



DEPARTEMENT LABORATOIRE NATIONAL D'HYDRAULIQUE ET  
ENVIRONNEMENT  
GROUPE GESTION HYDRO-ENVIRONNEMENTALE DES OUVRAGES

6, QUAI WATIER  
F-78401 CHATOU CEDEX

TEL : 33 1 30 87 72 52  
FAX : 33 1 30 87 80 86

Octobre 2004

DEPARTEMENT CERTIFIE AFAQ ISO 9001/2000

VILLARET C.

**Modélisation du couplage charriage-suspension  
Programme Biparti 2002**

HP-76/04/025/A

**Documents associés :**

**Résumé :**

La version 5.4 du code morphodynamique Sisyphe du système hydro-informatique Telemac permet de prendre en compte de manière couplée le transport par charriage et en suspension des sédiments. Cette nouvelle fonctionnalité permet de représenter de manière plus réaliste les écoulements non-uniformes. Nous présentons dans ce rapport la formulation retenue pour les équations et les conditions aux limites, la discrétisation numérique et les cas tests.

Cette étude a été réalisée dans le cadre d'une convention entre EDF-LNHE et le Centre d'Etudes Techniques Maritimes et Fluviales (CETMEF) du Ministère de l'Equipment, des Transports et du Logement. Elle fait l'objet d'un financement de la Direction de la Recherche et des Affaires Scientifiques et Techniques (DRAST) au travers du contrat 02-DST-612.

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 2/31
-----------------	--	---------------------------

Auteurs	C. VILLARET
Code Action	B961A0066
Classement Interne	OT P75J30

Type de rapport	Etude
Nombre de pages	31
Orientation dans le fonds documentaire	<input checked="" type="checkbox"/> EDF DOC (accès à tous les agents EDF) <input type="checkbox"/> R&D DOC (accès aux seuls agents R&D) <input type="checkbox"/> CONFIDENTIEL (accès réservé à la hiérarchie de l'entité émettrice)
Mots-clés	Transport par charriage, suspension, modélisation numérique

Indice	Auteur	Vérificateur	Approbateur
A	VILLARET Catherine signé le 13 juillet 2004	MACHET Cécile signé le 13 juillet 2004	AELBRECHT Denis signé le 14 septembre 2004

Autorise l'exploitation de la version électronique de cette note\* pour alimenter les fonds documentaires de Galaxie.  
*\* sauf pour les notes confidentielles.*

	Destinataire	Dept	Nb		Destinataire	Dept	Nb
@	Fonds-documentaire	AGIR/CIVAP	1	@	J. Lher	CETMEF	1
	C. Villaret	EDF/LNHE	1	@	P. Sergent	CETMEF	1
@	D. Aelbrecht	EDF/LNHE	1	@	F. Sabatier	CEREGE	1
@	J.C. Fournier	EDF/LNHE	1	@	M. Provensal	CEREGE	1
@	M. Benoit	EDF/LNHE	1	@	C. Machet	LNHE	1
@	A.G. Davies	UWB	1	@	J.M. Hervouet	LNHE	1
@	A. Garapon	EDF/LNHE	1	@	C. Teisson	LNHE	1
@	Ch. Bertier	LNHE	1	@	J.P. Bouchard	LNHE	1
@	F.Huvelin	BAW	1	@	M. Gonzales de Linares	Sogreah	1

Pré diffusion aux destinataires signalés par *	Diffusion : P pour pages de garde et contrôle, S pour pages de garde, de contrôle et de synthèse @ pour version électronique
--	---

## *SYNTHESE*

Les sédiments soumis à l'action d'un courant peuvent être transportés par charriage au fond, ou en suspension dans la colonne d'eau.

On considère en général qu'il y a équilibre local entre l'écoulement turbulent et la sous-couche de charriage, ce qui revient à supposer que l'écoulement turbulent a atteint sa charge maximale. Le taux de transport par charriage peut alors être calculé par une formule de transport semi-empirique, établie pour un écoulement à l'équilibre.

Les sédiments transportés en suspension suivent l'écoulement moyen et turbulent. Le taux de transport en suspension dépend des conditions à l'amont ainsi que des conditions initiales et ne peut, en général, être calculé par une formule à l'équilibre. On doit alors résoudre une équation de transport-diffusion pour la concentration. Les conditions imposées au fond dépendent du type de sédiments et font appel, dans le cas de sédiments non-cohésifs, à la notion de concentration à l'équilibre.

Le modèle morphodynamique Sisyphe du système hydro-informatique Telemac ne tenait compte à l'origine que du transport par charriage ou du transport total, calculé en utilisant une formule empirique, établie pour des écoulements à l'équilibre. Dans le cadre de cette étude, le modèle a été étendu pour prendre en compte la suspension, par la résolution d'une équation supplémentaire de transport-diffusion pour la concentration. Nous présentons ici la méthode de couplage entre les deux modes de transport, telle qu'elle a été programmée dans le logiciel Sisyphe.

Le modèle a été ensuite appliquée à trois cas tests pour des écoulements à l'équilibre et hors équilibre. Le couplage charriage-suspension permet de représenter de manière plus réaliste les écoulements hors-équilibre et devient essentiel lorsque le transport en suspension est dominant (pour des sédiments fins et des courants intenses). On obtient alors des résultats à la fois qualitativement et quantitativement différents entre les deux modes de transport.

Cette étude a été réalisée dans le cadre d'une convention entre EDF-LNHE et le Centre d'Etudes Techniques Maritimes et Fluviales (CETMEF) du Ministère de l'Equipment, des Transports et du Logement. Elle fait l'objet d'un financement de la Direction de la Recherche et des Affaires Scientifiques et Techniques (DRAST) au travers du contrat 02-DST-612.

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 4/31
-----------------	--	---------------------------

## SOMMAIRE

<b>1. INTRODUCTION.....</b>	<b>5</b>
<b>2. EQUATIONS DU MODELE MORPHODYNAMIQUE .....</b>	<b>6</b>
2.1. TRANSPORT PAR CHARRIAGE : .....	6
2.2. TRANSPORT EN SUSPENSION .....	7
2.3. COUPLAGE CHARRIAGE-SUSPENSION .....	9
2.4. FLUX D'EROSION-DEPOT.....	9
2.5. CONCENTRATION A L'EQUILIBRE .....	11
<b>3. MODELISATION NUMERIQUE .....</b>	<b>13</b>
3.1. DISCRETISATION EN ELEMENTS FINIS.....	13
3.2. SUBROUTINES UTILISATEURS .....	14
3.3. LISTE DES MOTS CLES .....	14
3.4. ORGANIGRAMME SIMPLIFIE .....	16
<b>4. CAS TESTS .....</b>	<b>17</b>
4.1. EROSION .....	17
4.2. DEPOT.....	18
4.3. COMBLEMENT D'UNE TRANCHEE .....	20
<b>5. CONCLUSIONS .....</b>	<b>21</b>
<b>6. FIGURES.....</b>	<b>22</b>
<b>7. ANNEXE.....</b>	<b>30</b>
7.1. NOTATIONS .....	30
7.2. RÉFÉRENCES .....	31

### Répertoire des modifications du document

Référence	Désignation des modifications	Observations

## 1. Introduction

Les sédiments soumis à l'action d'un courant peuvent être transportés par charriage au fond ou en suspension dans la colonne d'eau. Si le processus de transport est un processus continu sur l'ensemble de la colonne d'eau, la distinction entre charriage et suspension permet une représentation schématique, souvent utilisée dans les modèles morphodynamiques classiques.

La sous-couche de charriage représente une épaisseur très fine, de l'ordre de quelques diamètres du grain. On considère en général qu'il y a équilibre local entre l'écoulement turbulent et la sous-couche de charriage, ce qui revient à supposer que l'écoulement turbulent a atteint sa charge maximale. Le taux de transport par charriage peut alors être calculé par une formule de transport semi-empirique, établie pour un écoulement à l'équilibre.

Les sédiments transportés en suspension suivent l'écoulement moyen et turbulent. Le taux de transport en suspension dépend à la fois des conditions à l'amont ainsi que des conditions initiales et ne peut, en général, être calculé par une formule à l'équilibre. On doit alors résoudre une équation de transport-diffusion pour la concentration. Les conditions imposées au fond dépendent du type de sédiments et font appel, dans le cas de sédiments non-cohésifs, à la notion de concentration à l'équilibre.

Le charriage est le mode de transport dominant pour des écoulements de faible intensité et des sédiments moyens à grossiers, le transport en suspension devient dominant pour des sédiments fins et des courants forts.

Le modèle morphodynamique Sisyphe du système hydro-informatique Telemac ne tenait compte à l'origine que du transport par charriage ou du transport total calculé par le biais de formules semi-empiriques. Depuis la version 5.4, il a été étendu pour prendre en compte le transport en suspension. Nous présentons au chapitre II la formulation retenue, au chapitre III le modèle numérique et au chapitre IV les cas tests.

## 2. Equations du modèle morphodynamique

### 2.1. Transport par charriage :

#### Equation d'évolution des fonds

L'équation qui gouverne l'évolution du fond, s'écrit:

$$(1-n) \frac{\partial Z_f}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{Q}_c = 0 \quad [1]$$

Où  $Z_f$  est la cote du fond,  
 $Q_c$ , le taux de transport par charriage ( $m^2/s$ ),  
 $n \sim 0.4$ , la porosité du lit.

Cette équation traduit la conservation de la masse. Elle ne tient pas compte d'un stockage éventuel de sédiments dans la colonne d'eau et n'est donc strictement valable que pour le transport par charriage.

