

EDF R&D



DÉPARTEMENT LABORATOIRE NATIONAL D'HYDRAULIQUE ET  
ENVIRONNEMENT  
GROUPE OUVRAGES D'EAU ET ENVIRONNEMENT

6, QUAI WATIER  
F-78401 CHATOU CEDEX

TEL : 33 1 30 87 72 52  
FAX : 33 1 30 87 80 86

Décembre 2003

DEPARTEMENT CERTIFIÉ AFAQ ISO 9001/2000

VILLARET C.

**Intercomparaison des formules de transport solide**  
**Programme Biparti 2001**

HP-75/2003/055/A

**Documents associés :**

**Résumé :** Nous décrivons ici les différentes formulations qui ont été mises en oeuvre dans la version V5.4 du logiciel SISYPHE pour calculer le transport solide, par charriage et en suspension, sous l'action d'un courant, ainsi qu'en milieu littoral, sous l'action conjuguée de la houle et du courant. Ces formules ont été ensuite comparées sur un certain nombre de cas tests, et appliquées notamment au calcul du transport littoral.

Cette étude a été réalisée dans le cadre d'une convention entre EDF-LNHE et le Centre d'Études Techniques Maritimes et Fluviales (CETMEF) du Ministère de l'Équipement, des Transports et du Logement. Elle fait l'objet d'un financement de la Direction de la Recherche et des Affaires Scientifiques et Techniques (DRAST) au travers du contrat 01-DST-24.

Accessibilité : LIBRE

© EDF 2003

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 2/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------

Auteur(s)	VILLARET C.
Code Action	P7502R
Classement Interne	P75J25

Type de rapport	Note technique
Nombre de pages	47
Orientation dans le fonds documentaire	<input checked="" type="checkbox"/> EDF DOC (accès à tous les agents EDF) <input type="checkbox"/> R&D DOC (accès aux seuls agents R&D) <input type="checkbox"/> CONFIDENTIEL (accès réservé à la hiérarchie de l'entité émettrice)
Mots-clés	Transport sédimentaire, charriage, suspension, granulométrie étendue, SISYPHE

Indice	Auteur	Vérificateur	Approbateur
A	VILLARET Catherine signé le 10/12/03	HERVOUET Jean- Michel signé le 10/12/03	FOURNIER Jean- Christophe signé le 11/12/03
			<input checked="" type="checkbox"/> Autorise l'exploitation de la version électronique de cette note* pour alimenter les fonds documentaires de Galaxie. * sauf pour les notes confidentielles.

	Destinataire	Dept	Nb		Destinataire	Dept	Nb
@	Fonds-documentaire	AGIR/CIVA P	1		Sergent P.*	CETMEF	3
	Machet C.	LNHE/P75	1		Chef Dépt	LNHE	P
	Gonzales M.	LNHE/P75	1		Chef Dépt-délégué	LNHE	P
	Hervouet JM	LNHE/P75	1				
	Huvelin F.	LNHE/P75	1				
	Villaret C.	LNHE/P75	1		J.P.Bouchard	LNHE/P76	1
	Circ. Ingés	LNHE/P75	1		L. Moulin	DRAST	15
	Fournier JC	LNHE/P75	1				

Pré diffusion aux destinataires signalés par *	Diffusion : P pour pages de garde et contrôle, S pour pages de garde, de contrôle et de synthèse @ pour version électronique
------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## SYNTHESE

Ce rapport présente une intercomparaison entre différentes formules de transport solide qui ont été programmées dans le logiciel morphodynamique SISYPHE du système TELEMAC. Ces formules ont été appliquées à un certain nombre de cas tests en courant seul ainsi qu'en houle et courant superposés.

Plusieurs formules ont été récemment programmées dans la nouvelle version 5.4 : la formule de Bailard (N°8) et celle de Dibajnia et Watanabe (N°9), qui permettent de prendre en compte les effets instationnaires, pour une utilisation en houle et courant combinés. La formule de Engelund et Hansen (N°30) a été reprogrammée dans sa forme originale. La forme N°3 programmée antérieurement est une forme modifiée pour tenir compte de la formation des dunes en courant permanent.

En courant seul, les résultats obtenus pour le charriage sont considérés comme corrects, pour un certain nombre de formules telle que celles de Meyer-Peter (N°1) et de Hunziker (N°7). La formule de Engelund-Hansen (N°30) donne une estimation fiable du taux de transport total, tout comme la formule de Bijker (N°4) en prenant  $b=5$ , pour la valeur du coefficient empirique. Cette dernière formule offre l'avantage supplémentaire de calculer toutes les composantes du transport solide, charriage et suspension, ce qui permet une souplesse dans ses applications (charriage seul, couplage charriage/suspension). Parmi les anciennes formules, il est préférable de ne pas utiliser la formule de Einstein-Brown (N°2) qui a une sensibilité excessive, même si elle fonctionne correctement pour des valeurs moyennes du frottement. L'ancienne formule de Engelund-Hansen (N°3) est aussi peu recommandée car elle surestime le taux de transport.

En houle et courant combinés, la formule de Bijker reste une des plus fiables, même si des cas tests supplémentaires sont souhaitables en particulier en régime de houle dominante. La formule de Bailard (N°8) ayant tendance à surestimer le taux de transport, celle de Dibajnia et Watanabe (N°9) à le sous-estimer, ces 'nouvelles' formules nécessitent donc d'être calibrées avant utilisation.

L'utilisation de la formule de Soulsby-Van Rijn (N°5) n'est pas recommandée, car elle ne semble pas avoir un bon comportement, en particulier pour le calcul de la suspension.

## SOMMAIRE

<b>I. INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
<b>II. LOIS DE FROTTEMENT.....</b>	<b>6</b>
II.1 DÉFINITIONS LIÉES À LA CONTRAINTE DE FROTTEMENT .....	6
II.2 COURANT SEUL.....	7
II.3 HOULE SEULE .....	9
II.4 INTERACTIONS HOULE-COURANT.....	10
<b>III. MECANISMES DE TRANSPORT SOLIDE .....</b>	<b>13</b>
III.1 CRITÈRE D'ENTRAÎNEMENT .....	13
III.2 MÉCANISMES DE TRANSPORT .....	14
III.3 EFFET DE LA HOULE.....	15
<b>IV . FORMULES DE TRANSPORT SOLIDE EN COURANT PERMANENT .....</b>	<b>17</b>
IV.1 FORME GÉNÉRALE.....	17
IV. 2 FORMULES DE TRANSPORT PAR CHARRIAGE.....	18
IV.3 FORMULES DE TRANSPORT TOTAL.....	19
<b>V. EFFET DE LA HOULE SUR LE TRANSPORT SOLIDE.....</b>	<b>21</b>
V.1 GÉNÉRALITÉS.....	21
V.2 FORMULE DE BIJKER .....	22
V.3 FORMULE DE BAILARD .....	23
V.4 FORMULE DE DIBAJNIA ET WATANABE .....	26
V.5 FORMULE DE SOULSBY-VAN RIJN .....	30
<b>VI. INTERCOMPARAISON DES FORMULES .....</b>	<b>32</b>
VI.1 MÉTHODOLOGIE.....	32
VI.2 COMPARAISON DES FORMULES (COURANT SEUL) .....	33
VI.3 INTERCOMPARAISON DES FORMULES (HOULE ET COURANT).....	35
VI.4 CONCLUSION DES INTERCOMPARAISONS .....	36
<b>VII. CONCLUSIONS.....</b>	<b>38</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>39</b>
<b>NOMENCLATURE .....</b>	<b>41</b>
<b>ANNEXE .....</b>	<b>43</b>

## I. INTRODUCTION

L'étude de la dynamique sédimentaire en milieu littoral ou fluvial est un thème important, compte tenu de ses applications nombreuses. Il est nécessaire de construire des outils de modélisation permettant de prédire les taux de transport et les évolutions morphodynamiques qui en résultent. Ces outils pourront être appliqués notamment aux études d'envasement des chenaux de navigation, aux problèmes d'alimentation des CNPE, et plus généralement à toutes les études d'impact local des aménagements sur l'environnement.

La modélisation morphodynamique passe par une bonne connaissance des forçages hydrodynamiques et fait intervenir une méthodologie de couplage entre différents modules hydrodynamiques (propagation de houle, modèle courantologique 2D ou 3D,...). Le calcul morphodynamique, dernier maillon de la chaîne de modélisation hydro-sédimentaire, est aussi actuellement le moins précis. Une des sources principales d'incertitude vient de la précision même des formules semi-empiriques qui sont utilisées pour estimer le taux de transport. L'objectif de ce rapport est de présenter un certain nombre de formules de transport solide qui ont été retenues pour être programmées dans le logiciel morphodynamique SISYPHE, développé au LNHE, en collaboration avec l'UTC, la SOGREAH, et le CETMEF. Ces formules sont ensuite comparées sur un certain nombre de cas tests.

La partie II de ce rapport est consacrée à quelques rappels hydrodynamiques concernant notamment la détermination du frottement sur le fond, paramètre essentiel qui gouverne la mise en mouvement et le transport des particules sédimentaires. La partie III concerne une description des mécanismes de transport solide, par charriage ou en suspension sous l'action d'un courant et l'effet d'une houle superposée au courant moyen. Le chapitre IV présente un certain nombre de formules semi-empiriques qui ont été programmées dans le logiciel SISYPHE pour calculer le taux de transport par charriage et/ou en suspension sous l'action d'un courant moyen. Le chapitre V présente un certain nombre de formules permettant de prendre en compte l'effet de la houle et qui ont été récemment programmées dans la dernière version 5.4 du logiciel SISYPHE, notamment la formule de Dibajnia et Watanabe (1992) et la formule de Bailard (1981). Le chapitre VI est consacré à une intercomparaison de toutes ces formules de transport sur un certain nombre de cas tests en courant seul ainsi qu'en courant et houle superposés. Une de ces applications concerne notamment le calcul du transport littoral, présenté en détails au chapitre VII.

## II. LOIS DE FROTTEMENT

### II.1 Définitions liées à la contrainte de frottement

Contrainte de frottement exercée par l'écoulement sur le fond :

Un écoulement de vitesse  $U$ , dans la direction  $x$ , exerce un cisaillement  $\tau_0$  sur le fond ( $z=0$ ) tel que :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = -(\overline{uw})_{z=0} + \nu \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_{z=0}$$

où  $\rho$  la masse volumique,  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide et  $-\overline{uw}$  les contraintes de cisaillement du tenseur de Reynolds .

