

Depuis une trentaine d'années, les approches fractales se sont multipliées dans des domaines nombreux et variés. Malgré les difficultés inhérentes à la collaboration des disciplines, mais grâce au développement remarquable des méthodes et moyens de calcul, on a observé des avancées significatives.

Pour ce qui est de l'aménagement des territoires, des villes, des transports, des pionniers ont montré le chemin dès le début des années 1990. Aujourd'hui des voies sont tracées. Des applications existent pour cerner l'occupation fractale des espaces par les populations, les bâtiments et les formes fractales de leur desserte par les réseaux.

Ce livre présente les résultats et les réflexions les plus actuels sur ces sujets. Il met en exergue l'apport des fractales pour comprendre, prévoir et agir face aux redoutables défis qui se présentent aujourd'hui, tant pour les professionnels que pour les politiques : durabilité, mobilité, intégration, justice spatiale.

\*  
\* \*

**Gabriel Dupuy** est Professeur émérite à l'Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, chercheur de l'UMR CNRS Géographie Cités et Docteur *honoris causa* de l'Université de Montréal. Il est spécialiste de l'aménagement des réseaux de transport et de communication.



[www.economica.fr](http://www.economica.fr)



ISBN 978-2-7178-6944-6  
37 €

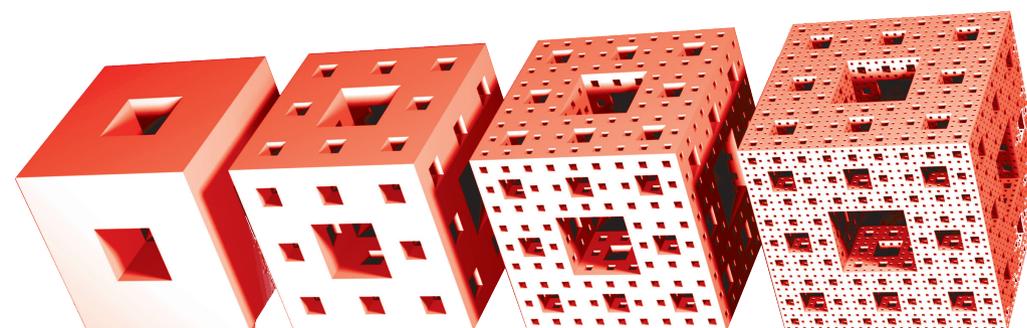


Collection « Méthodes et Approches »  
dirigée par Gérard Brun

# VILLES, RÉSEAUX ET TRANSPORT

Le défi fractal

Sous la direction de  
Gabriel DUPUY



Sous la direction de  
Gabriel Dupuy

VILLES, RÉSEAUX ET TRANSPORT

ECONOMICA

# VILLES, RÉSEAUX ET TRANSPORT

Le défi fractal

Collection « Méthodes et Approches »  
dirigée par Gérard BRUN

Cette collection axée sur la recherche en transport et en urbanisme a pour ambition de publier des ouvrages contribuant à un renouveau conceptuel dans le domaine des sciences humaines, par le recours à des méthodes nouvelles et à des approches transversales.

Ouvrages déjà parus :

*Le calcul économique dans le processus de choix collectif des investissements de transport*, MAURICE Joël et CROZET Yves (dir.), 2007.

*L'environnement dans la décision publique – Refonder l'évaluation socio-économique pour des politiques de transport plus durables*, CHANEL Olivier et FABUREL Guillaume (dir.), 2010.

*Modéliser la ville – Formes urbaines et politiques de transport*, ANTONI Jean-Philippe (dir.), 2011.

*La ville morcelée – Effets de coupure en milieu urbain*, HÉRAN Frédéric, 2011.

*Pour une économie de la sécurité routière – Émergence d'une approche pour l'élaboration de politiques publiques*, CARNIS Laurent et MIGNOT Dominique (dir.), 2012.

*Ville et mobilité – Nouveaux regards*, BRUN Gérard (dir.), 2013.

*Atlas de la France périurbaine – Morphologie et desservabilité*, DREVELLE Matthieu et EMANGARD Pierre-Henri, 2015.

*Hyper-mobilité et politiques publiques – Changer d'époque ?*, CROZET Yves, 2016.

*Concepts, méthodes et modèles pour l'aménagement et les mobilités – L'aide à la décision face à la transition éco-énergétique*, ANTONI Jean-Philippe, 2016.

*Villes, réseaux et transport – Le défi fractal*, DUPUY Gabriel (dir.), 2017.

Collection « Méthodes et Approches »  
dirigée par Gérard Brun

# VILLES, RÉSEAUX ET TRANSPORT

Le défi fractal

Sous la direction de  
Gabriel DUPUY

*Ouvrage publié avec le soutien de la direction de la Recherche et de l'Innovation (service de la Recherche) du commissariat général au Développement durable du ministère de l'Environnement, de l'Énergie et de la Mer (MEEM/CGDD/DRI).*

 **ECONOMICA**

49 rue Héricart, 75015 Paris



## Sommaire

<b>Avant-propos</b> , par Gérard Brun .....	7
<b>Chapitre 1 : Les vertus de l'approche fractale</b> .....	9
Gabriel Dupuy	
<b>Commentaire sur le chapitre 1</b> .....	31
Cyrille Genre-Grandpierre	
<b>Chapitre 2 : La structure multifractale du peuplement</b> .....	41
Hervé Le Bras	
<b>Commentaire sur le chapitre 2</b> .....	67
Lucien Gilles Benguigui	
<b>Chapitre 3 : La modélisation fractale des tissus urbains. De l'analyse morphologique au concept d'aménagement</b> .....	73
Pierre Frankhauser	
<b>Commentaire sur le chapitre 3 : Les fractales doivent-elles guider l'aménagement urbain ?</b> .....	113
Denise Pumain	
<b>Chapitre 4 : Approche fractale pour la détermination de l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés. Cas de la ville algérienne de Batna</b> .....	121
Abdelmalek Arrouf, Lemya Kacha, Ahmed Mansouri	
<b>Commentaire sur le chapitre 4</b> .....	147
Philippe Bonnin, Stéphane Douady	
<b>Chapitre 5 : Simulation de scénarios fractals d'urbanisation et des mobilités quotidiennes résultantes</b> .....	155
Cécile Tannier, Marc Bourgeois, Maxime Frémond	

<b>Chapitre 6 : Fractalité volumique et urbanisation transsurfactive. Une nouvelle métrique urbaine ....</b>	191
Jean-Philippe Antoni	
<b>Commentaire sur les chapitres 5 et 6 : La ville fractale comme issue à l'alternative ville compacte / ville étalée ?.....</b>	213
Arnaud Banos	
<b>Chapitre 7 : Résilience des villes et géophysique, réseaux et mesures multifractales .....</b>	217
Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia	
<b>Commentaire sur le chapitre 7.....</b>	239
Serge Thibault	
<b>Conclusion .....</b>	245
Gabriel Dupuy	

## AVANT-PROPOS

Depuis les travaux fondateurs de Benoît Mandelbrot, les fractales ont pénétré peu ou prou toutes les disciplines, tous les champs, tous les pays même, comme en témoigne l'un des chapitres de cet ouvrage. Cela dit, la socio-économie des transports est restée longtemps rétive ou indifférente, en dépit de réflexions pionnières, évoquées ici, et en dépit de son intérêt croissant pour la ville, sujet fractal s'il en est. C'est le secteur de l'urbanisme qui s'y intéressa le plus vite, la dimension visuelle des fractales y étant pour beaucoup. Toutefois, les fractales restaient largement un outil descriptif, explicatif. C'était déjà beaucoup, mais il importait d'aller au-delà pour en faire si possible un outil d'aide à la décision en appui aux politiques publiques et en associant la mobilité à l'aménagement, un couple qui est le moteur de la ville.

C'est la direction de la recherche et de l'innovation du ministère chargé de l'environnement (MEEM/CGDD/DRI) qui contribua à faire sauter le pas aux chercheurs, dans le cadre du programme de recherche dans les transports terrestres PREDIT. Non sans résultats comme on le voit notamment dans ce livre. Les caractéristiques des fractales habituellement mises en avant – invariance d'échelle, dimension non entière, aspect « rugueux » – trouvèrent à s'employer, notamment dans la définition d'une « ville fractale » hiérarchisée, polycentrique : ni ville compacte promise à devenir un îlot de chaleur et de congestion, ni ville indéfiniment étalée, voire éparpillée. Elle serait susceptible au contraire de conduire à une densité décentralisée, à une bonne accessibilité et à une mobilité optimale.

Constatant les progrès remarquables de la recherche en la matière et souhaitant faire le point sur le sujet, mais aussi avec le souci constant de nourrir utilement l'action publique, la DRI décida d'organiser un séminaire. Elle y rassembla une bonne partie des chercheurs français versés dans les fractales et œuvrant dans le champ du transport et des interactions du couple mobilité / aménagement<sup>1</sup>. On y posa notamment la question cruciale de savoir si la ville était spontanément fractale, par auto-organisation, et si cette spontanéité était contrariée par

---

1. *Fractales et recherche en transport – De l'outil conceptuel à l'outil d'aide à la décision* (13<sup>e</sup> séminaire « Méthodes et approches »), 12 octobre 2015.

la planification (et si les modèles appliqués devaient être fractals). Ces questions sont reprises ici sous différents angles, tout au long de l'ouvrage, et sont essentielles pour la compréhension de la ville et pour les politiques à y mener.

Il eût été dommage de laisser perdre la substance intellectuelle des présentations et des débats très riches qui suivirent. Aussi fut-il décidé d'en faire un ouvrage de la collection « Méthodes et approches » qui avait déjà abordé le sujet de façon partielle dans deux volumes : *Modéliser la ville* (2010) et *Ville et mobilité* (2013).

Gabriel Dupuy a bien voulu faire profiter les lecteurs de sa grande connaissance du domaine considéré en acceptant la direction de ce nouvel ouvrage. Qu'il en soit vivement remercié, ainsi que tous les coauteurs.

**Gérard Brun**

*Direction de la recherche et de l'innovation  
du ministère chargé de l'environnement (MEEM/CGDD/DRI)*

## CHAPITRE I

# Les vertus de l'approche fractale

Gabriel Dupuy

*Professeur émérite, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne  
UMR Géographie-Cités*

### 1. LES FRACTALES AU DÉBUT

Au début de cet ouvrage, il n'est pas inutile de se référer à l'histoire, longue, de la découverte des fractales et de leurs applications. Chacun a en tête des figures étonnantes, que l'on n'appelait pas fractales avant Benoît Mandelbrot. Il s'agissait d'applications de théories diverses de mathématiciens ou d'informaticiens, constituant à la longue une sorte de cabinet des curiosités. Les pièces les plus anciennes sont les ensembles « poussiéreux » de Cantor et les figures de Lyapunov qui y prennent place dès la fin du 19<sup>e</sup> siècle. La pièce la plus célèbre est sans doute le fameux flocon de Von Koch présenté au début du 20<sup>e</sup> siècle. Le tapis de Sierpinski rejoint le cabinet un peu plus tard. Ensuite, on baptisera courbes de Peano des figures fractales construites en application d'une théorie du mathématicien italien (1858-1932). Près d'un siècle après le flocon de Von Koch, la fougère de Barnsley (1993) illustre les formidables capacités de l'informatique pour la construction de telles curiosités mathématiques.

Au-delà de ces étrangetés dont l'intérêt pédagogique ne s'est pas démenti jusqu'à nos jours pour faire comprendre les ressorts peu intuitifs de la géométrie fractale, l'histoire des applications remonte au moins au 19<sup>e</sup> siècle avec la mise en cause du postulat de la géométrie euclidienne par Lobatchevski et Riemann. Les théories de la relativité emboîteront le pas en faisant du temps une dimension à part entière de l'espace. À partir de là, la notion d'échelle prend un nouveau sens, beaucoup plus relatif qu'auparavant. D'ailleurs

l'histoire de l'application des fractales est encore loin d'être stabilisée. Certes l'apport de Benoît Mandelbrot (Mandelbrot, 1983) a été décisif. Mais on ne saurait ignorer des critiques et hésitations subséquentes. Au départ est fractal un objet déployé sur une gamme d'échelles infinie avec une dimension fractale unique. Or dans les systèmes physiques, la gamme d'échelles est limitée et la dimension fractale varie avec l'échelle. L'absence de définition précise des fractales, d'ailleurs voulue par Mandelbrot lui-même, laissait la porte ouverte à des utilisations et interprétations multiples. Ainsi diverses sciences se sont saisies de l'outil « fractal » en l'accommodant à leur manière : astronomie, cosmologie, thermodynamique, sciences de la vie, astrophysique, géophysique sans compter les multiples applications depuis la recherche pétrolière jusqu'à l'audio-visuel. Le cas de la turbulence peut être mis en avant. À partir de l'observation des flammes, il fait comprendre la complication géométrique de la turbulence et ses effets. Il suggère qu'une flamme turbulente a une géométrie multi-échelles. Partant de là, il propose de considérer un espace des échelles. Lorsque qu'une loi physique comme la chute des corps est indépendante de l'échelle à laquelle elle est considérée, elle est dite « covariante d'échelle ». Si l'on admet une géométrie fractale, des phénomènes de turbulence deviennent covariants d'échelle. De même pour l'érosion de la surface terrestre, il y a de multiples phénomènes, donc de multiples échelles de temps et d'espace. Par suite, la géométrie fractale s'avère très utile pour modéliser le relief de la Terre.

Aujourd'hui, il apparaît que l'essentiel tient dans l'intuition de Mandelbrot qui concerne moins la géométrie fractale proprement dite que la question des échelles. Comment rendre compte de phénomènes dont les lois varient selon l'échelle d'observation ? Le terme « échelle » a d'ailleurs lui-même un sens variable selon les disciplines : espace, temps, espace-temps, espace de phase, etc.

Sans que l'on doive renoncer au paradigme de la continuité, les fractales permettent de dépasser les limites antérieures de la différenciabilité pour entrer dans des mondes nouveaux, jusqu'au chaos. Mais alors la notion de fractale est soumise à rude épreuve puisque la dimension fractale, souvent placée au cœur de la fractalité, devient elle-même variable pour mieux rendre compte de la réalité.

La théorie de la relativité d'échelle de l'astrophysicien Nottale semble être un point culminant de ces débats.

Il faut ajouter au tableau une touche qui a son importance. Benoît Mandelbrot qui a littéralement consacré sa vie aux fractales avait constaté que des fractales dont les apparences géométriques



Photo : Aude Dupuy

paraissaient très différentes avaient la même dimension. Il pensait que ces différences avaient une même explication : la répartition des vides. C'est ce qu'il baptisa « lacunarité », bien illustrée par le tapis de Sierpinski et différentes formes de fractales de Cantor. Pourquoi cette attention particulière portée par B. Mandelbrot à la lacunarité ?

Il faut se souvenir que B. Mandelbrot travaillait à des recherches pour IBM. Un des problèmes pour la réalisation de machines numériques de plus en plus puissantes était la dissipation de la chaleur produite par les composants électroniques, notamment ceux des ordinateurs. Or cette distribution des vides était un facteur important susceptible de faciliter la dissipation de la chaleur à la source. On est bien loin de l'organisation des surfaces bâties dans l'espace urbain. Pourtant ce concept de lacunarité jouera plus tard un rôle central en géographie urbaine et en aménagement.

## 2. GÉOMÉTRIE FRACTALE ET GÉOGRAPHIE

Mais, plus généralement, quelles furent d'abord les conséquences de ce qui précède pour la géographie ?

Différentes branches de la discipline ont repris à leur compte la notion de fractale. Ce fut d'abord le cas de la géographie physique. Des auteurs comme A. Dauphiné (Dauphiné, 2011), M. Batty & P. Longley (Batty & Longley, 1994) ont rassemblé de nombreux exemples d'applications. Depuis un certain temps en France, on connaît des mises en œuvre de telles méthodes (Forriez *et al.*, 2010). En géographie humaine il faut bien constater que ces utilisations de l'outil fractal sont peu nombreuses. Cela tient peut-être à ce que dans chaque sous-domaine on a adopté une définition des fractales spécifique. Ainsi, en retrouvant l'idée de lacunarité introduite par Mandelbrot, P. Frankhauser en fait un critère d'occupation de l'espace aux franges de la ville (Frankhauser, 1994). Autre exemple, N. François a plutôt cherché la fractalité dans la mise en réseau des villes (François, 1997).

D'autres travaux se sont focalisés sur la dimension fractale des réseaux d'infrastructure ou de leur desserte (voirie, assainissement, transport, télécommunications, remontées mécaniques...).

Pendant que des chercheurs géographes s'efforçaient de faire pénétrer l'analyse fractale dans la discipline, l'écart s'accroissait avec des évolutions de la notion de fractale dans d'autres disciplines telles que la physique ou l'astrophysique.

En effet si un accord existe sur l'intérêt de la propriété des fractales, à savoir que « la fractale occupe l'espace à toute échelle et dans la même proportion » (Queiros-Condé *et al.*, 2015), la différence se fait sur le sens à donner aux termes « espace » et « échelle ».

Pour le géographe, les deux notions sont importantes. Elles orientent largement les concepts et les méthodes de la discipline. Cependant on ne peut facilement rapprocher l'espace au sens du géo-

graphe de l'espace-temps du physicien. Quant à l'échelle, outil implicitement indispensable dans la démarche géographique, elle prend un tout autre sens dans d'autres disciplines qui y voient une caractéristique essentielle de lois et de distributions statistiques. Il n'y a donc guère de convergence intéressant la géographie telle qu'elle se définit et se pratique aujourd'hui. Au contraire, le conflit épistémologique à ce sujet menace, entre ceux qui comme M. Forriez adhèrent à la vision de L. Nottale (Nottale, 1993) sur la relativité d'échelle et ceux qui comme D. Pumain la contestent. Évoquant à ce sujet un « impensé de la géographie », Maxime Forriez montre des contradictions entre l'approche fractale et la notion d'échelle chère aux géographes, bien que généralement implicite dans leurs travaux (Forriez *et al.*, 2010). Au contraire, D. Pumain doute que la théorie de la relativité d'échelle développée en science physique soit utile en géographie et réclame la preuve de sa validité pour cette discipline (Pumain, 2010).

Contrairement aux mathématiciens et aux physiciens, les géographes sont troublés par les fractales à cause de leur habitude de ne considérer que l'espace euclidien à 2 ou 3 dimensions. Dans cet espace, l'observation se fait couramment par une sorte de zoom. On observe un phénomène à différentes « échelles » en zoomant, mais ce que l'on observe est le même phénomène seulement grossi ou rapetissé.

La fractale apparaît lorsque le zoom ne nous montre plus le même phénomène mais des phénomènes différents. On n'est plus dans l'homothétie, il faut vraiment changer d'échelle. Le phénomène, bien que différent, apparaîtra quand même assez semblable si l'on change le paramètre de la loi de puissance qui le régit, donc la dimension fractale. La fractale est une sorte de compromis qui permet de retrouver une continuité dans la nature du phénomène (ou de la loi qui le régit) au prix d'un minimum de discontinuité, juste ce qu'il faut.