#### Formule de transport solide

Le taux de transport  $Q_c$  est calculé en fonction des paramètres hydro-sédimentaires, parmi lesquels principalement la contrainte de frottement exercé par l'écoulement sur le fond  $\tau$ , le diamètre moyen des grains  $D_{50}$ , et la densité solide relative ( $s \sim 2.65$ ). En variables adimensionnelles, la plupart des formules de transport par charriage s'écrivent sous la forme (voir [9]):

$$\Phi_c = f(\theta)$$

avec :

$$\Phi_c = \frac{Q_c}{\sqrt{g(s-1)D_{50}^3}} \quad [2]$$

$$\theta = \frac{\tau}{\rho g (s-1) D_{50}} \quad [3]$$

$\theta$  est ici le paramètre de Shields ou frottement adimensionnel et  $g$ , la gravité.

#### Mots Clés

*CHARRIAGE* = OUI (par défaut)

*SUSENSION* = NON (par défaut)

*FORMULE DE TRANSPORT SOLIDE* = 1 (par défaut : formule de Meyer-Peter)

## 2.2. Transport en suspension

### Définition de la concentration

La variable essentielle est ici la concentration volumique, notée  $C$ , qui représente le volume occupé par les sédiments en suspension, divisée par le volume total. Sa valeur maximale est atteinte pour un lit de particules en contact les unes avec les autres. La concentration du lit est égale à 1-n (avec n~0,4 la porosité). Donc  $C_{max} \sim 0,6$ .

Les équations de Sisyphe sont écrites pour une concentration volumique ou adimensionnelle. La concentration massique, souvent utilisée pour des sédiments cohésifs, est obtenue simplement en multipliant la concentration volumique par  $\rho_s$ , densité volumique des grains ( $\rho_s=2650 \text{ kg/m}^3$ , par défaut).

### Taux de transport en suspension

On commence par définir un opérateur de moyenne sur la verticale:

$$\bar{X} = \frac{1}{h} \int_a^h X dz$$

$h$  étant la hauteur d'eau et  $a$ , l'épaisseur de la sous-couche de charriage, supposée très petite devant  $h$  ( $a \ll h$ ).

Le taux de transport en suspension, noté  $Q_s$ , représente le flux moyen de sédiments, défini par:

$$Q_s = \int_a^h U(z)C(z)dz = h\bar{UC} \quad [4]$$

### Equation 3D de transport diffusion

L'équation de transport-diffusion pour la concentration  $C$  des sédiments en suspension repose sur une hypothèse de scalaire passif, qui consiste à supposer que les sédiments suivent l'écoulement moyen et turbulent. Il est cependant nécessaire de tenir compte d'une composante verticale additionnelle qui représente la vitesse de chute des particules en eau claire, notée  $W_s$ .

Pour un écoulement 3D, l'équation de transport-diffusion pour la concentration, s'écrit :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{U} + \vec{W}_s)C = \operatorname{div}(\gamma_t \vec{\nabla} C) \quad [5]$$

$\gamma_t$  est ici le coefficient de diffusivité turbulente (analogue au coefficient de viscosité turbulente). L'équation [5] est résolue par exemple dans le logiciel Telemac-3d (voir [7]).

Les conditions aux limites, imposées en surface et au fond, sont les suivantes :

$$\left( \gamma_t \frac{\partial C}{\partial z} + W_s C \right)_{z=h} = 0 \quad [6]$$

$$\left( -\gamma_t \frac{\partial C}{\partial z} - W_s C \right)_{z=a} = E - D \quad [6b]$$

E est ici le taux d'érosion et D, le taux de dépôt, calculés au niveau de l'interface entre la sous-couche de charriage et la suspension ( $z=a \ll h$ ).

### Equation 2D de transport-diffusion

Après intégration sur la verticale de l'équation [5], de  $z=a$  (hauteur de la sous-couche de charriage) jusqu'en  $z=h$ , et prise en compte des conditions aux limites [6] et [6b], ainsi que des conditions d'imperméabilité de l'écoulement, au fond et en surface, on aboutit à l'équation suivante:

$$\frac{\partial}{\partial t}(h\bar{C}) + \frac{\partial}{\partial x}(h\bar{U}\bar{C}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\bar{V}\bar{C}) = \frac{\partial}{\partial x}(h\gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(h\gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}) + E - D \quad [7]$$

Les termes d'advection représentent la divergence du taux de transport en suspension défini par [4].

L'équation de transport bidimensionnelle, telle qu'elle est résolue dans le code de qualité d'eau Subief-2d (cf [4]) ou dans Sisyphe, est une forme simplifiée de l'équation [7]. En supposant  $\bar{U}\bar{C} \approx \bar{U}\bar{C}$  et en utilisant l'équation de St-Venant, on obtient la forme non-conservative suivante:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left( h\gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left( h\gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{(E - D)}{h} \quad [8]$$

Les termes de diffusion peuvent être encore simplifiés de la manière suivante:

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \gamma_t \frac{\partial \bar{C}}{\partial y} \right) + \frac{(E - D)}{h} \quad [8b]$$

Les équations de transport [8] et [8b] sont résolues dans Sisyphe.

### Réactualisation du fond

Les variations du fond sont calculées par:

$$(1 - n) \frac{\partial Z_f}{\partial t} + (E - D)_{z=a} = 0 \quad [9]$$

E et D représentent respectivement les flux d'érosion-dépôt à l'interface entre la suspension et la couche de charriage. Lorsqu'on est en mode suspension seul, la sous-couche de charriage disparaît et tend vers zéro. Les flux d'érosion sont alors définis au fond.

### Mots Clés

CHARRIAGE = NON

SUSPENSION = OUI

VITESSES DE CHUTE DES SEDIMENTS

(par défaut = 0.01)

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 9/31
-----------------	--	---------------------------

*COEFFICIENT DE DIFFUSION LONGITUDINALE*  
(par défaut = 0.01)

*COEFFICIENT DE DIFFUSION TRANSVERSALE*  
(par défaut = 0.01)

*OPTION POUR LA DIFFUSION DU TRACEUR*  
(par défaut = 1 : on résout l'équation [8b])

## 2.3. Couplage charriage-suspension

### Modèle conceptuel

La colonne d'eau, schématisée sur la figure 1, est divisée en :

- (1) une sous-couche fine d'épaisseur  $a$  à l'intérieur de laquelle les matériaux sont transportés par charriage. Le taux de transport par charriage peut être calculé par une formule à l'équilibre,
- (2) le reste de la colonne d'eau où les matériaux sont transportés en suspension.

### Equations

Les équations de transport [8] ou [8b] restent valables, mais  $E$  et  $D$  représentent désormais les flux d'érosion et de dépôt calculés à l'interface entre le charriage et la suspension ( $z=a$ ).

L'équation d'évolution des fonds doit tenir compte à la fois du transport par charriage et du flux net à l'interface et s'écrit :

$$(1-n) \frac{\partial Z_f}{\partial t} + \text{div}(Q_c) + (E - D)_{z=a} = 0 \quad [10]$$

Mots Clés : *CHARRIAGE* = OUI  
*SUSPENSION* = OUI

Les mots clés du transport par charriage (cf. §2.1) et en suspension (cf. §2.2) doivent être aussi activés.

## 2.4. Flux d'érosion-dépôt

Les taux d'érosion et de dépôt représentent les flux verticaux de matériaux, échangés entre la couche de charriage et la suspension. Ils interviennent à la fois dans l'équation d'évolution des fonds ainsi que dans l'équation de transport-diffusion. Pour les calculer, on utilise des lois différentes dans le cas des sédiments cohésifs et non-cohésifs.

### Sédiments fins cohésifs

Les flux d'érosion-dépôt sont calculés en fonction de la différence entre la contrainte de frottement  $\tau$  et la rigidité du lit, notée  $\tau_s$ , en utilisant des relations de Krone et Partheniades :

$$E = M(\tau - \tau_s) \quad \text{si } \tau > \tau_s$$

$$E = 0 \quad \quad \quad \text{si } \tau < \tau_s$$

La rigidité du lit est uniforme sur la verticale dans le cas d'un lit consolidé, tandis qu'elle augmente avec la profondeur, à l'intérieur d'un lit non-consolidé ou stratifié.

Le frottement critique de dépôt, noté  $\tau_d$ , correspond à la rigidité des flocons transportés en suspension. Lorsque le frottement de fond est supérieur à la valeur de la rigidité, les flocons sont brisés et il ne peut y avoir dépôt.

$$D = (W_s C)_{z=0} \left( \frac{\tau_d - \tau}{\tau_d} \right) \quad \text{si } \tau < \tau_d$$

$$D = 0 \quad \quad \quad \text{si } \tau > \tau_d$$

Les différents coefficients de ces lois d'érosion-dépôt varient d'une vase à l'autre et doivent être déterminés par des expériences en laboratoire. Les expériences d'érosion consistent à préparer un lit de vase (consolidé ou déposé) puis à augmenter la contrainte de frottement par paliers et à effectuer des mesures de la variation dans le temps de la concentration moyenne.

Note : Le coefficient empirique  $M$  est **dimensionnel** et son unité doit être cohérente avec le choix de l'unité pour les concentrations (volumique ou massique). Dans Sisyphe, on a choisi de travailler avec des concentrations volumiques, le coefficient  $M$  doit alors être exprimé en **m/s**.

### Sédiments non-cohésifs

En suivant Célik et Rodi (1988), on introduit une concentration à l'équilibre, notée  $C_{eq}$ , qui représente la concentration obtenue au niveau de l'interface située en  $z=a$ , lorsque la saturation est atteinte. Les termes d'érosion-dépôt sont calculés en fonction de  $C_{eq}$  et de la concentration au fond  $C_f$ , calculée à la même hauteur de référence  $z=a$ .