On introduit classiquement un coefficient de viscosité turbulente, noté  $\nu_t$ , afin d'exprimer les contraintes de Reynolds en fonction de l'écoulement moyen :

$$\frac{\tau_0}{\rho} = (\nu_t + \nu) \left( \frac{\partial U}{\partial z} \right)_{z=0}$$

Vitesse de frottement :

La vitesse de frottement ( $u_*$ ) est définie en fonction de la contrainte de frottement par la relation :

$$\tau_0 = \rho u_*^2$$

Frottement de peau/frottement total :

La contrainte de frottement  $\tau_0$  est classiquement décomposée en :

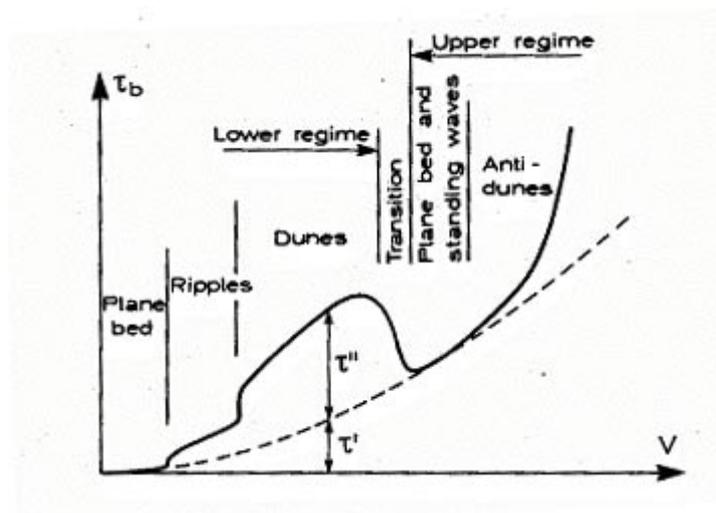
$$\tau_0 = \tau' + \tau''$$

avec :

- .  $\tau'$  : la composante du frottement de peau, qui représente le cisaillement local,
- .  $\tau''$  : la composante du frottement de forme, qui représente l'effet des forces de pression, intégrées le long des formes de fond.

Seule la composante locale  $\tau'$ , ou contrainte effective, intervient dans le calcul des forces exercées par l'écoulement sur les grains et doit être prise en compte dans le calcul du transport solide.

L'importance relative de chacune des deux composantes dépend du régime de l'écoulement. Pour des faibles valeurs du courant, en deçà du seuil de mobilité des particules, le fond est généralement plat. Lorsque le courant augmente, il y a mise en mouvement des particules sédimentaires, et formation de rides de petites amplitudes puis de dunes. En présence de rides ou de dunes la composante principale du frottement est  $\tau''$ , comme le montre la figure 1.



**Figure 1 :** Décomposition de la contrainte de frottement total en une composante due au frottement de peau  $\tau'$  et une composante due au frottement de forme  $\tau''$ .

## II.2 Courant seul

### Frottement quadratique

La contrainte de frottement peut être reliée au courant moyen  $\bar{U}$ , intégré sur la hauteur d'eau, par le biais d'un coefficient de frottement quadratique, noté  $C_D$ :

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \rho C_D \bar{U}^2$$

Le coefficient de frottement dépend du régime de l'écoulement, des aspérités sur le fond.

Les lois de frottement couramment utilisées et programmées dans Sisyphé sont les lois de Chézy, Strickler, Nikuradse... Nous donnons ici les relations utilisées pour calculer le coefficient de frottement quadratique  $C_D$ .

Profil logarithmique

En régime hydrauliquement rugueux, les vitesses au niveau du fond suivent un profil logarithmique :

$$U(z) = \frac{u_*}{\kappa} \text{Log}\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

avec  $\kappa=0.4$  la constante de Karman.

L'origine du profil log dépend du coefficient de rugosité  $k_s$  par la relation :  $z_0=k_s/30$ .

Coefficient de rugosité apparente

Le coefficient de rugosité, noté  $k_s$ , ou coefficient de Nikuradse, caractérise l'état de surface. Sur fond plat,  $k_s$ , dépend de la taille des grains. Pour des sédiments relativement uniformes,  $k_s \sim D_{50}$ , le coefficient de proportionnalité étant compris entre 2 et 3, tandis que pour des sédiments naturels  $k_s \sim D_{90}$ . En présence de formes de fond, le coefficient de rugosité  $k_s$  dépend des dimensions caractéristiques de ces formes, de longueur d'onde  $\lambda_r$  et de hauteur  $\eta_r$ . Sur fond ridé, le coefficient  $k_s$  est de l'ordre de plusieurs fois la hauteur de rides ( $k_s \sim \eta_r$ ).

On suppose que le profil logarithmique est valable sur l'ensemble de la colonne d'eau, ce qui n'est en général pas le cas à proximité de la surface libre. Par intégration verticale du profil des vitesses jusqu'à  $z=h$ , on aboutit à la relation suivante entre le coefficient de frottement quadratique  $C_D$  et le coefficient de rugosité  $k_s$ :

$$C_D = 2 \left[ \frac{\kappa}{\text{Log}\left(\frac{12h}{k_s}\right)} \right]^2$$

Coefficient de Strickler

Le coefficient de Strickler, noté  $S_t$ , est défini par la relation :

$$C_D = 2 \frac{g}{S_t^2} \frac{1}{h^{1/3}}$$

Loi de Chézy

Le coefficient de Chezy, noté  $C_h$ , est défini par la relation :

$$C_D = 2 \frac{g}{C_h^2}$$

On utilise aussi fréquemment la relation suivante entre le coefficient de Chézy et le coefficient de rugosité apparente :

$$C_h = \frac{\sqrt{g}}{\kappa} \text{Log}\left(\frac{12h}{k_s}\right)$$

### Frottement de peau

Le frottement de peau correspond au frottement exercé sur fond plat. Le coefficient de Nikuradse correspondant au frottement de peau, noté  $k_{sp}$ , est proportionnelle au diamètre des grains ( $k_{sp} = 3 D_{50}$ ). Le frottement de peau peut être relié à la vitesse moyenne, par le biais d'un coefficient de frottement de peau, noté  $C_{Dp}$ . On définit aussi un coefficient de Chézy de peau, noté  $C_{hp}$  :

$$C_{hp} = \frac{\sqrt{g}}{\kappa} \text{Log}\left(\frac{12h}{k_{sp}}\right)$$

## II.3 Houle seule

### Variation dans le temps

Dans le cas d'un écoulement oscillatoire, la couche limite n'a pas le temps de se développer. Elle n'occupe donc qu'un pourcentage assez faible de la hauteur d'eau. ( $\delta_w \ll h$ ).

Les gradients verticaux des vitesses moyennes sont alors très importants à l'intérieur de la couche limite. Les contraintes de frottement, proportionnelles au gradient de vitesse, varient au cours d'un cycle de houle et peuvent s'écrire en première approximation sous la forme générale :

$$\tau(t) = \tau_w \sin(\omega t + \varphi)$$

La valeur maximale de la contrainte de frottement, notée  $\tau_w$ , est largement supérieure à la valeur de la contrainte de frottement moyen exercée par un écoulement stationnaire.

### Coefficient de frottement

La valeur maximale de la contrainte de frottement peut être reliée à la vitesse orbitale  $U_0$ , en introduisant un coefficient de frottement, noté  $f_w$  et défini par :

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho f_w U_0^2$$

En régime turbulent rugueux, le coefficient de frottement peut-être calculé par la formule de Swart (1976) :

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 10/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

$$f_w = \exp(-6 + 5.21 \left(\frac{A_0}{k_s}\right)^{-0.19}) \quad si \quad \left(\frac{A_0}{k_s}\right) > 1.57$$

$$f_w = 0.3 \quad si \quad \left(\frac{A_0}{k_s}\right) \leq 1.57$$

$A_0$  est ici l'amplitude du mouvement orbital sur le fond ( $A_0=U_0/\omega$ , avec  $\omega=2\pi/T$  la pulsation et  $T$  la période de la houle).

## II.4 Interactions houle-courant

### Description des mécanismes de transport

L'action combinée d'une houle et d'un courant moyen est particulièrement efficace sur le plan de la dynamique sédimentaire, car la houle et le courant jouent des rôles complémentaires (voir le paragraphe § III.3). En milieu littoral, il s'agit aussi du cas le plus général et le plus complexe : le problème des interactions entre la houle et le courant est en effet non-linéaire. La variation dans le temps de la contrainte de frottement en houle et courant peut s'écrire en première approximation sous la forme :

$$\vec{\tau}_{cw} = \vec{\tau}_{moy} + \vec{\tau}_{max} \cos \omega t$$

### Description du frottement sous l'action d'une houle et d'un courant superposés

L'interaction non-linéaire entre une houle et un courant se traduit:

- par une augmentation de la contrainte de frottement moyen  $\tau_{moy}$ , par rapport au frottement exercé par le courant seul  $\tau_c$  ( $\tau_c \leq \tau_{moy}$ ),
- par une augmentation de la contrainte de frottement maximum  $\tau_{max}$ , par rapport au frottement maximum sous la houle seule  $\tau_w$  ( $\tau_w \leq \tau_{max}$ ).

### Modélisation

Différents modèles sont proposés dans la littérature pour calculer les contraintes de frottement sous l'action combinée de la houle et du courant. On introduit ici les variables adimensionnelles  $X$ ,  $Y$ , et  $Z$  en suivant la méthode de Soulsby (1997) :

$$X = \frac{\tau_0}{\tau_0 + \tau_w} ; Y = \frac{\tau_{moy}}{\tau_0 + \tau_w} ; Z = \frac{\tau_{max}}{\tau_0 + \tau_w}$$

Soulsby propose la paramétrisation suivante :

$$Y = X [1 + bX^p (1 - X)^q]$$

$$Z = 1 + aX^m(1 - X)^n$$

Les différents coefficients du modèle de Soulsby (a, b, m, n, p, q) s'expriment en fonction des coefficients  $f_w$  et  $C_D$  ainsi que de l'angle  $\phi$ , entre la direction de la houle et celle du courant, sous la forme :

$$a = (a_1 + a_2 |\cos \phi|^I) + (a_3 + a_4 |\cos \phi|^I) \log_{10} \left( \frac{2f_w}{C_D} \right)$$

$$b = (b_1 + b_2 |\cos \phi|^J) + (b_3 + b_4 |\cos \phi|^J) \log_{10} \left( \frac{2f_w}{C_D} \right)$$

avec des expressions analogues pour les coefficients m, n, p, et q.

Les 26 (!) constantes ( $a_i$ ,  $b_i$ ,  $m_i$ ,  $n_i$ ,  $p_i$ ,  $q_i$ , I et J) dépendent du modèle retenu. Nous avons retenu le modèle de Huynh-Thanh et Temperville (1991), considéré comme un des plus performants. Cette formulation a été implémentée dans la version 5.4 du logiciel SISYPHE.

I=0.82 - J=2.7

	$a_i$	$b_i$	$m_i$	$n_i$	$p_i$	$q_i$
1	-0.07	0.27	0.72	0.78	-0.75	0.89
2	1.87	0.51	-0.33	-0.23	0.13	0.40
3	-0.34	-0.10	0.08	0.12	0.12	0.50
4	-0.12	-0.24	0.34	-0.12	0.02	-0.28

Tableau 1: constantes issues du modèle HT91, d'après le tableau de Soulsby (1997, p 91).

#### Coefficient de frottement en houle et courant

On introduit un coefficient de frottement, noté  $f_{cw}$ , pour calculer l'amplitude du frottement moyenné sur une période de la houle,  $\langle \overline{\tau_{cw}(t)} \rangle$ , les interactions houle-courant afin relier l'amplitude moyenne de la contrainte à l'amplitude moyenne du courant :

$$\langle \overline{\tau_{cw}(t)} \rangle = \rho f_{cw} \langle \overline{|U(t)|^2} \rangle$$

$$\text{avec } \langle \overline{|U(t)|^2} \rangle = U_c^2 + \frac{1}{2} U_w^2$$

D'après Camenen (2002, page 60), il faut prendre une moyenne pondérée entre  $\tau_{moy}$  et  $\tau_{max}$  :

$$\langle \overline{\tau_{cw}(t)} \rangle = X \tau_{moy} + (1 - X) \tau_{max}$$

En faisant intervenir les variables X, Y et Z du modèle de Soulsby, la relation précédente peut s'écrire sous la forme :

$$\left\langle \left| \vec{\tau}_{cw}(t) \right| \right\rangle = Y\tau_c + Z\tau_w$$

D'où l'expression du coefficient de frottement en houle et courant superposés :

$$f_{cw} = \frac{Y\tau_c + Z\tau_w}{U_c^2 + \frac{1}{2}U_w^2}$$

Cette expression sera utilisée ultérieurement dans un certain nombre de formules de transport solide, comme la formule de Bailard (1981) et celle de Dibajnia et Watanabé (1992).

