence hiérarchique. Autrement dit, la première étape consiste à déterminer le niveau le plus faible qui contient l'ensemble des origines et des destinations, ensuite la zone de destination est choisie. Par exemple la séquence de changement de zones pour la route C1 → B2 se réalise comme suit :

C1 → B1 → A1 → B2,

Pour la route C1 → B3, la séquence va directement au niveau supérieur :

C1 → B1 → A1 → région principale → A2 → B3

Cette règle correspond à la situation suivante. Supposons, nous devons nous déplacer d'une petite ville à Paris. Nous devons utiliser le réseau local afin d'atteindre une autoroute ou une route importante en terme de capacité. Après utilisation de cette structure d'autoroute, nous arrivons à proximité de Paris. A la fin de cette étape de choix, nous utilisons le réseau de Paris pour accéder à notre destination.

L'idée de la hiérarchisation du réseau de transport reste simple. Néanmoins, il faut noter qu'il n'existait pas d'application permettant d'introduire ou d'éditer de telles structures de données. Actuellement, une démonstration d'une telle application existe<sup>1</sup>.

En accord avec la structure des principaux axes de l'Ile-de-France, nous avons sélectionné 51 sous-zones pour le niveau principal de la hiérarchisation. Parmi elles, 22 zones sont localisées à la bordure géographique de la région Ile-de-France avec une taille géographique peu significative. Nous avons créé pour l'ensemble de ces sous-zones, un réseau propre interne. Une zone supplémentaire, Paris à l'intérieur du Boulevard Périphérique, a également un réseau interne. Ainsi, pour toute l'Ile-de-France, nous avons créé 23 zones avec chacune son propre réseau interne. Le nombre de fins de zones est égal à 133. Pour chaque fin de zone, il existe une liste de communes entrantes. Nous avons planifié d'abord d'effectuer une affectation sur ce niveau d'agrégation. Ensuite, nous projetons d'expérimenter la structure des données au niveau des communes.

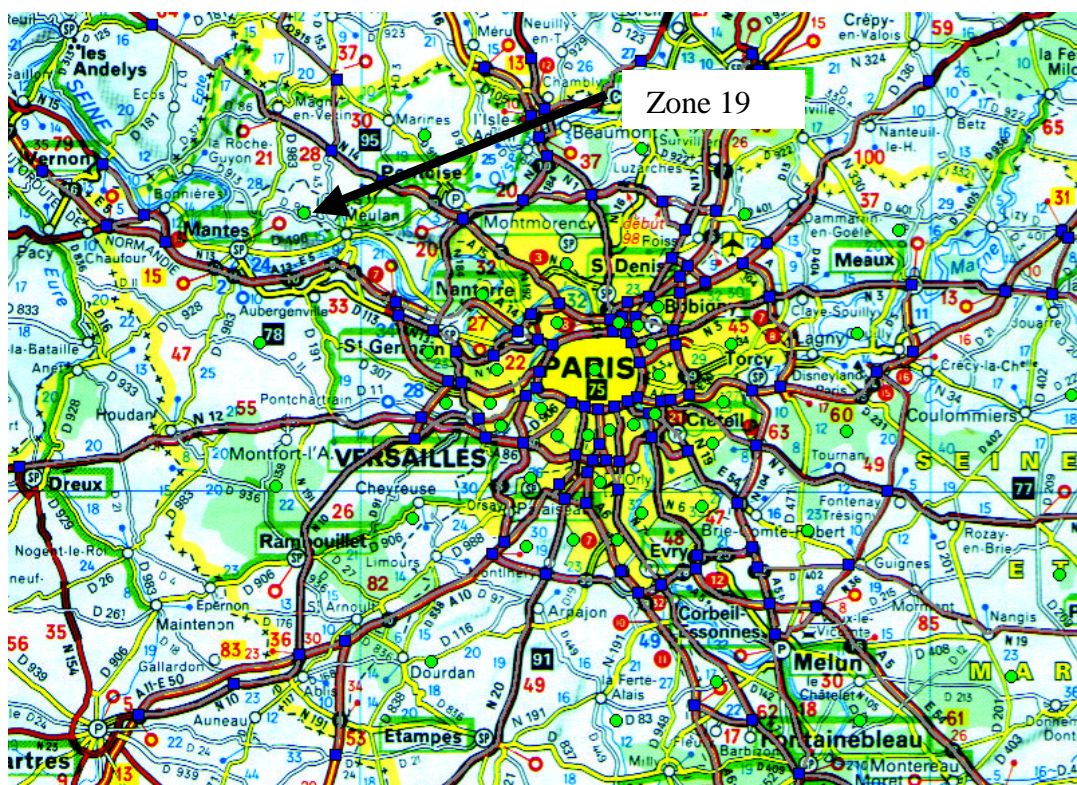


Figure 3 : le niveau supérieur du réseau de l'Ile-de-France

Nous présentons ensuite, à travers un exemple, les règles principales des réseaux hiérarchiques. Le niveau supérieur de l'Ile-de-France est représenté dans la figure 3.

<sup>1</sup> PalNet WP (version 1). Copyright of Dynamic Network Inc. 2000.

Dans la figure 3, les lignes grises représentent les routes du réseau. Les nœuds (intersections) sont représentés par les petits carrés bleus. Les cercles verts représentent les zones. Remarquons que la structure des routes dans ce niveau n'est pas très détaillée. Elle se limite uniquement aux principaux axes autoroutiers de l'Ile-de-France. Toutefois, nous avons créé, pour les plus importantes zones de ce niveau de la hiérarchie, des sous réseaux. Par exemple, la figure 4 représente le sous réseau de la zone 19.