- Taux de dépôt:  $D = W_s C_f$
- Taux d'érosion:  $E = W_s C_{eq}$

$$(E-D)_{z=a} = W_s (C_{eq} - C_f) \quad [10]$$

Lorsque la concentration au fond est inférieure à sa valeur d'équilibre ( $C_f < C_{eq}$ ), : il y a érosion ( $E-D > 0$ ). Dans le cas inverse ( $C_f > C_{eq}$ ), il y a dépôt ( $E-D < 0$ ). Il convient cependant de limiter le taux d'érosion en présence d'un fond rigide.

### Mots clés

*FORMULATION FOR THE DEPOSITION AND EROSION =*  
 1 (*sédiments cohésifs*),  
 2 (*par défaut : sédiments non-cohésifs*)

## 2.5. Concentration à l'équilibre

### Définition

A l'équilibre, la concentration  $C_{eq}$  est une fonction semi-empirique de la contrainte de frottement. Elle doit être mesurée au niveau de l'interface entre le charriage et la suspension ( $z=a$ ). Sur fond plat, la hauteur de la sous-couche de charriage est proportionnelle au diamètre des grains. Pour tenir compte de la présence de formes de fond, nous avons pris :

$$a = \max(2D_{50}, k_s) \quad [11]$$

$k_s$  étant la hauteur des rugosités.

### Formule de Zyberman et Fredsoe

Nous avons programmé la formule de Zyberman and Fredsoe (1994) (cf [10]):

$$C_{eq} = \frac{0.331(\theta_p - 0.045)^{1.75}}{1 + 0.720(\theta_p - 0.045)^{1.75}} \quad [12]$$

Dans cette formule,  $\theta_p$  représente le frottement de peau adimensionnel, relié au paramètre de Shields par un coefficient de correction  $\mu$  :

$$\theta_p = \mu \theta$$

avec  $\mu < 1$  sur fond ridé et  $\mu = 1$  sur fond plat.

Note : Il existe dans la littérature de nombreuses formules pour la concentration à l'équilibre (notamment celle de Van Rijn, 1984 [8] ). Cependant, la formule de Zyberman et Fredsoe a été retenue, car elle est l'une des plus récentes et des plus couramment utilisées.

### Coefficient de correction pour les rides

Dans Sisyphe, la contrainte de frottement total exercé par l'écoulement sur le fond est reliée au courant moyen en utilisant un coefficient quadratique, noté  $C_d$ .

$$\tau = \frac{1}{2} \rho C_d \bar{U}^2 \quad [13]$$

En présence de formes de fond, on calcule un coefficient de frottement quadratique  $C_{dp}$  correspondant au frottement de peau, par la relation :

$$C_{dp} = 2\kappa^2 \left[ \log\left(\frac{12h}{k_{sp}}\right) \right]^{-2} \quad [14]$$

avec  $\kappa=0.4$ , la constante de Karman et  $k_{sp}=3D_{50}$ , la rugosité de peau.

Le coefficient de correction  $\mu$  pour les rides ( $\tau_p=\mu \tau$ ) est obtenu par (cf [9]) :

$$\mu = \left[ \frac{C_{dp}}{C_d} \right]^{3/4} \quad [15]$$

Calcul de la concentration au fond  $C_f$ 

Pour obtenir une relation entre la concentration moyenne (calculée par le modèle) et la concentration au fond, on part de l'expression [4] pour le taux de transport en suspension. En supposant d'une part que les vitesses suivent un profil logarithmique et, d'autre part, que les concentrations vérifient un profil de Rouse (cf. [7]), on peut établir à la relation suivante :

$$C_f = \frac{\overline{UC}}{u_*} \times \frac{\kappa}{I} \left[ \frac{h-a}{a} \right]^Z \quad [16]$$

avec  $u_*$ , la vitesse de frottement à la paroi ( $\tau = \rho u_*^2$ ),  
I, l'intégrale d'Einstein calculée par :

$$I = I_1 \text{Log}(33h/k_s) + I_2$$

$$I_1 = \int_{a/h}^1 \left( \frac{1-u}{u} \right)^Z du \quad \text{et} \quad I_2 = \int_{a/h}^1 \left( \frac{1-u}{u} \right)^Z \text{Log}u du$$

avec Z le nombre de Rouse :  $Z = W_s / (\kappa u_*)$ .

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 13/31
-----------------	--	----------------------------

## 3. Modélisation numérique

### 3.1. Discréétisation en éléments finis

L'équation de transport-diffusion est discréétisée par la méthode aux éléments finis (voir[6] §6). Nous avons intégré dans Sisyphe les subroutines du code de qualité d'eau Subief-2d (cf [4]) qui permettent de résoudre de l'équation de transport [8] ou [8b]. On retrouve ainsi dans Sisyphe la plupart des fonctionnalités de Subief-2d.

#### Terme d'advection

Plusieurs schémas peuvent être adoptés pour traiter les termes d'advection, à savoir la méthode des caractéristiques, le schéma SUPG et les schémas distributifs. Le choix des différentes options numériques est fixé par les mots clés suivants :

#### - 'FORME DE LA CONVECTION'

Détermine le schéma utilisé pour la convection :

Le choix 1 (par défaut) correspond à la méthode des caractéristiques, le choix 2 à celui d'un schéma semi-implicite + supg, et le choix 6 au schéma psi.

#### - 'SOLVEUR POUR LA SUSPENSION'

Permet de choisir le solveur utilisé pour la résolution de l'étape de propagation. Toutes les méthodes proposées actuellement s'apparentent à celle du gradient conjugué. Ce sont :

- 1) Gradient conjugué
- 2) Résidu conjugué
- 3) Gradient conjugué sur équation normale (valeur par défaut)
- 4) Erreur minimale
- 5) CGSTAB (gradient conjugué stabilisé)
- 6) GMRES (Generalised Minimum RESidual)

#### - 'PRECISION DU SOLVEUR POUR LA SUSPENSION'

Fixe la valeur de la précision demandée pour la résolution du système. Sa valeur doit être faible (par défaut  $10^{-8}$ ), car les concentrations volumiques sont souvent très faibles ( $C<1$ ).

#### - 'PRECONDITIONNEMENT POUR LA SUSPENSION'

Permet de pré-conditionner le système d'équations à résoudre en fin d'étape de propagation afin d'accélérer la convergence lors de sa résolution. Les valeurs possibles sont les suivantes :

- 0 : Pas de pré-conditionnement
- 2 : Pré-conditionnement diagonal (par défaut)
- 3 : Pré-conditionnement diagonal-bloc
- 7 : Pré-conditionnement de Crout par élément

Certains pré-conditionnements sont cumulables ( les diagonaux 2 ou 3 avec les autres). Pour cette raison on ne retient que les nombres premiers pour désigner les pré-conditionnements. Si on veut en cumuler plusieurs, on formera le produit des options correspondantes.

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 14/31
-----------------	--	----------------------------

### Termes de diffusion

On a modélisé sous leur deux formes, complète ou simplifiée, les termes de diffusion correspondant équations [8] et [8b]. La valeur des coefficients de diffusion peut être fixée par l'utilisateur ou calculée par le modèle suivant les options retenues :

#### *‘OPTION POUR LA DIFFUSION DU TRACEUR’*

Le choix 1 (par défaut) correspond au traitement simplifié [8b] et le choix 2 pour les termes complets [8].

#### *‘OPTION POUR LA DISPERSION’*

Le choix 1 (par défaut) permet d'affecter une valeur constante aux coefficients de dispersion longitudinale et transversale :

Le choix 2 correspond au modèle de Elder : les coefficients sont calculés par les formules :

$$K_1 = \alpha_L \cdot u \cdot h \text{ et } K_2 = \alpha_T \cdot u \cdot h \text{ (par défaut } \alpha_L = 6 \text{ et } \alpha_T = 0.6\text{),}$$

#### *‘DISPERSION LONGITUDINALE’*

#### *‘DISPERSION TRANSVERSALE’*

fixent les valeurs des coefficients de dispersion lorsque l'option 1 est retenue.

### Terme sources

Le terme de dépôt est traité de manière implicite, tandis que le terme d'érosion est traité de manière explicite.

## 3.2. Subroutines utilisateurs

condim\_susp.f : peut être utilisée pour spécifier les conditions initiales pour la suspension.

flused\_susp.f : permet de spécifier les flux d'érosion-dépôt pour les sédiments non-cohésifs.

Les subroutines rouse.f, fredsoe.f et krone\_part.f sont appelées par flused\_susp.f.

Krone\_part.f : permet de spécifier les flux d'érosion-dépôt pour des sédiments cohésifs, en utilisant les lois de Krone et Parthéniaides. C'est dans cette subroutine en particulier que l'on donne la valeur de la constante M de Parthéniaides.

Rouse.f permet de déterminer la concentration au fond à partir de la concentration moyenne.

Fredsoe.f calcule la concentration à l'équilibre d'après la formule de Zyberman et Fredsoe.