### III. MECANISMES DE TRANSPORT SOLIDE

#### III.1 Critère d'entraînement

On considère un lit plat au repos, constitué de sédiments non cohésifs, de taille uniforme représentée par un diamètre moyen  $D_{50}$ . Il y a mise en mouvement des particules lorsque les forces destabilisatrices (trainée et portance) deviennent supérieures aux forces stabilisatrices (poids immergé).

##### Critère de Shields

Le critère de Shields (1936) permet de calculer le frottement critique dans le cas d'un écoulement permanent, sur fond plat horizontal. On introduit le frottement adimensionnel ou paramètre de Shields, défini par :

$$\theta_s = \frac{\tau_0}{(\rho_s - \rho)gD_{50}}$$

$\tau_0$  étant la contrainte de frottement exercé par l'écoulement sur le fond,  $g=9.81 \text{ m/s}^2$  la gravité, et  $\rho_s$ , la densité des particules solides ( $\rho_s=2650 \text{ kg/m}^3$ ). On définit de la même manière la contrainte effective adimensionnelle due au frottement de peau, notée  $\theta_p$ , par :

$$\theta_p = \frac{\tau'}{(\rho_s - \rho)gD_{50}}$$

Le nombre de Shields critique d'entraînement, noté  $\theta_{cr}$ , est fonction du nombre de Reynolds particulaire, défini par :

$$Re_* = \frac{u_{*cr} D_{50}}{\nu}$$

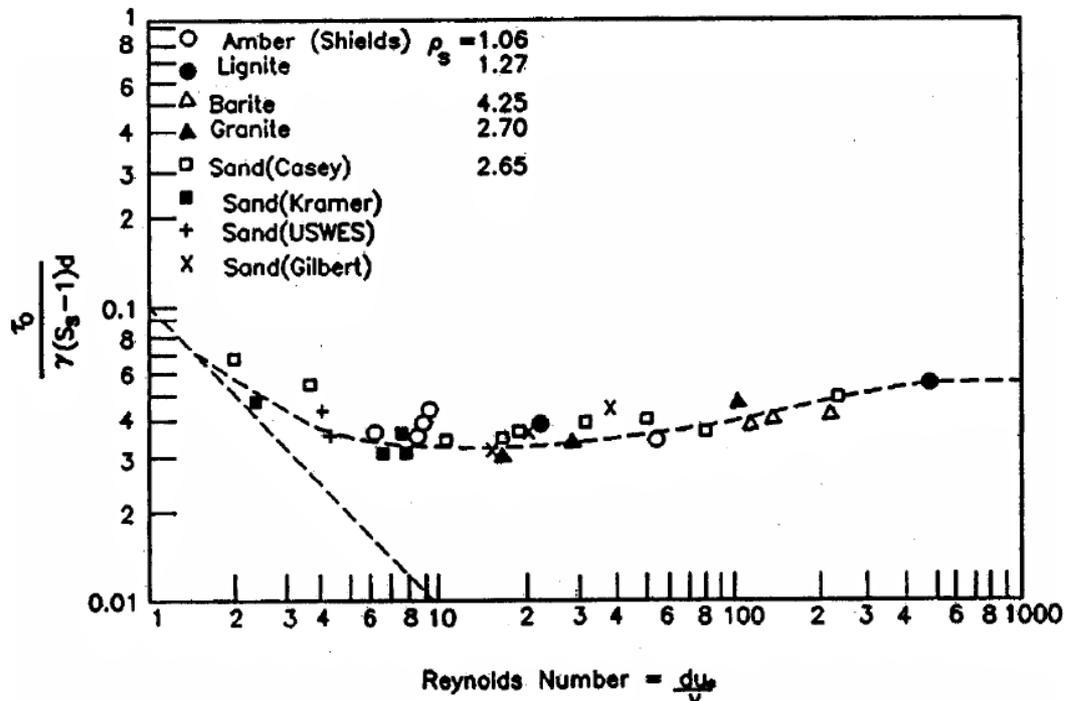


Figure 2 : Diagramme de Shields

Il est plus commode de calculer  $\theta_{cr}$  en fonction du diamètre adimensionnel  $D_*$  défini par :

$$D_* = \left( \frac{g(s-1)}{\nu^2} \right)^{1/3} \cdot D$$

$\nu$  étant la viscosité cinématique du fluide.

La relation semi-empirique suivante a été proposée par Van Rijn (1993), pour calculer le paramètre de Shields critique :

$D_* \leq 4$	$\theta_{cr} = 0.24.D_*^{-1}$
$4 < D_* \leq 10$	$\theta_{cr} = 0.14.D_*^{-0.64}$
$10 < D_* \leq 20$	$\theta_{cr} = 0.04.D_*^{-0.1}$
$20 < D_* \leq 150$	$\theta_{cr} = 0.013.D_*^{0.29}$
$150 \leq D_*$	$\theta_{cr} = 0.055$

### III.2 Mécanismes de transport

On distingue différents modes de transport suivant la valeur du frottement exercé par l'écoulement :

Transport par charriage

Au dessus du seuil critique de mise en mouvement ( $\theta_s > \theta_{cr}$ ), les sédiments sont transportés par bonds successifs. Le transport s'effectue dans une sous-couche concentrée au niveau du fond. La hauteur de la sous-couche de charriage est de l'ordre de quelques diamètres des grains. Le transport par charriage est dominant pour des particules relativement grossières et des frottement modérés. En général, le lit devient instable et le transport par charriage se manifeste par la présence de formes de fond (2D, devenant 3D) dont les dimensions augmentent lorsque l'écoulement s'intensifie. On passe d'un régime de rides à l'apparition de dunes. Puis, pour des écoulements très intenses, les formes de fond disparaissent à nouveau. Le transport dit par 'sheet flow' s'effectue alors à l'intérieur d'une sous-couche très concentrée où les collisions interparticulaires deviennent importantes.

#### Transport en suspension

Pour des courants intenses, les particules suffisamment fines peuvent être maintenues en suspension par diffusion turbulente et transportées comme un scalaire passif par l'écoulement. Le critère de mise en suspension fait intervenir la vitesse de chute des particules ( $W_s < u_*$ ). La distinction charriage/suspension est souvent arbitraire et les différents modes de transport coexistent sur l'ensemble de la colonne d'eau .

#### Notion de transport à l'équilibre

On dit qu'il y a équilibre local entre l'écoulement et le lit de sédiments, si le nombre de particules arrachées au lit est statistiquement égal au nombre de particules déposées. Dans le cas d'un écoulement permanent, le bilan net entre le flux de matériaux érodés et le flux de dépôt est nul. Les formules de transport sont établies en général dans des conditions d'équilibre local et représentent la quantité maximale de sédiments que peut transporter l'écoulement.

### **III.3 Effet de la houle**

#### Action complémentaire de la houle et du courant

La houle seule (linéaire) génère des cisaillements importants, ce qui favorise la remise en suspension des sédiments. Mais, dans le cas d'un mouvement purement oscillatoire, le transport net est nul puisque les quantités de sédiments transportés dans les directions 'onshore' et 'offshore' au cours des deux demi-cycles de la houle, se compensent exactement. Le transport net est le résultat d'une dissymétrie entre ces deux demi-cycles, qui peut être due elle-même à la présence d'un courant moyen, ou encore à la déformation non-linéaire de la houle en zone côtière.

Les actions de la houle et celle du courant sont donc complémentaires sur la dynamique sédimentaire. La houle a pour effet de favoriser la mise en suspension des sédiments et d'augmenter ainsi largement les quantités de sable transportées par le courant moyen.

### Génération de rides

La houle est responsable de la formation de rides dont les dimensions (hauteur et longueur d'onde) sont proportionnelles à celles du courant orbital. Ces rides modifient la structure de la couche limite et ont une importance considérable sur les mécanismes de transport sédimentaire.

On assiste à chaque demi-périodes à la formation bi-périodique de vortex qui sont éjectés au moment de la renverse, pour être transportés dans la direction opposée.

## IV . FORMULES DE TRANSPORT SOLIDE EN COURANT PERMANENT

### IV.1 Forme générale

#### Définitions

Le taux de transport représente le volume de matériaux transportés par unité de temps et par unité de largeur. Il s'exprime soit en ( $m^2/s$ ), soit en ( $Kg/m/s$ ), si on calcule la masse de matériaux transportés. Le taux de transport total, noté  $Q_t$ , est classiquement décomposé en une composante  $Q_b$  qui représente le transport par charriage sur le fond, et une composante  $Q_s$  qui représente le transport en suspension dans la colonne d'eau.

$$Q_t = Q_b + Q_s$$

#### Transport par charriage

Compte tenu de la complexité des processus qui régissent la sous-couche de charriage, on utilise classiquement une approche semi-empirique pour calculer le charriage. On introduit le taux de transport adimensionnel :

$$\Phi_b = \frac{Q_b}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}}$$

avec  $s = \rho_s/\rho_0$  la densité relative.

Par extension du raisonnement de Shields, on peut s'attendre à ce que  $\Phi_b$  dépende de la différence entre la contrainte de frottement de peau adimensionnelle et sa valeur critique d'entraînement :

$$\Phi_b = F(\theta_p - \theta_{cr})$$

Il n'y a pas de formules universelles, mais une grande diversité de formules, chacune faisant intervenir un certain nombre de coefficients semi-empiriques. Ces coefficients ont été calibrés par comparaison avec des données expérimentales et chacune de ces formules ont donc été établies pour une gamme de paramètres bien définie, qui doit être impérativement respectée par l'utilisateur.

#### Transport en suspension

Le taux de transport en suspension  $Q_s$  est égal, par définition, au flux de concentration intégré sur la verticale, depuis  $z=a$ ,  $a$  étant la hauteur de la sous-couche de charriage, jusqu'à  $z=h$ , la surface libre :

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 18/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

$$Q_s = \int_a^h CU dz$$

C étant la concentration volumique des sédiments en suspension et U la vitesse moyenne.

Moyennant certaines hypothèses, il est possible d'exprimer  $Q_s$  de manière analytique en faisant intervenir en particulier le nombre de Rouse Z, défini comme le rapport entre la vitesse de chute et la diffusivité turbulente :

$$Z = \frac{W_s}{\kappa u_*}$$

Avec  $\kappa=0.4$ , la constante de Karman,

$u_*$  : la vitesse de frottement.

Cette approche est utilisée en particulier dans la formule de Bijker (1992) (voir paragraphe §V.2).

## IV. 2 Formules de transport par charriage

Il existe un grand nombre de formules dans la littérature (une vingtaine au total) qui peuvent être utilisées pour calculer le taux de transport par charriage. La discussion est ici limitée aux formules qui ont été retenues pour être programmées dans le logiciel SISYPHE.