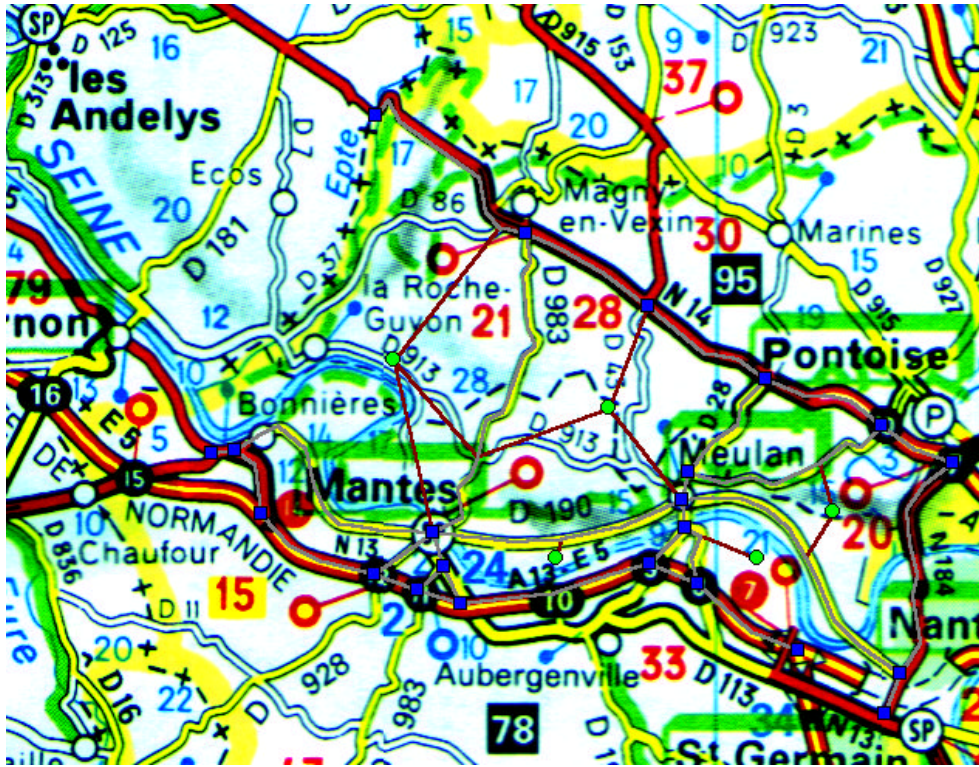


Figure 4 : sous réseau de la zone 19

Dans la figure 4, nous pouvons également observer les points de connections des zones du dernier niveau avec le réseau. Le sous réseau de la zone 19 peut être utilisé uniquement par les conducteurs dont l'origine (ou la destination) est localisée à l'intérieur de la zone 19.

#### *Génération de la matrice origine - destination*

Dans cette sous-section, nous décrivons la démarche suivie afin de générer la matrice origine – destination dans le modèle statique. Notons que dans notre nouvelle base de données, nous estimons les flux entrants et sortants pour chaque commune de la région Ile-de-France. Ces données ne sont pas disponibles au grand public et ne sont pas fournies dans la base de données de l'IAURIF. Cependant, en utilisant les données de l'IAURIF avec les données statiques de recensement de l'INSEE de 1990, nous pouvons effectuer des estimations raisonnables des flux entrants et sortants pour chaque commune. En effet, dans la base de données de l'IAURIF, nous pouvons calculer le flux sortant  $B(j)$  de chaque zone<sup>2</sup>  $j$ . De plus, grâce aux données du recensement de la population, nous disposons, pour chaque commune  $i$ ,

<sup>2</sup> Rappelons que dans la base de données de l'IAURIF, chaque zone regroupe une ou plusieurs communes.

du nombre de personnes ayant un emploi en dehors de la commune de résidence. Par conséquent, nous pouvons estimer le flux sortant,  $B(i)$ , de la commune  $i$  comme suit :

$$B(i) = \frac{B(j)P(i)}{\sum_{k=1}^K P(k)},$$

où  $K$  représente le nombre de communes composant la zone  $j$  dans la base de données de l'IAURIF et la commune  $i$  appartient à la zone  $j$ .

Par la même approche, nous avons estimé le flux entrant  $A(i)$  dans la commune  $i$ . Pour ce faire, nous disposons de deux types d'informations. La première concerne le nombre de personnes,  $Q(i)$ , qui travaille dans la commune  $i$  et qui réside en dehors de cette commune. La seconde concerne le flux entrant,  $A(j)$ , à la zone  $j$  définie dans la base de données de l'IAURIF. Le flux entrant dans la commune  $i$  se calcule comme suit :

$$A(i) = \frac{A(j)Q(i)}{\sum_{k=1}^K Q(k)},$$

où  $K$  représente le nombre de communes regroupées dans la zone  $j$  dans la base de données de l'IAURIF et la commune  $i$  appartient à la zone  $j$ .

Après avoir défini précisément les flux entrant et sortant pour chaque commune, il devient possible d'estimer la matrice origine – destination de commune à commune en utilisant un modèle gravitaire. Dans ce modèle, le nombre de déplacements pour chaque paire  $(i,j)$  est calculé comme suit :

$$N_{i,j} = B(i)a_{i,j} / S_i,$$

où  $B(i)$  représente le nombre de conducteurs de la zone  $i$ .

Le paramètre  $a_{i,j}$  est calculé de la façon suivante :

$$a_{i,j} = A(j)/t(i,j),$$

où  $A(j)$  représente le nombre de conducteurs ayant un travail dans la zone  $j$  et  $t(i,j)$  le temps de trajet sans congestion pour tout déplacement de la zone  $i$  à la zone  $j$ .

Enfin  $S_i$  se calcule comme suit :

$$S_i = \sum_{k=1}^K a_{k,j}.$$

Tableau 2 – A : structure des zones de l’Ile-de-France

Nom de la zone	Zones	Flux sortant	Travaillant sur place	Flux entrant
A0	20	117962	776038	129534
A1	6	37839	63733	42390
A2	4	15311	66306	10741
A3	4	31280	214639	23573
A4	3	36635	58530	37896
A5	2	2913	225352	2321
A6	3	26872	73901	30372
A7	3	3846	34964	3351
A8	5	5621	172845	3417
A9	3	9035	77229	9282
A10	2	14441	101149	14107
A11	5	11799	257398	10362
A12	3	22535	108676	17850
A13	4	16930	116650	16822
A14	2	6136	9799	4808
A15	6	43626	34977	43500
A16	5	16328	42064	13282
A17	5	75155	92895	72066
A18	6	35619	78192	26779
A19	4	19672	76431	18387
A20	4	85194	3902	77681
A21	3	55916	6787	48294
A22	3	65343	4046	62227
A23	0	16511	19159	19212
A24	0	8942	9709	8637
A25	0	16874	18900	15971
A26	0	23436	31286	22055
A27	0	29749	35831	34621
A28	0	23042	30897	24425
A29	0	9210	10668	7615
A30	0	16886	23016	19701
A31	0	55683	71798	69828
A32	0	39621	51286	52582
A33	0	22655	23100	29358
A34	0	11049	9059	14402
A35	0	12953	14275	15422
A36	0	13336	14859	11568
A37	0	14384	16071	10640
A38	0	9224	12118	8030
A39	0	26064	26424	19378
A40	0	11926	6674	18641
A41	0	16335	14011	14201
<b>Sous-total 1</b>	<b>105</b>	<b>1133888</b>	<b>3135644</b>	<b>1135329</b>