## 3.3. Liste des mots clés

#### *‘CHARRIAGE’*

#### *‘SUSPENSION’*

#### *‘FORMULATION POUR DEPOT ET EROSION’*

#### *‘VITESSES DE CHUTE’*

EDF R&D LNHE	Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension	HP-76/04/025 Page 15/31
-----------------	--	----------------------------

‘MAXIMUM D’ITERATIONS POUR LE SOLVEUR POUR LA SUSPENSION’

‘OPTION POUR LA DIFFUSION DU TRACER’

‘OPTION POUR LA DISPERSION’

‘OPTION DU SOLVEUR POUR LA SUSPENSION’

‘OPTION DE SUPG’

‘PRECISION DU SOLVEUR POUR LA SUSPENSION’

‘PRECONDITIONNEMENT POUR LA SUSPENSION’

‘SOLVEUR POUR LA SUSPENSION’

‘DISPERSION LONGITUDINALE’

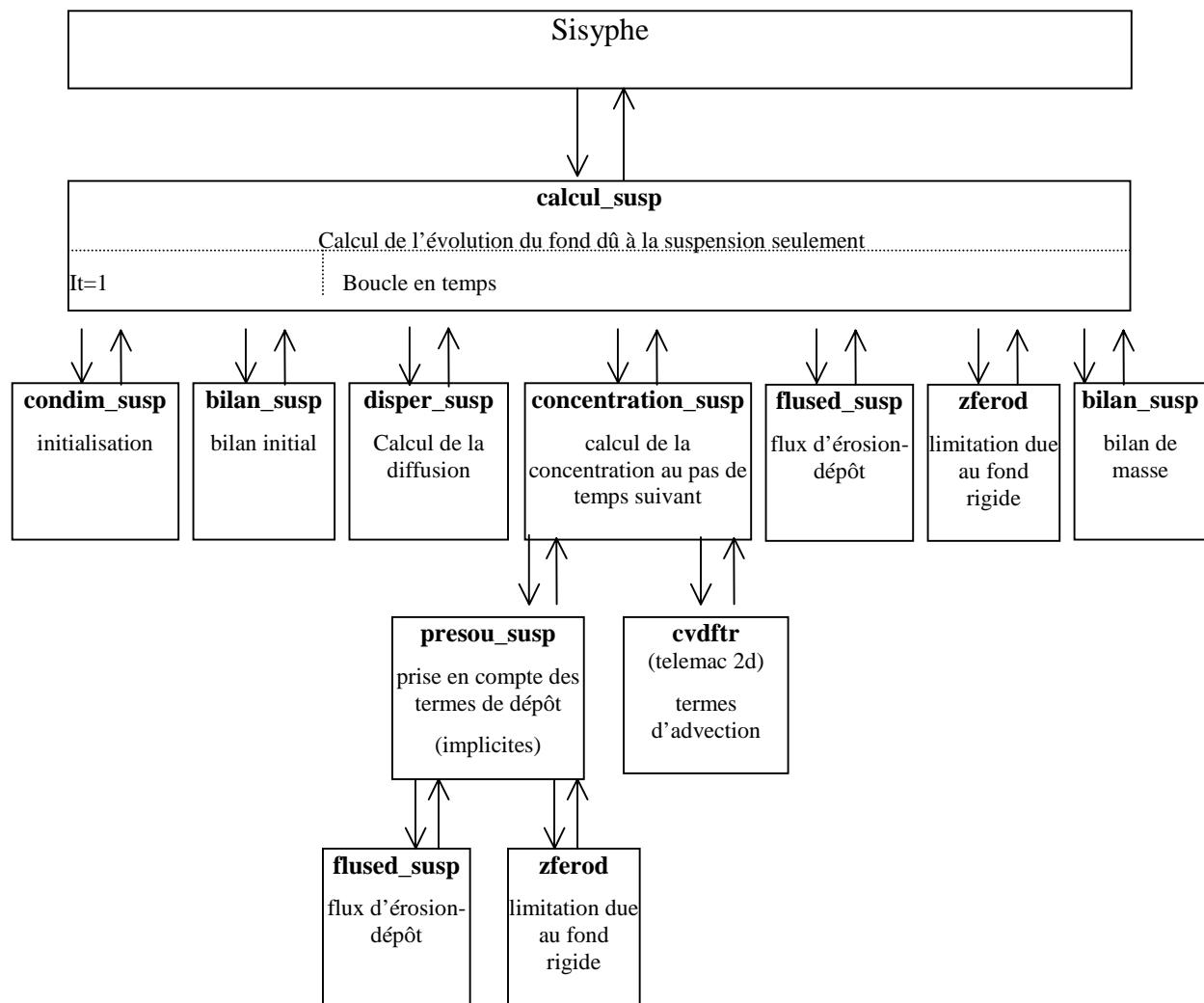
‘DISPERSION TRANSVERSALE’

‘TETA SUSPENSION’

*Quelques valeurs par défaut*

- ✓ VITESSES DE CHUTE = 0,01 (*but never used*)
- ✓ CHARRIAGE = YES,
- ✓ SUSPENSION = NO
- ✓ FORMULATION POUR DEPOT ET EROSION = 2.
- ✓ OPTION POUR LA DISPERSION = 0
- ✓ TETA SUSPENSION = 0.6
- ✓ DISPERSION LONGITUDINALE =  $10^{-2}$  (  $m^2/s$  )
- ✓ DISPERSION TRANSVERSALE =  $10^{-2}$  (  $m^2/s$  )

### 3.4. Organigramme simplifié



## 4. Cas tests

### 4.1. Erosion

#### Objectifs

Il s'agit du cas le plus simple d'un écoulement permanent et uniforme sur fond plat. L'objectif est de montrer que la suspension atteint progressivement un état d'équilibre : la concentration augmente de sa valeur imposée à l'entrée ( $C=0$ ) jusqu'à sa valeur d'équilibre. La concentration au fond est alors égale à la valeur de la concentration calculée par la formule de Zyserman et Fredsoe.

Pour atteindre plus rapidement l'équilibre, le fond est maintenu arbitrairement fixe, en annulant les évolutions à chaque pas de temps.

#### Description du cas test

Géométrie du canal : longueur du canal 40m, largeur 1m10

Maillage triangulaire régulier (50cm x10 cm)

#### Paramètres physiques

Le courant augmente par paliers de 0,48m/s à 1,45 m/s,

Hauteur d'eau :  $h=0.25$  m,

Fond plat ( $k_s=3D_{50}$ ),

Transport par charriage et en suspension,

Formule de Meyer-Peter pour le charriage,

$D_{50}= 200 \mu\text{m}$ .

#### Paramètres numériques :

$Dt=0.1$  s,

Durée de la simulation : 60s

#### Résultats

La contrainte de frottement augmente par paliers de 0.51 à 4.7 N/m<sup>2</sup>, comme le montre la figure 2.a. Le taux de transport par charriage à l'équilibre, tracé sur la figure 2.b, augmente par paliers, en suivant les évolutions du frottement. Le taux de transport en suspension, tracé sur la figure 2.c, suit les évolutions de la concentration, tracées sur la figure 2.d. Celle-ci augmente rapidement au début de chaque palier et l'état d'équilibre est atteint lorsque la concentration au fond est égale à sa valeur d'équilibre.

#### Conclusion

Le modèle permet de reproduire les comportements différents des deux modes de transport, par charriage ou en suspension. L'approche couplée charriage-suspension permet de reproduire de manière plus physique les situations hors-équilibre.

## 4.2. Dépôt

### Objectif

Il s'agit de tester la précision de la méthode de résolution en comparant les résultats numériques avec une solution analytique. On étudie ici le dépôt de sédiments en suspension : la concentration, imposée et maintenue constante à l'entrée du canal, est supérieure à sa valeur d'équilibre.

### Description du cas test

Géométrie : Le chenal rectangulaire de 16 m de longueur sur 1m10 de largeur, est discrétréisé en éléments triangulaires de 0.2m de longueur sur 0.1m de large (maillage régulier).

Conditions hydrodynamiques :

Ecoulement permanent et uniforme ( $U=0.2$  m/s,  $h=0.25$  m).

Coefficient de rugosité :  $k_s=0.005$  m

Conditions aux limites :

Concentration moyenne  $C_0=3 \cdot 10^{-5}$  à l'entrée du chenal.

Paramètres sédimentologiques :

Vitesse de chute des sédiments :  $w_s=0.005$  m/s

Diamètre moyen :  $D_{50}=0.0001$  m

Conditions de calcul :

Suspension seule

Pas de diffusion

Paramètres numériques :

$Dt=1$  s

Nombre de pas de temps 50

Le nombre de courant :  $UDt/Dx$  est égal à 1.

### Solution analytique

Lorsque le régime permanent est atteint, l'équation de transport-diffusion [8] pour la concentration se simplifie :

$$U \frac{d\bar{C}}{dx} = \frac{W_s}{h} (C_{eq} - F \bar{C}) \quad [17]$$

avec  $F$  un coefficient correcteur, qui représente le rapport entre la concentration au fond et la concentration moyenne :

$$F = \frac{C_f}{\bar{C}}$$

L'équation [16] peut s'écrire :

$$F = \frac{U}{u_*} \times \frac{\kappa}{I} \left[ \frac{h-a}{a} \right]^z$$

Pour un écoulement uniforme et un même sédiments, le coefficient  $F$  est donc constant.

L'équation [17] s'intègre de la manière suivante :

$$\bar{C} - \frac{C_{eq}}{F} = \left( C_0 - \frac{C_{eq}}{F} \right) \exp \left( - \frac{w_s F}{hU} x \right) \quad [18]$$

avec  $C=C_0$  la concentration à l'entrée du canal ( $x=0$ ).

Le calcul analytique donne les résultats suivants :

Contrainte de frottement au fond :  $\tau=0.1606 \text{ N/m}^2$  ( $k_s=0.5 \text{ cm}$ )

Contrainte de frottement de peau :  $\tau_p=0.0929 \text{ N/m}^2$  ( $k_{sp}=3 \text{ D}_{50}$ )

$F=20.48$

La concentration à l'équilibre est constante et égale à  $C_{eq}=1.12 \cdot 10^{-4}$  (voir figure 3.a).