C'est ce que j'ai compris lorsque, il y a plus de dix ans, j'ai travaillé sur une géographie de l'Internet en rapprochant échelle locale et échelle mondiale (Dupuy, 2004). J'avais montré que la répartition des zones couvertes par l'ADSL en 2004 dans la région Midi-Pyrénées suivait une loi fractale de dimension 1,44. La répartition des densités de population dans la même région suivait également une loi fractale de dimension très proche (1,36). Visuellement, les cartes montraient d'ailleurs la correspondance entre couverture ADSL et densité de population. Cette correspondance, conforme aux résultats obtenus par S. Yook *et al.* à l'échelle mondiale pour les *backbones* (Yook *et al.*, 2002), signifiait que :

- dans la région la couverture spatiale de l'Internet suivait de près la population ;
- en termes de dimension fractale, Midi-Pyrénées disposait d'une couverture spatiale de sa population en infrastructure Internet très proche de la moyenne mondiale, excepté pour quelques rares zones de densité inférieure à 80 habitants/km<sup>2</sup>.

Ces résultats relativisaient les discours alarmistes des autorités régionales dénonçant une fracture numérique. Ils montraient que la focalisation sur l'hétérogénéité régionale (fracture numérique) était trompeuse s'agissant d'un phénomène mondial (le déploiement de l'Internet à haut débit).

Compte tenu des difficultés évoquées ci-dessus on peut comprendre que ce qui s'est fait assez progressivement dans les sciences physiques a pris un caractère beaucoup plus radical en géographie conduisant à la situation actuelle. Mais qu'en est-il de l'aménagement, du transport, de l'urbanisme, domaines non sans rapport avec la géographie mais distincts puisque marqués par des pratiques professionnelles spécifiques ?

### **3. FRACTALES ET AMÉNAGEMENT**

Quarante ans après Mandelbrot, on peut avoir l'impression dans ces domaines d'une certaine tiédeur, d'approches souvent timides voire timorées pour s'emparer de l'outil fractal.

Comme en géographie, il y eut pourtant, là aussi, des pionniers dans la décennie 1985-1995. La plupart ont contribué au présent ouvrage. Ils ont essayé de faire passer le message, de former des élèves. Depuis une dizaine d'années, l'avancée est plus significative, notamment en ce qui concerne les approches fractales pour les modélisations en urbanisme et transport. Les chapitres de ce livre montrent ce qu'il en est. Depuis, des chercheurs physiciens comme Marc Barthélémy et Stéphane Douady se sont également engagés dans la voie des fractales dans une perspective urbanistique grâce au programme ANR Morphocity (Douady, 2014) .

Nous proposons de revenir sur certaines des approches pionnières. Cela permet de mieux comprendre les origines, les apports et les limites de l'approche fractale dans ces domaines.

On l'a dit, pour le géographe, le problème tient au fait que souvent le changement d'échelle, naguère essentiel dans l'analyse, n'est justement plus conçu que comme un zoom, facilité par les outils cartographiques modernes. L'efficacité méthodologique de l'échelle, réelle

mais rarement explicitée en géographie, est aujourd'hui plus ou moins oubliée. Ceux des géographes qui, pour d'autres raisons, se sont rapprochés des sciences dures, cherchent à observer des lois. Ils se rapprochent donc plus facilement de la démarche fractale. C'est le cas des géomorphologues, des climatologues ou encore de ceux qui travaillent sur les systèmes de villes (par exemple lois rang-taille). Mais pour les autres, la fractale n'a guère de sens. Comme l'écrivent les auteurs du livre *Le monde des fractales*, les fractales sont encore trop peu identifiées et recherchées en sciences de l'homme et de la société parce que dans ces sciences « les créations humaines sont tenues pour être particulières à l'homme et indépendantes de toute loi » (Queiros-Condé *et al.*, 2015).

Pour l'aménageur, c'est un peu différent. Il se rapproche du géographe en ce que, lui aussi, pratique le zooming (de la région à la ville, de la ville au quartier, du quartier à l'immeuble). Mais ce qui le retient de donner trop d'importance au zoom, c'est le territoire, les acteurs, le droit, les institutions. Les rapports à l'espace des acteurs ne sont pas les mêmes au niveau d'un projet d'aménagement, d'un PLU, d'un SCOT. De là à passer aux fractales, il y a bien d'autres pas à franchir, à moins que l'aménageur ne soit amené à s'intéresser particulièrement au remplissage, à la couverture de l'espace, à la desserte, à l'accès aux réseaux.

Afin de mieux comprendre la manière dont les fractales inter-fèrent avec les problématiques de l'aménagement, de l'urbanisme, des réseaux urbains nous proposons ici une démarche sinon historique, du moins rétrospective. Nous avons reconstitué la démarche de pionniers qui au cours de la décennie 1985-1995, soit il y a entre vingt et trente ans, s'étaient lancés dans des recherches utilisant l'analyse fractale.

Notre enquête ne vise pas à l'exhaustivité. Nous avons cherché une certaine variété des domaines, une certaine visibilité des chercheurs et aussi la disponibilité d'informations sur leurs démarches de l'époque.

Finalement quatre cas sont présentés dans ce qui suit. Dans chaque cas nous nous sommes efforcés de comprendre les apports et les limites des démarches engagées avec les méthodes fractales.

#### **4. EXPLORATION FRACTALE DES RÉSEAUX URBAINS**

Commençons notre retour en arrière en évoquant les travaux de S. Thibault, enseignant-chercheur à l'INSA de Lyon. Serge Thibault s'est spécialisé en hydrologie urbaine, il s'intéresse aux écoulements des eaux pluviales dans les zones surfaces urbanisées, principalement

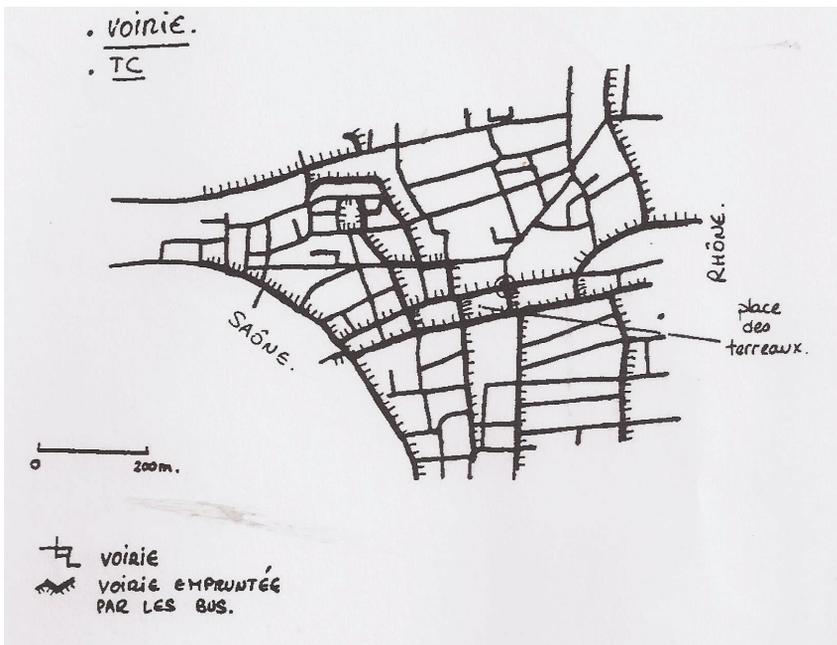
l'agglomération lyonnaise. À l'INSA, les recherches sont marquées par une forte visée opérationnelle. Il s'agit de fournir aux professionnels de l'assainissement des outils de conception et de gestion des réseaux, alors que les agglomérations urbaines sont marquées par un fort développement spatial. La question clé à résoudre est ici celle de la relation pluie-débit qui permet de dimensionner les diamètres des canalisations destinées à évacuer les eaux pluviales.

Insatisfait des modèles existants à cette époque, S. Thibault tente pour sa thèse de doctorat d'État, soutenue en 1987, une autre approche fondée sur les fractales (Thibault, 1987). Il montre d'abord que la forme d'un réseau d'assainissement s'apparente convenablement à une forme fractale. Même si la structure d'un réseau d'assainissement mélange la ramification et le maillage, le modèle structurel basé sur l'assimilation de ce réseau à une forme fractale permet de représenter très correctement l'objet modélisé en le caractérisant par une dimension comprise entre un et deux, d'autant plus proche d'un que le réseau est linéique, d'autant plus proche de deux que celui-ci recouvre la surface considérée. Connaissant la dimension fractale du réseau, on peut ainsi définir sa longueur totale en fonction de la distance à l'exutoire. La transformation pluie-débit, le temps de concentration (temps qui sépare l'entrée de l'eau dans la partie la plus éloignée du réseau de sa sortie à l'exutoire) et le temps de réponse du bassin versant (*lag time*), qui intéresse les ingénieurs de l'assainissement urbain, peuvent alors être déterminés de manière assez simple, sur la base de la dimension fractale du réseau en évitant l'analyse fastidieuse, voire impraticable, du réseau dans tous les détails de ses tronçons.

Avec le recul, S. Thibault estime que ce type de modèle, certes élégant, n'a guère d'intérêt pour un usage professionnel, l'incertitude sur les données (pluie, coefficient de ruissellement) étant d'un ordre plus important que le bénéfice lié à la prise en compte de la dimension fractale, nécessitant par ailleurs l'usage de modèles peu pratiques à mettre en œuvre à l'époque (Thibault, 1991).

Un peu plus tard, une autre étude menée par S. Thibault avec A. Marchand porte sur des réseaux de transports en commun dans l'agglomération lyonnaise. Les réseaux d'autobus ne s'inscrivent pas dans l'espace urbain comme des réseaux d'assainissement ou, comme on le verra ci-dessous, des réseaux de métro. Les réseaux d'autobus sont structurés par lignes. Les dépôts de véhicules jouent un rôle structurant. Les deux chercheurs constatent qu'il faut envisager différentes formes de réseaux fractals en parallèle pour rendre compte de la réalité. S. Thibault propose alors de combiner des sous-réseaux en les considérant comme des espaces vectoriels munis d'un produit scalaire. L'« angle » qui

intervient dans le produit scalaire caractérise la différence des formes entre les deux sous-réseaux dont les dimensions fractales diffèrent (Thibault & Marchand, 1987). Cette recherche très innovante n'ira guère plus loin. Bien que le travail soit souvent cité, ses résultats n'ont d'ailleurs pas été publiés. Cette recherche pose cependant un problème que l'on retrouve dans de nombreuses approches fractales : comment identifier les caractéristiques morphologiques d'un réseau comme un tout alors que sa fractalité ne peut être révélée que par la combinaison de sous-réseaux. La même question se pose bien évidemment pour des espaces urbains dont la fractalité diffère d'une zone à une autre.



Par la suite, sans renoncer à des réflexions sur la complexité, Serge Thibault abandonnera l'approche fractale au profit de problématiques d'aménagement spatial plus classiques.

## 5. LA FRACTALITÉ DES RÉSEAUX DE MÉTRO

Le cas suivant est celui de Gilles Benguigui.

En 1990, Mohamed Daoud travaillait au CEA sur la physique des polymères. Dans ce cadre, il s'était intéressé aux fractales. Gilles Benguigui, physicien de la matière condensée est en stage dans le

service de M. Daoud. Un jour ils voient dans le métro le plan du réseau ferré parisien (plan antérieur au plan actuel, très géométrisé). Ils ont l'impression que ce plan a une allure de figure fractale. Daoud et Benguigui se procurent le fameux plan et le rapportent au CEA. En utilisant un grand compas, ils tracent des cercles concentriques autour de Notre-Dame. Ils n'avaient pas alors les moyens de mesurer la longueur des lignes de chemin de fer. Ils se sont donc contentés de compter les stations à l'intérieur du périmètre de chaque cercle. Le résultat a confirmé l'intuition : le réseau était bien fractal. Une régression linéaire entre le logarithme du rayon des cercles concentriques et le logarithme du nombre de stations à l'intérieur du cercle donne avec une bonne validité statistique une dimension fractale  $D = 1,47$ . Les auteurs montrent également que cette dimension fractale « moyenne » résulte d'une partie urbaine avec une dimension fractale proche de 2 (densité constante de stations en fonction du rayon) et d'une partie suburbaine (RER/SNCF) de dimension fractale nettement plus faible ( $D = 0,47$ ). Ce résultat fait l'objet d'un article publié dans *Geographical Analysis* (Benguigui et Daoud, 1991). Benguigui et Daoud constataient un changement de  $D$  au niveau du boulevard périphérique sans pouvoir interpréter cette discontinuité autrement que de manière intuitive. G. Benguigui publie l'année suivante un autre article dans *Physica A* dans lequel il s'appuie sur les résultats précédents pour proposer un modèle fractal de génération du réseau de métro de Paris (Benguigui, 1992a). En conclusion de cet article Benguigui s'interroge sur les écarts à la réalité de cette modélisation. Il constate des différences. Il y voit des « interventions humaines » (externes à la logique fractale) qui altéreraient la logique de construction du réseau (par exemple la ligne « circulaire » Étoile-Nation ou les stations multilignes). Il prétend également que le cas du métro de Paris n'est qu'un échantillon d'un processus plus vaste, construit sur un treillis infini et qui conduirait à un réseau de dimension 2, le réseau de métro parisien n'ayant qu'une dimension de 1,8. Le réseau de Paris ne serait donc qu'une partie d'un réseau de dimension fractale 2.

Au prix de ces simplifications, la question du pourquoi de la forme du réseau de métro parisien paraît donc avoir trouvé une réponse. Benguigui et Daoud en révélant la fractalité du réseau laissent entendre qu'il résulte d'une dynamique de génération fractale dont on trouve les modèles dans la nature.

L. G. Benguigui poursuivra ses études et publications en comparant le réseau parisien à d'autres réseaux : celui de la conurbation rhénane allemande et celui de Moscou. L'auteur en conclut que ces réseaux ont



Photo : Gabriel Dupuy

tous la propriété « d'envahir l'espace » selon le même schéma fractal. Le point important est de comprendre pourquoi ces réseaux sont fractals ou, en d'autres termes, de trouver le schéma caché caractéristique de leurs structures » (Benguigui, 1992b).

Ce cas montre bien que, pour le physicien qu'est alors Benguigui, l'essentiel n'est pas de mettre en évidence la dimension fractale d'un réseau sur un espace géographique donné mais plutôt de comprendre comment la structure fractale du réseau évolue selon l'échelle, révélant une diversité de phénomènes que l'observation « classique » ne pourrait autrement élucider.

## **6. LES FRACTALES : DE LA THÉORIE À LA PRATIQUE**

La thèse de Norbert Lauriot est elle aussi très riche d'enseignements quant à l'application de l'approche fractale (Lauriot, 1996). Technicien de formation, employé à la RATP, N. Lauriot est un praticien, spécialiste des réseaux de métro. Intéressé par la géographie, il profite de conditions favorables dans son entreprise pour compléter sa formation et préparer une thèse de géographie sous la direction de D. Pumain, thèse qu'il soutient en 1996. Sur le plan théorique, il est inspiré pour une part par les historiens du réseau parisien, mais aussi,

par des géographes : Bernard Marchand pour Paris, Hervé Théry pour Rio de Janeiro, et de manière plus spécifique sur la forme des réseaux, par William Bunge (Bunge, 1966). On notera que cette inspiration n'exclut pas la critique, celle du praticien « proche du terrain » vis-à-vis du théoricien universitaire qui survole les faits et s'éloigne ainsi de la réalité. En ce qui concerne le transport et l'aménagement urbain, Lauriot est très marqué par les démarches opératoires de V. R. Vuchic (Vuchic, 1986 ; Vuchic & Musso, 1986) qui préconise des typologies plutôt que des modèles sophistiqués qu'il juge inapplicables. Enfin et surtout, Lauriot dispose au moment où il rédige sa thèse d'une expérience personnelle considérable, acquise dans ses fonctions professionnelles où il est notamment en contact avec la SOFRETU, filiale de la RATP, pour les projets internationaux. Il indique que, sur les quelque cent cinquante réseaux de métro que compte la planète à cette époque, il en connaît une bonne centaine !

N. Lauriot cherche des méthodes géographiques qui permettraient, sans connaître très précisément un réseau, de savoir quelles sont les formes souhaitables de son déploiement.

La critique de Lauriot vis-à-vis de l'approche fractale des réseaux ferrés urbains est assez dure (« graves erreurs », choix « pas très judicieux »). C'est l'article de Benguigui et Daoud qui va concentrer les critiques de Lauriot du fait de sa simplification jugée abusive des réseaux et de l'interprétation naïve des résultats obtenus. Nous évoquerons trois aspects de cette critique. Tout d'abord, par exemple, Lauriot montre que le seuil urbain/suburbain (situé à peu près au niveau du boulevard périphérique) qui apparaît dans l'analyse fractale de Benguigui et Daoud n'est qu'un artefact résultant de l'ignorance technico-historique des auteurs. En effet, les grandes gares parisiennes construites au milieu du 19<sup>e</sup> siècle furent bâties aux limites de l'agglomération d'alors, soit pour Paris à la limite externe de l'enceinte des fermiers généraux. « Si l'on ajoute à ces points, vers l'extérieur de la commune, une distance correspondant approximativement à la longueur d'un convoi, plus la distance nécessaire pour passer en toute sécurité les aiguillages d'accès à un faisceau d'une vingtaine de voies, on atteint alors les positions indiquées par le seuil » montrent Benguigui et Daoud. Ce seuil résulte donc simplement du choix expérimental de départ et ne devrait donc pas apparaître dans l'analyse fractale.

Plus généralement, Lauriot estime que, contrairement à ce que postulent Benguigui et Daoud, les deux réseaux urbain et suburbain ne sont pas du tout comparables. Pour des raisons technico-économiques, l'exploitation de ces deux réseaux est fondamentalement différente, ce

qui entraîne notamment des inter-stations forcément plus longues sur le réseau suburbain. Le fait de grouper au départ les deux réseaux en un unique réseau ferré urbain et de retrouver à l'arrivée des différences de dimensions fractales traduisant une répartition différente des stations relève donc simplement d'une méconnaissance des règles de base d'exploitation des réseaux.

À la suite de ces critiques, Lauriot développe une typologie opérationnelle fondée sur des critères tels que : déviation, hiérarchisation, arborescence, maillage homogène, polarisé, etc. Dans ce cadre apparaissent des figures obligées définissant la position des lignes par rapport au centre des villes desservies : lignes radiales, diamétrales, tangentielles, périphériques, de ceinture, magistrales, embranchement ou fourches, rabattements, boucles (ou anneaux). Il montre ensuite la dynamique des réseaux à travers l'évolution de ces types de base avec différentes versions correspondant à des partis différents pour ce développement des réseaux ferrés urbains.

Enfin, cette analyse lui permet de passer au diagnostic en reliant la morphologie du réseau aux particularités de la ville considérée. Par exemple, selon lui, le métro de Chicago « n'est manifestement pas un réseau conçu pour lutter contre la pollution automobile ».

La position de Lauriot est donc explicite. Rédigeant une thèse, l'auteur a été conduit à argumenter ses réactions par rapport aux nouvelles méthodes qui lui étaient suggérées et dans une large mesure à promouvoir ses propres méthodes de géographe-praticien par rapport à celles de « naïfs », théoriciens des sciences « dures ».

Revenons un instant sur le commentaire de Lauriot à ce sujet. Malgré ses réserves sur l'analyse fractale, « réserves » concernant à la fois la méthodologie et l'interprétation des résultats, Lauriot reprendra finalement à son compte ce type d'analyse non sans avoir revu, à sa manière, les définitions, les mesures et les calculs pour les rapprocher de sa propre vision de la réalité dans le cas parisien mais aussi dans le cas des métros de Buenos Aires, d'Athènes et de Pékin.

Il en retire finalement l'idée qu'une « analyse fractale fait admirablement ressortir des caractéristiques difficilement discernables en l'absence d'une reconnaissance très pointue sur les réseaux étudiés et ce, de plus, en dépit d'une expérimentation peu précise parce que relativement dépendante de certains choix d'origine comme par exemple la détermination d'un centre ».