Tableau 2 – B : structure des zones de l’Ile-de-France

Nom de la zone	Zones	Flux sortant	Travaillant sur place	Flux entrant
A42	0	21530	26051	19209
A43	0	416	36595	176
A44	0	26097	20802	24388
A45	0	8495	13145	12068
A46	0	22547	22253	24364
A47	0	21551	28317	22846
A48	0	2320	1888	2231
A49	0	1568	10867	1550
A50	0	12715	17000	16987
<b>Sous-total</b>	<b>0</b>	<b>117239</b>	<b>176918</b>	<b>123819</b>
<b>TOTAL</b>	<b>105</b>	<b>1251126</b>	<b>3312562</b>	<b>1259149</b>

#### 4. Le réseau

Dans cette sous-section, nous présentons les caractéristiques du réseau et la méthode utilisée pour décoder le réseau. La capacité de la voie et la vitesse maximale décrivent les performances de chaque route du réseau. Dans notre réseau de voirie de l’Ile-de-France, nous distinguons les différents types de routes suivants :

Tableau 3 : types et performances des routes

Type de route	Vitesse [Km/h]	Flux maximal [Véh/min]	Nombre de routes
Voie rapide – 1	110	35	477
Voie rapide – 2	100	25	193
Route circulaire urbaine	90	20	28
Route urbaine principale	80	16	103
Route urbaine secondaire	60	10	230
Petite route urbaine	50	5	15

Dans ce modèle, nous avons défini six types de routes selon leur nombre de sens de circulation et le nombre de voies par sens de circulation. Le premier type de route "voie rapide - 1" représente l’ensemble des routes ayant deux sens de circulation et trois voies par sens. Le second type de route "voie rapide - 2" concerne les routes ayant deux sens de circulations et deux voies de circulation par sens. Le troisième type "route circulaire urbaine" et le quatrième type "route urbaine principale" représente l’ensemble des routes localisées dans des régions urbaines avec deux sens de circulation avec trois voies pour chaque sens. Certaines routes de ces deux types ne disposent que d’un seul sens de circulation. Finalement, les deux derniers types "roue urbaine secondaire" et petite route urbaine" se caractérisent par une seule voie et un ou deux sens de circulation.

La différence en terme de flux maximal pour chaque type de route décrit la décroissance du flux relativement à la régulation du trafic sur la voie. Plusieurs raisons peuvent être essentielles dans la détermination de la valeur du flux maximal (qualité de la surface de la route, conditions spéciales de circulation, etc.).

Nous nous sommes essentiellement intéressé à l'approche macroscopique des flux de déplacements sur le réseau sans tenir compte des pénalités aux intersections des routes. Les plus importantes caractéristiques de ce réseau sont les suivantes :

1. la longueur totale des voies : 15 851 Km.
  2. et l'occupation totale, sans congestion, du réseau : 2 705 145 véh.km
- La seconde évaluation est calculée comme la somme du produit du temps de trajet minimal et du flux maximal sur l'ensemble des routes.

Afin de déterminer les flux sur chaque route du réseau de l'Ile-de-France, nous avons l'approche du modèle dynamique stable (voir de Palma et Nesterov, 1999). Ce dernier modèle permet de déterminer les flux dynamiques stables en utilisant les principes d'équilibres de Wardrop. Analytiquement, la solution du modèle dynamique stable se calcule à partir du programme d'optimisation suivant :

$$\min \left[ \sum_{(i,j)} d(i,j)T[i,j](t) - \sum_k MaxF(k)t^{(k)}, t^{(k)} \geq MinT(k) \right],$$

où :

- $d(i,j)$  : le flux de déplacement pour la paire origine – destination  $(i,j)$ ,
- $T[i,j](t)$  : chemin le plus court pour la paire origine – destination  $(i,j)$  sous contraintes du vecteur des temps de trajet des arcs  $\{t\}$ ,
- $MaxF(k)$  : valeur maximale du flux sur l'arc  $k$ , et
- $MinT(k)$  : valeur minimale sur l'arc  $k$ .

La solution de ce problème d'optimisation est donnée par le vecteur  $\{t\}$  qui représente le vecteur du temps de trajet d'équilibre. Un des avantages de ce modèle est qu'il permet de calculer, en même temps, le coût social optimal donné par :

$$\sum_k MinT(k) f^{(k)},$$

où  $\{f\}$  est le vecteur des flux optimaux. Ces valeurs correspondent au minimum du temps de trajet moyen de l'ensemble des usagers lorsque leurs choix de route ne sont pas libres.

## 5. Résultats des simulations

Dans ce modèle, nous avons testé la performance du réseau de l'Ile-de-France pour différentes valeurs du flux de déplacements. A savoir, le flux pour une paire origine – destination  $(i,j)$  est défini comme suit :

$$N_{i,j} / \Delta,$$



où  $\Delta$  est la période de simulation. Cette approche suppose que le flux de déplacements est uniforme au cours de toute la période de simulation  $\Delta$ . Les résultats de simulations représentent les flux d'équilibre de déplacements au cours de cette période. Nous avons ainsi fait varier la valeur  $\Delta$  de 300 minutes à 170 minutes par pas de 5 minutes. Notons que le nombre d'usagers, dans nos simulations, est égal à 1 260 000.

Afin d'analyser les variations des conditions du trafic d'une simulation à une autre, nous avons développé les mesures d'efficacité décrites ci-dessous.

1. Temps de trajet individuel [min] :

$$TTI = \Delta \sum_k f^{(k)} t^{(k)} / N .$$

2. Temps de trajet optimal individuel [min] :

$$TTO = \Delta \sum_k f^{(k)} \text{Min}T(k) / N .$$

3. Le délai d'attente individuel [min] :

$$DI = TTI - TTO .$$

4. Distance moyenne [Km] :

$$DM = \Delta \sum_k f^{(k)} L(k) / N .$$

où  $L(k)$  est la longueur de l'arc  $k$ .

5. Vitesse moyenne [km/h] :

$$VM = DM / TTI .$$

Les résultats des simulations, pour chacune des périodes de simulation  $\Delta$ , sont présentés dans le tableau 4 ci-dessous. Ces résultats font apparaître que le temps de trajet moyen et le délai d'attente par usager augmente de façon significative d'une simulation à une autre, contrairement aux autres indicateurs présentés dans ce tableau. Par conséquent, une hausse du flux de trafic sur le réseau a plus d'effet sur le délai d'attente que sur le choix d'itinéraire des usagers comme nous le verrons plus loin.

Nous avons retenu dans ce premier scénario de référence la situation où le temps de trajet moyen est d'environ 25,57 minutes. Les indicateurs agrégés de cette situation de référence sont présentés dans le tableau 5 ci-dessous. Le choix de ce scénario a été basé uniquement sur le temps de trajet moyen des usagers. D'après les données de l'EGT 1991, le temps de trajet moyen des franciliens au cours d'une journée type est d'environ 25 minutes. Nous disposons également des résultats de l'affectation de l'IAURIF.