### Formule de Meyer-Peter

La formule de Meyer-Peter (1948) ('MP') est l'une des plus classiquement utilisée pour calculer le transport par charriage. Elle a été validée pour des sédiments moyens à grossiers ( $0.4 \text{ mm} < D_{50} < 29 \text{ mm}$ ). C'est une formule dite à seuil, c'est à dire qu'elle fait intervenir le paramètre de Shields critique d'entraînement, considéré comme constant ( $\theta_{cr}=0.047$ ).

$$\Phi_b = 8(\mu\theta_s - 0.047)^{3/2} \quad \text{si} \quad \mu\theta_s > \theta_{cr}$$

avec

$$\mu = \left[ \frac{C_h}{C_{hp}} \right]^{3/2}$$

Le coefficient  $\mu < 1$  est un coefficient de correction qui permet de tenir compte de l'effet des rides sur la contrainte de peau ( $\theta_p < \theta_s$ ).

### Formule de Hunziker

La formule de Hunziker (1995) a été récemment programmée dans le logiciel SISYPHE pour tenir compte d'une granulométrie étendue (cf. Gonzales de Lineares, 2003). Elle est équivalente à la formule 'MP' pour une granulométrie uniforme. Seule la valeur du coefficient empirique est différente ainsi que celle du nombre de Shields critique, qui doit être calculée en

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 19/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

fonction du diamètre  $D_*$  en utilisant la formule de Van Rijn (1993) (voir le paragraphe §III.1):

$$\Phi_b = 5(\mu\theta_s - \theta_{cr})^{3/2} \quad \text{si } \mu\theta_s > \theta_{cr}$$

En granulométrie étendue, le calcul du taux de transport pour une classe donnée de matériaux est obtenu en appliquant un premier coefficient de correction à la contrainte critique d'entraînement, et une autre correction à la différence  $\mu\theta_s - \theta_{cr}$ .

#### Formule de Einstein-Brown

La formule de Einstein-Brown (1950) ('EB') fait intervenir une dépendance des coefficients du modèle par rapport au diamètre adimensionnel  $D_*$  :

$$\Phi_b = F(D_*)f(\theta)$$

$$F(D_*) = \left(\frac{2}{3} + \frac{36}{D_*}\right)^{0.5} - \left(\frac{36}{D_*}\right)^{0.5}$$

$$f(\theta) = 2.15 \exp(-0.391/\theta) \quad \text{si } \theta \leq 0.2$$

$$f(\theta) = 40\theta^3 \quad \text{si } \theta > 0.2$$

Le paramètre de Shields critique n'intervient pas ce qui est justifié pour ( $\theta_s \gg \theta_{cr}$ ). Cette formule est recommandée pour des sédiments relativement grossiers ( $D_{50} > 2\text{mm}$ ).

#### Formule de Van Rijn

La formule proposée par Van Rijn (1984a) ('VR') suivante pour calculer le transport par charriage pour des particules de diamètre  $D_{50}$  :  $0.2\text{mm} < D_{50} < 2\text{mm}$  :

$$\Phi_b = 0.053 D_*^{-0.3} \left(\frac{\theta_p - \theta_{cr}}{\theta_{cr}}\right)^{2.1}$$

Le paramètre de Shields critique est donné par la formule de Van Rijn (1989) :

$$\theta_{cr} = f(D_*)$$

### **IV.3 Formules de transport total**

#### Formule de Engelund et Hansen

La formule de Engelund-Hansen (1981) ('EH') était, à l'origine, une formule de transport par charriage, mais elle peut être utilisée pour calculer le transport total. Elle a été validée pour des sédiments relativement fins ( $0.2\text{mm} < D_{50} < 1\text{mm}$ ). En variables adimensionnelles, le transport s'écrit :

$$\Phi_b = 0.05(\mu\theta)^{5/2}$$

avec

$$\mu = \left[ \frac{2}{C_D} \right]^{2/5}$$

Cette formule a été adaptée par Chollet et Cunge (1980) pour tenir compte des formes de fond générés par le courant. C'est cette forme modifiée qui a été programmée à l'origine dans le logiciel SISYPHE. La contrainte de frottement  $\theta_s$  doit être calculée en fonction de la contrainte de peau adimensionnelle  $\theta_p$ . La contrainte de peau  $\tau'$  est même calculée à partir d'un coefficient de Chézy de peau  $C_{hp}$  :

$$\theta_p = \frac{\tau'}{(\rho_s - \rho)gD}$$

$$\tau' = \rho \frac{g}{C_{hp}^2} \bar{U}^2$$

avec :

$$C_{hp} = \frac{g}{\kappa} \text{Log} \left( \frac{12h}{k_{sp}} \right) \approx 18 \log_{10} \left( \frac{12h}{3D_{50}} \right)$$

On utilise différentes expressions suivant le régime considéré :

$$\theta_s = 0 \quad \text{si} \quad \theta_p < 0.06$$

$$\theta_s = \sqrt{2.5(\theta_p - 0.06)} \quad \text{si} \quad 0.06 < \theta_p < 0.384$$

$$\theta_s = 1.065 \theta_p^{0.176} \quad \text{si} \quad 0.384 < \theta_p < 1.08$$

$$\theta_s = \theta_p \quad \text{si} \quad \theta_p > 1.08$$

L'inconvénient majeur de cette forme modifiée est d'aboutir à une formulation peu cohérente entre l'expression de la contrainte totale et la valeur du coefficient de frottement imposée par l'utilisateur.

NB : Cette dernière interprétation de la formule 'EH' est maintenue dans la dernière version de SISYPHE (5.4) mais désormais, il est aussi possible d'utiliser la formule de base, notée 'EH0'.

## V. EFFET DE LA HOULE SUR LE TRANSPORT SOLIDE

### V.1 Généralités

#### Plusieurs approches

Un certain nombre de formules de la littérature permettent de tenir compte des effets de la houle sur le transport solide. Qualitativement, toutes ces formules reproduisent l'effet principal observé en houle et courant à savoir une augmentation du taux de transport par rapport au cas d'un courant seul. Cependant, les résultats obtenus diffèrent fortement entre différentes formules. Ces formules reposent aussi sur des concepts extrêmement différents, notamment dans la prise en compte des effets instationnaires.

#### Décomposition du transport en suspension

Les effets non-permanents associés au mouvement oscillatoire peuvent être mis en évidence en décomposant chaque variable instantanée  $x(t)$  en une composante moyenne  $X = \langle x(t) \rangle$ , où  $\langle \rangle$  est l'opérateur de moyenne temporelle sur une période de la houle, et une composante périodique, notée  $x_w$ . Le taux de transport en suspension  $Q_s$  est par définition le flux moyen des concentrations  $\langle c(t)u(t) \rangle$  intégré sur la colonne d'eau. Il est décomposé en une composante  $Q_c$ , qui représente le transport de la concentration moyenne par le courant moyen, et une composante  $Q_w$  qui représente les effets instationnaires :

$$Q_s = Q_c + Q_w$$

$$Q_c = \int_a^h CU dz$$

La composante  $Q_w$  est due aux corrélations entre les composantes périodiques des vitesses  $u_w$  et des concentrations  $c_w$ . Le transport par la houle  $Q_w$  joue un rôle important en particulier lorsque le fond est ridé (cf. Villaret et Latteux (1992)).

$$Q_w = \int_a^h \langle c_w u_w \rangle dz$$

#### Approche quasi-stationnaire

La plupart des formules utilisées en houle et courant sont des formules initialement obtenues en courant permanent, puis modifiées pour tenir compte de l'effet de la houle. Cette approche 'quasi-stationnaire' ne permet pas de calculer la composante du transport due à la houle  $Q_w$  et n'est valable que si les effets non-permanents sont peu importants, i.e. lorsque le temps de chute des particules ( $a/W_s$ ) est petit devant la période de la houle. C'est le cas par exemple de la formule de Bijker (1992) qui permet de calculer uniquement la composante  $Q_c$  du transport.

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 22/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

Par extension des formules de transport en courant permanent, le taux de transport adimensionnel est considéré proportionnel à la contrainte de frottement adimensionnelle, en tenant compte des interactions entre la houle et le courant.

### Approche instationnaire

Sur fond ridé ou dans le cas d'une houle dominante, lorsque le courant orbital  $U_0$ , généré par la houle est supérieur au courant moyen  $U_c$ , les effets non-permanents ne peuvent plus être négligés. Il existe un certain nombre d'alternatives, comme la méthode de Dibajnia et Watanabe (1992) ou l'approche énergétique de Bailard (1981) pour tenir compte de ces effets non-permanents.

## V.2 Formule de Bijker

### Transport par charriage

La formule proposée par Bijker (1992) est une extension de la formule originale de Frijlink (1952) en courant permanent. Le taux de transport par charriage est obtenu comme le produit de deux termes : le premier représente l'advection par le courant moyen et est proportionnel à la contrainte adimensionnelle en courant seul  $\theta_c$ ; le deuxième représente la mise en suspension et tient compte des effets de la houle. En variables adimensionnelles, on écrit :

$$\Phi_b = b \theta_c^{0.5} \exp\left(-0.27 \frac{1}{\mu \theta_{cw}}\right)$$

où  $b$  est un coefficient empirique, compris entre 2 et 5.

Le coefficient de correction  $\mu$  permet de tenir compte de l'effet des rides. Il est calculé de la même manière que celui de la formule 'MP' :

$$\mu = \left[ \frac{C_h}{C_{hp}} \right]^{3/2} \quad \mu = \left( \frac{\tau_p}{\tau_c} \right)^{3/4}$$

La houle a pour effet de favoriser la mise en suspension des sédiments. Cet effet est pris en compte par une augmentation de la contrainte en houle et courant superposés  $\tau_{cw}$ :

$$\tau_{cw} = \tau_c + \frac{1}{2} \tau_w$$

La valeur du coefficient semi-empirique  $b$  dépend des conditions de forçage. Elle a été calibrée dans le cadre du projet SEDMOC afin de reproduire des mesures in-situ. D'après cette étude (cf. Villaret, 2001), le coefficient  $b$  doit être pris égal à 2 pour des applications en régime de rides générées par la houle, à l'extérieur de la zone de déferlement. A l'intérieur de la zone de déferlement (sur fond plat) ainsi qu'en courant seul, la valeur d'origine  $b=5$  doit être utilisée.

### Transport en suspension

Le transport en suspension est considéré proportionnel au transport par charriage. Le raisonnement est rappelé ici brièvement : pour calculer le transport en suspension, Bijker suppose que le profil des vitesses moyennes suit un profil logarithmique, tandis que le profil des concentrations est donné par un profil de Rouse. Le nombre de Rouse  $Z$  qui intervient dans la définition du profil des concentrations est défini par :

$$Z = \frac{W_s}{\kappa u_{*cw}}$$

avec  $\kappa=0.4$  , la constante de Karman,

$u_{*cw} = (\tau_{cw} / \rho)^{0.5}$  , la vitesse de frottement en houle et courant.

La concentration de référence du profil de Rouse correspond à la concentration moyenne à l'extérieur de la sous-couche de charriage ( $z=a$ ). Elle est reliée au taux de transport par charriage par la relation :

$$C_a = \frac{Q_b}{11.6 u_* a}$$

La hauteur de référence est proportionnelle à la hauteur des rugosités :  $a=k_s$

On peut établir de manière analytique la relation suivante :

$$Q_s = Q_b I$$

$$I = 1,83 \times 0,216 \frac{A^{Z-1}}{(1-A)^Z} \int_A^1 \left( \frac{1-z}{z} \right)^z \ln \frac{33z}{A} dz$$

$$A = \frac{k_s}{h}$$

Cette intégrale (dite *d'Einstein*) doit être calculée numériquement.