Il comprend fort bien que « c'est l'homogénéité du réseau qui transparaît à travers la dimension fractale et non sa densité », considération essentielle pour un géographe spécialiste des réseaux de transport urbain.

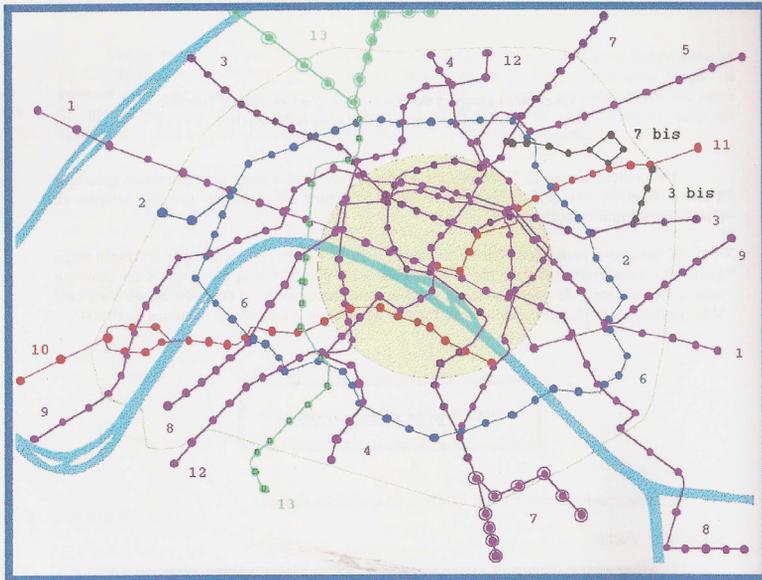
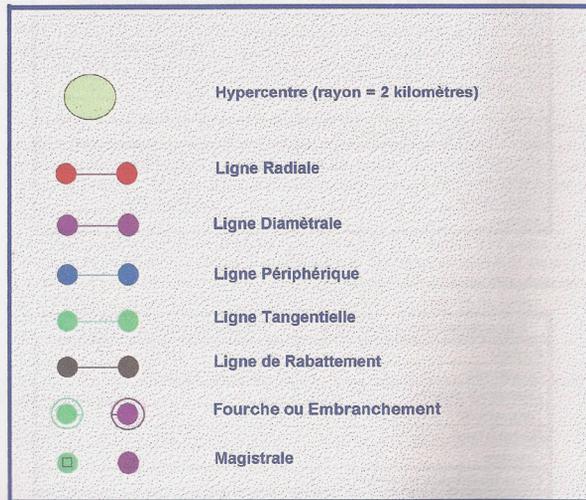


Fig 3.62



Décomposition du réseau parisien de Métropolitain  
selon les principes d'individualisation de V.R. Vuchic

Source : N. Lauriot, 1996.

Rappelant finalement que « son objectif n'est pas d'opposer les procédures des scientifiques à celles des professionnels... », il conclut que même si « l'analyse fractale reste encore à explorer... elle est incontestablement l'une des méthodes pouvant être employées en analyse spatiale géographique qui a l'un des avènements les plus prometteurs ».

## 7. DES VILLES FRACTALES ?

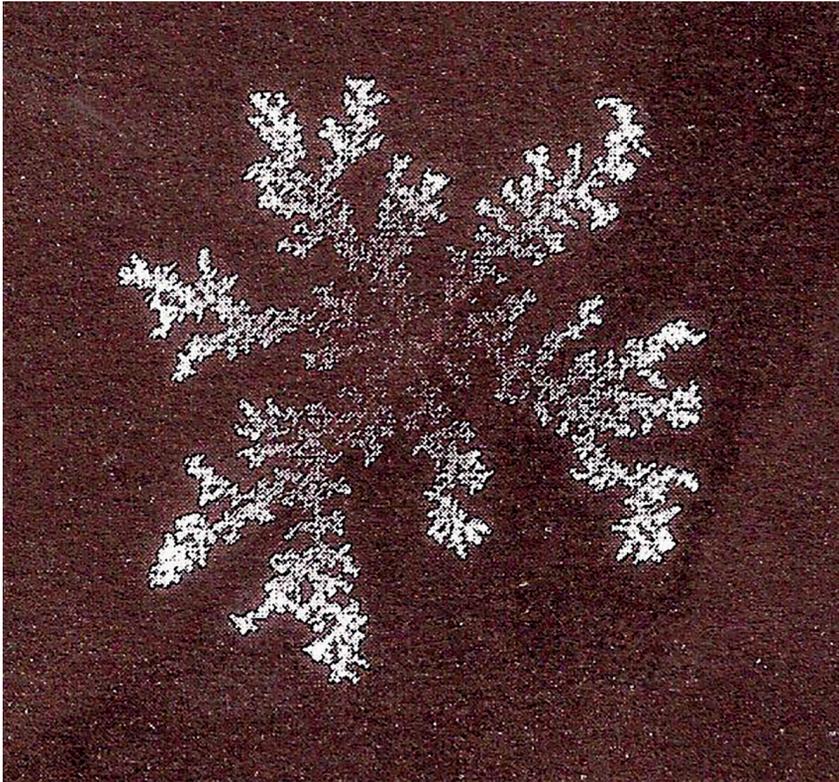
Sur la base de travaux débutés vers 1983 (Batty & Longley, 1986), Michael Batty et Paul Longley publient en 1994 un ouvrage qui connaîtra un grand succès : *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function* (Batty & Longley, 1994). Dans leur livre, après avoir rappelé l'histoire de l'urbanisation et de l'urbanisme, les auteurs abordent les fractales en montrant les curiosités mathématiques historiques évoquées plus haut. Puis ils développent les aspects visuels résultant de la modélisation fractale, insistant, comme l'avait fait Mandelbrot auparavant, sur la puissance de la visualisation fractale en matière de test d'hypothèses, en particulier dans les domaines des espaces et des réseaux urbains. Face à la « myriade de facteurs historiques sociaux et physiques qui conditionnent le développement urbain », ensemble impossible à décrire et à modéliser de manière conventionnelle, l'approche fractale permet de générer un « réalisme perçu ». Cependant, les deux auteurs doivent ensuite entrer dans le cœur du sujet annoncé par le titre du livre. Pour représenter l'auto-similarité aux différentes échelles qu'implique la géométrie fractale il faut disposer d'une fonction générative de figures fractales à toute échelle. C'est ici que, dans l'esprit de Mandelbrot, les auteurs relâchent le caractère « rigide » de la fractalité en introduisant des lois statistiques de variation autour de la règle. Le test final sera le fait que le modèle conduit à une visualisation proche de la réalité, à un réalisme perçu.

À partir de là, la démarche de Batty et Longley semble hésitante. Ou bien l'on poursuit une recherche forcément empirique et approximative des processus qui produisent la fractalité urbaine, mais ces processus semblent bien « implicites », « mystérieux », ce qui rend la recherche extrêmement difficile et ses résultats aléatoires. Ou bien l'on utilise les fractales pour visualiser de manière réaliste les résultats de processus de développement urbain, processus fondés sur des théories connues du développement urbain ou des réseaux (places centrales, Colin Clark, Von Thunen, Mogridge, modèles gravitaires, méthodes « rationnelles » pour l'assainissement, etc.) et généralement acceptées par les économistes, géographes, ingénieurs et *planners* (relations

entre densité et distance au centre sous forme de lois exponentielles ou de lois puissances).

Bien que les auteurs penchent plutôt pour la deuxième approche, ils vont quand même explorer une troisième voie : générer des figures auto-similaires dans le domaine urbain en faisant appel à des modèles issus des sciences physiques. Alors que certains auteurs comme R. White et G. Engelen (1993) étaient parvenus, grâce à l'utilisation d'automates cellulaires, à générer une utilisation du sol fractale très réaliste et reliée aux théories générales de l'évolution urbaine, M. Batty et P. Longley s'orientent en effet vers d'autres modèles issus directement des sciences physiques : DLA (*Diffusion Limited Agregation*), DBM (*Dielectric Breakdown Model*), ce qui les éloigne de la deuxième approche évoquée ci-dessus.

Les auteurs utilisent cette méthode pour se rapprocher de la pratique sur un sujet emblématique pour la Grande-Bretagne, la question de l'efficacité des *Green Belts* comme politique d'aménagement. Les résultats ne sont pas très convaincants : « further researches are needed » estiment au bout du compte M. Batty et P. Longley.



Source : Batty M. et Longley P., 1994.

En conclusion, les auteurs soulignent que l'informatique a permis de mettre en œuvre avec les fractales un formidable outil de visualisation, extrêmement utile. La mise en cause de la géométrie euclidienne a fait découvrir la très grande complexité du phénomène urbain et donc, implicitement, a ébranlé aussi les théories urbaines préexistantes.

Au total, nous nous contenterons de citer un commentateur américain du livre qui après avoir loué les efforts remarquables des auteurs en matière de visualisation estime que « ... The book does not convince that the fractal approach gives any greater insight into urban growth and development pattern than do the insights provided by a host of other tools and techniques provided by planners. In the end the fractal approach seems very strong on description, especially visual appeal, and somewhat weak on explanation... It is unfortunate that the authors did not attempt to adapt their models more to urban policy and forecasting issues, for these areas will probably prove the most worthwhile for future work in fractal simulations » (Mulligan, 1997).

## 8. LES FRACTALES POURQUOI ET COMMENT ?

Finalement, on est tenté de résumer le problème de la façon suivante. La fractalité n'est pas une évidence. Le chou Romanesco est une exception, pas la généralité. Avant Mandelbrot, nul n'avait considéré comme évidente la fractalité des côtes bretonnes.

Au-delà des apparences, la réalité est-elle continue, soumise à des régularités, à des lois, même si l'on ne les voit pas ou ne les connaît pas ? Peut-on établir des ponts entre la fractalité et des théories urbaines fondées sur des mécanismes physiques, économiques, démographiques, sociologiques ? Ou bien faut-il approcher la réalité avec des artefacts comme les fractales pour retrouver du continu, des lois de régularité ? L'artefact permet de donner l'apparence du continu à ce qui ne l'est pas, de révéler des lois là où l'on n'en voyait pas. Bref l'approche fractale redonnerait ainsi au monde une figure rassurante.

D'un côté, les physiciens qui ont travaillé sur des phénomènes tels que la combustion ou la dissipation de la chaleur ont montré que ce qui n'est pas continu dans le monde réel peut le devenir si l'on accepte de considérer les choses sous l'angle fractal. Des lois réapparaissent alors.

D'un autre côté, les architectes, urbanistes, planificateurs ont eu de tous temps le souci de lutter contre ce qui leur apparaissait comme désordonné, chaotique, anarchique dans le développement urbain « naturel ». La géométrie euclidienne, à la base de la cartographie, de la géographie, des plans a été leur outil paradigmatique. Mais

aujourd'hui l'on prétend que le désordre ne serait rien d'autre qu'un ordre caché : « the idea that the naturally or organically growing city is optimal in countless ways we have hitherto ignored has grown in strength » (Longley & Batty, 1994). Les fractales permettraient de retrouver derrière le chaos apparent cet ordre caché. La ville serait donc essentiellement fractale.

Mais comment et pourquoi des formes fractales apparaissent-elles dans l'organisation des villes ? Question redoutable : dans quel sens chercher la réponse ? Les physiciens proposent leurs réponses, les informaticiens la leur. Les économistes, les sociologues, les spécialistes de l'urbain voudraient des réponses qui fassent sens par rapport à leur compréhension du monde et de la ville en particulier. Or là, il y a un problème. Dans notre revue de la littérature nous avons trouvé très peu de réponses de ce genre, les quelques essais n'ont pas abouti.

Il faut cependant signaler un travail récent sur un sujet proche (Joye, 2011). En effet la question de la place des approches fractales n'est pas spécifique du domaine que nous avons retenu pour ce livre. Le champ, relativement proche, de l'architecture pose des questions analogues. Y. Joye a examiné la présence de la géométrie fractale dans la conception architecturale. À la suite de sa vaste étude bibliographique, il tire quelques enseignements importants pour notre propos. Tout d'abord, l'utilisation de formes relevant de la géométrie fractale est vraisemblable pour de nombreuses œuvres architecturales historiques ou contemporaines, dans des aires culturelles variées. Cependant, dans la plupart des cas, la preuve de la fractalité n'est pas apportée par ceux qui l'affirment, la reconnaissance de la géométrie fractale étant plutôt postulée que démontrée. D'autre part, les plans d'architecture fondés sur une géométrie fractale, parce qu'ils présentent plus d'angles, de coins, de niches que les plans classiques devraient donner une impression plus spacieuse et au total, pour ceux qui vivent dans les espaces ainsi créés, une expérience différente. Apparemment ce n'est pas le cas. Enfin, dans les architectures historiques, antérieures à la théorisation des fractales (B. Mandelbrot), on reconnaît néanmoins une recherche fréquente de formes fractales. La raison de l'intérêt constant des architectes pour ces formes reste mal connue. Certains croient y voir des fondements anthropologiques. D'autres pensent qu'il s'agit d'une réponse à une demande fondamentale pour un usage optimal des espaces et des surfaces dans un édifice (Peitgen *et al.*, 1992). On peut également renvoyer aux réflexions de Panofsky à propos de l'architecture gothique (Panofsky, 1967).

Des phénomènes d'essence fractale (et non artificiellement fractalisés pour les besoins de l'analyse) tels que certaines formes

d'urbanisation, de développement de certains réseaux, seraient-ils perturbés par des actions humaines ? Faut-il compliquer l'analyse des réalités urbaines à la manière des physiciens, de G. Benguigui et de S. Thibault, en les reconnaissant « fractales par morceaux » ?

Ces questions montrent que l'on n'a pas élucidé la question du caractère intrinsèque ou non de la fractalité, du moins dans les domaines qui nous concernent.

Cela n'empêche pas de signaler les éléments majeurs qui facilitent ou non l'application des fractales en urbanisme, transport, aménagement.

Il existe d'abord une différence d'attitude entre ceux pour qui l'essentiel en matière de recherche et d'identification des fractales est de mettre en évidence des lois générales régissant les phénomènes, à défaut de pouvoir encore en cerner les causes profondes, et ceux qui tiennent que les créations humaines sont particulières à l'homme et indépendantes de toutes lois. Cette différence s'observe pour d'autres approches mais elle prend un relief particulier pour l'approche fractale.

On observe aussi une difficulté manifeste d'expliquer les processus de génération fractale dans le cadre du corpus des théories urbaines existantes. Pourquoi explique-t-on si bien la génération du flocon de Von Koch et si mal les raisons de l'apparition de réseaux fractals ou de bordures urbaines fractales ? Le recours aux théories urbaines connues telles celles de Christaller, Clark, Isard, Bussière, ou celle de la compétition économique pour l'usage de l'espace s'avère très décevant lorsqu'il est utilisé. Pour les réseaux, rien d'analogue à la théorie de l'attachement préférentiel de Barabasi. Pourtant des possibilités ont été explorées à propos du réseau routier par H. Baptiste (1999) et F. Michel de la Morvonnais (Dupuy, 1999). Du coup, la modélisation fractale est conduite à s'appuyer sur des lois statistiques peu significatives ou sur des modèles directement empruntés aux sciences physiques, sans signification pour ceux qui travaillent dans le champ de l'urbanisme.

Il faut rappeler aussi les questions qui se posent à l'urbanisme et à l'aménagement d'aujourd'hui. Si la modélisation des côtes bretonnes ne répondait à aucune demande opérationnelle, il n'en est pas de même de l'analyse fractale en général. Dans le domaine des sciences physiques, l'analyse fractale devait conduire au contrôle de la combustion dans les moteurs ou de la dissipation de la chaleur dans les composants électroniques. Comment réduire le gaspillage d'énergie dû à des combustions incontrôlées ? Comment obtenir des grandes puissances sous un petit volume sans endommager des composants qui chauffent ? Dans notre domaine : les défis concernent l'énergie, l'environnement, la ségrégation, l'accessibilité.

Enfin Il ne faut pas oublier non plus l'impulsion donnée à l'approche fractale par le développement des moyens de calcul. C'est vrai aussi pour d'autres approches et d'autres domaines. Pensons, en ce qui nous concerne, aux SIG et à la modélisation transport-urbanisme. Comme le note D. Badariotti (2005), les données utilisables pour les études intra-urbaines étaient naguère dérivées de cartes topographiques numérisées à l'échelle du 1/100 000 ou du 1/50 000, ce qui empêchait évidemment la prise en compte des détails urbains. Avec la multiplication des SIG dans les domaines de la gestion urbaine et du cadastre dans les années 1990, il est devenu possible de dériver des données des plans numériques et de travailler sur la fractalité des morphologies urbaines à des échelles bien plus grandes.

Ce tableau en demi-teinte n'empêche pas que l'on pense trouver dans la fractalité la réponse à des questions à la fois théoriques et pratiques qui se posent dans le domaine des transports, des réseaux et de l'aménagement urbains. L'idée était présente dans les analyses des pionniers des années 1980-1990 et plus récemment chez M. Batty (*Science*, 2006). Face aux théories économiques maintenant classiques sur les externalités négatives des très grandes agglomérations, une organisation fractale permettrait par une bonne adéquation entre l'occupation du sol, le tracé des réseaux et les populations, des économies d'échelle, de moindres fractures socio-politiques.

## BIBLIOGRAPHIE

- Badariotti D., 2005, « Des fractales pour l'urbanisme? Quelques pistes de réflexion à partir de l'exemple de Strasbourg-Kehl », *Cahiers de géographie du Québec*, vol 49, n° 137, p. 133-156.
- Baptiste H., 1999, *Interactions entre le système de transport et les systèmes de villes : perspective historique pour une modélisation dynamique spatialisée*, Atelier national de Reproduction des Thèses, Lille, 422 p.
- Batty M. & Longley P., 1986, « The fractal simulation of urban structure », *Environment and Planning A*, vol. 18, n° 9, p. 1143-1179.
- Batty M. & Longley P., 1994, *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function*, Academic Press London, 394 p.
- Benguigui L. & Daoud M., « 1991, Is the suburban railway system a fractal? », *Geographical Analysis*, 23(4), p. 362-368.
- Benguigui L., 1992, « Some speculations on fractals and railway networks », *Physica A*, 191(1-4), p. 75-48.
- Benguigui L., 1992, « The fractal dimension of some railway networks », *J. Physic 1 France*, 2, 1992, p. 385-388.