La valeur d'équilibre de la concentration moyenne,  $\bar{C}=5.49 \cdot 10^{-6}$ , est atteinte au bout d'une distance de l'ordre de 3m, comme le montre la figure 3.b.

### Résultats numériques

L'état permanent est atteint au bout 10s sur l'ensemble du canal.

Les résultats obtenus sont sensibles à la précision du solveur pour la suspension qui doit être de l'ordre de  $10^{-7}$  ou  $10^{-8}$ , compte tenu des très faibles valeurs des concentrations, comme le montre la figure 4.

Les résultats du calcul numérique sont illustrés sur la figure 5.a (concentration au fond et concentration à l'équilibre) et sur la figure 5.b (pour la concentration moyenne). On obtient les valeurs suivantes, à comparer aux résultats de la solution analytique :

Frottement de fond :  $\tau=0.161 \text{ N/m}^2$  ( $k_s=0.5 \text{ cm}$ )

$C_{eq}=0.95 \cdot 10^{-4}$

$F=19.99$

La valeur d'équilibre de la concentration moyenne ( $\bar{C}=4.75 \cdot 10^{-6}$ ) est atteinte au bout d'une distance de l'ordre de 3m de l'entrée du chenal.

### Conclusion

Ce calcul permet de valider le calcul de l'advection et montre l'importance d'une augmentation de la précision du solveur. Les valeurs d'équilibre (obtenues numériquement) sont cependant légèrement plus faibles que celles du calcul analytique, en raison d'une formulation un peu différente adoptée pour le calcul de la correction de peau.

	$\bar{C}$	$C_{eq}$	Longueur d'adaptation
Calcul analytique	$5.49 \cdot 10^{-6}$	$1.12 \cdot 10^{-4}$	3 m
Calcul Sisyphe	$4.75 \cdot 10^{-6}$	$0.95 \cdot 10^{-4}$	3 m

Tableau 1 : Comparaison des calculs analytiques et numériques

### 4.3. Comblement d'une tranchée

#### Objectifs

Nous considérons un écoulement non-uniforme et permanent. Il s'agit de comparer les résultats d'un calcul couplé (charriage + suspension) à ceux d'un calcul à l'équilibre (charriage seul), en utilisant une formule de transport total .

#### Description du cas test

Géométrie : canal rectangulaire de 40 m de longueur sur 1m10 de largeur, est discrétisé en éléments triangulaires de 0.2m de longueur sur 0.1 (maillage régulier).

Le fond du canal, situé en  $z=0$  à l'entrée, est creusé en son centre par une tranchée transversale de 4 m de longueur maximale, pour une profondeur maximale de 11 cm (cf. figure 6.a).

#### Paramètres hydro-sédimentaires

$$D_{50} = 0.0005 \text{ m}$$

Courant à l'entrée :  $U=1 \text{ m/s}$ .

Profondeur à l'entrée :  $h=0.5 \text{ m}$

Coefficient de frottement : on utilise un Strickler de 40.

Le débit est constant. Il n'y a pas de calcul Télémac-2d préalable, donc l'hydrodynamique très simplifiée, calculée par Sisyphe, ne tient pas compte des variations du plan d'eau. Le courant s'adapte à la géométrie du canal et sa valeur minimale est de 0.8 m/s dans la partie la plus profonde au dessus de la tranchée.

#### Résultats numériques

La contrainte de frottement a une valeur maximale de  $7,7 \text{ N/m}^2$  dans la partie amont et aval, sa valeur minimale de  $4 \text{ N/m}^2$  étant atteinte au fond de la tranchée. On obtient des résultats très différents, à la fois qualitativement et quantitativement entre les deux calculs (avec ou sans couplage).

En couplage, il faut imposer à l'entrée du chenal la concentration moyenne à l'équilibre pour maintenir un fond plat à l'entrée (voir figure 7.b). Le mode de transport en suspension est ici largement dominant, comme le montre la figure 7.c. On observe un déplacement et un comblement très rapide de la tranchée en une dizaine de minutes (voir figure 7.a).

Pour le calcul en charriage seul, le taux de transport calculé par la formule de Bijker est très faible (voir figure 8.b), l'évolution est alors très faible et la tranchée se déplace sans se déformer (voir figure 8.a).

#### Conclusions

Les deux calculs, couplé et non couplé, donnent des résultats très différents, dans ce cas d'un écoulement hors-équilibre et pour lequel le mode de transport en suspension est dominant.

<b>EDF R&amp;D</b> LNHE	<b>Modélisation couplée du transport par charriage et en suspension</b>	<b>HP-76/04/025</b> Page 21/31
----------------------------	---	-----------------------------------

## 5. Conclusions

Nous avons présenté ici la méthode de couplage entre le charriage et la suspension, telle qu'elle a été programmée dans le logiciel Sisyphe.

Cette nouvelle fonctionnalité permet de représenter de manière plus réaliste les écoulements hors-équilibrés. On obtient des résultats très différents entre les deux modes de transport, par charriage et en suspension .

Le couplage est particulièrement importante lorsque le transport en suspension est dominant et pour des écoulements hors-équilibre.

## 6. Figures

### Liste des figures

Figure 1 : Schéma conceptuel du couplage charriage/suspension

Figure 2 : Cas test de l'érosion - Couplage charriage/suspension

Figure 2.a : Contrainte de frottement

Figure 2.b : Taux de transport par charriage

Figure 2.c : Taux de transport en suspension

Figure 2.d : Evolution des concentrations

Figure 3: Cas test du dépôt : Solution analytique

Figure 3.a : Evolution des concentrations au fond et à l'équilibre

Figure 3.b: Evolution de la concentration moyenne

Figure 4: Cas test du dépôt – Etude de sensibilité des résultats numériques à la précision du solveur

Figure 5: Cas test du dépôt - Calcul Sisyphe (suspension seule)

Figure 5.a : Evolution des concentrations au fond et à l'équilibre

Figure 5.b: Evolution de la concentration moyenne

Figure 6 : Cas test de la tranchée

Figure 6.a : Surface libre et fond

Figure 6.b : Courant moyen

Figure 7 : Cas test de la tranchée - calcul charriage/suspension

Figure 7.a : Evolution du fond (t=0, t=60s et t=300s)

Figure 6.b : Evolution des concentrations (t=60s et t=300s)

Figure 6.c : Taux de transport total (courbe noire) et en suspension (courbe rouge)

Figure 8: Cas test de la tranchée – Calcul en charriage seul

Figure 8.a : Evolution du fond (t=0, t=60s et t=300s)

Figure 8.b : Taux de transport total calculé par la formule de Bijker (t=60s)

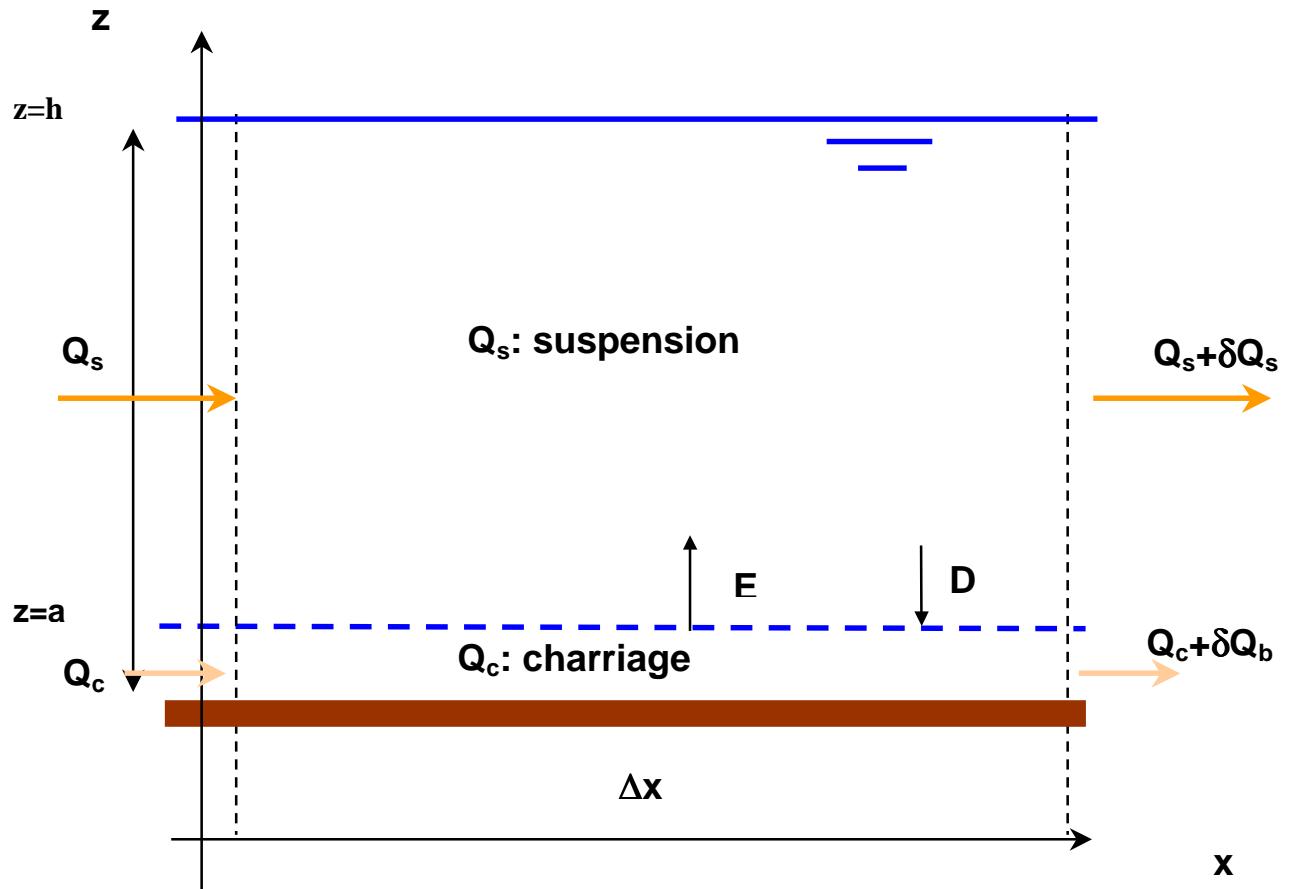
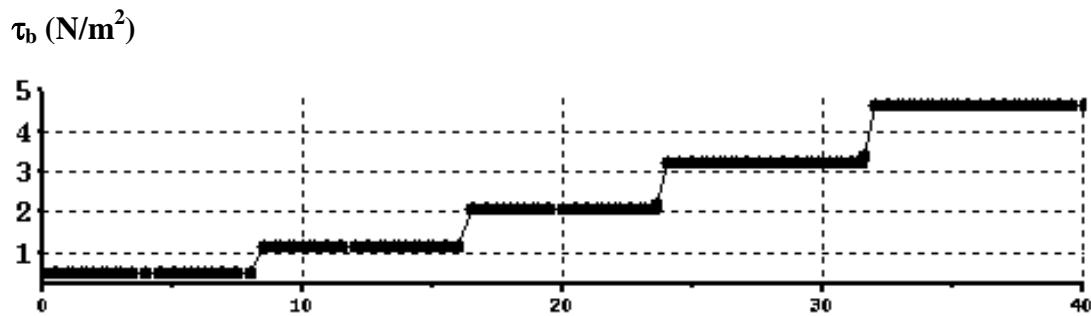
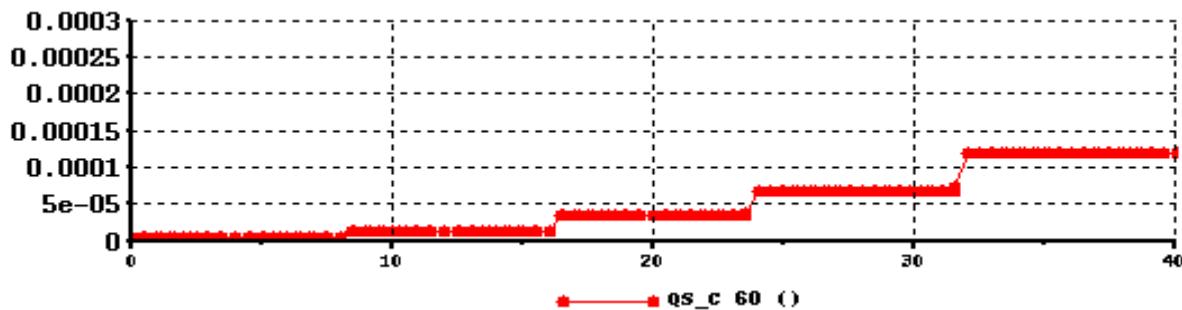