## **V.3 Formule de Bailard**

### Décomposition du taux de transport

Bailard (1981) propose une approche énergétique pour calculer le taux de transport qui est formé des 4 composantes suivantes:

$$Q_t = Q_b - Q_{b_s} + Q_s - Q_{s_s}$$

avec  $Q_b$  transport par charriage sur fond plat,

$Q_{bs}$  correction du transport par charriage sur fond en pente,

$Q_s$  transport en suspension sur fond plat,

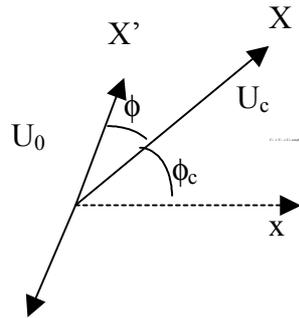
$Q_{ss}$  correction du transport en suspension sur fond en pente.

Les termes correctifs de l'effet de pente sont pris en compte indépendamment du choix de la formule dans le logiciel SISYPHE. La méthode retenue consiste à appliquer un facteur de correction sur l'intensité et une déviation par rapport à la direction.

La formule de Bailard est alors réduite aux deux composantes du transport par charriage et en suspension sur fond plat :  $Q_b$  et  $Q_s$ . Ces deux composantes sont reliées au courant instantané sur le fond  $\overrightarrow{U}(t)$ .

### Vitesse au fond

La variation des vitesses  $\overrightarrow{U}(t)$  s'exprime en fonction du courant moyen  $U_c$ , du courant orbital  $U_0$  et de l'angle entre la houle et le courant  $\phi$  ( $\phi = \phi_w - \phi_c$ ,  $\phi_w$  étant l'angle entre la houle et l'axe  $Ox$ , et  $\phi_c$  l'angle entre le courant et l'axe  $Ox$ ).



**Figure 3** : Schéma de définition des vitesses

La variation du courant instantané s'écrit :

$$\overrightarrow{U}(t) = U_c e^{i\phi_c} + U_0 \cos \omega t e^{i\phi_w}$$

Soit  $U_X$  et  $U_Y$  les coordonnées du vecteur vitesse suivant la direction du courant et dans la direction normale (repère  $XY$ , lié au courant) :

$$U_X = U_c + U_0 \cos \phi \cos \omega t$$

$$U_Y = U_0 \sin \phi \cos \omega t$$

### Expression des différentes composantes du transport

$$Q_b = \frac{f_{cw}}{g(s-1)} \frac{\epsilon_c}{\tan \phi} \left\langle |\overrightarrow{U}|^2 \overrightarrow{U} \right\rangle$$

$$Q_s = \frac{f_{cw}}{g(s-1)} \frac{\epsilon_s}{W_s} \left\langle |\overrightarrow{U}|^3 \overrightarrow{U} \right\rangle$$

avec  $f_{cw}$ : coefficient de frottement qui tient compte des interactions houle-courant,

$\varepsilon_s, \varepsilon_c$  : facteurs empiriques ( $\varepsilon_s=0.02, \varepsilon_c=0.1$ )

$\varphi$ : angle de frottement ( $\tan \varphi=0.63$ )

$\langle \rangle$  moyenne sur une période de la houle

#### Calcul des moments d'ordre 3 et 4

Le problème suivant consiste à évaluer les moments d'ordre 3 et 4, dans l'hypothèse d'une houle linéaire. Il est possible d'obtenir une expression analytique des composantes x et y des moments d'ordre 3  $\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle$  dans le cas général et pour  $\langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle$ , dans le cas colinéaire ( $\phi=0$ ).

On aboutit aux expressions suivantes :

$$\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle = \vec{U}_c (U_c^2 + \frac{1}{2} U_0^2) + \vec{U}_0 (\vec{U}_c \cdot \vec{U}_0)$$

soit les deux composantes dans le repère OXY lié au courant moyen :

$$\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_x = U_c^3 + U_c U_0^2 (1 + \frac{1}{2} \cos 2\phi)$$

$$\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_y = \frac{1}{2} U_c U_0^2 \sin 2\phi$$

Pour obtenir les coordonnées dans le repère Ox,y, on effectue un changement de repère :

$$\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_x = \langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_x \cos \phi_c - \langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_y \sin \phi_c$$

$$\langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_y = \langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_x \sin \phi_c + \langle |\vec{U}|^2 \vec{U} \rangle_y \cos \phi_c$$

Expression des moments d'ordre 4 dans le cas colinéaire ( $\phi=0$ ) :

$$\langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle_x = \frac{1}{8} (24 U_0^2 U_c^2 + 8 U_c^4 + 3 U_0^4)$$

$$\langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle_x = \langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle_x \cos \phi_c$$

$$\langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle_y = \langle |\vec{U}|^3 \vec{U} \rangle_x \sin \phi_c$$

## V.4 Formule de Dibajnia et Watanabe

### Approche instationnaire

Une formule a été proposée par Dibajnia et Watanabe (1992) pour tenir compte des effets instationnaires, qui sont importants en présence de fonds ridés et pour des particules fines : les sédiments mis en suspension lorsque les courants sont maximum, sont éjectés à la renverse, pour être transportés en direction opposée.

La formule originale proposée par Dibajnia et Watanabe (1992) pour une houle asymétrique en régime de sheet flow, a été étendue par Dibajnia (1995) pour le cas de fonds ridés et pour le cas d'une houle et d'un courant superposés. La formule a été ensuite modifiée puis calibrée sur des mesures in-situ par Silva et al. (2000) dans le cadre du projet SEDMOC. Les résultats obtenus sont alors en bon accord avec les observations pour une gamme étendue de paramètres. Nous présentons ici la formule originale 'DW92', telle qu'elle a été programmée dans le logiciel SISYPHE .

### Forme générale

Le taux de transport, en chaque point du domaine, est calculé par :

$$\frac{\vec{Q}_s}{W_s D_{50}} = \alpha \frac{\vec{\Gamma}}{|\Gamma|^{1-\beta}}$$

avec  $\alpha=0.0001$  et  $\beta=0.55$ , coefficients empiriques du modèle.

$\vec{\Gamma}$  représente la différence entre les quantités de sédiments transportées au cours des deux demi-cycles de la houle

On calcule les composantes de  $\vec{\Gamma}$  dans la direction de la houle et dans la direction normale à la houle, suivant la méthode détaillée ci-dessous. A noter que la direction du transport diffère en général de celle du courant moyen, en particulier dans le cas d'une houle asymétrique.

Pour l'instant, la formule 'DW92' n'est utilisée que pour calculer la norme du débit solide, sa direction étant celle du courant moyen. Dans la version actuelle (5.4), cette hypothèse sur la direction du transport solide est inhérente, quelque soit la formule de transport utilisée. L'effet de la houle sur la direction du transport pourra être pris en compte ultérieurement.

Variation du courant dans la direction de la houle

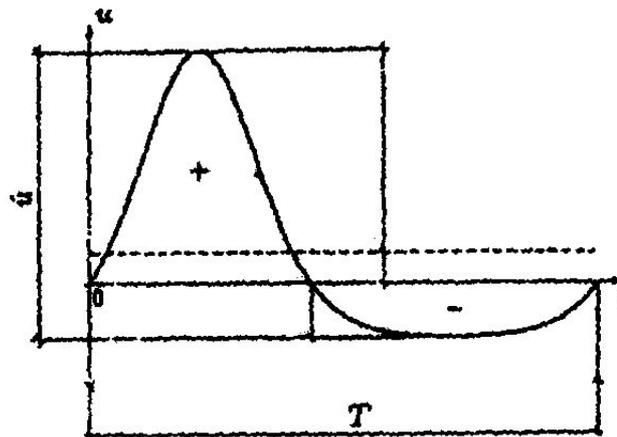
Dans la direction de la houle, la variation dans le temps du courant est représenté par :

$$U(t) = U_c \cos \phi + U_0 \sin \omega t$$

On définit  $r$ , le degré d'asymétrie des vitesses, par :

$$r = \frac{U_0}{U_c \cos \phi}$$

$T_1$



**Figure 4:** variation dans le temps du courant  $U(t)$

Calcul de la composante  $\Gamma_{x'}$  dans la direction de la houle ( $OX'$ )

$\Gamma_{x'}$  dépend de la différence entre les sédiments transportés pendant chaque partie du cycle.

On subdivise le cycle de la manière suivante :

- (1) pendant l'intervalle de temps  $T_1$ , les vitesses instantanées sont positives ( $U(t) > 0$ ),
- (2) pendant l'intervalle de temps  $T_2 = T - T_1$ , les vitesses sont négatives ( $U(t) < 0$ ).

On écrit :

$$\Gamma_{x'} = \frac{u_1 T_1 (\Omega_1^3 + \Omega_2^3) - u_2 T_2 (\Omega_2^3 + \Omega_1^3)}{(u_1 + u_2) T}$$

$\Omega_1$  et  $\Omega_2$  représentent les quantités de sable transportées respectivement dans les directions positive et négative et se déposant avant la renverse.  $\Omega'_1$  et  $\Omega'_2$  représentent les quantités de

sable transportées respectivement dans les directions positive et négative, restant en suspension après la renverse, et qui seront donc transportées dans la direction opposée.

On introduit alors le paramètre  $\omega_i$ , qui dépend du rapport entre le temps de chute des particules  $D_{50}/W_s$ ,  $W_s$  étant la vitesse de chute, et la durée de chaque demi-cycle. Quand ce paramètre dépasse une certaine valeur critique, une partie des sédiments entraînés durant le cycle  $i$ , reste en suspension pour être transportée en direction opposée :

$$\omega_i = \frac{u_i^2}{2(s-1)gW_sT_i} \quad \text{avec} \quad u_i^2 = \frac{2}{T_i} \int_{u>0 \text{ ou } <0} u^2 dt$$

Cas où tous les sédiments se déposent avant la renverse :

$$\omega_i \leq \omega_{crit} : \quad \begin{aligned} \Omega_i &= \omega_i \frac{2W_sT_i}{D_{50}} \\ \Omega'_i &= 0 \end{aligned}$$

Cas où un certain pourcentage de sédiments reste en suspension après la renverse :

$$\omega_i \geq \omega_{crit} : \quad \begin{aligned} \Omega_i &= \omega_{crit} \frac{2W_sT_i}{D_{50}} \\ \Omega'_i &= (\omega_i - \omega_{crit}) \frac{2W_sT_i}{D_{50}} \end{aligned}$$

La valeur du paramètre critique est calculée en fonction du paramètre de Shields :

$$\Theta_{cw} = \frac{\langle \tau_{cw} \rangle}{\rho} \cdot \frac{1}{(s-1)gD_{50}}$$

Temperville et Guiza (2000) proposent la relation suivante :

$$\left\{ \begin{aligned} \omega_{crit} &= 0.03, & \text{si } \Theta_{cw} \leq 0.2 \\ \omega_{crit} &= 1 - \sqrt{1 - ((\Theta_{cw} - 0.2)/0.58)^2}, & \text{si } 0.2 \leq \Theta_{cw} \leq 0.4 \\ \omega_{crit} &= 0.8104\sqrt{\Theta_{cw}} - 0.4225, & \text{si } 0.4 \leq \Theta_{cw} \leq 1.5 \\ \omega_{crit} &= 0.7236\sqrt{\Theta_{cw}} - 0.3162, & \text{si } 1.5 \leq \Theta_{cw} \end{aligned} \right.$$

#### Cas d'une houle sinusoïdale superposée au courant

Les deux sous-périodes  $T_1$  et  $T_2$  peuvent être calculées en fonction du paramètre d'asymétrie  $r$ . On distingue les trois cas suivants :

1.  $r > 1$  : houle dominante,

2.  $r < 1$  : courant dominant,

3.  $r = 0$  : courant seul.