Tableau 4 : résultats des simulations du scénario 1

D [min]	TTI [min]	TTO [min]	DI [min]	VM [km/h]	DM [km]
300	13,44	6,65	6,79	49,56	11,10
295	13,48	6,66	6,81	49,51	11,12
290	12,67	6,67	5,99	52,74	11,13
285	13,71	6,69	7,02	48,88	11,17
280	13,77	6,71	7,06	48,80	11,20
275	13,95	6,73	7,22	48,36	11,24
270	14,02	6,75	7,27	48,29	11,28
265	14,08	6,76	7,32	48,20	11,31
260	14,26	6,78	7,48	47,81	11,37
255	14,28	6,80	7,48	47,87	11,39
250	14,40	6,82	7,58	47,64	11,43
245	14,51	6,84	7,67	47,46	11,47
240	14,49	6,85	7,63	47,59	11,49
235	14,66	6,88	7,78	47,24	11,54
230	14,80	6,90	7,90	46,92	11,57
225	14,95	6,92	8,03	46,63	11,62
220	15,18	6,95	8,23	46,18	11,68
215	15,63	7,00	8,62	45,26	11,79
210	16,62	7,05	9,57	42,93	11,89
205	16,82	7,12	9,70	42,84	12,01
200	17,28	7,18	10,10	42,10	12,12
195	17,84	7,26	10,59	41,20	12,25
190	18,71	7,28	11,43	39,55	12,33
185	19,04	7,34	11,71	39,20	12,44
180	20,56	7,43	13,13	36,80	12,61
175	21,37	7,50	13,88	35,78	12,75
170	23,42	7,60	15,82	33,16	12,94

En utilisant, les indicateurs exposés dans la première partie de ce rapport, nous obtenons un temps de trajet de l'ordre de 22 minutes. Par conséquent, nous avons choisi comme scénario de référence, la simulation permettant d'obtenir un temps de trajet moyen de 21,37 minutes la valeur la plus proche de 22 minutes. Les valeurs des indicateurs relatives à ce scénario de référence sont exposées dans le tableau 5 ci-dessous.

Tableau 5 : situation de référence

Période de simulation $\Delta$ [min]	175
Temps de trajet individuel [min]	21,37
Temps de trajet optimal [min]	8,02
Délai individuel [min]	17,55
Vitesse moyenne [km/h]	32,20
Distance moyenne [km]	13,72

Nous avons également analysé l'évolution des principaux indicateurs de la performance du réseau. Le graphique 5 représente l'évolution du temps de trajet individuel, du temps de trajet optimal et du délai individuel en fonction du flux total sur le réseau de l'Ile-de-France. Comme, nous pouvons le remarquer, plus le flux sur l'ensemble du réseau est élevé, plus le temps de trajet est élevé. Nous observons également que le délai d'attente augmente proportionnellement au temps de trajet moyen alors que le temps de trajet optimal reste presque constant.