- Benguigui L., 1995, « A fractal analysis of the public transportation system of Paris », *Environment and Planning A*, vol. 27, 1995, p. 1147-1161.
- Bunge W., 1966, *Theoretical Geography*. Second Edition. *Lund Studies in Geography Series C: General and Mathematical Geography*, n° 1, Gleerup Lund, Sweden.
- Dauphiné A., 2011, *Géographie fractale : fractals auto-similaire et auto-affine*, Paris, Lavoisier, 236 p.
- Douady C.N., 2014, *De la trace à la trame. La voie, lecture du développement urbain*, Paris, L'Harmattan, 255 p.
- Dupuy G., 1999, *La dépendance automobile, Symptômes, analyses, diagnostic, traitements*, Paris, Anthropos, 166 p.
- Dupuy G., 2004, « Internet : une approche géographique à l'échelle mondiale », *Flux*, n° 58, octobre-décembre, p. 5-19.
- Dupuy G., 2015, <https://cybergeo.revues.org/27283>
- Forriez M., Martin P., Nottale L., 2010, « Lois d'échelle et transitions fractal-non fractal en géographie », *L'espace géographique*, 2, vol. 39, p. 97-112.
- François N., 1997, *Méthode d'application de la géométrie fractale a la description des systèmes de villes et des réseaux de transport*, Thèse de Doctorat Université Paris 1 Panthéon Sorbonne, 391 p.
- Frankhauser P., 1994, *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Economica-Anthropos, 291 p.
- Frankhauser P. 2008, « Fractal geometry for measuring and modeling urban patterns », in *The Dynamics of Complex Urban Systems. An Interdisciplinary Approach*, 213–44, Heidelberg, Physica-Verlag (Springer).
- Frankhauser P., 2012, *The Fractalopolis Model. A Sustainable Approach for a Central Place System*, working paper HALSHS, hal-00758864, 19 p.
- Joye Y., 2011, « A review of the presence and use of fractal geometry in architectural design », *Environment and Planning B Planning and Design* 38(5), September.
- Lauriot N., 1996, *Adaptation géographique et technique des réseaux de métropolitains dans le monde*, Thèse de Doctorat, Université Paris 1, 592 p.
- Mandelbrot B., 1983. *The Fractal Geometry of Nature*, New York, W.H. Freeman, 460 p.
- Mulligan G. F., « Book Review of Fractal cities: a geometry of form and function », *Cities*, February 1997.
- Nakagaki T., Yamada H., Tóth Á., 2008a, « Maze-solving by an amoeboid organism », *Nature*, 407 (470), 6803.
- Nakagaki T., Tero A., Kobayashi R., Onishi I., Myaji T., 2008b, « Computational ability of cells based on cell dynamics and adaptability », *New Generation Computing*, 27 (1), 57-81.

- Nottale L., 1993, *Fractal Space-Time and Micro-physics*, Éditions World Scientific.
- Nottale L. 2011, *Scale Relativity and Fractal Space-Time. A New Approach to Unifying Relativity and Quantum Mechanics*, World Scientific Publishing Company, 764 p.
- Panofsky E., 1967, *Architecture gothique et pensée scolastique*, Éditions de Minuit, 216 pages
- Peitgen H., Jürgens H., Saupe D., 1992, *Chaos and Fractals. New Frontiers of Science*, New York, Springer.
- Pumain D., 2010, « Commentaire : Transition fractal-non fractal et objets géographiques », *L'Espace géographique*, 2, 39, p. 113-116.
- Queiros-Condé D., Chaline J., Dubois J., 2015, *Le monde des fractales, la nature trans-échelles*, 2<sup>e</sup> éd., Ellipses, 476 pages.
- Salingaros N., 2004, « Connecting the Fractal City », Keynote speech, *5th Biennial of towns and town planners in Europe* (Barcelona, April 2003). Published in PLANUM, *The European Journal of Planning On-line* (March 2004). Reprinted as Chapter 6 of *Principles of urban structure*, Amsterdam, Techne Press, 2005.
- Thibault S., 1987, *Modélisation morpho-fonctionnelle des réseaux d'assainissement urbain à l'aide du concept de dimension fractale*, Thèse de Doctorat d'État sous la direction de H. Botta, INSA de Lyon, 305 p.
- Thibault S. et Marchand A., 1987, *Réseaux et topologie*, Lyon, INSA.
- Thibault S., « Fractals et structure des réseaux urbains d'assainissement eaux pluviales », *Flux*, 1991, vol. 7, n° 4, p. 5-14.
- Vuchic V.R., 1986, *Les réseaux de l'an 2000*, Bruxelles, UITP.
- Vuchic V.R. & Musso A., 1992, « The role and organization of transfers in transit networks », *Proceedings of the 6th World Conference on Transport Research – WCTR*, Lyon, June 1992, 12 p.
- White R. & Engelen G., 1993, « Cellular Automata and Fractal Urban Form: A Cellular Modelling Approach to the Evolution of Urban Land-Use Patterns », *Environment and Planning A*, vol. 25, p. 1175-1199.
- Yook S., Jeong H., Barabasi A. L., « Modeling the Internet's large-scale topology », *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2002, 99, p. 13382-13386.

## Commentaire sur le chapitre 1

Cyrille Genre-Grandpierre  
*Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse,*  
*UMR CNRS 7300 ESPACE*

*« Tel est, dans ses lignes essentielles, le Fractal, que les plus hautes autorités internationales s'accordent à reconnaître comme la plus étonnante découverte de notre temps et qui, dans un avenir d'autant plus proche qu'il sera moins éloigné, est appelé non seulement à servir à tout, ce qui est la moindre des choses, mais encore et surtout à n'importe quoi, y compris tout ce qui en découle, sans préjudice du reste et de tout ce qui s'en suit. »*

Parodie de la géométrie fractale inspirée par Pierre Dac à Guy Cherbit dans *Fractales, dimensions non entières et applications*, Masson, 1987.

### **RELATIONS ENTRE GÉOMÉTRIE FRACTALE – GÉOGRAPHIE ET AMÉNAGEMENT. ÉLÉMENTS DE RÉFLEXION**

Notre univers quotidien est à la fois extraordinairement compliqué et complexe. Compliqué car composé d'une très grande diversité de corps et d'objets. Complexe car tous ses éléments constitutifs sont combinés d'une manière qui n'est pas immédiatement saisissable et intelligible, ce qui laisse parfois supposer qu'il est inorganisé. Toutefois, dans cet univers compliqué et complexe, l'activité scientifique fait le postulat (à la base même de son existence) qu'il peut exister des règles, des ordres, des lois qu'il va s'agir de révéler. Depuis le Siècle des Lumières, le réductionnisme est utilisé pour découvrir les lois générales de l'univers. Il s'agit de réduire la complexité de l'objet en hiérarchisant les phénomènes selon leur importance supposée. Les phénomènes d'ordre 1 fournissent en général des formes simples (cercle, ellipse) et des lois simples. Les déviations par rapport à ces lois (les frottements en mécanique par exemple) sont perçues comme des perturbations. La complexité des formes observées est donc attribuée à ces perturbations, qui ne remettent pas en cause la loi générale.

Toutefois, le réductionnisme ne parvient pas toujours à réduire la complexité de nombreux systèmes ou objets dits « irréguliers, désordonnés, anarchiques ou chaotiques ». L'analyse hiérarchisée des phénomènes ignore en effet les interactions potentielles entre ces phénomènes et entre les échelles d'observation. Ainsi, si l'on ne renonce pas au postulat selon lequel le monde est organisé, on peut se demander si ces systèmes « désordonnés », sans forme, n'apparaissent pas comme tels parce qu'ils ne sont pas observés avec les bons outils, vus à travers « les bonnes lunettes », ce qui empêche de dépasser l'irrégularité et la complexité qui apparaît de prime abord.

Succédant au réductionnisme, le structuralisme a cherché à comprendre l'objet en étudiant sa forme, pour ensuite tenter de relier ses caractères morphologiques à des fonctionnements spécifiques. L'objet est donc étudié au niveau macroscopique comme un tout dont on cherche à caractériser les propriétés, sans se « perdre » dans une difficile décomposition microscopique. Puis au structuralisme a rapidement succédé le post-structuralisme, qui ne s'intéresse plus seulement à la forme de l'objet, mais aussi à sa morphogenèse pour en comprendre l'émergence et l'évolution. Deux formes différentes peuvent en effet faire partie d'un même type fondamental quant à leur processus morphogénétique.

Que ce soit dans le structuralisme ou le post-structuralisme, la géométrie apparaît comme capitale puisque c'est elle qui permet de décrire les formes (Sapoval, 1997). Pourtant, depuis Euclide, elle a connu relativement peu d'évolution et est longtemps restée incapable de décrire pertinemment nombre d'objets ou systèmes irréguliers pourtant communs, qui se démarquent des formes simples qu'elle sait qualifier : cercle, carré, triangle... Or, ce n'est pas parce que « les mesures euclidiennes de largeur, longueur et profondeur ne permettent pas de saisir l'essence des formes irrégulières, ou que les outils classiques ne permettent pas d'y voir des ordres ou des régularités, que l'on doit renoncer à travailler sur l'irrégularité » (Gleick, 1991).

C'est dans ce contexte d'attente d'un renouveau de la géométrie que sont apparus dans les années 1970-1980 les travaux sur la géométrie fractale de Benoît Mandelbrot (1983). Elle a modifié les rapports entre simplicité et complexité, en montrant que des formes complexes théoriques ponctuelles (poussière de Cantor), linéaires (courbe de Von Koch), surfaciques (tapis de Sierpinski) ou volumiques (éponge de Menger) pouvaient être issues de processus simples mobilisant simplement un initiateur (forme de base) et un générateur (transformation de l'initiateur que l'on va répéter de façon itérative sur des motifs de plus en plus petits). Ces formes générées de façon itérative se caractérisent

par leur autosimilarité, c'est-à-dire le fait qu'une partie présente les mêmes caractéristiques que le tout à un facteur d'échelle près, et par le fait qu'elles occupent l'espace d'une façon particulière (par exemple les fractales linéaires couvrent plus la surface qu'une ligne, mais moins qu'une surface). Cette occupation de l'espace singulière pouvant être qualifiée par des dimensions topologiques non entières : la dimension fractale. Les formes fractales possèdent en outre un grand pouvoir de visualisation. Leur ressemblance avec des formes réelles que l'on pouvait croire sans ordre, le bâti des villes par exemple, suffit presque à asseoir l'hypothèse de l'ordre sous le désordre apparent. Enfin, les formes fractales se caractérisent par le fait qu'elles émergent dès lors qu'il existe un besoin d'optimisation. Parallèlement à la construction de formes fractales théoriques par itération, la mise au point de protocoles d'analyse des formes empiriques et de calcul de leur dimension fractale a permis d'analyser les ordres internes de formes empiriques dans des domaines très variés.

Ce renouveau de la géométrie, qui ouvrait des perspectives nouvelles en termes d'analyse des formes et de modèles de formes optimales, ne pouvait qu'intéresser fortement la science, comme ce fut largement le cas dans les sciences dures. Dans les sciences humaines et en géographie en particulier, la mobilisation de la géométrie fractale fut en revanche plus tardive (milieu des années 1980 pour les premiers travaux), puis après de grands espoirs quant aux capacités de description et d'explication de la géométrie fractale, notamment pour l'étude des formes urbaines, l'intérêt semble être un peu « retombé » dans les années 2000. Étant, tout comme la géographie, par essence multiscalaire, on peut se demander pourquoi la géométrie fractale n'est pas encore devenue un outil standard de la discipline avec des applications concrètes en termes d'aménagement.

### **POURQUOI LA GÉOMÉTRIE FRACTALE NE S'EST-ELLE PAS LARGEMENT DIFFUSÉE EN GÉOGRAPHIE ? ÉLÉMENTS DE RÉPONSE**

Les raisons de cette relative faible utilisation de la géométrie fractale comme modèle de référence pour rendre compte de l'ordre interne des structures à travers les échelles, ou comme modèle de formes à mobiliser dans des problématiques liées à l'optimisation, tiennent à des explications conjoncturelles, mais aussi de fond.

Une première raison tient à la confusion assez largement répandue entre analyse multiscalaire, qui est une des caractéristiques fondamentales de l'approche géographique, et zoom. En effet, les SIG

et les bases de données géographiques disponibles permettent depuis les années 90 de zoomer jusqu'à des résolutions très importantes, ce qui a pu faire croire qu'il était inutile de saisir l'organisation multi-échelle des structures, ici en étudiant leur fractalité, puisqu'il est possible de les connaître en détail en zoomant. Le problème est que zoomer ne revient pas à faire de l'analyse multiscalaire, on voit plus de détail mais cela ne dit rien fondamentalement de l'organisation multi-échelle, de la façon dont un objet (une maison) s'agence topologiquement avec les autres à différents niveaux d'échelles.

Une deuxième raison, plus importante, tient au fait que les travaux sur la géométrie fractale se sont majoritairement focalisés dans les années 80 et 90 sur les méthodes de mesure de la dimension fractale, plus que sur le modèle géométrique lui-même et son pouvoir pédagogique et heuristique. Comment mesurer la dimension fractale d'une structure empirique (*box counting*, analyse radiale, de dilatation, de corrélation ?) et que signifie la valeur de la dimension fractale, sont des questions qui ont ainsi fait l'objet de nombreux travaux. Or, si l'étude des courbes bilogarithmiques, qui mettent en relation la taille des éléments et leur nombre, est d'un indéniable intérêt pour analyser l'ordre multiscalaire des structures (sans doute plus la répartition des vides que des pleins), en montrant notamment à quelles échelles d'éventuelles modifications de la logique d'ordonnement interne peuvent se produire, vouloir faire de la dimension fractale (qui correspond à la pente de la droite de régression de ces nuages de points) LA mesure de l'ordre interne multiscalaire pose des problèmes jusqu'ici non résolus.

Tout d'abord, le fait que des méthodes différentes de mesure ne fournissent pas strictement la même dimension fractale pour une structure donnée, questionne sur le sens de cette mesure, dont l'interprétation est malaisée, notamment pour qui n'est pas familier du modèle fractal et des progressions géométriques. La sensibilité de la mesure au protocole d'analyse questionne également. Si on déplace la grille d'analyse de la méthode de calcul par *box counting* par exemple, alors on peut obtenir des variations de mesures pour une même structure. L'estimation de la dimension par régression sur des nuages de points qui, pour les structures empiriques, ne s'alignent pas parfaitement paraît également problématique. C'est notamment le cas aux échelles les plus fines lorsque la structure étudiée redevient régulière. La question pourrait être ici de savoir quelle fourchette d'échelles doit être mobilisée pour que l'on puisse réellement parler de fractalité et estimer correctement une dimension fractale. On peut enfin s'interroger sur le pouvoir discriminant de la dimension fractale mesurée empiriquement, l'échelle de variation étant réduite pour les structures

réelles qui s'éloignent des archétypes. Le problème de la dimension fractale tient aussi au fait qu'elle est une mesure ordinaire dont on ne maîtrise pas vraiment la signification des variations, elle ne présente donc pas toutes les qualités d'une mesure<sup>1</sup>. Que représente une variation de 0,1 de la dimension fractale en termes de hiérarchie vs d'homogénéité ? Cette variation de 0,1 a-t-elle le même sens si elle se fait entre 1,2 et 1,3 ou entre 1,7 et 1,8 ? Les tentatives de calcul de dimensions multifractales complexifient encore le calcul et l'interprétation de la fractalité et amoindrissent sans doute un des intérêts du modèle fractal qui réside dans la compréhension, somme toute aisée, de la logique de l'emboîtement d'échelles. Avec la multi-fractalité, ou la théorie de la relativité d'échelle de Nottale (2011), qui cherche également à révéler des lois d'échelles (en observant par exemple la régularité ou pas de la variation de la dimension fractale aux différentes échelles), on perd cette « simplicité » du modèle qui devient alors moins largement appréhendable.

Ces difficultés liées au calcul et à l'interprétation de la dimension fractale font qu'il reste difficile de mobiliser cette mesure dans une perspective de catégorisation de structures, urbaines par exemple, notamment si on souhaite ensuite relier ces catégories avec des fonctionnements particuliers (mais est-il possible de subsumer une forme avec une seule mesure ? Béguin, Thomas, 1997).

### **FRACTALITÉ, OPTIMISATION ET AMÉNAGEMENT : DES LIENS À CLARIFIER ET À APPROFONDIR**

Cette focalisation sur la mesure de la dimension plus que sur la puissance pédagogique et heuristique du modèle fractal explique sans doute pour une part que la géométrie fractale n'ait pas fait autant d'émules que l'on aurait pu le penser de prime abord. Si la dimension fractale comme mesure discriminante présente des insuffisances, l'intérêt heuristique du modèle fractal n'est pour autant pas remis en question, notamment à travers les relations que la fractalité entretient avec les questions d'optimisation et, *in fine*, avec les questions d'aménagement. Comme le dit Sapoval (1997), les formes simples permettent de répondre à des problèmes simples, mais dès lors que

1. « Dans la théorie de la mesure, la mesure est une tentative de stabiliser l'objet dans sa complexité et son irréversibilité à travers un choix de qualité en relation avec des mesurants. La qualité de la mesure va alors dépendre du choix des qualités qui ne peuvent être qu'une schématisation de l'objet, elle va aussi être en relation avec la qualité du processus de mesure ». Chanceneil J.L., 1998, « Théorie de la mesure et objets », *Espace géographique*, 3.

l'optimisation va être multicritère, alors il devient nécessaire de se tourner vers d'autres formes que celles de la géométrie euclidienne, en particulier les formes fractales. Elles présentent donc un fort potentiel d'inspiration pour l'aménagement urbain qui doit répondre à des exigences nombreuses et parfois contradictoires. Pour autant, le « flou » existant dans les liens entre fractalité – optimisation et aménagement freine sans doute la mobilisation de la géométrie fractale comme heuristique pour l'aménagement. En caricaturant, deux positions principales peuvent résumer ces relations :

1. Soit on considère comme acquis que la fractalité est un optimum en termes d'aménagement. En effet, des travaux ont montré que les formes fractales présentaient des performances supérieures aux formes euclidiennes en termes d'accessibilité à un ensemble de services hiérarchisés et/ou à différents types d'utilisation du sol (Frankhauser, Genre-Grandpierre, 1998 ; Cavailhes *et al.*, 2004). Sur cette base, il convient donc de faire tendre les formes urbaines vers des formes fractales ou, à tout le moins, de préserver leur fractalité. C'est la logique du modèle de simulation MupCity (Tannier *et al.*, 2010) qui permet de cibler les futures zones de développement urbain en fonction d'un jeu de contraintes définies en amont et en s'efforçant de préserver une dimension fractale donnée, que l'on peut même à terme envisager comme une norme possible d'aménagement (Frémond, 2015).

Le problème est que cette optimalité des formes fractales pour l'aménagement reste encore largement à démontrer théoriquement, à la fois en allant au-delà de la comparaison avec des modèles géométriques euclidiens simples qui n'existent jamais sous cette forme dans la réalité (ville dense et compacte, ville linéaire, etc.), mais aussi en prenant en compte la complexité et la variété des comportements des individus, qui par exemple ne survalorisent pas tous la proximité aux espaces naturels (Garcia et Riera, 2003). Dans l'évaluation comparée de l'optimalité des formes fractales, pour ne pas instruire à charge ou à décharge, il ne faut pas choisir les critères servant à l'évaluation (coût du déplacement domicile travail *vs* accessibilité aux espaces naturels *vs* niveaux de densité de population, etc.), mais évaluer les formes par rapport à toute la complexité et la variété des usages possibles. Tâche ardue qui reste à effectuer.

En outre, même si on s'accorde sur l'hypothèse de l'optimalité de la forme fractale pour l'aménagement, encore faut-il savoir quelle dimension fractale est à atteindre et être en mesure de la justifier si on veut en faire une norme, ce qui repose les problèmes liés à la mesure *vs* précédemment.

2. La seconde possibilité d'exploration des liens fractalité-optimisation-aménagement, consiste à considérer que la fractalité des formes urbaines est un fait, issu de processus d'auto-organisation et non de la planification. Tout se passerait comme si les processus d'auto-organisation pointaient vers la forme fractale qui est un attracteur. À nouveau deux positions sont à considérer :

- Soit on considère que ces formes fractales auto-organisées sont satisfaisantes (voir optimales), alors l'aménagement devient « inutile » (et même gênant, puisque l'intervention humaine engendre « des déviations à la fractalité », Benguigui, 1992). Il s'agit donc ici de laisser faire pour atteindre la fractalité, qui peut être envisagée comme un stade de maturation de la forme (Frankhauser, 1998), avec au final des dimensions fractales tendant vers 2 (Reis, 2008).