Ces trois cas doivent être traités de manière continue et consistante.

1. *Houle dominante* ( $r > 1$  et  $T > T_{1,2} > 0$ )

le courant instantané s'inverse pendant une partie du cycle.

On peut établir les expressions suivantes :

$$\frac{T_1}{T} = 1 - \frac{1}{\pi} ar \cos\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\frac{T_2}{T} = \frac{1}{\pi} ar \cos\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$\begin{cases} u_1^2 = 2u_c^2 \cdot \cos^2 \phi^2 \left( 1 + \frac{2rT}{\pi T_1} \sin\left(\frac{\pi T_1}{T}\right) + \frac{r^2}{2} + \frac{T r^2}{4\pi T_1} \sin\left(\frac{2\pi T_1}{T}\right) \right) \\ u_2^2 = 2u_c^2 \cdot \cos^2 \phi^2 \left( 1 - \frac{2rT}{\pi T_2} \sin\left(\frac{\pi T_2}{T}\right) + \frac{r^2}{2} + \frac{T r^2}{4\pi T_2} \sin\left(\frac{2\pi T_2}{T}\right) \right) \end{cases}$$

2. *Courant dominant* ( $0 < r < 1$ )

Le courant instantané est toujours la direction du courant moyen, il n'y a plus d'inversion :  $T_2 = 0$  et  $u_2 = 0$ . La formule 'DW' peut être cependant utilisée en prenant :

$$T_1 = T$$

3. *Courant seul* ( $r = 0$ )  $u_1^2 = 2u_c^2 \cos^2 \phi^2 \left( 1 + \frac{r^2}{2} \right)$

Ce cas correspond au cas limite  $r \rightarrow 0$  du cas 2.

$$u_1^2 = 2u_c^2 \cos^2 \phi^2$$

L'expression du transport se simplifie :

$$\Gamma_x = \Omega_1^3$$

avec

$$\Omega_1 = \frac{u_1^2}{(s-1)gD}$$

d'où

$$\Gamma_{x'} = \left( \frac{2U_c^2 \cos^2 \phi^2}{(s-1)gD} \right)^3$$

Calcul de la composante  $\Gamma_y$  dans la direction normale à la houle

$$\Gamma_y = \left( \frac{2U_c^2 \sin \phi^2}{(s-1)gD} \right)^3$$

Remarque 1 : Il existe un certain nombre de variantes et d'interprétations différentes de la formule DW92. Notamment, Silva et al (2001) ont effectué un certain nombre de modifications, en particulier pour traiter le cas d'un courant seul et celui d'un courant dominant et proposent l'expression suivante :

$$\frac{\vec{Q}_s}{\sqrt{(s-1)gD^3}} = \alpha' \left( \frac{1}{2} f_{cw} \right)^{3\beta} \frac{\vec{\Gamma}}{|\Gamma|^{1-\beta}}$$

avec  $\alpha'=5.4$  et  $\beta=0.55$

Les paramètres ont été calibrés dans le cadre du projet SEDMOC par comparaison avec des mesures in-situ. Cette expression n'a cependant pas été retenue, car elle présente un risque de discontinuité entre les différents régimes en courant dominant et houle dominante.

Remarque 2 : la valeur du coefficient ( $\beta = 0.55$ ) semble bien établie, tandis que le coefficient  $\alpha$  peut varier. Silva et al. (2001) utilisent  $\alpha = 0.00019$ .

## V.5 Formule de Soulsby-Van Rijn

La formule de Soulsby-Van Rijn ( voir Soulsby, 1997 page 183) peut être utilisée pour calculer le taux de transport total (charriage et suspension) dans le cas houle et courant superposés.

Le taux de transport est calculé en fonction du courant moyen U et de la vitesse du courant orbital suivant l'expression :

$$Q_{b,s} = A_{b,s} U \left[ \left( U^2 + \frac{0.018}{C_D} U_0^2 \right)^{0.5} - U_{cr} \right]^{2.4}$$

Les coefficients  $A_b$  du charriage et  $A_s$  du transport en suspension sont calculés par les expressions suivantes :

$$A_b = \frac{0.005 h (D_{50} / h)^{1.2}}{[(s-1)gD_{50}]^{1.2}}$$

$$A_s = \frac{0.012 D_{50} D_*^{-0.6}}{[(s-1)gD_{50}]^{1.2}}$$

$U_{cr}$  est la vitesse critique d'entraînement, calculée par :

$$U_{cr} = 0.19 D_{50}^{0.1} \log_{10} \left( \frac{4h}{D_{90}} \right) \quad \text{si } 0.1 \text{ mm} \leq D_{50} \leq 0.5 \text{ mm}$$

$$U_{cr} = 8.5 D_{50}^{0.6} \log_{10} \left( \frac{4h}{D_{90}} \right) \quad \text{si } 0.5 \text{ mm} \leq D_{50} \leq 2 \text{ mm}$$

## VI. INTERCOMPARAISON DES FORMULES

### VI.1 Méthodologie

Les formules suivantes ont été programmées dans le logiciel SISYPHE, et sont récapitulées dans les tableaux 2.a et 2.b ci-dessous. Les formules de transport par un courant stationnaire sont présentées dans le tableau 2.a, les formules qui prennent en compte l'effet de la houle sont listées dans le tableau 2.b. On rappelle cependant que les formules en houle et courant peuvent être aussi appliquées en courant seul.

N°	Formules de transport	Total $Q_t$	Charriage $Q_b$	Suspension $Q_s$	Domaine de validité
1	Meyer-Peter		x		$0.4 \text{ mm} < D_{50} < 29 \text{ mm}$
2	Einstein-Brown		x		$2 \text{ mm} < D_{50}$
3 30	Eengelund - Hansen	x			$0.2 \text{ mm} < D_{50} < 1 \text{ mm}$
6	Van Rijn		x		$0.2 \text{ mm} < D_{50} < 1 \text{ mm}$
7	Hunziker		x		Granulométrie étendue

**Tableau 2.a :** Récapitulatif des formules de transport par un courant seul

N°	Formules de transport	Total $Q_t$	Charriage $Q_b$	Suspension $Q_s$	Domaine de validité
4	Bijker	x	x	x	Courant dominant
5	Soulsby-Van Rijn	x	x	x	?
8	Bailard	x	x	x	Houle dominante
9	DW	x			Houle dominante

**Tableau 2.b:** Récapitulatif des formules de transport en houle et courant

#### Performance des formules

Nous avons comparé ces formules sur 4 cas tests (3 en courant seul, et un cas test en houle et courant combinés). Pour chaque cas test, la méthode d'analyse est la suivante : certaines formules ayant tendance à surestimer ou à sous-estimer systématiquement le taux de transport, nous avons donc commencé par éliminer les valeurs extrêmes (min et max), puis à calculer la moyenne statistique. Les résultats moyens ainsi obtenus ont servi ensuite de référence pour évaluer chaque formule individuelle. Les résultats dont l'écart par rapport à la valeur moyenne est inférieur à 30% sont considérés comme fiables.

## VI.2 Comparaison des formules (courant seul)

On a réalisé 3 cas tests en courant seul. Les paramètres hydro-sédimentaires sont résumés dans le tableau 3.

	$D_{50}$	$U$	$H$	$k_s/h$	$\theta_s$	$Z$
<b>Cas test a</b>	0.3 mm	1m/s	10 m	0.00094	0.375	2.59
<b>Cas test b</b>	1 mm	-	10	0.00094	0.112	8.235
<b>Cas test c</b>	0.3 mm	-	1m	$1.8610^{-2}m$	0.800	1.76

**Tableau 3** : Cas tests effectués en courant seul

### Calcul du frottement

Nous avons utilisé pour chaque cas un coefficient de frottement de Strickler de  $S_t=50$ .

### Calcul des valeurs moyennes du transport

Pour chacun des cas tests, les résultats obtenus par les différentes formules sont présentés dans les tableaux 6, 7 et 8 qui figurent en annexe. Après élimination des valeurs extrêmes (indiquées en rouge dans les tableaux 6, 7 et 8), nous avons calculé les valeurs moyennes sur chacune des composantes du taux de transport. Les résultats obtenus pour le transport total, par charriage et en suspension sont résumés dans le tableau 4.

( $m^2/s$ )	$Q_t$	$Q_b$	$Q_s$	$Q_s/Q_b$
<b>Cas test a</b>	$5,51 \cdot 10^{-5}$	$2,06 \cdot 10^{-5}$	$4,35 \cdot 10^{-5}$	<b>2,11</b>
<b>Cas test b</b>	$2,18 \cdot 10^{-5}$	$9,26 \cdot 10^{-6}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$	<b>1,21</b>
<b>Cas test c</b>	$1,28 \cdot 10^{-4}$	$5,40 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	<b>2,22</b>

**Tableau 4** : Estimation moyenne des différentes composantes du taux de transport ( $Q_t$  transport total,  $Q_b$  transport par charriage,  $Q_s$  en suspension)

### Discussion des résultats

Les valeurs moyennes ainsi obtenues ont un comportement globalement satisfaisant. Le rapport entre  $Q_s$  et  $Q_b$  dépend essentiellement du paramètre  $Z$  et augmente pour des sédiments fins, lorsque  $Z$  diminue. Le taux de transport par charriage augmente lorsque  $\theta_s$  augmente.

A noter que les valeurs moyennes de  $Q_t$  diffèrent de la somme des moyennes de  $Q_b$  et de  $Q_s$ , car ce ne sont pas les mêmes formules qui ont été utilisées pour chaque composante.

### Evaluation des formules de transport

Les résultats obtenus par chacune des formules individuelles sont présentés dans les tableaux 6 (cas test a), 7 (cas test b), et 8 (cas test c) en annexe. Y figurent en rouge les valeurs

EDF R&D LNHE	Intercomparaison des formules de transport solide- Programme Biparti 2001	HP-75/2003/055 Page 34/47
-----------------	------------------------------------------------------------------------------	------------------------------

extrêmes, et en jaune, les résultats considérés comme corrects, i.e. dont l'écart par rapport à la valeur moyenne est inférieur à 30%.

#### Transport total $Q_t$

*Cas test a* : les formule N°3 (EH) et N°6 (VR) sur-et sous-estiment respectivement  $Q_t$ . Les formules N° 30 (EH0) et 4b (Bijker b=5) donnent les 'meilleurs' résultats. La formule N°5 (Soulsby) surestime largement le taux de transport.

*Cas test b* : les formule N°3 (EH) et N°4 (Bijker b=2) sur-et sous-estiment respectivement  $Q_t$ . Les formules N° 30 (EH0) et 4b (Bijker b=5) donnent les 'meilleurs' résultats. La formule N°8 (Bailard) surestime largement le taux de transport.

*Cas test c* : les formule N°5 (EH) et N°9 (DW) sur-et sous-estiment respectivement  $Q_t$ . Les formules N° 30 (EH0) et 4b (Bijker b=5) donnent les 'meilleurs' résultats.

#### Transport par charriage $Q_b$

*Cas test a* : les formule N°8 (Bailard) et N°4 (Bijker b=2) sur- et sous-estiment respectivement  $Q_b$ . Les formules N° 1 (MP), N°2 (EB), N°4b (Bijker b=5), et N°7 (Hunziker) donnent des résultats corrects.