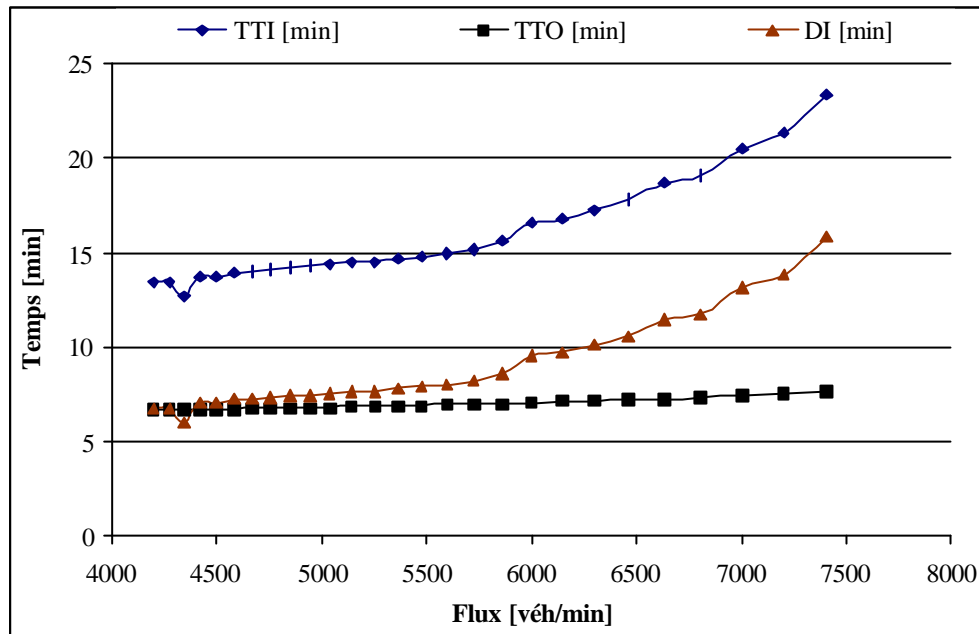


Figure 5 : évolution des indicateurs en fonction du flux total

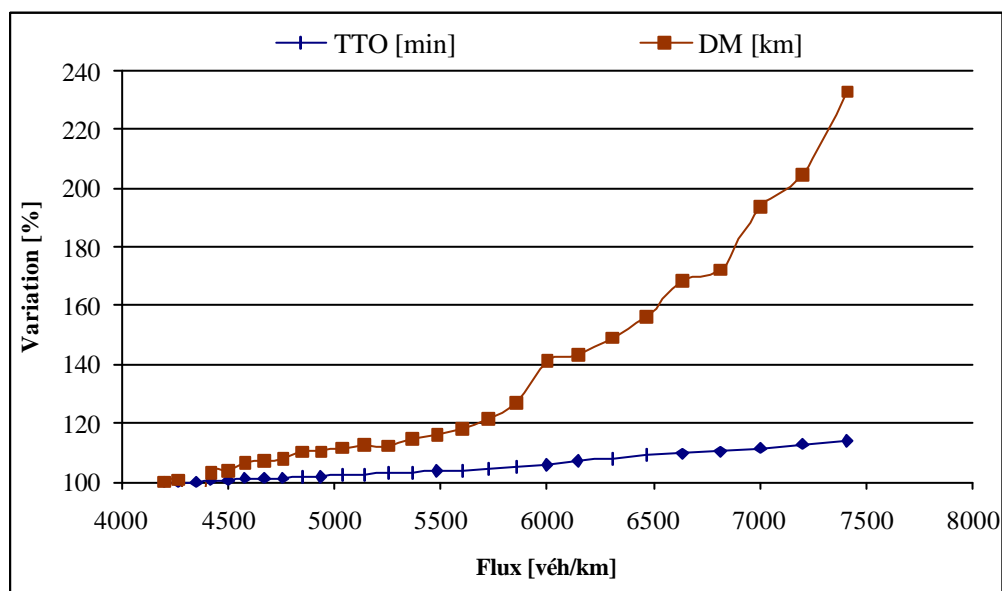


Figure 6 : variation du temps de trajet optimal en fonction du flux total

Le graphique 6 représente la variation en pourcentage du temps de trajet optimal comparée au temps de trajet optimal de la première simulation. Nous avons présenté également sur le même graphique, la variation en pourcentage de la distance moyenne parcourue par usager comparé au résultat de la première simulation. Nous observons que la distance moyenne varie plus rapidement que le temps de trajet optimal. Cette variation de la distance moyenne peut être expliquée par le fait que lorsque le niveau de congestion augmente, les usagers sont incités de plus en plus à modifier leur itinéraire et de choisir des trajets plus longs. Ce qui explique à son tour l'augmentation du temps de trajet optimal. Rappelons que le temps de trajet optimal correspond au temps de trajet sur le chemin emprunté s'il n'y avait pas de congestion ou de délai d'attente.

## 6. Analyse de scénario

Dans cette section, nous étudierons principalement deux types de politiques. La première concerne les effets d'externalités de réseau. Les résultats obtenus seront comparés à ceux obtenus lors des études d'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF. La deuxième politique consiste à analyser les effets de la variation des capacités des voies du boulevard périphérique. Contrairement aux premières simulations du tableau 4 où la capacité par voie est de 20 Véh/min, nous supposons que les capacités des voies du boulevard périphérique sont de 28 Véh/min.

### 6.1. Effets d'externalités de réseau

Dans cette sous-section, nous analysons les effets d'externalités à partir des résultats de simulations présentés dans le tableau 4. L'effet d'externalité consiste à estimer le coût que fait subir un nouvel usager aux autres conducteurs du réseau. Pour ce faire, nous avons estimé, dans un premier temps, une relation linéaire entre le temps de trajet moyen et le flux total sur le réseau. Dans un second temps, nous avons traduit cette relation comme une relation entre le coût moyen et la demande totale sur le réseau.

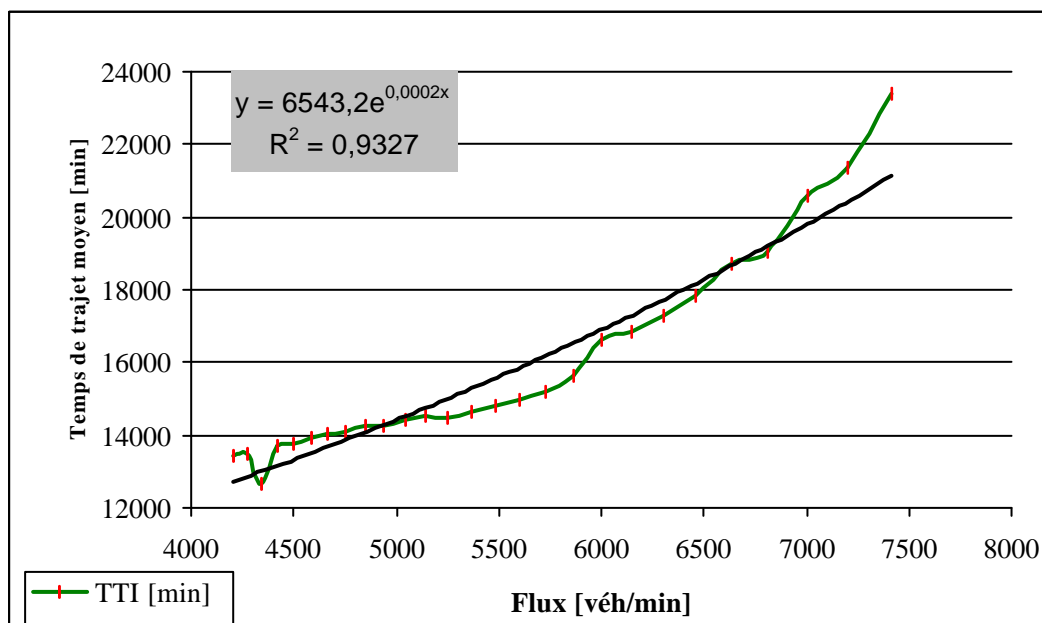


Figure 7 : évolution du temps de trajet moyen en fonction du flux

La relation obtenue s'écrit sous la forme suivante :

$$TTI(f) = 6,5432 \exp(0,0002f).$$

Dans le cas général, l'externalité  $E(N)$ , se calcule en fonction de la demande totale  $N$  et du coût moyen  $C(N)$  comme suit :

$$E(N) = N \cdot CT(N).$$

Dans notre modèle, le flux  $f = N/D$ , par conséquent :

$$C(N) = c(N/\Delta) = \mathbf{a} \cdot TTI(N/\Delta),$$

où  $\mathbf{a}$  représente la valeur du temps tutélaire (75 FF/h). Nous déduisons ainsi la relation finale entre la valeur de l'externalité et le niveau de la demande comme suit :

$$E(N) = N \left[ \mathbf{a} \cdot TTI \left( \frac{N}{\Delta} \right) \right].$$

De cette dernière relation, il ressort que l'analyse de l'externalité par rapport à la variation de la demande revient à analyser la variation de l'externalité par rapport au flux total sur le réseau.

Le tableau 6 ci-dessous présente le coût moyen et la valeur de l'externalité due à l'arrivée d'un nouvel usager pour chaque niveau de flux.

**Tableau 6 : variation des externalités en fonction du flux total**

Flux [Véh/min]	Coût moyen [FF]	Externalité [FF]	Flux [Véh/min]	Coût moyen [FF]	Externalité [FF]
4200	16,80	14,11	5478	18,50	20,27
4271	16,85	14,39	5600	18,69	20,93
4345	15,83	13,76	5727	18,97	21,73
4421	17,14	15,15	5860	19,53	22,89
4500	17,21	15,49	6000	20,77	24,93
4582	17,43	15,97	6146	21,02	25,84
4667	17,53	16,36	6300	21,60	27,22
4755	17,60	16,73	6462	22,30	28,82
4846	17,83	17,28	6632	23,39	31,02
4941	17,85	17,64	6811	23,81	32,43
5040	17,99	18,14	7000	25,70	35,99
5143	18,13	18,65	7200	26,72	38,47
5250	18,11	19,01	7412	29,27	43,39
5362	18,33	19,65			

La situation de référence, sélectionnée dans la section (5) du tableau 5, est présentée en gras dans tableau 6. Dans le cas de la situation de référence, le coût moyen est de l'ordre de 26,72

FF et la valeur de l'externalité correspondante est de 38,47 FF. La comparaison de ces résultats avec les résultats obtenus lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF ou au réseau Nord-Ouest de la DREIF reste assez limité. Contrairement à ce modèle, le modèle dynamique prend en compte le coût de déshorage. Par conséquent, il est impossible de comparer les valeurs des externalités de ces deux types de modèles. La seule comparaison possible se restreint aux temps de trajets moyens issus des simulations des deux modèles et aux valeurs des coûts dus uniquement au temps de trajet moyen.