- Soit on considère que les formes fractales auto-organisées ne conviennent pas (quant à leur qualité en termes de durabilité par exemple) et qu'il est donc nécessaire de les aménager. Pour ce faire, il devient obligatoire de comprendre et maîtriser les processus qui génèrent ces formes, leur morphogénèse, pour en infléchir les trajectoires. Or ces processus restent très méconnus. On peut penser que les formes actuelles sont issues de comportements optimisateurs des agents (Tannier, 2009), mais lesquels et pour quelle fractalité ? Quelles sont les théories économiques ou sociologiques qui conduisent à la fractalité des structures urbaines et comment les modifier ? Ces questions captivantes restent très largement posées (Webster, 1995). Dans une perspective « interventionniste », ce n'est donc que si les processus générateurs de l'ordre fractal sont identifiés et maîtrisés que la forme devient gérable.

Conséquemment, on peut ici s'interroger sur le degré de liberté dont disposent les aménageurs pour espérer infléchir les formes urbaines. En effet, si la fractalité est omniprésente et qu'elle n'est pas planifiée, est-ce parce qu'elle est le seul ordre possible ? En caricaturant, comme Fox Keller (2006) a pu montrer qu'il était relativement aisé d'obtenir des réseaux invariants d'échelle en lien avec le processus du *preferential attachment* et que de ce fait la « découverte » de cet ordre interne dans les réseaux n'en était pas vraiment une, on peut pour les structures fractales urbaines renverser la perspective et poser la question de savoir s'il est possible, au-delà de cas théoriques, d'obtenir des formes urbaines raisonnables qui ne soient pas fractales. Un modèle de simulation comme le modèle Optidens, encore en développement (Genre-Grandpierre *et al.*, 2016), qui est un modèle d'optimisation qui permet de reformater les formes urbaines actuelles en relocalisant les aménités (population, emplois, services, etc.) de

façon à satisfaire, quand c'est possible, des exigences nombreuses et contradictoires, qu'elles émanent des aménageurs ou des individus, pourra sans doute être utilement mobilisé pour étudier à la fois la question des processus, règles et même valeurs, à l'origine des formes fractales. Il pourra aussi permettre d'étudier la part de l'auto-organisation *vs* de l'aménagement dans la fractalité des villes et par conséquent estimer le degré de liberté qu'ont les aménageurs pour agir sur la forme urbaine.

Plus que *via* l'usage de la dimension fractale, qui comme toute mesure présente des limites à la fois en termes de mode de calcul et d'interprétation, il semble que ce soit surtout *via* la puissance heuristique et suggestive pour la description, l'explication et l'aménagement des formes urbaines que se fera une appropriation élargie en géographie de la géométrie fractale qui est une des rares, et à ce titre précieuse, grilles de lecture par essence multiscalaire des formes.

## BIBLIOGRAPHIE

- Béguin H., Thomas I., 1997, « Morphologie du réseau de communication et localisations optimales d'activités. Quelles mesures pour exprimer la forme d'un réseau », *Cybergéo*.
- Benguigui L., 1992, « Some speculations on fractals and railway networks », *Physica A*, 191, p. 75-48.
- Cavailhes J., Frankhauser P., Peeters D., Thomas I., 2004, « Where Alonso meets Sierpinski: an urban economic model of fractal metropolitan area », *Environment and planning A*, n° 36, p. 550-578.
- Fox Keller E., 2006, « Revisiting "scale-free" networks », *BioEssays*, 27.10 p. 1060-1068.
- Frankhauser P., Genre-Grandpierre C., 1998, « La géométrie fractale un nouvel outil pour évaluer le rôle de la morphologie des réseaux de transport public dans l'organisation spatiale des agglomérations », *Les cahiers scientifiques du transport*, n° 33, p. 41-79.
- Frankhauser P., 1998b, « La formalisation fractale des tissus urbains », *Cahiers Géographiques du Québec* 42, 117, p. 379-398.
- Frémond M., 2015, *Une approche normative de l'aménagement au Luxembourg. Une évaluation par la simulation*, thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 461 p
- Garcia D., Riera P., 2003, « Expansion versus density in Barcelona: a valuation exercise », *Urban Studies*, vol. 40, n° 10, p. 1925-1936.
- Genre-Grandpierre C., Melnikava H., Michelon P., 2016, « *Optidens* : un modèle de simulation pour explorer les conditions de possibilité d'une ville lente, mais accessible », *Transports*, n° 495, p. 36-43.

- Gleick J., 1991, *La théorie du chaos : vers une nouvelle science*, Flammarion, 431 p.
- Mandelbrot B., 1983, *The fractal Geometry of Nature*, New York, W.H. Freeman, 460 p.
- Nottale L., 2011, *Scale Relativity and Fractal Space-Time. A New Approach to Unifying Relativity and Quantum Mechanics*, World scientific Publishing Company, 764 p.
- Reis A.H., 2008, « Constructal view of the scaling laws of street networks. The dynamics behind geometry », *Physica A*, 387, p. 617-622.
- Sapoval B., 1997, *Universalités et fractales. Jeux d'enfant ou délits d'initiés ?*, Flammarion, 275 p.
- Tannier C., Vuidel G., Frankhauser P., Houot H., 2010, « Simulation fractale d'urbanisation - MUP-city, un modèle multi-échelle pour localiser de nouvelles implantations résidentielles », *Revue internationale de géomatique*, vol. 20, n° 3, p. 303-329.
- Tannier C., 2009, « Formes de villes optimales, formes de villes durables. Réflexions à partir de l'étude de la ville fractale », *Espaces et sociétés*, n° 138, p. 153-171.
- Webster C. 1995, « Urban morphological fingerprints », *Environment and Planning B: Planning and design*, vol. 22, p. 279-297.



## CHAPITRE 2

# La structure multifractale du peuplement

Hervé Le Bras

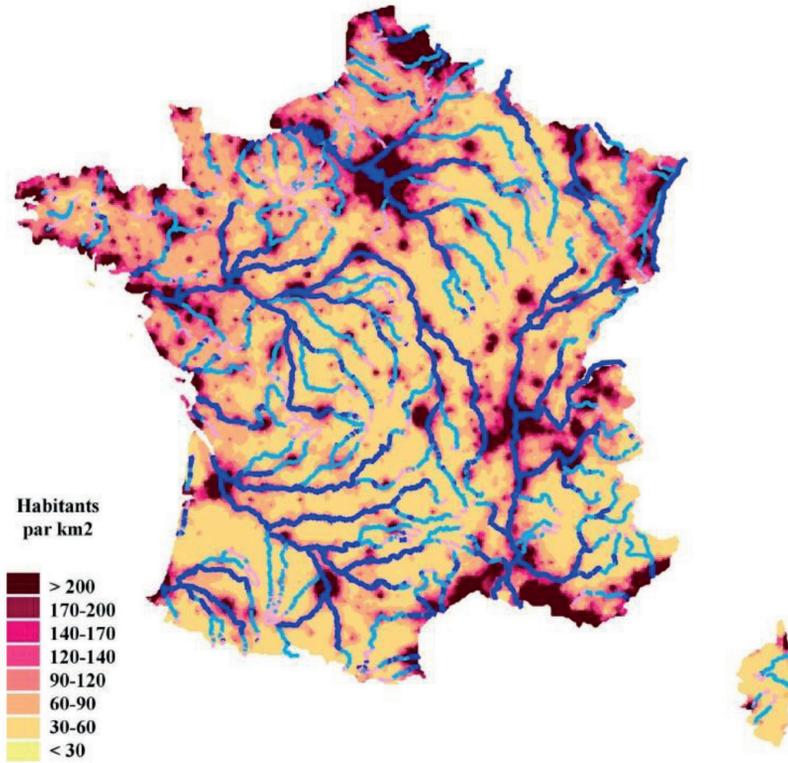
*Directeur de recherches émérite, INED*

*Directeur d'études, EHESS*

Les densités communales en France dessinent une carte variée et structurée. On y discerne les grands cours d'eau le long desquels ou à l'embouchure desquels se situent la plupart des grandes villes. Des zones quasiment désertes, dont l'ancienne diagonale du vide, mais aussi les massifs montagneux et le centre de la Bretagne affichent des densités inférieures à dix habitants par kilomètres carrés. Des petites villes complètent le tableau, mouches brunes sur le fond clair du territoire rural. Peut-on aller au-delà d'une description de ce genre ? Existe-t-il des mécanismes ou des processus qui ont produit la variété des densités observées ? Peut-on alors caractériser la carte des densités par des mesures simples issues de ces mécanismes et en suivre l'évolution au cours du temps ou bien effectuer des comparaisons avec d'autres pays ? La cartographie fine de la plupart des phénomènes politiques et sociaux laisse aussi percevoir de telles structures sous-jacentes, elles-mêmes influencées par la densité. Sont-elles du même ordre que celles du peuplement ? Voici quelques-unes des questions auxquelles ce chapitre tente de répondre.

Figure 1

**Densités en France en 2013 au niveau communal (lissé) avec les fleuves de première et seconde importance selon IGN**



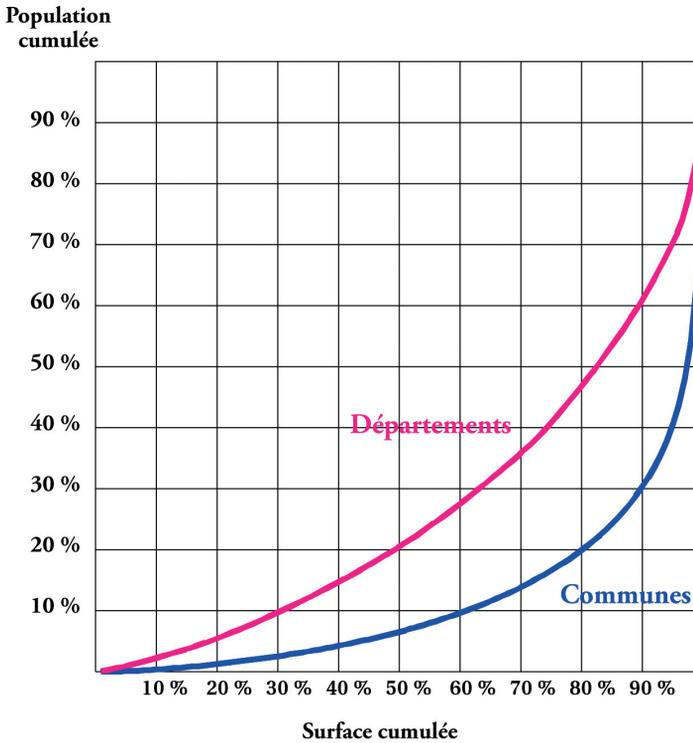
**1. LES INÉGALITÉS DE PEUPLEMENT ET L'INDICE DE GINI**

Il existe de nombreuses mesures de l'inégalité de répartition. L'indice forgé par Corrado Gini dans les années 1930 demeure l'un des plus efficaces. L'INSEE, le *Bureau of census* américain et la plupart des offices nationaux de statistiques publient des indices de Gini pour mesurer et comparer les inégalités de revenu ou de patrimoine. Il est donc tentant de recourir à ce même indice pour qualifier les inégalités de densité. Cela a été souvent le cas au point qu'une formule employée par la DATAR est restée célèbre : 80 % de la population française vivait sur 20 % du territoire et, avec la poursuite de la concentration urbaine, 90 % allait se serrer sur 10 % du territoire. Pour aboutir à de tels chiffres, il faut toutefois choisir une division particulière du territoire. Sur la figure 2, on a représenté la courbe de Lorenz des densités et donc le coefficient de Gini correspondant (deux fois l'aire entre la courbe et la diagonale) en prenant

pour unité le département, puis la commune. Les deux courbes et donc les deux indices de Gini sont très différents. En adoptant comme division du territoire les cantons ou les arrondissements, on obtiendrait d'autres courbes de Lorenz et d'autres indices de Gini. Pourquoi l'indice de Gini qui est unique pour caractériser la distribution des revenus aboutit-il à une multiplicité de valeurs dans le cas des densités ? Tout simplement parce qu'il existe, pour le revenu, une unité insécable, l'individu (ou le ménage) au-delà et en deçà duquel aucun regroupement n'est plus pertinent. Les revenus sont en nombre fini, celui des habitants ou des ménages, tandis que le territoire peut se diviser à l'infini. Si par exemple au lieu des communes ou des départements, on calculait l'indice de Gini de l'ensemble des mètres carrés du territoire français, en admettant qu'ils ne contiennent aucune ou une seule personne chacun, seuls 65 millions de mètres carrés seraient occupés sur les 550 mille milliards de mètres carrés du territoire métropolitain. On pourrait alors affirmer que 100 % de la population occupe un peu plus d'un cent millième du territoire.

Figure 2

**Courbes de concentration de Lorenz des densités par commune et par département (2013)**



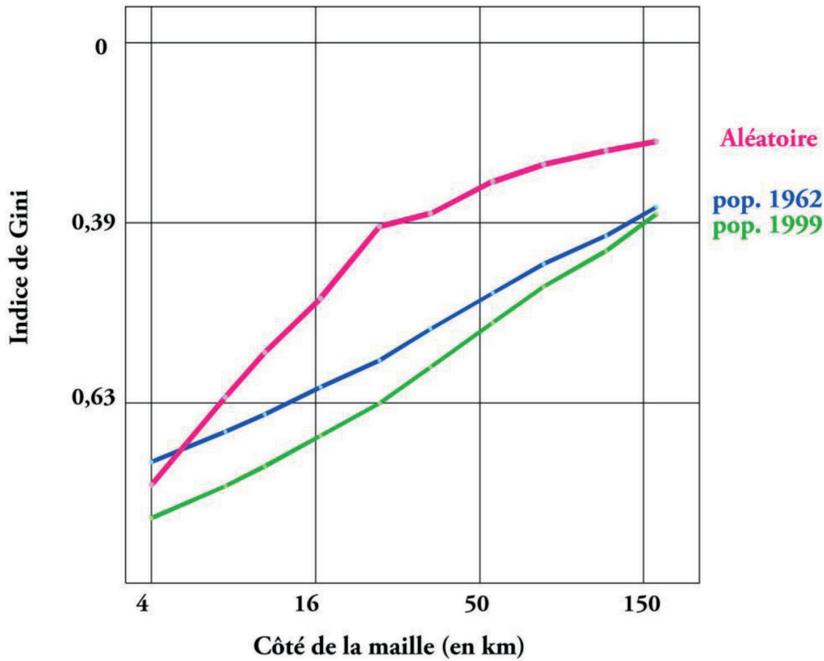
Une telle situation se retrouve fréquemment à propos des objets fractals. De même que la longueur de la côte de Bretagne dépend de la longueur de l'instrument qui la mesure, l'inégalité des densités dépend de la surface retenue pour les étudier. On sait cependant qu'une relation approximative relie la longueur de la côte à celle de l'instrument de mesure : la première est proportionnelle à une puissance de la seconde. L'exposant est appelé dimension fractale. De la même manière, on peut rechercher une relation entre l'indice de Gini et l'unité de surface retenue pour mesurer les densités. Pour cela, on a divisé le territoire en carrés et calculé l'indice pour différentes valeurs du côté du carré comprises entre 6,4 et 205 km. Pour chaque valeur du côté, on a compté la population se trouvant dans chaque carré et calculé l'indice de Gini qui en résultait<sup>1</sup>. De manière presque miraculeuse, le complémentaire à 1 de l'indice de Gini, donc le double de la surface sous la courbe de Lorenz, suit exactement une loi en puissance du côté du carré. On le vérifie sur la figure 3 sur laquelle on a croisé le logarithme du complémentaire de l'indice de Gini ( $\log(1-G)$ ) et celui de la longueur de la maille utilisée pour l'établir. Pour les populations des communes en 1962 comme en 1999, l'évolution est linéaire avec une grande précision. La corrélation entre les deux logarithmes vaut 0,9978 en 1962 et 0,9984 en 1999. De même qu'on estime empiriquement une dimension fractale par la pente de la droite, on peut définir une dimension fractale de la densité par la pente des droites de la figure 3. En 1962, la pente est de 0,279. Elle augmente pour atteindre 0,366 en 1999. On peut penser que l'accroissement de la pente mesure l'accroissement de la concentration urbaine.

Cependant, si tel était le cas, l'examen de la distribution de la population des communes, indépendamment de leur situation dans l'espace, devrait suffire à estimer la concentration. Ainsi le coefficient de la loi de Zipf de cette distribution résumerait la situation. Pour le vérifier, on peut redistribuer au hasard la population de chaque commune dans les positions qu'elles occupent dans l'espace. La population de Paris se retrouve par exemple à Landerneau, celle de Landerneau, à une commune rurale du Gers, etc. La géographie est conservée, mais la démographie bouleversée. On a réalisé une telle reventilation en tirant au hasard deux communes et en échangeant leur population, un million de fois successivement. Puis on a recalculé les indices de Gini selon

1. Pour une valeur du côté du carré, une infinité de grilles est possible à une translation près. On en a tenu compte en calculant les populations dans les carrés de toutes les grilles possibles ayant un décalage multiple de 1,6 km dans les deux directions nord-sud ou est-ouest. Ainsi, pour un côté de 25,6 km, 256 grilles ont été calculées et les populations de tous leurs carrés mises ensemble pour le calcul de l'indice de Gini.

Figure 3

**Variation de l'opposé de G, l'indice de Gini, (1-G), en fonction de la dimension de la maille utilisée pour l'établir (coordonnées en logarithme). Aux deux recensements, l'évolution est linéaire, mais si l'on attribue les populations au hasard aux communes, la linéarité est perdue (en rouge)**



les mêmes unités de surface que dans le cas des populations observées en 1962 et 1999. La courbe obtenue (en trait fort) sur la figure 3 n'est plus linéaire mais convexe et la corrélation est plus faible. La relation linéaire observée en 1962 et en 1999 ne dépend donc pas seulement de la distribution des populations mais de leur situation dans l'espace.

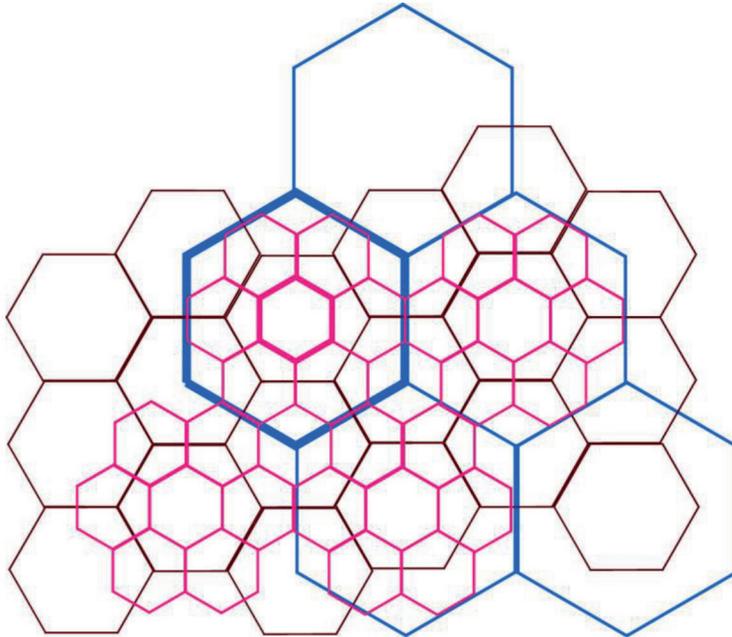
## 2. LE RÉSEAU DE CHRISTALLER

Le modèle le plus élégant de la distribution des populations entre les agglomérations a été proposé par Walter Christaller en 1931 sous l'appellation de « places centrales ». Christaller imagine que les villes les plus importantes sont réparties selon les sommets d'une grille hexagonale. Les villes d'importance un peu moins moindre sont disposées sur des hexagones qui ont pour centre les sommets précédents, et ainsi de suite (figure 4). Le résultat est proche d'une figure fractale (il le

serait exactement si l'on passait directement des sommets de rang 1 à ceux de rang 3, car ceux de rang 2 sont disposés sur un réseau déduit du premier par une homothétie de rapport racine de 3 mais suivie d'une rotation de  $30^\circ$ . De plus, il faudrait admettre que des localités de rang 3 peuvent se superposer à celles de rang 1). Ces remarques suggèrent cependant que la répartition des villes s'apparente à une distribution fractale. Le modèle de Christaller n'est bien sûr pas rigoureusement suivi par la répartition actuelle des agglomérations, mais il capture un ordre spatial dans lequel les grandes agglomérations sont assez éloignées les unes des autres, puis les agglomérations moyennes et ainsi de suite. On sait que Christaller justifiait ce modèle par la localisation de fonctions économiques, administratives et culturelles d'importance décroissant avec le rang des agglomérations. L'introduction de cette spécificité de la répartition des agglomérations peut-elle expliquer l'apparition de l'alignement des complémentaires des coefficients de Gini constaté plus haut dans le cas des communes françaises ? Autrement dit, les coefficients de Gini calculés pour un réseau de Christaller se plient-ils à l'alignement ?