*Cas test b* : les formule N°8 (Bailard) et N°4 (Bijker b=2) sur- et sous-estiment respectivement  $Q_b$ . Les autres formules N° 1 (MP), N°2 (EB), N°4b (Bijker b=5), N°5 (Soulsby), N°6 (Van Rijn) et N°7 (Hunziker) donnent des résultats corrects (moins de 30% d'erreur).

*Cas test c* : les formule N°2 (EB) et N°4 (Bijker b=2) sur-et sous-estiment respectivement  $Q_b$ . Les formules N° 1 (MP), N°4b (Bijker b=5), N°5 (Soulsby) et N°7 (Hunziker) donnent des résultats corrects (moins de 30% d'erreur).

#### Transport en suspension $Q_s$

*Pour les 3 cas test* : les formules N°5 (Soulsby) et N°4 (Bijker b=2) sur- et sous-estiment respectivement  $Q_s$ . Il reste les formules N°4b (Bijker b=5) et Bailard qui donnent les 'meilleurs' résultats.

#### Rapport $Q_s/Q_b$

*Cas test a* : le rapport entre les valeurs moyennes de  $Q_s$  et de  $Q_b$  est de l'ordre de 2. Il est largement surestimé par la formule N°5 (Soulsby).

*Cas test b* : le rapport entre les valeurs moyennes de  $Q_s$  et de  $Q_b$  est de l'ordre de 1,2. Il est surestimé par la formule N°5 (Soulsby) et sous-estimé par la N°4b (Bijker).

*Cas test c* : le rapport entre les valeurs moyennes de  $Q_s$  et de  $Q_b$  est de l'ordre de 2,2. Il est surestimé par la formule N°5 (Soulsby).

### VI.3 Intercomparaison des formules (houle et courant)

#### Données hydrodynamiques

On considère ici une houle de hauteur significative  $H_s=0.826$  m et de période de pic  $T_p=7.9$  s. Cette houle est superposée à un courant moyen  $U=2$  m/s. Le courant orbital est de 1,26 m/s. On est donc en régime de courant dominant. L'angle d'incidence entre la houle et le courant est de  $22^\circ$ . Ces conditions hydrodynamiques sont typiquement rencontrées dans la zone de déferlement et correspondent au calcul du transport littoral.

Le frottement est calculé par le biais d'un coefficient de Strickler  $St=80$ .

On obtient les valeurs suivantes du frottement :

- Courant seul :  $\tau_c= 6.68$  N/m<sup>2</sup>
- Frottement dû à la houle  $\tau_w=5.93$  N/m<sup>2</sup>

On a comparé ici les résultats obtenus par les formules N°4 et 4b (Bijker), N°9 (DW), N°5 (Soulsby-Van Rijn) et N°8 (Bailard). Les résultats obtenus pour chaque formule et pour chaque composante du transport sont présentés dans tableau 9 en annexe.

La méthode d'analyse des résultats est la même que celle utilisée pour les cas tests en courant seul. On a commencé par éliminer les valeurs extrêmes (indiquées en rouge dans le tableau 9), puis calculé les valeurs moyennes qui sont données dans le tableau 5.

Mean	Qt	Qb	Qs	Qs/Qb
	<b>1,82E-03</b>	<b>3,26E-04</b>	<b>2,29E-03</b>	<b>7,03</b>

**Tableau 5** : Résultats moyens (Cas test houle et courant)

#### Evaluation des formules en houle et courant

Les différentes formules ont été évaluées par comparaison avec ces valeurs moyennes. Un écart de 60% par rapport à la moyenne est considéré comme acceptable, compte tenu de la plus grande dispersion des résultats en présence de la houle.

#### Transport total $Q_t$

Les formule N°5 (Soulsby) et N°4 (Bijker  $b=2$ ) sur- et sous-estiment respectivement le calcul du  $Q_t$ . La formule N°4b (Bijker  $b=5$ ) donne le 'meilleur' résultat.

#### Transport par charriage $Q_b$

Les formule N°5 (Soulsby) et N°4 (Bijker  $b=2$ ) sur- et sous-estiment respectivement le  $Q_b$ .

#### Transport en suspension $Q_s$

Les formules N°5 (Soulsby) et N°4 (Bijker  $b=2$ ) sur-et sous-estiment respectivement le  $Q_s$ .

#### Rapport $Q_s/Q_b$

Le rapport entre les valeurs moyennes de  $Q_s$  et de  $Q_b$  est de l'ordre de 7, soit une valeur nettement supérieure à celles obtenues en courant seul. Il est cette fois sous-estimé par la formule N°5 ( Soulsby).

Remarque : Les formules de transport en courant seul peuvent être aussi appliquées au cas houle + courant. Les résultats obtenus qui figurent dans le Tableau 10 en annexe, sont globalement corrects pour le transport par charriage, mais sous-estiment le transport en suspension.

## VI.4 Conclusion des intercomparaisons

En règle général, les différentes formules reproduisent qualitativement le même comportement : augmentation du taux de transport lorsque le frottement augmente, augmentation de la suspension, lorsque  $Z$  diminue.

Cependant, on obtient quantitativement des résultats très différents, en particulier en présence d'une houle. On peut tirer les conclusions suivantes :

- La formule de Meyer-Peter (N°1) donne dans chaque cas une bonne estimation du transport par charriage. On obtient à peu près les mêmes résultats avec la formule de Van Rijn (N°6) et celle de Hunziker (N°7).
- La formule de Einstein-Brown (N°2) a un comportement excessif et tend à surestimer le taux de transport pour des grandes valeurs de  $\theta_s$ , tandis qu'elle le sous-estime pour les valeurs faibles.
- La formule de Engelund-Hansen (N°30) est en général fiable et donne une estimation correcte du taux de transport total, tandis que l'ancienne version (N°3) surestime en général le taux de transport.
- La formule de Soulsby (N°5) a un comportement généralement correct en ce qui concerne le calcul du charriage, mais le calcul de la suspension est surestimé en courant seul, sous-estimé en houle et courant.
- La formule de Bijker (N°4) (quasi-stationnaire) est une formule fiable pour une grande diversité de conditions, en courant seul ainsi qu'en houle et courant superposés. Les résultats obtenus sont cependant sous-estimés en prenant le facteur  $b=2$  (recommandé en régime de rides générées par la houle) ; on recommande donc de prendre  $b=5$  en courant seul ainsi que dans la zone de déferlement (fond plat).
- La formule de Bailard (N°8) donne des résultats corrects en houle et courant superposés, mais tend cependant à surestimer le taux de transport.
- La formule de DW (N°9) sous-estime en général le taux de transport et ne semble pas présenter d'avantage particulier, sauf peut-être dans des cas spécifiques (houle

dominante par exemple). Par contre, la partition entre charriage et suspension est bien reproduite.

## VII. CONCLUSIONS

Une dizaine de formules différentes ont été programmées dans le logiciel SISYPHE pour calculer le taux de transport. Les résultats obtenus ont été comparés sur 4 cas tests en courant seul et en courant et houle superposés.

Une analyse comparative de ces résultats a permis d'étudier les performances relatives de chacune des formules.

En courant seul, de nombreuses formules donnent des résultats corrects en ce qui concerne le charriage, en particulier la formules de Meyer-Peter ou celle de Hunziker. La formule de Einstein-Brown a un comportement excessif et ne doit être utilisée que pour des valeurs moyennes du frottement.

Toujours en courant seul, la formule de Bijker donne une bonne estimation du transport par charriage en prenant  $b=5$ . Elle offre l'avantage supplémentaire de calculer la suspension et donne des résultats similaires à la formule de Engelund-Hansen qui est l'une des plus fiables pour le calcul du transport total. Il est cependant recommandé d'éviter la formule modifiée par Chollet-Cunge, car elle surestime le taux de transport.

Les comparaisons réalisées en houle et courant ont été ici limitées au cas d'un courant dominant. Sans calibration préalable, pour des estimations moyennes des quantités transportées, la formule de Bijker ( $b=5$ ) est conseillée pour sa diversité d'applications (courant seul, houle et courant superposés), sa simplicité et sa souplesse. La formule de Bailard tend à surestimer le taux de transport, celle de Dibajnia et Watanabé le sous-estime, celle de Soulsby-Van Rijn enfin donne une estimation correcte du charriage (en courant seul), mais surestime la suspension en courant seul. Elle surestime à la fois le charriage et la suspension en houle et courant.

Des tests complémentaires sont souhaitables en particulier en condition de houle dominante et pour des fonds de nature différente (régime de rides, par exemple). En règle générale et en l'absence de calibration préalable, il est déconseillé à l'utilisateur d'utiliser les formules suivantes :

- la forme antérieure de la formule de Engelund-Hansen (N°3) qui tend à surestimer le transport total,
- la formule de Einstein-Brown (N°2) qui tend à avoir un comportement excessif pour des petites ou grandes valeurs du paramètre de Shields,
- la formule de Soulsby-Van Rijn (N°5) qui surestime le transport en suspension, mais peut être éventuellement utilisée pour le calcul du charriage (en courant seul).

## REFERENCES

- Bailard J., 1981. An energetics total load transport model for a plane sloping beach, *Journal of Geophysical Research*, 86, C11, 10938-10954.
- Bijker E.W., 1992. Mechanics of sediment transport by the combination of waves and current, In Design and Reliability of Coastal Structures, *23rd Int. Conf. on Coastal Engineering*, 147-173.
- Camenen B., 2002: Modélisation numérique du transport sédimentaire sur une plage sableuse, *Thèse de Doctorat*, Université Joseph Fourier, Grenoble 1.
- Chollet JP, Cunge JA, 1980 : New interpretation of some headloss - flow velocity relationship for deformable bed, *J. Hydr. Eng.*, 17 (1).
- Dibajnia M., Watanabe A., 1992: Sheet flow under non-linear waves and currents, *Proc. of the Intl. Conf. on Coast Eng.*, 2015-2029.
- Einstein HA, 1950 : The bed load function for sediment transportation in Open Channel Flow, *Technical Bulletin N° 1026*, US Dep. Of Agriculture, Washington DC.
- Engelund F., Hansen A., 1967: A monograph on Sediment transport in alluvial streams, Tech. Univ. of Denmark.
- Frijling H.C., 1952: Discussion of the sediment transport formulas of Kalinske, *2eme Journal Hydraulics*, Soc. Hydraulic de France, Grenoble, pp. 98-103.
- Gonzales de Lineares, M., 2003: la granulométrie étendue dans le logiciel d'évolution sédimentologique SISYPHE, *Rapport EDF-LNHE HP-75/2003/32*:
- Hervouet JM., Bates P., 2000 : The Telemac modelling system, *Special Issue of the Hydrological Processes*, 14.
- Hunziker RP, 1995: Fraktionsweiser Geschiebetransport, Ph.D. thesis, Mitteilungen Nr 138 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zurich, Switzerland.
- Huynh-Thanh, Temperville A., 1991: A numerical model of the rough turbulent boundary layer in combined wave and current interaction, in *Sand Transport in Rivers Estuaries and the Sea*, eds RL Soulsby and R. Bettess, pp. 93-100, Balkema, Rotterdam.
- Longuet-Higgins, M.S., 1970 : The mechanics of the surf zone, *Philos. Trans. R. Soc. London*, (Cambridge UK).
- Meyer-Peter E., Müller R., 1948: Formulas for bed-load transport, *Proc. of 3rd Conference IAHR*, Stockholm, Sweden.