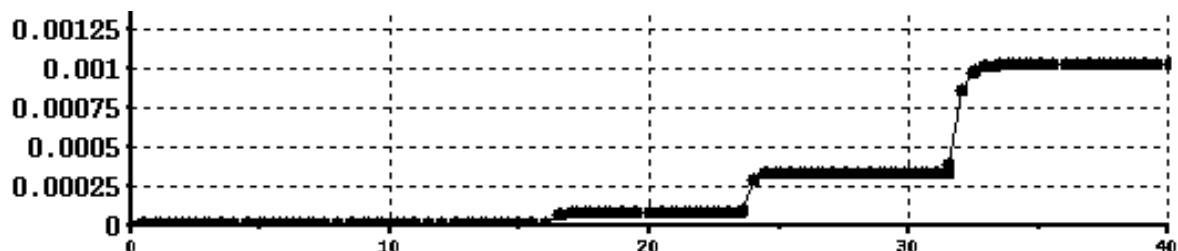
Figure 1 : Schéma conceptuel : charriage/suspension



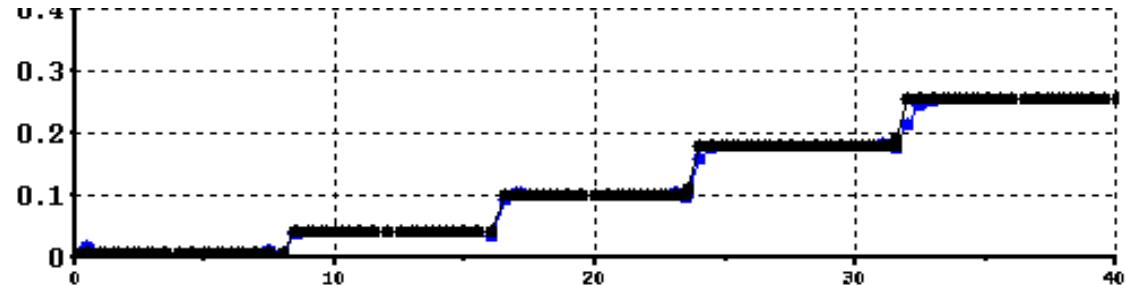
$Q_c$ (m<sup>2</sup>/s)



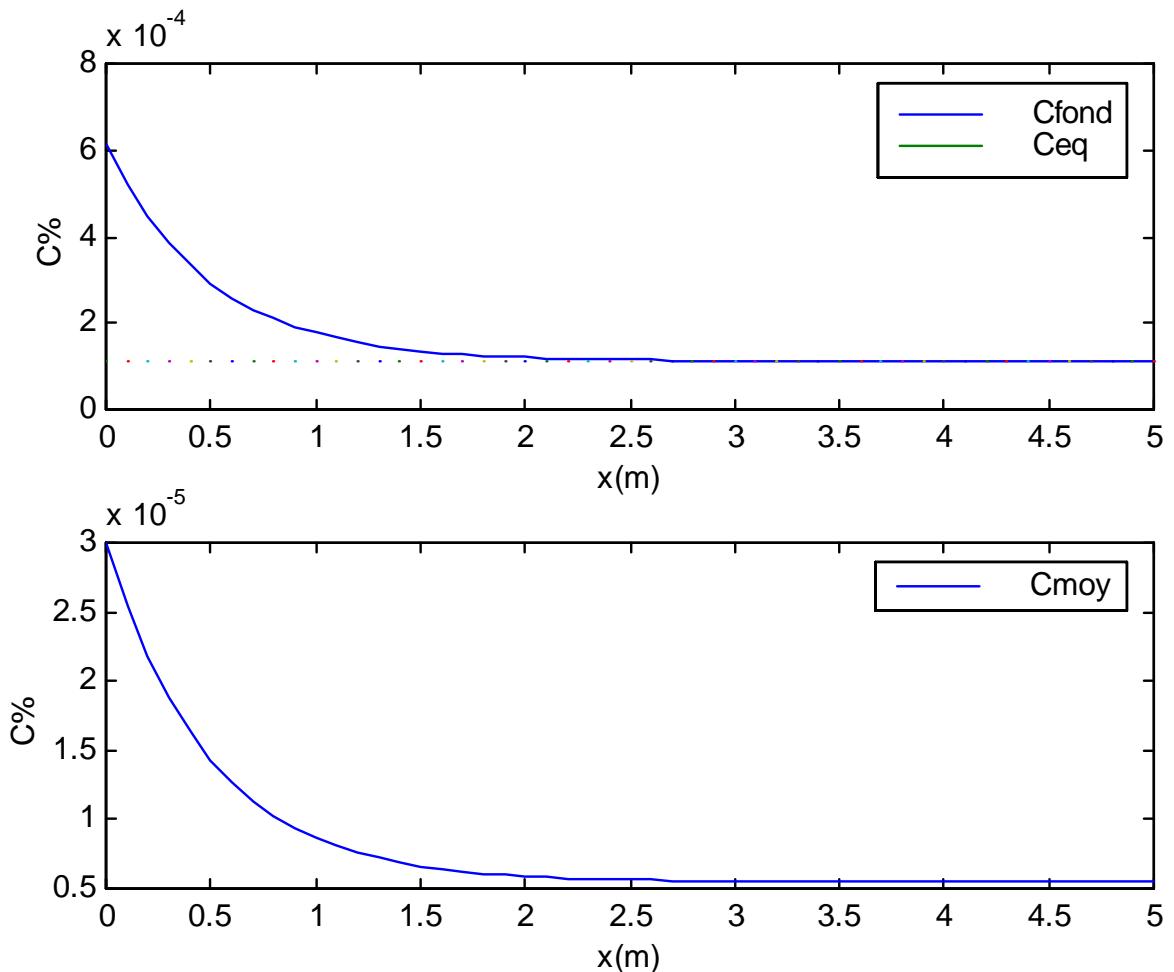
$Q_s$ (m<sup>2</sup>/s)