### 6.2. Effets de la variation de capacité

Dans cette section, nous analysons les effets de la variation de la capacité du boulevard périphérique sur les conditions du trafic. Pour ce faire, nous avons effectué le même nombre de simulations que dans le tableau 4, avec les mêmes conditions de circulation. Seulement dans ce nouveau scénario 2, nous avons supposé que la capacité des voies de circulation sur le boulevard périphérique est de 28 Véh/min au lieu de 20 Véh/min.

Les résultats des 27 simulations sont présentés dans le tableau 7 ci-dessous.

**Tableau 7 : résultats des simulations du scénario 2**

D [min]	TTI [min]	TTO [min]	DI [min]	VM [km/h]	DM [km]
300	11,39	6,66	4,74	58,51	11,11
295	11,63	6,67	4,97	57,39	11,13
290	11,91	6,68	5,24	56,14	11,15
285	11,93	6,69	5,24	56,20	11,17
280	12,59	6,71	5,88	53,41	11,21
275	12,33	6,73	5,60	54,73	11,25
270	13,53	6,75	6,78	50,06	11,29
265	12,72	6,76	5,95	53,40	11,32
260	14,35	6,79	7,56	47,55	11,37
255	14,28	6,80	7,48	47,89	11,40
250	14,46	6,82	7,64	47,46	11,43
245	14,54	6,84	7,70	47,36	11,48
240	13,10	6,86	6,25	52,68	11,51
235	13,94	6,88	7,06	49,70	11,55
230	15,43	6,90	8,53	45,07	11,59
225	13,67	6,93	6,75	51,09	11,64
220	17,57	6,96	10,62	39,95	11,70
215	17,77	7,01	10,76	39,84	11,80
210	16,69	7,07	9,62	42,86	11,92
205	17,19	7,13	10,06	42,00	12,03
200	17,89	7,20	10,69	40,76	12,15
195	20,09	7,28	12,81	36,76	12,31
190	19,25	7,38	11,88	38,99	12,51
185	19,77	7,45	12,32	38,40	12,65
180	21,41	7,59	13,82	36,17	12,90
175	22,34	7,71	14,63	35,31	13,15
170	24,18	7,79	16,39	32,99	13,30

Les comparaisons des résultats de simulation sont présentées graphiquement dans les figures 8, 9 et 10. La figure 8 représente la variation du temps de trajet moyen en fonction du flux total pour les deux scénarios. L'évolution du temps de trajet moyen d'une simulation dans les deux scénarios garde la même tendance. Autrement dit, lorsque le flux de déplacement sur le réseau augmente, le temps de trajet moyen augmente également. Cependant, dans le premier scénario où les capacités des voies sont plus faibles, les temps de trajet sont plus élevés.

Le même phénomène se remarque entre les deux scénarios dans la figure 9. Par ailleurs, l'évolution du temps de trajet optimal des deux scénarios est plus faible que l'évolution du temps de trajet moyen. En effet, dans le premier scénario, le temps de trajet optimal passe de 6,71 minutes lorsque la période de simulation est de 300 minutes à 8,02 minutes lorsque la période de simulation est de 170 minutes ce qui correspond à une hausse de 19,5 %. Par contre dans le même scénario et pour les mêmes simulations, le temps de trajet moyen varie de 12,31 minutes à 25,57 minutes soit une hausse de 107,72 %. Par ailleurs, la distance moyenne varie de 11,22 km à 13,72 km soit une hausse de 22,46 %. Par conséquent la forte variation du temps de trajet moyen est dû essentiellement à la hausse du délai d'attente et non uniquement à une modification des itinéraires des usagers. Le même phénomène s'observe dans le cas du second scénario.