- Van Rijn L.C., 1984: Sediment transport - Part I : bed load - Part II: suspended load, *J. of Hydraulic Division, Proc. ASCE*, **110**, HY10, 1431-56, HY11, 1613-41.
- Van Rijn L.C., 1993: *Principles of Sediment Transport in Rivers*, estuaries and coastal seas, Aqua Publications.
- Silva PA, Temperville A., Seabra Santos FJ, 2001: Parameterized sand transport model for combined currents and waves in rippled and flat bed regimes, *SEDMOC book*, ed. Van Rijn, paper CE.
- Soulsby R.L., 1997: *Dynamics of marine sands*, HR Wallingford, Telford Publications.
- Swart D.H., 1976 : Offshore sediment transport and equilibrium beach profiles. *Delft Hydraulics Report*, Publi. 131, Delft University, The Netherlands.
- Villaret, C., 2001: Modélisation du transport solide par la formule de Bijker, Etude de sensibilité et tests validation, *Rapport EDF-LNHE HP-75/2001/66/A*.
- Villaret C., Latteux B., 1992 : Entrainment of fine sand by combined waves and current : an experimental study, *Proc. 23<sup>rd</sup> Intl. Conf. on Coastal Eng.*, pp. 2500-2512.

## NOMENCLATURE

$O_{x,z}$	Axe horizontal et vertical	
$z=0$	Cote du fond	(m)
$h$	Hauteur d'eau	(m)
$\lambda_r, \eta_r$	Longueur d'onde et hauteur des rides	(m)
$\tau_0$	Contrainte de frottement exercé par l'écoulement sur le fond	(N/m <sup>2</sup> )
$\tau_w$	Contrainte de frottement maximale exercé par la houle seule	(N/m <sup>2</sup> )
$u^*$	Vitesse de frottement,	(m/s)
$C_D$	Coefficient de frottement quadratique,	
$k_s, k_{sp}$	Coefficient de rugosité équivalente du au frottement total ou au frottement de peau	(m)
$\mu$	Coefficient de correction entre le frottement de peau et le frottement total	
$St$	Coefficient de frottement de Strickler	
$C_h, C_{hp}$	Coefficient de Chézy dû au frottement total, dû au frottement de peau	
$f_w$	Coefficient de frottement sous la houle,	
$f_{cw}$	Coefficient de frottement avec interactions houle- courant	
$T, \omega$	Période et pulsation de la houle,	
$U_0, A_0$	Vitesse orbitale et amplitude du mouvement orbital sur le fond	
$\phi$	Angle d'incidence entre la houle et le courant,	
$\phi_c, \phi_w$	Angle d'incidence du courant, de la houle,	
$\theta_s, \theta_{cr}$	Paramètre de Shields, paramètre de Shields critique d'entraînement,	
$\theta_p$	Paramètre de Shields lié au frottement de peau,	
$Re^*$	Nombre de Reynolds particulière	
$D^*$	Diamètre adimensionnel	
$D_{50}, D_{90}$	Diamètre moyen et Diamètre D90	(m)
$\nu, \nu_t$	Coefficient de viscosité laminaire ou turbulente	(m <sup>2</sup> /s)
$\rho, \rho_s$	Densité volumique du fluide ou du sédiments	(kg/m <sup>3</sup> )

$s = \rho_s / \rho_0$	Densité relative	
$\varphi$	angle de frottement ( $\tan \varphi = 0.63$ )	
$C(x,y,z,t)$	Concentration volumique en sédiments	(% vol)
$a$	Epaisseur de la sous-couche de charriage	(m)
$h$	Hauteur d'eau	(m)
$g$	gravité	( $m/s^2$ )
$W_s$	Vitesse de chute des particules ( $>0$ )	(m/s)
$Q_t$	Taux de transport total	( $m^2/s$ )
$Q_b$	Taux de transport par charriage	( $m^2/s$ )
$Q_s$	Taux de transport en suspension	( $m^2/s$ )
$Q_w Q_c$	Transport en suspension dû à la houle, ou au courant	
$\Phi$	Taux de transport adimensionnel	
$n$	porosité du lit ( $n \sim 0.4$ )	
$\bar{X}$	Opération de moyenne sur la hauteur d'eau de la variable X	
	$\bar{X} = \frac{1}{h} \int_0^h X dz$	
$\langle \rangle$	moyenne sur une période de la houle	
$E$	Taux d'érosion	(m/s)
$D$	Taux de dépôt	(m/s)
$U(u,v,w)$	Vecteur vitesse de l'écoulement	(m/s)
$U_p$	Vecteur vitesse des particules	(m/s)
$\gamma_t$	Diffusivité turbulente	( $m^2/s$ )

## ANNEXE

### Cas test a

N°	Q <sub>t</sub>	ΔQ <sub>t</sub> /mean	Q <sub>b</sub>	ΔQ <sub>b</sub> /mean	Q <sub>s</sub>	ΔQ <sub>s</sub> /mean	Q <sub>s</sub> /Q <sub>b</sub>
1	1,70E-05	-0,69	1,70E-05	-0,18			
2	2,50E-05	-0,55	2,50E-05	0,21			
3	2,06E-04	2,73					
30	4,86E-05	-0,12					
4	1,87E-05	-0,66	9,20E-06	-0,55	9,54E-06	-0,78	1,04
4b	4,69E-05	-0,15	2,30E-05	0,12	2,38E-05	-0,45	
5	1,90E-04	2,45	2,83E-05	0,38	1,62E-04	2,72	5,70
6	1,13E-05	-0,80	1,13E-05	-0,45			
7	1,90E-05	-0,66	1,90E-05	-0,08			
8	1,04E-04	0,88	4,06E-05	0,97	6,31E-05	0,45	1,55
9	2,69E-05	-0,51					

**Tableau 6** : Cas test a- Intercomparaison des formules de transport (SISYPHE V5P4)

Mean	Q <sub>t</sub>	Q <sub>b</sub>	Q <sub>s</sub>	Q <sub>s</sub> /Q <sub>b</sub>
	5,51E-05	2,06E-05	4,35E-05	2,11

Tableau 6b : Cas testa - Moyenne statistique des transports solides  
(après élimination des valeurs extrêmes, min. et max. indiqués en rouge sur le tableau )

**Cas test b**

N°	Q <sub>t</sub>	DQ <sub>t</sub> /mean	Q <sub>b</sub>	DQ <sub>b</sub> /mean	Q <sub>s</sub>	DQ <sub>s</sub> /mean	Q <sub>s</sub> /Q <sub>b</sub>
1	1,01E-05	-0,54	1,01E-05	0,09			
2	6,36E-06	-0,71	6,36E-06	-0,31			
3	1,24E-04	4,68					
30	1,46E-05	-0,33					
4	5,71E-06	-0,74	4,68E-06	-0,49	1,03E-06	-0,91	0,22
4b	1,43E-05	-0,34	1,17E-05	0,26	2,57E-06	-0,77	
5	3,44E-05	0,58	1,08E-05	0,17	2,36E-05	1,11	2,18
6	9,34E-06	-0,57	9,34E-06	0,01			
7	7,22E-06	-0,67	7,22E-06	-0,22			
8	6,04E-05	1,78	4,06E-05	3,38	1,98E-05	0,77	0,49
9	3,92E-05	0,80					

**Tableau 7** : Cas test b  
Intercomparaison des formules de transport (SISYPHE V5P4)

Mean	Q <sub>t</sub>	Q <sub>b</sub>	Q <sub>s</sub>	Q <sub>s</sub> /Q <sub>b</sub>
	2,18E-05	9,26E-06	1,12E-05	1,21

**Tableau 7b** : Cas test b  
Moyenne statistique des transports solides  
(après élimination des valeurs extrêmes, min. et max. indiqués en rouge sur le tableau)

**Cas test c**

N°	Qt	DQt/mean	Qb	DQb/mean	Qs	DQs/mean	Qs/Qb
1	4,18E-05	-0,67	4,18E-05	-0,23			
2	2,50E-04	0,94	2,50E-04	3,63			
3	1,89E-04	0,47					
30	1,54E-04	0,20					
4	6,21E-05	-0,52	2,04E-05	-0,62	4,17E-05	-0,65	2,04
4b	1,55E-04	0,21	5,11E-05	-0,06	1,04E-04	-0,13	
5	2,88E-04	1,24	6,27E-05	0,16	2,25E-04	0,88	3,60
6	2,70E-05	-0,79	2,70E-05	-0,50			
7	5,43E-05	-0,58	5,43E-05	0,00			
8	2,23E-04	0,74	8,74E-05	0,62	1,36E-04	0,13	1,56
9	2,69E-05	-0,79					

**Tableau 8** : Cas test c  
Intercomparaison des formules de transport (SISYPHE V5P4)

Mean	Qt	Qb	Qs	Qs/Qb
	1,28E-04	5,40E-05	1,20E-04	2,22

**Tableau 8b**: Cas test c  
Moyenne statistique des transports solides  
(après élimination des valeurs extrêmes, min. et max. indiqués en rouge sur le tableau)

### Cas test en houle et courant superposés

Les résultats précédents sont faussés, du fait qu'on utilise des formules en courant seul et qui ne tiennent donc pas compte de l'effet de la houle.

La même méthode d'analyse est toujours utilisée, mais en se limitant ici aux formules qui prennent en compte l'effet de la houle.

N°	Qt	DQt/mean	Qb	DQb/mean	Qs	DQs/mean	Qs/Qb
4	6,24E-04	-0,66	4,29E-05	-0,87	5,81E-04	-0,75	1,35E+01
4b	1,56E-03	-0,14	1,07E-04	-0,67	1,45E-03	-0,37	
5	1,37E-02	6,52	2,96E-03	8,08	1,07E-02	3,69	3,63E+00
8	3,67E-03	1,01	5,44E-04	0,67	3,13E-03	0,37	5,74E+00
9	2,35E-04	-0,87					

**Tableau 9** : Cas test houle et courant superposés  
Intercomparaison des formules de transport (SISYPHE V5P4)

Mean	Qt	Qb	Qs	Qs/Qb
	1,82E-03	3,26E-04	2,29E-03	7,03

**Tableau 9b** : Cas test houle et courant superposés  
Moyenne statistique des transports solides  
(après élimination des valeurs extrêmes, min. et max. indiqués en rouge sur le tableau)

### Cas test en houle et courant superposés

Toutes les formules implémentées ont été ici utilisées. Cette première analyse a été réalisée en utilisant la même méthode que pour les cas tests en courant seul.

N°	Qt	DQt/mean	Qb	DQb/mean	Qs	DQs/mean	Qs/Qb
1	3,03E-04	-0,79	3,03E-04	-0,53			
2	1,26E-03	-0,12	1,26E-03	0,97			
3	2,21E-03	0,55					
30	1,52E-03	0,07					
4	6,24E-04	-0,56	4,29E-05	-0,93	5,81E-04	-0,75	1,35E+01
4b	1,56E-03	0,10	1,07E-04	-0,83	1,45E-03	-0,37	
5	1,37E-02	8,61	2,96E-03	3,62	1,07E-02	3,69	3,63E+00
6	1,91E-04	-0,87	1,91E-04	-0,70			
7	1,44E-03	0,01	1,44E-03	1,24			
8	3,67E-03	1,58	5,44E-04	-0,15	3,13E-03	0,37	5,74E+00
9	2,35E-04	-0,83					

**Tableau 10** : Cas test houle et courant superposés  
Intercomparaison des formules de transport (SISYPHE V5P4)

Mean	Qt	Qb	Qs	Qs/Qb
	1,42E-03	6,40E-04	2,29E-03	3,58

**Tableau 10b**: Cas test houle et courant superposés  
Moyenne statistique des transports solides  
(après élimination des valeurs extrêmes, min. et max. indiqués en rouge sur le tableau)