$C_{eq}, C_f$



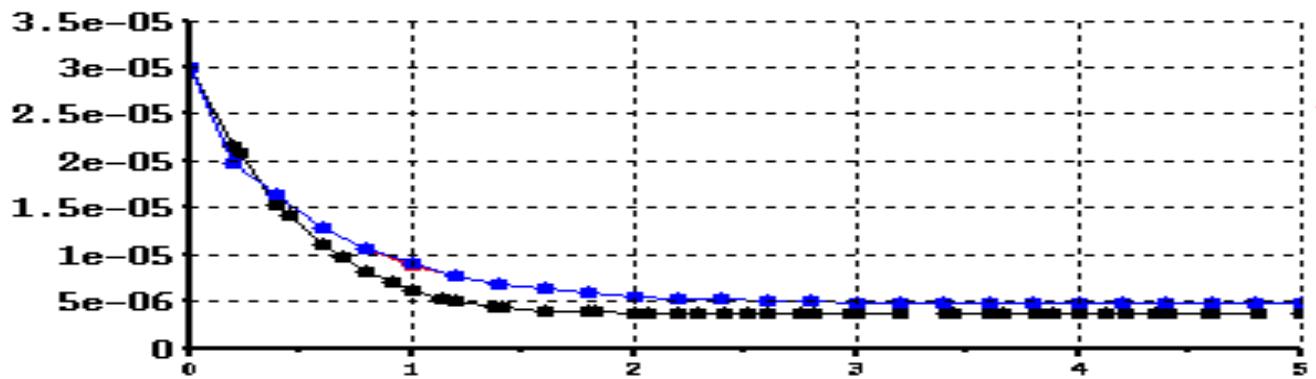
**Figure 2 : Cas test de l'érosion à partir d'un fond plat  
Couplage charriage/suspension ( $D_{50} = 200$  µm)**



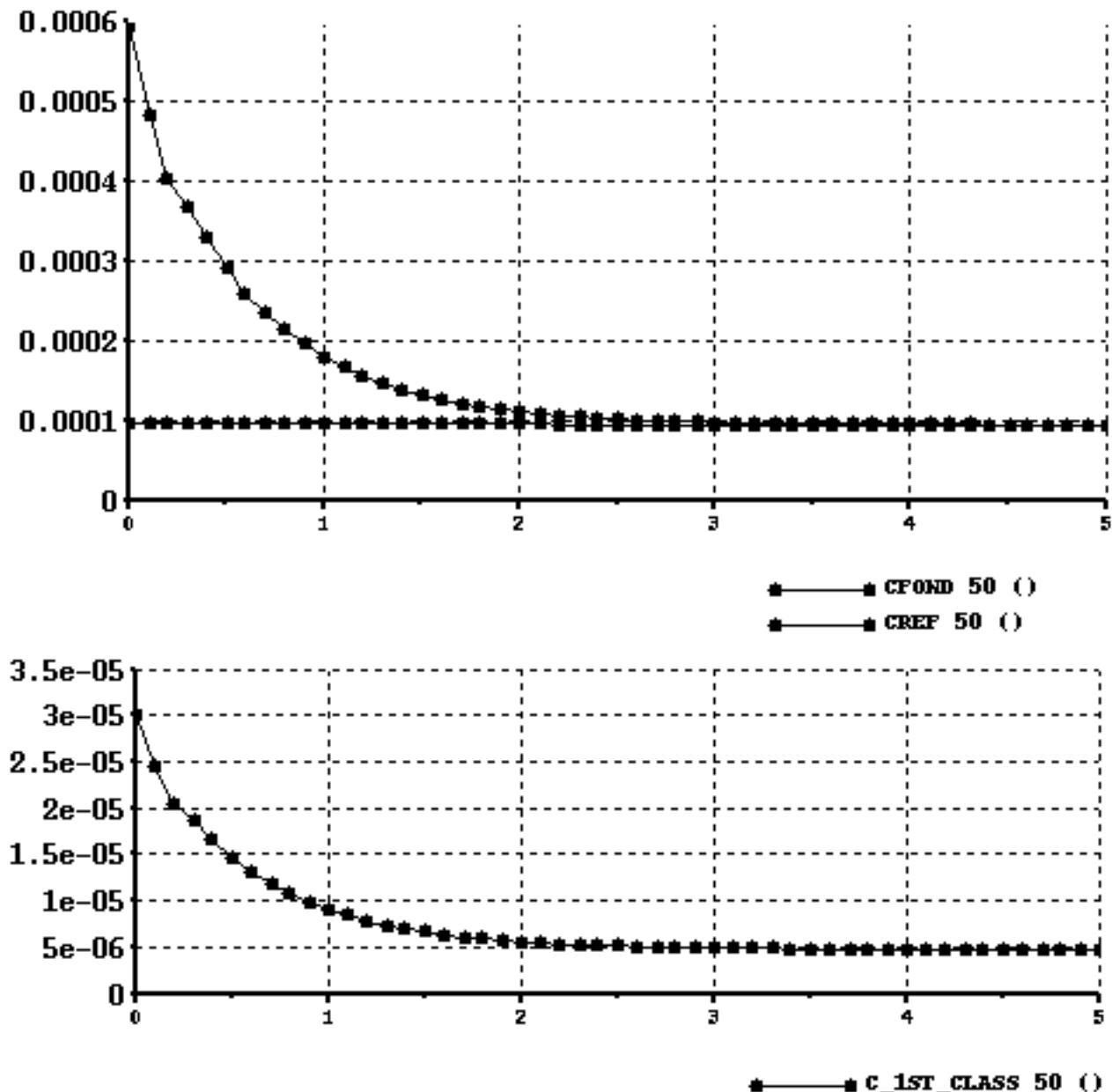
**Figure 3: Cas test du dépôt : Solution analytique**

Figure 3.a (en haut) : Concentration au fond  $C_f$  et Concentration à l'équilibre,  $C_{eq}$

Figure 3.b (en bas) : Concentration moyenne  $\bar{C}$



**Figure 4: Etude de sensibilité des résultats numériques à la précision du solveur**  
(courbe noire :  $10^{-6}$ , courbe rouge :  $10^{-8}$ , courbe bleue :  $10^{-10}$ )



**Figure 5 : Cas test du dépôt - Calcul Sisyphe**

Figure 5.a : (en haut) : Concentration au fond  $C_f$  et Concentration à l'équilibre,  $C_{eq}$