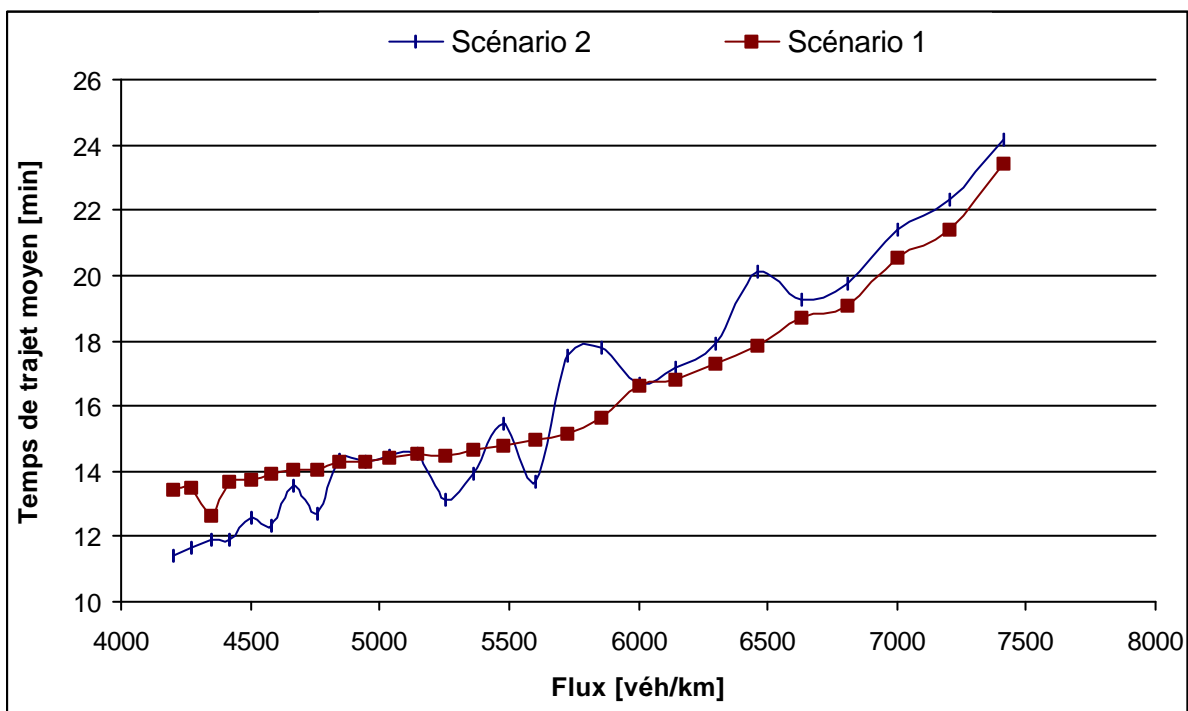


Figure 8 : évolution du temps de trajet moyen

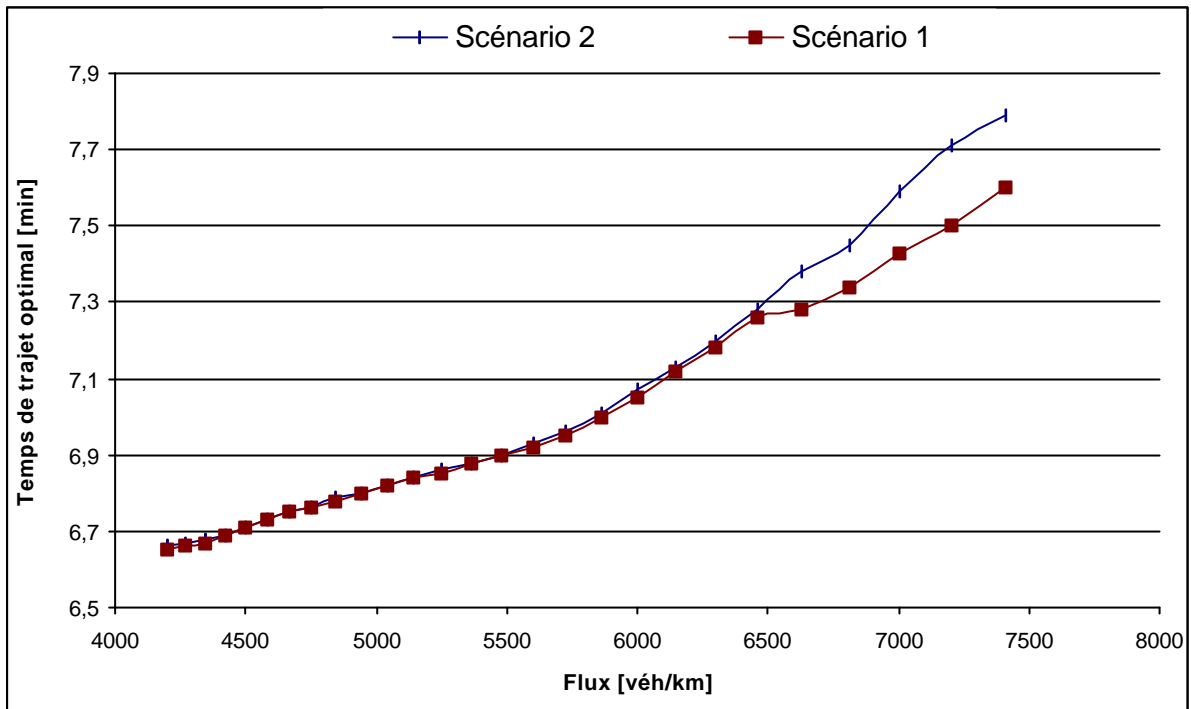


Figure 9 : évolution du temps de trajet optimal

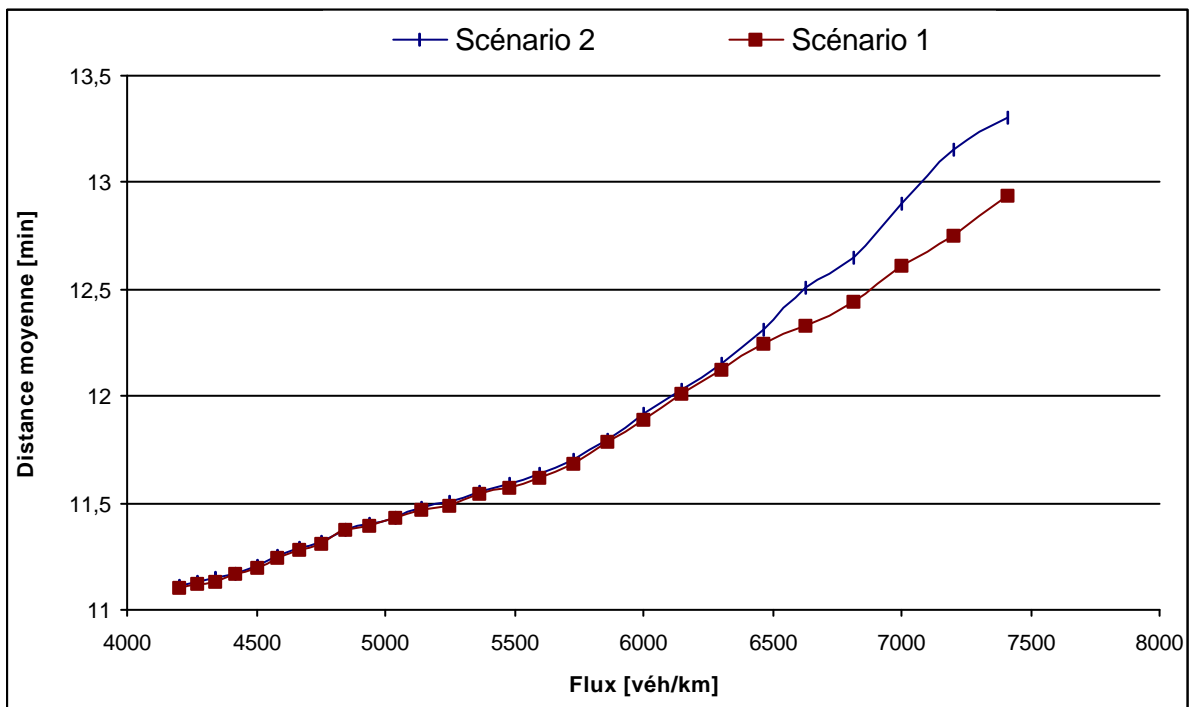


Figure 10 : évolution de la distance moyenne



## **7. Conclusions**

Le travail de recherche exposé dans cette deuxième partie consiste à présenter d'une part, une nouvelle approche de modélisation d'affectation des flux des déplacements basée sur le concept d'hierarchisation du réseau de la voirie. D'autre part, il présente les résultats de simulations du modèle dynamique stable (de Palma et Nesterov, 1998). Cependant, l'usage du concept de modélisation par hierarchisation du réseau nécessite des données plus désagrégées que celles de l'IAURIF (voir rapport TT&R, 1999). En effet, certaines zones dans la base de l'IAURIF regroupent plusieurs communes. En l'absence d'information sur les flux de déplacements de commune à commune, nous avons essayé de recalculer ces flux en utilisant les données désagrégées du recensement de la population de 1990 et des données de l'IAURIF (voir section 2).