Figure 4

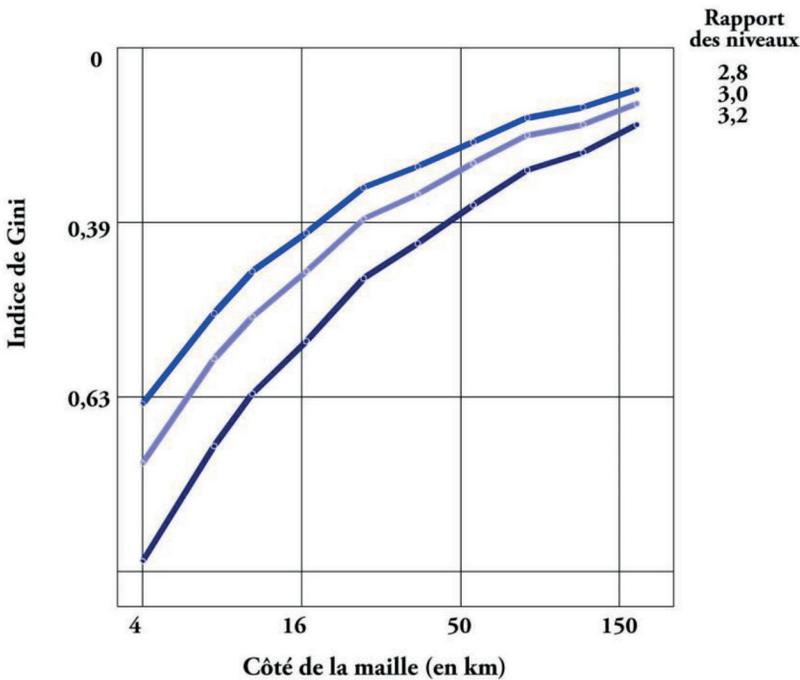
**Réseau hexagonal de Christaller : les villes des différents niveaux sont disposées sur les sommets des hexagones des différents niveaux**



Pour le tester, on a plaqué un réseau hexagonal de Christaller sur le territoire français avec le même nombre d'agglomérations que celui des communes, ce qui suppose 11 niveaux. Quand on passe d'un niveau au suivant, le nombre d'agglomérations est multiplié par 3 et la population est divisée par un facteur constant tel que la loi de Zipf sur les communes et sur le réseau de Christaller aient le même exposant (le facteur est alors de 2,8). On a calculé quel était l'indice de Gini correspondant en utilisant la même procédure que plus haut pour les communes, donc en faisant varier la maille de la grille et la position des grilles. Le résultat est reporté sur la figure 5 avec les mêmes conventions que pour les figures 2 et 3. Pour contrôler le rôle du facteur de réduction de la population d'un rang au suivant dans la hiérarchie urbaine, on a effectué les mêmes calculs pour deux autres valeurs (facteurs 3 et 3,2). Les trois courbes correspondantes ont la même allure et une allure assez différente de celles obtenues pour les populations communales observées en 1962 et en 1999. On ne peut plus parler de loi puissance.

Figure 5

**Variation de l'opposé de G, l'indice de Gini, (1-G), en fonction de la dimension de la maille utilisée pour l'établir (coordonnées en logarithme). Chaque courbe correspond à un rapport différent (indiqué) entre les populations des villes d'un niveau et celles du niveau précédent**



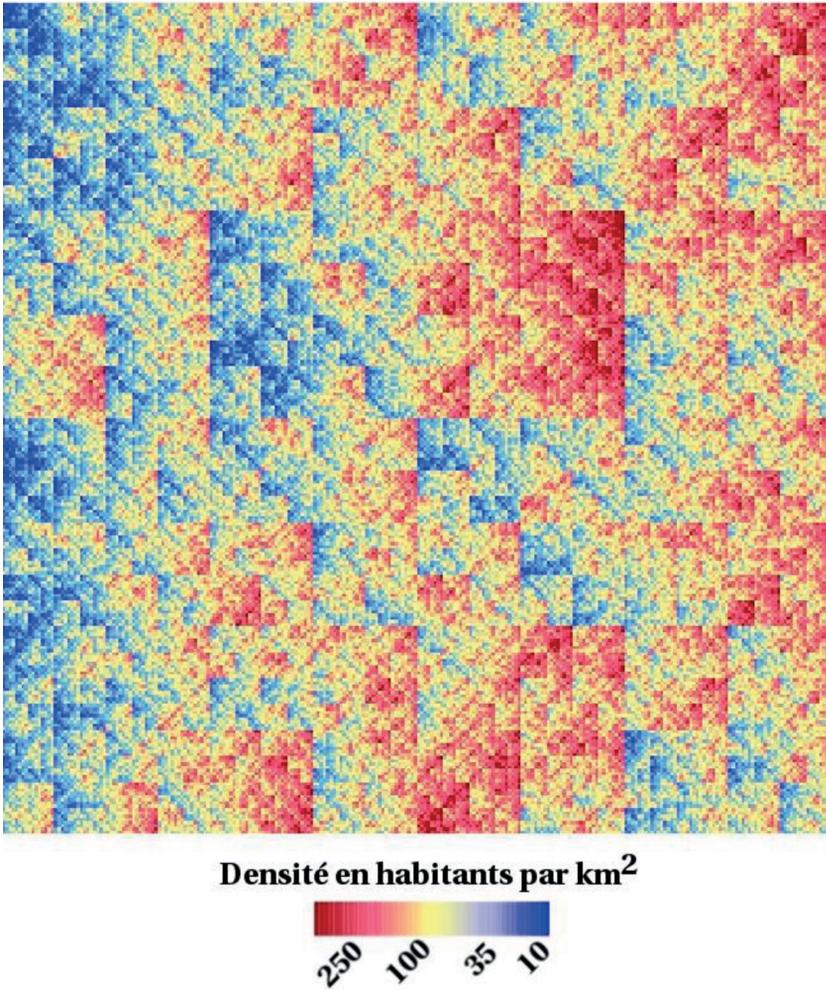
Bien que le réseau des agglomérations françaises possède des caractéristiques voisines de celles du réseau hexagonal de Christaller, ce dernier n'explique pas la loi puissance décrivant l'évolution du complémentaire de l'indice de Gini en fonction de la longueur de la maille utilisée pour le calculer. Il faut donc rechercher un autre modèle. La loi puissance oriente inévitablement vers des modèles de type fractal. Un modèle de « grumeaux » (*curd*) proposé par Benoit Mandelbrot présente quelque parenté avec la répartition des densités. Dans un carré initial de faible densité homogène, plusieurs carrés plus petits sont disposés ayant une densité  $p$  fois plus grande, puis l'opération est répétée dans chacun de ces petits carrés, récursivement avec le même accroissement  $p$  de la densité. Après plusieurs étapes, de grandes zones peu denses sont parsemées de noyaux beaucoup plus denses eux-mêmes entourés de densités décroissantes. Ce type de modèle peut être généralisé au moyen d'un schéma multifractal.

### 3. DENSITÉS MULTIFRACTALES ET INDICE DE GINI

Dans un modèle multifractal, au lieu qu'un seul motif soit répété de proche en proche à une échelle plus fine, plusieurs motifs sont possibles. Ici, ils sont au nombre de 24, mais se résument à un processus simple de simulation. On part d'un carré de densité homogène que l'on divise en quatre sous-carrés. On tire alors au hasard pour chacun des sous-carrés un facteur multiplicatif de la densité parmi quatre valeurs possibles données une fois pour toutes. On itère cette opération pour chacun des sous-carrés qui prend le rôle du carré initial, puis pour leurs propres sous-carrés et ainsi de suite. Comme les quatre valeurs du facteur multiplicatif peuvent se combiner de 24 manières différentes dans les 4 sous-carrés, on a bien un modèle multifractal. Pour des raisons qui apparaîtront plus loin, prenons à titre d'exemple, pour les 4 multiplicateurs, les valeurs respectives 0,56 ; 0,72 ; 1,12 ; 1,60. En 8 étapes, on parvient à la distribution des densités représentée sur la figure 6 qui comprend  $256 \times 256$  carrés élémentaires à l'issue de 8 divisions successives, soit 65 536 cellules, un peu moins de deux fois le nombre de communes françaises.

On calcule le coefficient de Gini  $G$  comme précédemment en prenant pour côté du maillon, celui du carré élémentaire puis ses puissances successives de 2 jusqu'à 128. À chaque stade, le coefficient de Gini  $G$  est obtenu comme moyenne de toutes les grilles possibles par décalage d'un multiple du côté élémentaire dans les deux dimensions car aucune grille n'est préférable à une autre. En résultat, on

Figure 6

**Densités dans le modèle multifractal simple**

obtient une relation linéaire presque parfaite entre le logarithme de  $1-G$  et celui du côté du maillon (figure 7). La corrélation vaut 0,9977, soit une précision comparable à celle obtenue pour l'alignement des logarithmes de  $1-G$  dans le cas des communes métropolitaines. Ce modèle multifractal est donc un bon candidat pour la répartition des densités en France. La figure 6 est cependant assez différente d'une carte des densités car des discontinuités horizontales et verticales y sont très visibles. Ceci s'explique par le fait que les lignes correspondant aux côtés des carrés des premières divisions servent aussi de séparateurs pour les divisions suivantes. On le voit clairement

pour les lignes séparant en deux puis en quatre le carré initial. Or, les divisions successives n'ont aucune raison d'être effectuées avec une grille calée sur les précédentes. On peut choisir l'emplacement de leur grille au hasard, donc décalé par rapport aux grilles précédentes. En procédant de cette manière, on obtient la figure 8 plus proche d'une carte des densités avec une zone de peuplement dense ponctuée par de grandes cités, puis d'autres agglomérations isolées et de plus petites intercalées presque régulièrement. Le calcul des indices de Gini donne le même résultat que dans le cas où les carrés étaient régulièrement emboîtés.

Figure 7

**Variation de l'opposé de G, l'indice de Gini, (1-G), en fonction de la dimension de la maille utilisée pour l'établir (coordonnées en logarithme) de la répartition multifractale de la figure 6**

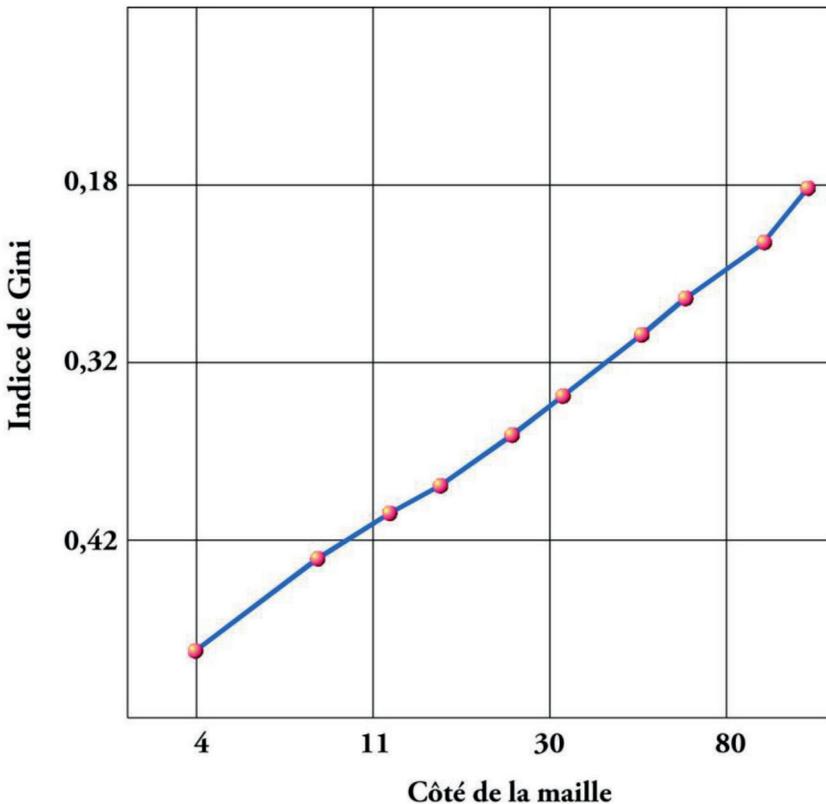
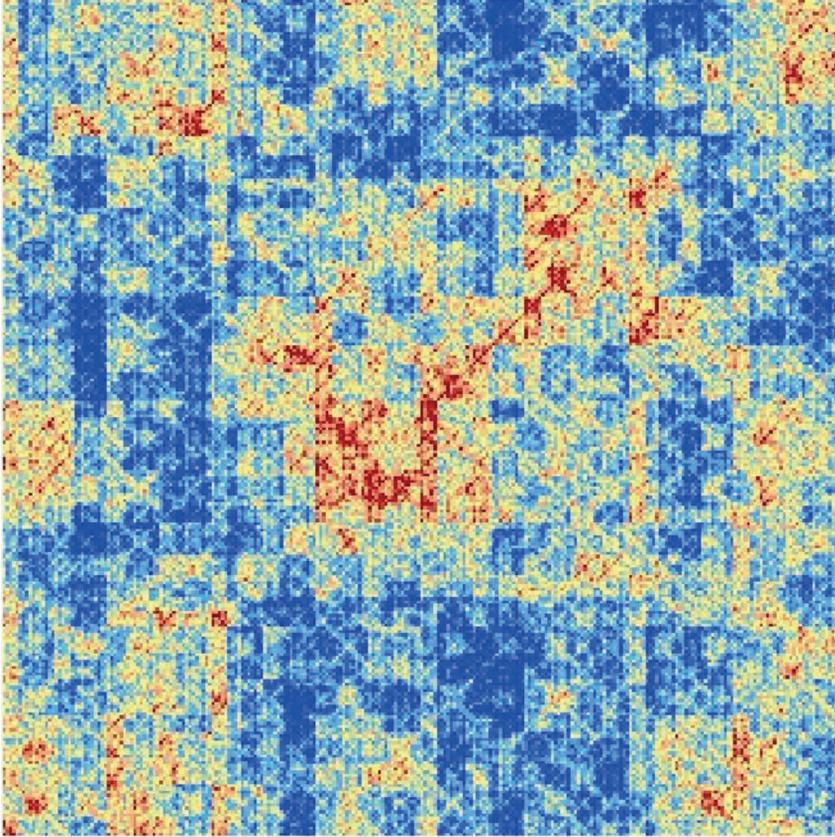
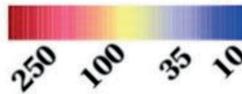


Figure 8

**Simulation multifractale avec décalage aléatoire des grilles  
de chaque valeur de la maille**



**Densité en habitants par km<sup>2</sup>**



**4. DENSITÉS MÉTROPOLITAINES MULTIFRACTALES**

La figure 8 a été construite à partir d'une hypothèse multifractale. Peut-on toutefois retrouver ce caractère avec les quatre sous-carrés prélevés au hasard sur le grand carré de la figure 8 ? Pour cela, on a tiré au hasard dix mille carrés dont le côté a une longueur donnée  $L$ . On a décomposé chacun en 4 sous-carrés dont on a calculé la densité, puis on a rangé les sous-carrés d'un carré donné en ordre croissant.

La moyenne des densités de chaque sous-carré, du moins dense au plus dense, est indiquée sur le tableau 1 pour des valeurs du côté L s'échelonnant de 4 à 128 (on rappelle que le grand carré a une longueur de 256). Les valeurs sont pratiquement les mêmes quelle que soit la longueur L du carré tiré au hasard. Le caractère multifractal est donc bien conservé, mais les valeurs ne sont pas exactement celles utilisées initialement pour la construction du grand carré de la figure 8. Elles sont en proportion du carré qui les contient, respectivement de 0,16 ; 0,205 ; 0,27 ; 0,365. Alors que les valeurs utilisées dans la simulation étaient : 0,14 ; 0,18 ; 0,28 ; 0,40. Le léger resserrement des valeurs est dû au lissage qu'opère la moyenne des dix mille carrés tirés au hasard. L'important est que la part relative de densité de chacun des quatre sous-carrés demeure constante quand la maille varie (à de légères fluctuations près).

Tableau 1

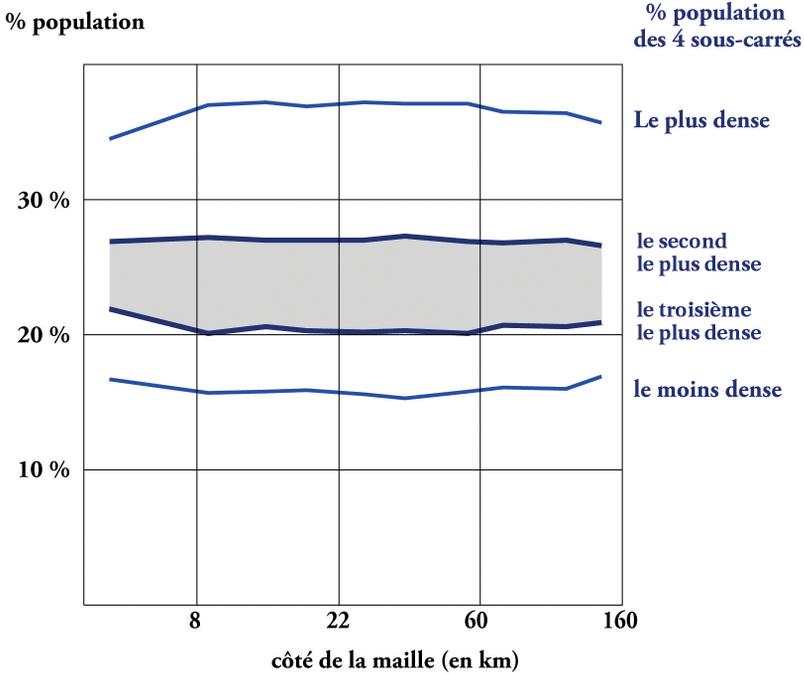
**Pourcentage de population dans chacun des sous-carrés rangés  
par ordre de densité croissante selon la dimension  
de la maille, donc du carré que forment les quatre sous-carrés :  
cas de la simulation multifractale**

<b>Côté de la maille</b>	<b>Sous-carré 1</b>	<b>Sous-carré 2</b>	<b>Sous-carré 3</b>	<b>Sous-carré 4</b>
4	16,7	21,9	26,9	34,5
8	15,7	20,1	27,2	37
12	15,8	20,6	27	37,2
16	15,9	20,3	27	36,9
24	15,6	20,2	27	37,2
32	15,3	20,3	27,3	37,1
50	15,8	20,1	26,9	37,1
64	16,1	20,7	26,8	36,5
100	16	20,6	27	36,4
128	16,9	20,9	26,6	35,7

Effectuons maintenant le même calcul, non plus sur le carré multifractal, mais sur la carte des densités observées en France en 1999. Pour des côtés du carré de référence (la maille) variant de 4 km à 150 km, on obtient le résultat indiqué sur le tableau 2. Les parts des quatre sous-carrés rangés par ordre croissant de densité ne varient pratiquement pas quelle que soit la dimension du carré qu'ils forment à eux quatre. On remarque aussi que ces parts sont

Figure 9

**Évolution de la proportion de population dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme) dans le cas de la simulation multifractale**



les mêmes que dans la simulation précédente dont c'était la raison du choix. On a donc deux raisons sérieuses de penser que les densités observées résultent d'un processus multifractal. L'un et l'autre présentent en effet les deux caractéristiques qui viennent d'être établies, la constance des parts des sous-carrés quels que soient le côté du carré qui les contient et la relation linéaire entre le logarithme de  $1-G$  et celui du côté de la maille utilisée pour le calcul de  $G$ . Ceci dit, il peut s'agir d'une coïncidence que d'autres structures présentent aussi.