Figure 5.b (en bas) : Concentration moyenne  $\bar{C}$

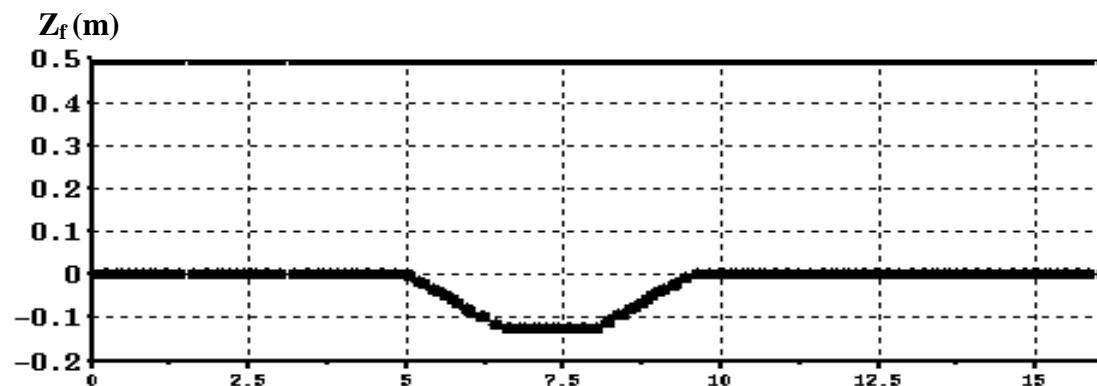


Figure 6.a : Surface libre et fond

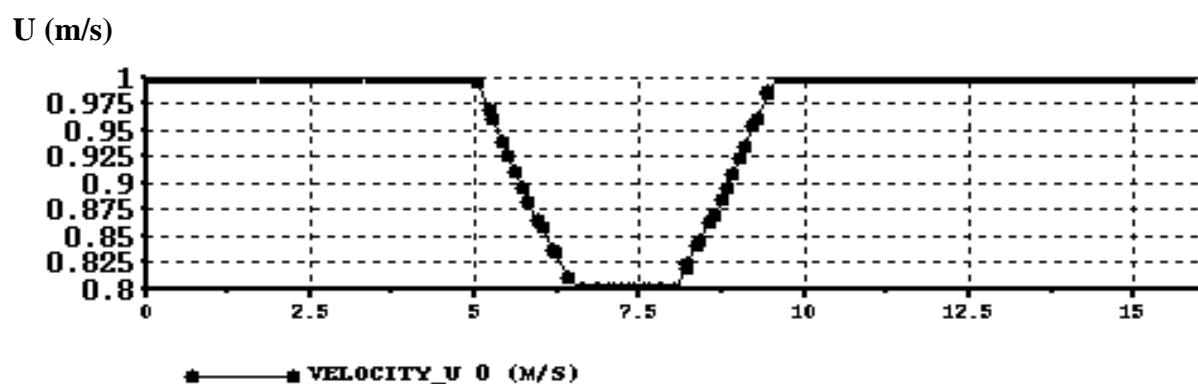


Figure 6.b: Vitesse moyenne

Figure 6 : Cas test de la tranchée

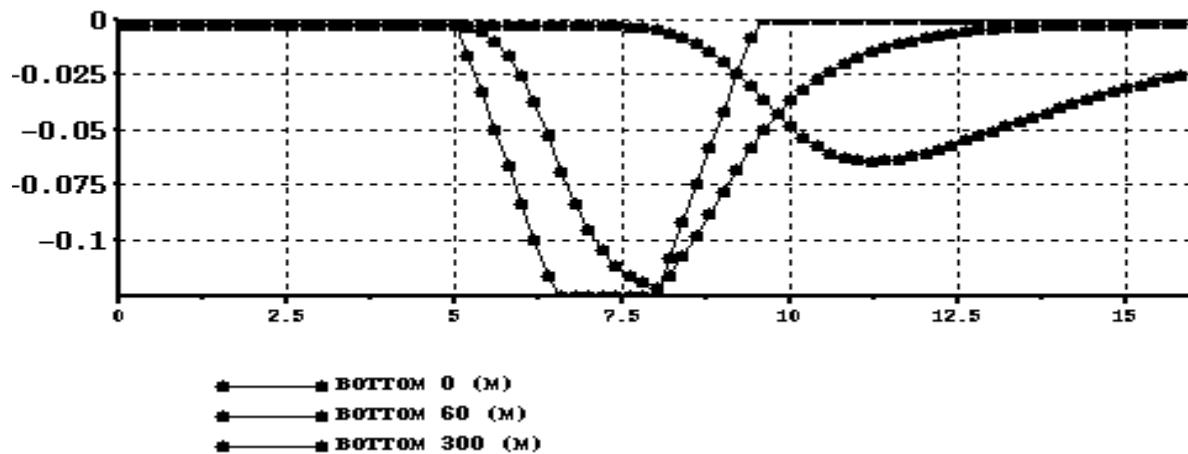
$Z_f(m)$ 

Figure 7.a : Evolution du fond

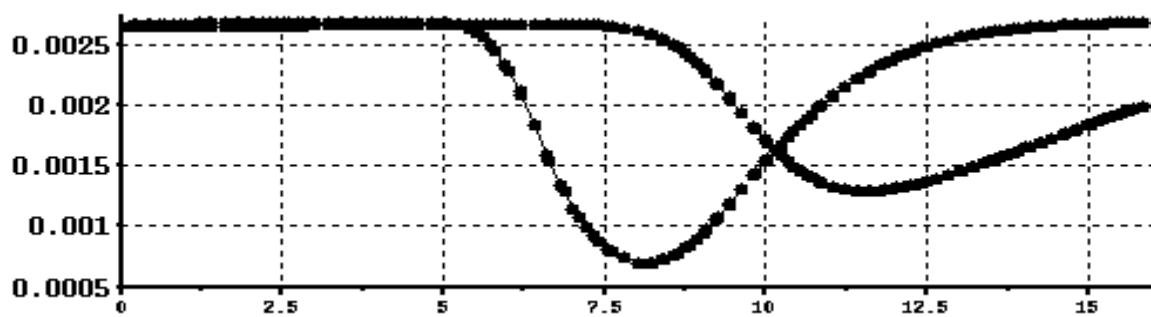
 $\bar{C}$ 

Figure 7.b : Evolution des concentrations volumiques

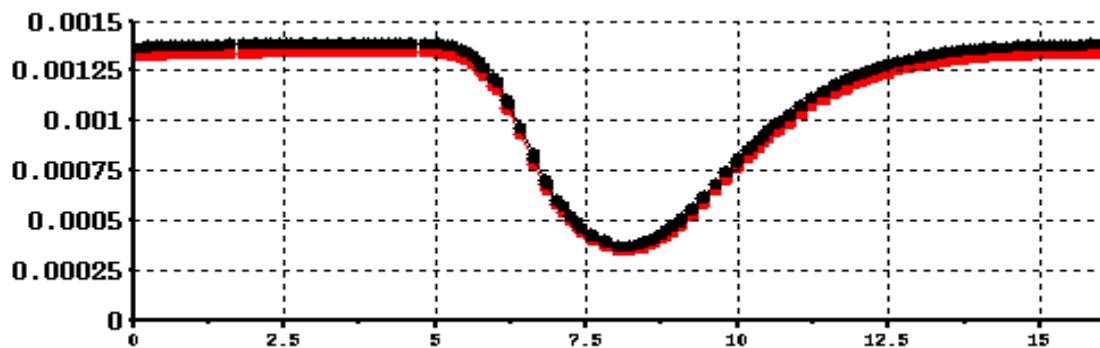
 $Q_s, Q_t(m^2/s)$ Figure 7.c : Taux de transport ( $t=60s$ )  
(noir : transport total ; rouge suspension seule)

Figure 7: Cas test de la tranchée – Calcul couplé charriage/suspension

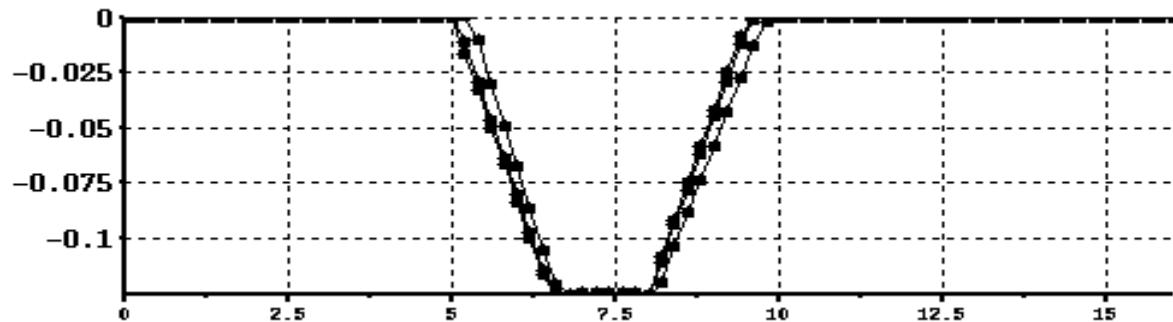
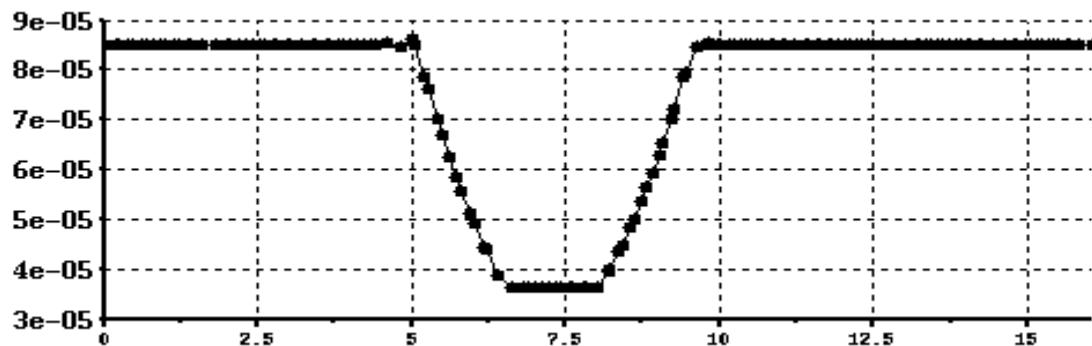
$Z_f(m)$ Figure 8.a: Evolution du fond ( $t=0, 30s$  et  $300s$ ) $Q_t(m^2/s)$ 

Figure 8.b: Taux de transport calculé par la formule de Bijker

**Figure 8: Cas test de la tranchée – Charriage seul**

## 7. Annexe

### 7.1. Notations

#### Notations

$C(x,y,z,t)$	Concentration volumique en sédiments	(adimensionnel)
$a$	Epaisseur de la sous-couche de charriage	(m)
$h$	Hauteur d'eau	(m)
$Z_f$	Cote du fond	(m)
$Z_s$	Cote de la surface libre	(m)
$W_s$	Vitesse de chute (>0)	(m/s)
$E$	Taux d'érosion	(m/s)
$D$	Taux de dépôt	(m/s)
$U(u,v,w)$	Vecteur vitesse de l'écoulement	(m/s)
$\gamma_t$	Diffusivité turbulente	(m <sup>2</sup> /s)
$Q_t$	Taux de transport total	(m <sup>2</sup> /s)
$Q_c$	Taux de transport par charriage	(m <sup>2</sup> /s)
$Q_s$	Taux de transport en suspension	(m <sup>2</sup> /s)
$n$	porosité (n~0.4)	
$\bar{X}$	Opération de moyenne sur la hauteur d'eau de la variable X	

$$\bar{X} = \frac{1}{h} \int_{Z_f}^{Z_s} X dz$$

## 7.2. Références

### DOCUMENTATION SISYPHE

- [1] SISYPHE • Version 5.4 – User Manual.  
*Rapport EDF HP-75/2004/018*
- [2] SISYPHE • Version 5.2 – Manuel d'initiation  
*Rapport EDF HP-75/2002/021*
- [3] SISYPHE • Version 5.4 – Manuel de référence  
*Rapport EDF HP-75/2004/017*
- [3b] SISYPHE • Version 5.4 – Manuel de validation  
*Rapport EDF HP-75/2004/021*
- [4] Logiciel SUBIEF-2D (version 5.0) , Manuel Utilisateur, Manuel d'initiation et Manuel de référence, *Rapport EDF-LNHE HP-72/2000/002/A.*

### BIBLIOGRAPHIE

- [5] CELIK I., RODI W., 1988 : Modeling suspended sediment transport in Nonequilibrium Situations, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. **114**, N° 10., pp. 1157-1189
- [6] HERVOUET J.M., 2003 : Hydrodynamique des écoulements à surface libre. Modélisation numérique avec la méthode des éléments finis. Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées
- [7] HERVOUET J.M., VILLARET C., 2004 : Profil de Rouse modifié, une solution analytique pour valider Telemac-3d en sédimentologie, *Rapport EDF HP-75/2004/013.*
- [8] VAN RIJN L.C., 1984 : Sediment Transport Part I : Suspended load transport, *J. Hydr. Eng.*, ASCE, **110** (11) , 1613-1641.
- [9] VILLARET C., 2004 : Intercomparaison des formules de transport solide, Programme Biparti 2001, *Rapport EDF HP-75/2004/021*
- [10] ZYSERMAN J.A., FREDSOE J. 1994: Data analysis of bed concentration of suspended sediment, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. **120**, N°9, pp 1021-1042.