L'approche par hierarchisation du réseau de la voirie en plusieurs niveaux se révèle assez simple à mettre en place. La hierarchisation du réseau de voirie de l'Ile-de-France a été présentée dans la troisième section. Afin de tester cette nouvelle approche de représentation des réseaux et l'application du modèle dynamique stable, nous avons effectué un premier test de simulations pour lequel nous avons fait varier la valeur de la période de simulation de 170 minutes à 300 minutes par pas de 5 minutes. Nous avons considéré que la demande totale est constante d'une simulation à une autre. Le flux total sur le réseau correspond au rapport entre la demande totale et la valeur de la période de simulation. Par conséquent, faire varier la période de simulation correspond à faire varier le flux total sur le réseau.

A partir des résultats des simulations, nous avons analysé dans la sixième section l'effet de la variation de la demande. Les résultats présentés dans le tableau 4 font apparaître que plus le flux total est élevé plus le temps de trajet est élevé. Il passe ainsi de 12,31 minutes pour un flux total 4200 Véh/min à 25,57 minutes pour un flux d'environ 7412 Véh/min. Par comparaison aux données de l'EGT 1991 et aux résultats de simulations obtenus lors de l'adaptation de METROPOLIS au réseau de l'IAURIF, nous avons retenu comme scénario de référence la situation où le temps de trajet moyen est de l'ordre de 25 minutes. Nous avons également analysé les effets d'externalité dus à la variation de la demande totale. Dans le cas de la situation de référence, le coût moyen est de l'ordre de 31,96 FF et la valeur de l'externalité correspondante est de 36,13 FF.

Afin d'étudier l'importance du boulevard périphérique, nous avons effectué d'autres simulations où nous avons considéré une augmentation de la capacité des voies passant ainsi de 20 Véh/min à 27 Véh/min. Nous avons pu observer que pour les mêmes valeurs du flux total, le temps de trajet moyen est toujours plus faible dans le second scénario où les capacités des voies sont plus faibles. Ces observations restent également vraies lors de la comparaison des temps de trajet optimaux. Cependant, l'augmentation de la capacité des voies diminue le temps de trajet moyen des usagers de 5% alors que le temps de trajet moyen ne diminue que d'environ 2%.

## **8. Références**

- De Palma, A. et Nesterov, Y. (1997), "Optimization formulations and static equilibrium in congested transportation networks", document de travail, N° 9717, THEMA - Université de Cergy-Pontoise.
- INSEE (1991), "Logements – population – emploi : évolutions 1975 – 1982 - 1990", Recensement général de la population de 1990.
- QUATUOR (1999). "QUATUOR : Outils dynamiques de simulation pour la gestion des déplacements dans la région parisienne", Rapport Final. DRAST / PREDIT N° 98MT30.

## CONCLUSIONS GENERALES

Nous avons effectué au cours de cette deuxième année, trois extensions du modèle dynamique METROPOLIS. D'une part, nous avons proposé une description plus fine de la congestion et d'autre part nous avons intégré le choix modal dans cet outil. Les choix pris en compte par les usagers sont les suivants : (1) choix modal, (2) choix de l'heure de départ, (3) choix de route et (4) adaptation de l'itinéraire suite à des incidents imprévus. Ces différents choix sont entièrement intégrés dans METROPOLIS (modèle emboîté de choix discrets). Enfin, nous sommes passé de la description du pic du matin à la description de l'ensemble de la matinée (en prenant en compte les déplacements qui ne sont pas liés au travail). Ces trois extensions nous ont permis d'obtenir un outil capable d'être calé de manière aisée et de simuler des politiques de transport statiques ou dynamiques. Nous avons aussi effectué, à deux niveaux, des développements relatifs à la description dynamique du comportement des usagers des transports en commun. D'une part, nous avons élaboré un modèle analytique simple que nous avons calibré sur des données expérimentales et d'autre part, nous avons intégré de manière cohérente le choix modal dans notre outil de simulation.

Nos travaux nécessitent différentes extensions immédiates citées ci-dessous. En ce qui concerne les transports en commun, nous proposons d'intégrer l'hétérogénéité des usagers dans le processus d'estimation non-paramétrique et la gestion des horaires que nous avons développée. Le choix modal avec le coût de déshorage pour les transports en commun n'est pas introduit mais nous comptons remédier à cette lacune au cours de la troisième année en intégrant des matrices de temps de déplacement ou de coûts généralisés. Nous n'avons pas trouvé, à ce jour, d'estimations des coûts relatifs à l'inconfort dans les transports en commun en Ile-de-France. Cette composante est potentiellement importante et sera intégrée lorsque des estimations fiables seront mises à notre disposition. Enfin, le calage proposé était basé uniquement sur des données agrégées ou semi-agrégées. Au cours de la troisième année, nous proposons d'utiliser des données désagrégées (des données de comptages et des données relatives aux flux de circulation sur les différents arcs du réseau). Ces données nous permettront d'effectuer un test de validité ultime de METROPOLIS.

Nous nous sommes concentrés jusqu'ici sur le pic du matin dans le cadre de modèles intégrant la composante dynamique. Cette dernière s'est avérée déterminante tant au niveau du calage de METROPOLIS qu'au niveau d'une récente étude sur la composante horaire (enquête MADDIF). Les coûts relatifs aux délais à l'arrivée représentent, dans les deux cas, environ 30% du coût total. Notre objectif à moyen terme est de modéliser l'ensemble de la journée, afin de minimiser les effets de bord relatifs à la période simulée. Durant la troisième année, nous intégrerons le pic du soir. La modélisation des pics du matin et du soir diffère de sorte que nous serons amenés à proposer une description spécifique au pic du soir. Notons que dans les modèles statiques, les pics du matin et du soir ne se différencient que par une utilisation de matrices origine - destination différentes. Par contre dans un modèle dynamique, les pics du matin et du soir donnent lieu à des résultats différents. Nous utiliserons pour ce faire soit le réseau de l'IAURIF soit le réseau détaillé de la DREIF.

Les outils de simulation dynamique sont actuellement de plus en plus répandus et utilisés dans le monde. Néanmoins, ils se concentrent sur la description fine des conditions de circulation sur un petit nombre d'arcs d'un réseau. METROPOLIS constitue le seul outil dynamique permettant de réaliser des infrastructures et la gestion dans la congestion dans un cadre purement dynamique. L'outil développé nous semble complémentaire et éventuellement substitutif, dans des conditions à spécifier, aux modèles existants.