On peut d'abord vérifier que le modèle multifractal mime bien la répartition des densités en France en simulant la carte des densités avec les valeurs moyennes des quatre carrés obtenues ci-dessus en effectuant la simulation non pas par tirage au hasard de l'ordre des carrés, mais en respectant l'ordre observé dans la réalité. On obtient la carte de la figure 11 qui représente bien les densités en France. Les désaccords les plus importants se situent vers le centre. Par exemple, la densité de la Sologne est nettement plus élevée que dans la réalité car elle se trouve

dans plusieurs mailles en même temps que l'agglomération parisienne, ce qui relève sa densité. À part cette anomalie et un flou plus grand que dans la réalité, la position des villes est très bien simulée ainsi que celle des zones les moins denses.

Tableau 2

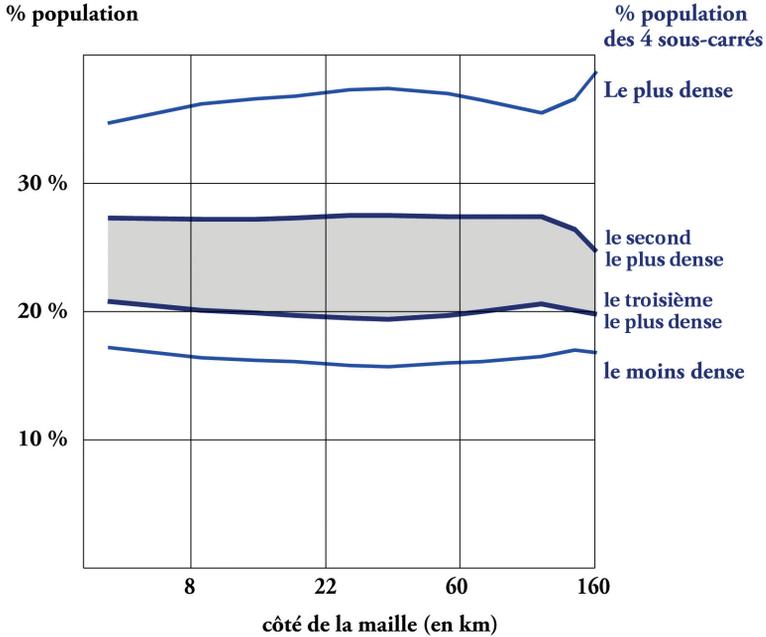
**Pourcentage de population dans chacun des sous-carrés rangés par ordre de densité croissante selon la dimension de la maille, donc du carré que forment les quatre sous-carrés : population française en 1999**

Côté de la maille	Sous-carré 1	Sous-carré 2	Sous-carré 3	Sous-carré 4
4	17.2	20.8	27.3	34.7
8	16.4	20.1	27.2	36.2
12	16.2	19.9	27.2	36.6
16	16.1	19.7	27,3	36.8
24	15.8	19.5	27.5	37.3
32	15.7	19.4	27.5	37.4
50	16	19.7	27.4	37
64	16.1	20	27.4	36.5
100	16.5	20.6	27.4	35.5
128	17	20.1	26.4	36.6
150	16.8	19.8	24.7	38.7

Pour savoir si l'on n'a pas affaire à une coïncidence, il suffit de répéter les mesures sur deux structures déjà étudiées, la répartition au hasard des populations dans les positions occupées par les communes et le modèle hexagonal de Christaller. Dans le premier cas, en utilisant les mêmes valeurs du côté de la maille que précédemment, on obtient le tableau 3 (et la figure 12) de la répartition des parts des quatre sous-carrés en fonction de la longueur du côté. Les valeurs ne sont plus indépendantes de la longueur du côté de la maille, mais se concentrent à mesure que la longueur de la maille s'accroît. L'écart entre la part du sous-carré le moins dense et celle du plus dense qui est de 24,7 avec une maille de 4 km descend à 8,6 pour une maille de 150 km. Ce n'est donc pas la distribution de la taille des communes qui explique la constance des parts observées en France métropolitaine (tableau 2) mais la répartition géographique des populations des communes.

Figure 10

**Évolution de la proportion de population dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme) dans le cas des densités communales en France en 1999**



Soumettons au même calcul le réseau hexagonal de Christaller plaqué sur la carte de France, utilisé plus haut pour le calcul des indices de Gini. En utilisant à nouveau les mêmes valeurs de la maille, les parts de chacun des quatre sous-carrés sont indiquées sur le tableau 4. Ces parts décroissent vite quand la longueur de la maille augmente. L'écart entre les sous-carrés extrêmes qui est de 21,3 pour une maille de 4 km descend à 7,9 pour une maille de 150 km. Ainsi, ni les indices de Gini selon la taille de la maille, ni les parts prises par les quatre sous-carrés ne se comportent de la même manière que la répartition des densités en France tandis que cette dernière coïncide avec le modèle multifractal. Les figures correspondant aux quatre séries des tableaux 1 à 4 permettent d'apprécier la similitude entre le cas multifractal et les densités métropolitaines qui saute aux yeux, autant que leur différence avec les deux autres modèles, de répartition aléatoire des populations et de Christaller.

Figure 11

**Reconstruction de la carte des densités en 1999  
par la méthode multifractale**

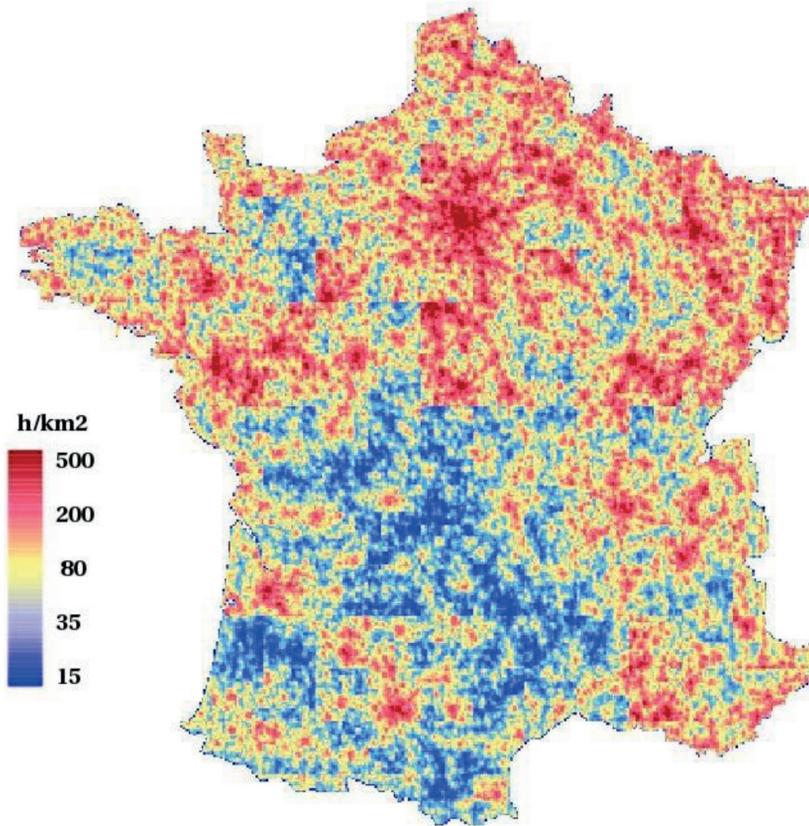


Tableau 3

**Pourcentage de population dans chacun des sous-carrés rangés par ordre de densité croissante selon la dimension de la maille, donc du carré que forment les quatre sous-carrés : les populations observées sont distribuées aléatoirement entre les communes**

Côté de la maille	Sous-carré 1	Sous-carré 2	Sous-carré 3	Sous-carré 4
4	14.4	18.8	27.7	39.1
8	14	18.5	27.6	39.8
12	14.6	19	27.6	38.8
16	15.2	19.5	27.5	37.8
24	16.2	20.3	27.4	36
32	17	20.9	27.3	34.8
50	18.4	22	26.8	32.9
64	18.6	22.1	27	32.3
100	20	23.1	26.4	30.5
128	20	23.2	26.6	30.1
150	20.6	23.2	26.8	29.2

Figure 12

**Évolution de la proportion de population dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme) dans le cas d'une répartition aléatoire des populations entre les 36 500 communes**

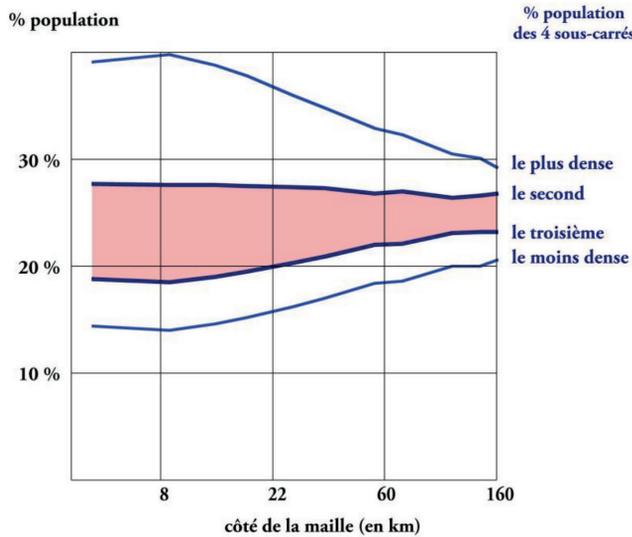


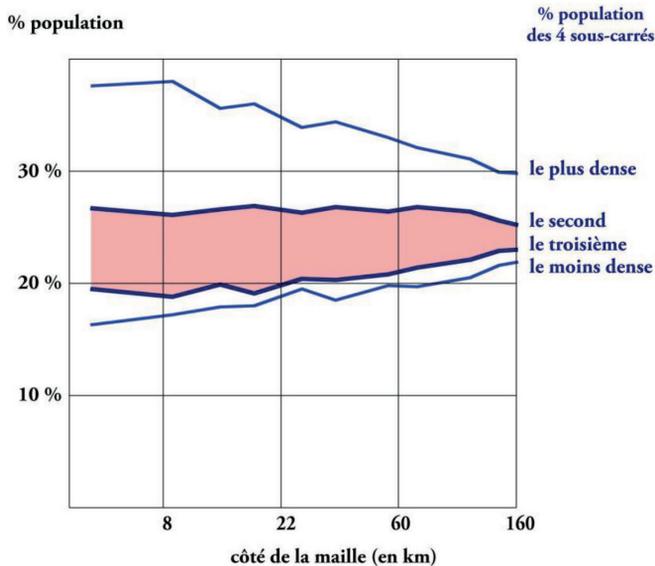
Tableau 4

**Pourcentage de population dans chacun des sous-carrés rangés par ordre de densité croissante selon la dimension de la maille, donc du carré que forment les quatre sous-carrés : cas du réseau hexagonal de Christaller avec un multiplicateur de la population de 2,8 quand on passe d'un niveau au niveau supérieur**

Côté de la maille	Sous-carré 1	Sous-carré 2	Sous-carré 3	Sous-carré 4
4	16.3	19.5	26.7	37.6
8	17.2	18.8	26.1	38
12	17.9	19.9	26.6	35.6
16	18	19.1	26.9	36
24	19.5	20.4	26.3	33.9
32	18.5	20.3	26.8	34.4
50	19.8	20.8	26.4	33
64	19.7	21.4	26.8	32.1
100	20.5	22.1	26.4	31.1
128	21.6	22.9	25.6	29.9
150	21.9	23	25.2	29.8

Figure 13

**Évolution de la proportion de population dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme) dans le cas d'une répartition des populations selon un réseau de Christaller (avec un rapport des populations d'un niveau au suivant de 2,8)**



## 5. OBJECTIONS

Les résultats des simulations n'ont pas un caractère de généralité. Quatre objections peuvent être soulevées.

D'abord, il faut prouver que la construction d'une répartition multifractale par la méthode des sous-carrés est bien analysée comme multifractale quand on considère toutes les grilles possibles pour chaque valeur de la maille. En effet, la construction est effectuée avec une grille par niveau, mais l'analyse est menée en prenant n'importe quelle grille avec n'importe quelle valeur de la maille. Les grilles qui servent à analyser le résultat multifractal chevauchent les grilles qui l'ont construit. La démonstration reste à faire. On peut seulement avancer en faveur de cette propriété que plusieurs distributions multifractales testées, donc différentes séries des quatre proportions allouées aux sous-carrés, ont vérifié la propriété. Dans le cas extrême où un seul sous-carré prend 100 % et les trois autres donc 0 %, à la  $n^{\text{ème}}$  étape, il ne reste qu'un carré de côté 2 à la puissance  $-n$  situé n'importe où dans le carré initial. Dès lors, la propriété n'est plus vérifiée. Elle n'est donc observée que sur un certain domaine de la distribution des quatre proportions.

La deuxième objection porte sur le rapport entre la distribution multifractale et la loi puissance suivie par  $1-G$ , le complémentaire de l'indice de Gini. Ici encore, il s'agit d'un résultat empirique qui n'est valable que sur un certain domaine de l'espace des quatre proportions. Une différence essentielle se manifeste entre la construction a priori et l'estimation a posteriori. Dans la construction, plus le nombre d'étapes (ou de divisions) est élevé, plus l'indice de Gini tend vers une limite et s'écarte donc d'une loi puissance. En effet, les figures formées par une étape et la suivante s'emboîtent si bien que le détail de la dernière division joue un rôle de plus en plus minime dans la distribution totale. En revanche, dans l'estimation, il n'existe plus d'emboîtement puisque l'on calcule les proportions sur la moyenne de toutes les grilles d'un niveau ou d'une maille donnée. On peut démontrer cette propriété dans un cas particulier, celui de la distribution hexagonale de Christaller dans laquelle la population de chaque ville est trois fois inférieure à celle des villes du niveau précédent.

Troisième objection, le fait que le complémentaire de l'indice de Gini ne suive pas une loi puissance de la dimension de la maille dans le cas du réseau de Christaller n'est pas non plus prouvé. La situation est cependant différente : puisque dans un cas au moins la loi n'est pas suivie, on peut affirmer que la propriété n'est pas observée.

Quatrième et dernière objection, les deux propriétés communes au modèle multifractal et aux distributions observées de la population ont été mises en évidence pour la seule année 1999 et pour un seul caractère, la densité. On va donc maintenant élargir la prospection à d'autres dates et à d'autres caractères.

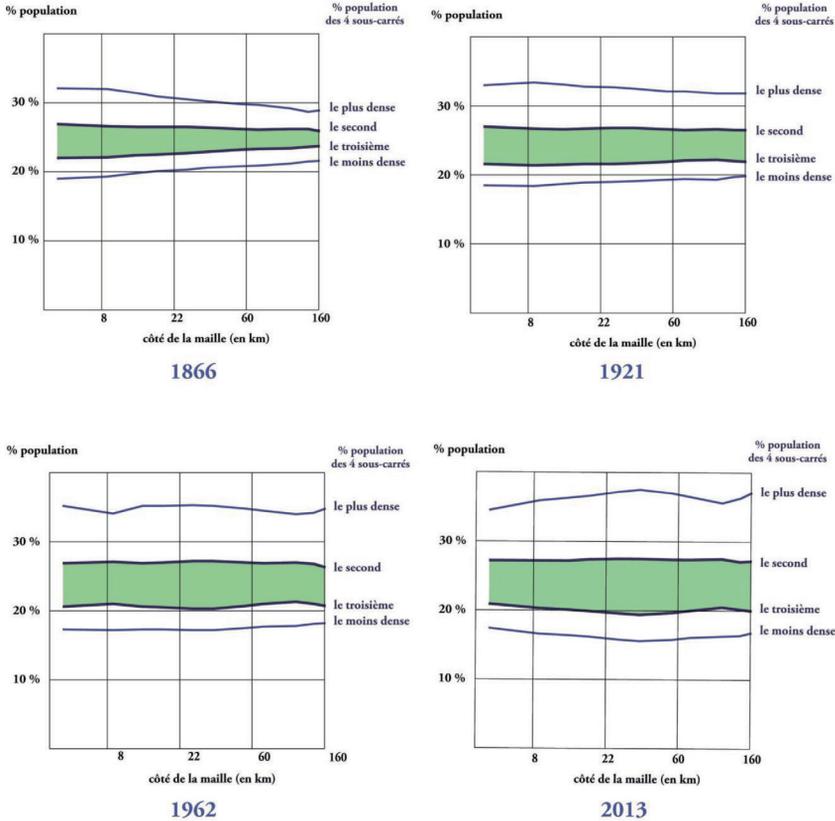
## 6. LES DENSITÉS DE 1866 À 2013

La base de donnée Cassini, établie par le laboratoire de démographie historique de l'EHESS, fournit la population de toutes les communes françaises depuis le recensement (incomplet) de 1791. Ces données sont fiables au moins à partir du recensement de 1831. Les communes de chaque département ont d'ailleurs fait l'objet d'une série de livres publiés par le CNRS (*Paroisses et communes de France*, un volume par département). Les 15 000 fusions et fissions de communes étant documentées, les populations communales peuvent être recalculées dans le découpage actuel (à un petit écart près quand les redéfinitions de communes n'ont porté que sur une partie des communes). Pour que la comparaison avec la France actuelle soit cohérente, on a seulement considéré des années auxquelles le territoire métropolitain était le même qu'actuellement : 1866, 1921, 1962 et 2013. L'évolution des quatre proportions calculées comme précédemment selon la dimension de la maille est indiquée sur les cinq graphiques de la figure 14. L'invariance des proportions selon la dimension de la maille n'est plus vérifiée pour la date la plus ancienne. Les valeurs tendent à se rapprocher, l'écart entre les deux extrêmes qui est de 13,1 pour la maille la plus fine, descendant à 7,4 pour la plus grossière. La diminution de l'écart est moins marquée que dans les cas d'une répartition aléatoire ou du réseau de Christaller, mais elle est nette. Dès la plus petite maille, l'écart entre les extrêmes est aussi plus faible qu'en 1962 et 1999. En 1921, l'écart entre les extrêmes décroît encore avec la taille de la maille, mais beaucoup moins qu'en 1866 et il est plus important au départ. En 1962, le modèle multifractal est atteint. Enfin, en 2013, les écarts entre les extrêmes deviennent plus importants et une légère bosse se dessine pour les mailles de longueur moyenne entre les deux extrêmes.

Que déduire de ces résultats ? Alors que le comportement multifractal avait été présenté comme une caractéristique de la répartition des densités indépendamment de l'époque, donc comme une loi, on voit maintenant que ce n'est pas le cas puisque la loi n'est pas suivie aux époques les plus anciennes. Le modèle multifractal joue alors le

Figure 14

**Évolution de la proportion de population dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme) pour les densités observées aux recensements de 1866, 1921, 1962, 2013**



rôle d'une référence à laquelle comparer les distributions de la densité à différentes époques. L'écart entre les deux proportions extrêmes peut être simplement interprété comme une mesure de la concentration. Logiquement, on constate bien que la croissance de cet écart va de pair avec une concentration plus forte de la population. Mais, ceci, l'indice de Gini le montrerait aussi bien en comparant les valeurs prises aux différentes époques pour une même maille. Plus intéressante est la variation de l'écart en fonction de la longueur de la maille. On peut l'interpréter comme une interdépendance de plus en plus poussée des territoires à toutes les échelles, ce qui entraîne une différenciation, elle aussi de plus en plus poussée. Dit plus simplement, les écarts régionaux s'accroissent plus vite que les écarts locaux. La tendance

qui pointe en 2013 indique en outre que les écarts tendent à passer par un maximum pour des mailles de taille moyenne, donc ici, pour des carrés compris entre 15 et 50 kilomètres, soit l'échelle des arrondissements ou des intercommunalités. À assez petite échelle, les différences de densité tendent à s'atténuer à cause de l'étalement urbain qui brouille la différence entre rural et urbain comme en témoigne la progression des zones périurbaines. À grande échelle, on assiste à un début d'homogénéisation des régions facilitée par l'homogénéisation des niveaux de vie, la redistribution opérée par l'État et l'atténuation de spécificités productives. L'indice de Gini ne permet pas de faire ce genre de remarques car il est global tandis que le calcul des quatre proportions au niveau de la maille offre une vision de l'hétérogénéité aux différentes échelles.

## 7. AU-DELÀ DES DENSITÉS

Puisque l'analyse multifractale offre un point de vue multi-échelles ou multi-niveaux selon les termes en usage en géographie, pourquoi la limiter aux densités ? Ne serait-elle pas aussi efficace pour décrire l'hétérogénéité territoriale des comportements humains quels qu'ils soient ? Une petite difficulté se présente : les densités étaient fondées sur des nombres absolus, les populations, tandis que les comportements politiques et sociaux sont décrits par des proportions : pourcentage de diplômés, de votes de gauche, d'ouvriers, etc. L'obstacle est facilement contourné si l'on remplace les quatre proportions qui partageaient les densités par les valeurs de l'indicateur étudié dans les quatre sous-carrés. Avec cette convention, on a effectué l'analyse multifractale de la proportion de votes en faveur de François Hollande au second tour de la présidentielle de 2012 et celle des votes en faveur de Marine Le Pen au premier tour. L'évolution des proportions de ces votes dans les quatre sous-carrés est représentée sur les figures 15 et 16 en fonction de la taille de la maille. La stabilité des écarts reste nette ou du moins l'absence de leur décroissance systématique qui caractérisait le modèle aléatoire et le modèle de Christaller. Pour mieux s'en convaincre, a contrario, on a effectué ces deux analyses après avoir redistribué au hasard les votes selon les communes, les avoir randomisés comme disent les statisticiens. Les pourcentages dans les quatre sous-carrés convergent rapidement dans un cas comme dans l'autre. Le comportement multifractal des deux distributions observées exprime donc un caractère profond de la géographie du vote. Dans le cas de François Hollande,

Figure 15

**Évolution de la proportion de votes en faveur de François Hollande au second tour de l'élection présidentielle de 2012 dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme).**

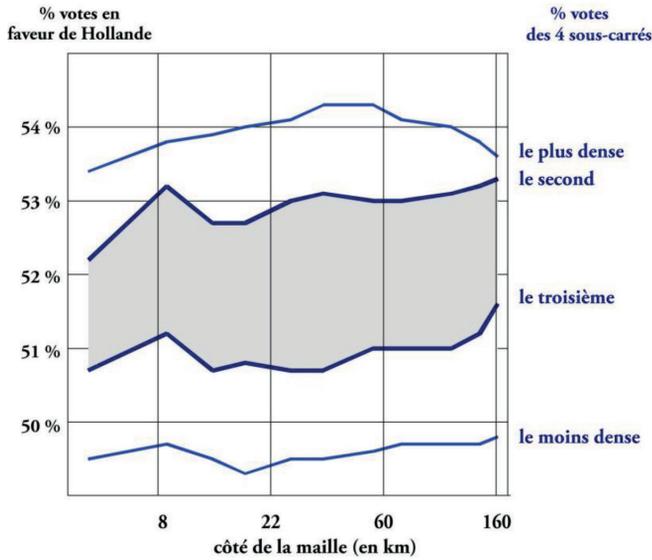
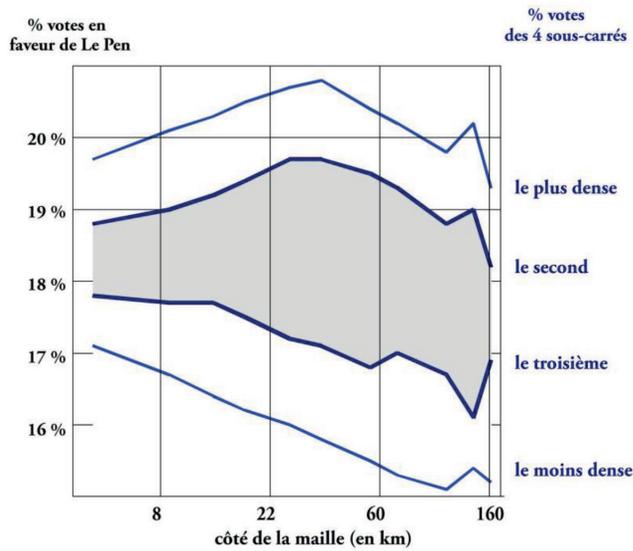


Figure 16

**Évolution de la proportion de votes en faveur de Marine Le Pen au premier tour de l'élection présidentielle de 2012 dans chacun des sous-carrés quand la maille varie (abscisse en logarithme)**



on voit que, quelle que soit l'échelle, la variabilité locale demeure presque la même. Dans le cas du FN, la variabilité (l'écart entre les sous-carrés extrêmes) est plus faible à petite échelle, ce qui correspond bien à la nature particulière de sa géographie avec des forts contrastes régionaux, mais de plus faibles à l'intérieur des régions (par exemple, selon la population des communes).

Quel comportement est à l'origine du caractère multifractal de phénomènes aussi différents que la densité et les votes (et beaucoup d'autres comportements dont les résultats ne sont pas montrés ici faute de place et pour ne pas lasser par des redondances) ? Une autre manière de construire une répartition multifractale met sur la piste d'une réponse. Partant d'une distribution uniforme, on tire au hasard un carré et on attribue au hasard à ses quatre sous-carrés les proportions fractales choisies au départ. Puis on tire un autre carré et on procède de la même manière en mettant à l'échelle les proportions de chaque sous-carré de manière à ce qu'elles soient égales aux quatre proportions fractales. La dimension des carrés est tirée au hasard selon une probabilité inversement proportionnelle à leur surface. Au bout d'un grand nombre de tirage, le résultat est une distribution multifractale. L'intérêt du processus est de mettre sur la piste d'un comportement humain particulier : les individus recherchent une certaine variabilité dans leur entourage. Lorsqu'elle est trop forte, ils la réduisent et lorsqu'elle est trop faible, ils l'augmentent. En matière de densité, on peut reprendre la célèbre formule de Kant dans son essai de cosmopolitique. Le philosophe caractérise le comportement social des humains par une insociable sociabilité, par la tendance des hommes à se fuir pour être eux-mêmes (orgueil) et à se rassembler pour se mettre en valeur (vanité). Il élargit ce comportement aux groupes humains puis aux États.

## CONCLUSION

Quoi qu'il en soit, la raison pour laquelle le modèle multifractal décrit bien la variabilité des comportements dans l'espace demeure en partie mystérieuse. Le propos de ce chapitre n'était pas de rechercher cette raison, mais de montrer à quel point le modèle multifractal décrit précisément les répartitions dans l'espace. Comme l'ont montré les exemples randomisés ou le réseau de Christaller, ce n'était pas évident a priori. Le calcul de l'indice de Gini pour des grilles de différentes mailles n'aurait pas suffi même après avoir mis en évidence le comportement de son complémentaire en loi puissance de la dimension

de la maille. L'indice de Gini reste global. Il ne permet pas d'isoler un niveau particulier. Il aurait été possible de calculer l'indice de Gini à l'intérieur de chaque maille et d'en faire la moyenne, puis de suivre cette moyenne en fonction de la dimension de la maille. Cela paraît moins grossier que le calcul des moyennes dans chaque sous-carré. Mais aucun processus n'aurait relié les indices de Gini des différentes mailles. Pour progresser dans l'explication, un processus est beaucoup plus intéressant que le constat d'une régularité car il oriente vers des processus humains et sociaux comme on en a évoqué timidement au précédent paragraphe. En outre, le processus multifractal possède un invariant en la valeur des quatre proportions des sous-carrés, tout comme la fractalité d'une côte maritime se mesure par une dimension fractale et ces invariants sont interprétables en termes de variabilité alors que la pente de la relation linéaire du logarithme de  $1-G$  en fonction du logarithme de la dimension de la maille conserve un caractère abstrait difficile à interpréter.

## BIBLIOGRAPHIE

- Appleby S., 1996, *Multifractal characterization of the distribution pattern of human population*, New York, Wiley.
- Batty M., Longley P., 1994, *Fractal Cities: A Geometry of Forms and Functions*, San Diego, Academic Press.
- Chen Y., 2010, « A new model of urban population density indicating latent fractal structure », *International Journal of Urban Statistics*, p. 89-110.
- Christaller W., 1933, *Die zentralen Orte in Süddeutschland*, Iéna, Fischer.
- Edgar G. A., 1990, *Measure, Topology and Fractal Geometry*, New York, Springer.
- Falconer K., 1990, *Fractal Geometry*, New York, Wiley.
- Guilbaud G. Th., 1985, *Leçons d'à peu près*, Paris, Christian Bourgois.
- Guldmann J.M., 2012, « Landscape ecology, land-use and population density », *Landscape and Urban Planning*, 105, p. 74-85.
- Le Bras H., 2008, *The Nature of Demography*, Princeton, Princeton University Press, (le chapitre 15 : *Densities*).
- Mandelbrot B., 1977, *The Fractal Geometry of Nature*, New York, Freeman and Co, (chapitre 23 sur les *random curds*).
- Mc Cauley J.L., 1995, *Chaos, Dynamics and Fractals*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Su M.D. and al., 2010, « Multi-layer multi-class asymmetric mapping to estimate population distribution », *Science of the Total Environment*, 408, p. 4807-4816.

Tian Y. *and al.*, 2005, « Modelling population densities using land cover data », *Ecological Modelling*, 189, p. 72-88.

Vicsek T., 1991, *Fractal Growth Phenomena*, Singapour, World Scientific.

Ce travail est la poursuite d'un travail plus ancien publié en 1993 et 1996 dans le cadre des programmes de recherche de la DATAR avec un appareil mathématique plus développé :

Le Bras H., 1993, *La planète au village*, Paris, Éditions de l'Aube.

Le Bras H., 1996, *Le peuplement de l'Europe*, La Documentation française.

## Commentaire sur le chapitre 2

Lucien Gilles Benguigui

*Technion-Institut Israélien de Technologie, Haïfa, Israël*

Le chapitre de Le Bras m'a paru très original, car il applique des concepts tirés d'autres domaines à la distribution spatiale de la population française. Le premier concept est celui de l'indice de Gini qui a été défini à l'origine pour les économistes. Le deuxième concept utilisé par Le Bras est celui de fractale et il l'applique également à la distribution spatiale de la population française. L'auteur met en rapport ses résultats concernant l'indice de Gini et le caractère multifractal de la distribution de la population. On peut montrer qu'ils sont effectivement liés : le comportement en loi de puissance de l'indice de Gini en fonction de la taille des carrés utilisés pour son calcul est bien lié à la structure multifractale (voir ci-dessous).

Dans son analyse de l'indice de Gini l'auteur trouve que l'indice décroît avec la taille  $L$  des carrés. On peut le comprendre d'une manière qualitative en remarquant que plus la taille des carrés croît, plus la différence de densité entre les carrés diminue et cela entraîne un indice inférieur. D'une manière quantitative, l'exposant de croissance du complément de  $G$  (c'est-à-dire  $1 - G$ ) est relié par l'auteur à l'accroissement de la concentration urbaine. On peut aussi le voir à partir de la décroissance de  $G$  quand  $L$  croît. Si l'exposant est faible,  $G$  décroît rapidement ; ce qui veut dire que lorsque le côté du carré croît les différences de population à l'intérieur des carrés diminuent rapidement. Par contre si l'exposant est fort,  $G$  diminue lentement si  $L$  augmente. En d'autres termes, même avec des valeurs de  $L$  relativement grandes, les différences de population dans les carrés restent importantes, ce qui est possible avec une urbanisation poussée.

Le second point développé par l'auteur concerne la distribution multifractale de la population française. Les résultats obtenus sont impressionnants car l'auteur a réussi à déterminer les facteurs multiplicatifs de chaque itération. Il est vraisemblable que ce résultat n'a pu être obtenu qu'après plusieurs tâtonnements. Cependant, au-delà de

cette performance, il reste beaucoup de questions. En particulier comment cette distribution multifractale s'est-elle constituée ? L'approche proposée par l'auteur n'est pas particulièrement reliée à des comportements humains. Comment le processus de tirage au sort de carrés de tailles différentes correspondrait-il au principe de Kant (d'ailleurs repris par Zipf), même si le tirage au sort favorise les petits carrés ?

Par quels processus la distribution est-elle devenue multifractale ? La construction par itération n'est pas un processus dynamique. Il faudrait donc comprendre les fondements d'un tel développement. L'auteur montre que la structure multifractale est apparue au cours du temps, apparemment au cours du XX<sup>e</sup> siècle. Peut-on en déduire que le processus d'urbanisation n'est pas étranger à l'apparition de la structure multifractale ?

On peut aussi se demander pourquoi la division en carrés donne de si bons résultats. Que se passerait-il si on faisait une division différente, par exemple en triangles ? Ou bien en rectangles ? À ce propos, le fait que le réseau de Christaller ne montre pas de structure multifractale est peut-être dû au choix d'une grille de carrés. Il y aurait un problème de symétrie, car le réseau de Christaller a une symétrie d'ordre 6 quand le carré a une symétrie d'ordre 4. Peut-être une division en triangles équilatéraux donnerait-elle d'autres résultats. Il me semble que ce serait un point à examiner.

Parmi les aspects les plus originaux de ce travail, la tentative de rechercher une structure multifractale pour d'autres grandeurs spatiales est particulièrement intéressante. Il est surprenant qu'une structure fractale se retrouve aussi dans le cas de distribution des votes. Évidemment on peut se poser la question : ces résultats pourraient-ils conduire à établir des lois ?

Pour finir ce commentaire, je voudrais revenir sur la relation entre une structure multifractale et le comportement du complément de l'indice de Gini.

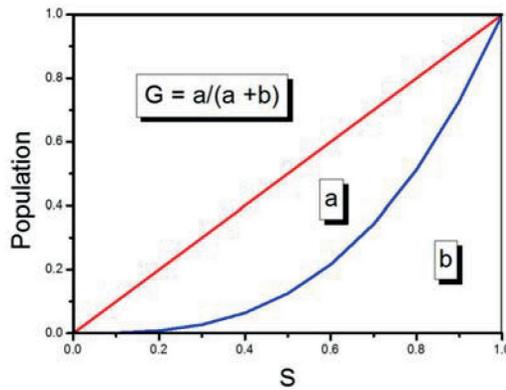
Tout d'abord je rappelle la définition de l'indice  $G$ . Soit un diagramme où l'axe  $x$  est la longueur  $L$  du côté d'un carré et l'axe  $y$  la population  $P$ . Les grandeurs  $L$  et  $P$  sont normalisées à 1. Sur ce diagramme on trace deux courbes : l'une est la diagonale partant de l'origine et l'autre la courbe de Lorenz. Cette courbe donne la population à l'intérieur d'une surface  $S$ . Si on appelle  $a$  la surface entre les deux courbes et  $b$  la surface sous la courbe de Lorenz,  $G$  est défini par  $G = a/(a + b)$  ou  $G = 1 - 2b$  car en coordonnées normalisées  $a + b = 0,5$  (figure 1).

La multifractale qui va être construite commence par un carré qui va être divisé en deux. Cette multifractale est plus simple que celle

qui divise le carré en quatre sous-carrés. À la première itération le carré initial est divisé en deux par sa diagonale et la population d'un des deux triangles rectangles de surface égale est multipliée par 0,7 et l'autre par 1,3 (triangles 1A et 1B). à la deuxième itération chaque triangle rectangle (1A et 1B) est divisé par deux par la deuxième diagonale du carré initial. La population de ces quatre nouveaux triangles rectangles (2A, 2B, 2C, 2D) est la population des triangles 1A et 1B multiplié par 0,7 ou par 1,3. Cela donne 4 triangles de populations 0,49 ; 0,91 ; 0,91 ; 1,69. À la troisième itération ces 4 triangles 2A, 2B, 2C, 2D sont divisés en 8 triangles dont les populations sont celles des triangles 2 multipliées par 0,7 ou 1,3 (quatre sont multipliés par 0,7 et les quatre autres par 1,3 d'une manière aléatoire) ; et ainsi de suite pour les autres itérations. On peut construire les courbes de Lorenz pour chaque itération. Elles sont montrées sur la figure 2 pour les 3 premières itérations. Chaque courbe est une ligne brisée dont chaque segment correspond à la population d'un groupe des triangles de cette itération. Il est très probable que cette ligne soit fractale puisqu'elle croît indéfiniment quand la surface des triangles est de plus en plus petite.

Figure 1

**Définition de l'indice de Gini**



On remarque que les courbes de Lorenz s'éloignent de la diagonale à chaque itération. L'indice de Gini augmente quand la surface des triangles décroît et en conséquence le complément de Gini croît avec S.

On peut maintenant calculer  $1 - G$  et vérifier sa dépendance avec la surface S. Sur la figure 3 on montre cette dépendance en coordonnées normales et sur la figure 4 en coordonnées logarithmiques. On trouve bien une loi de puissance avec un exposant compris entre 0,160 et 0,166.

Figure 2

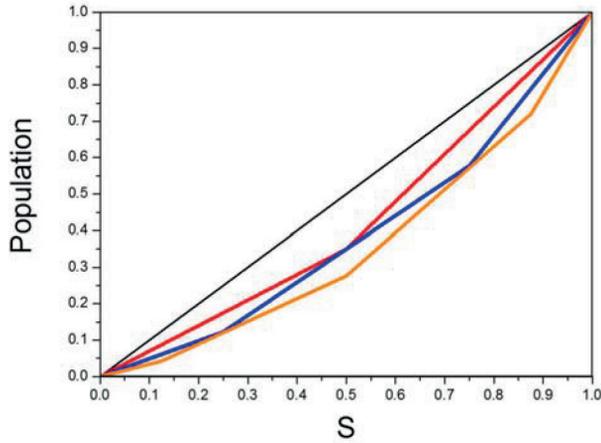
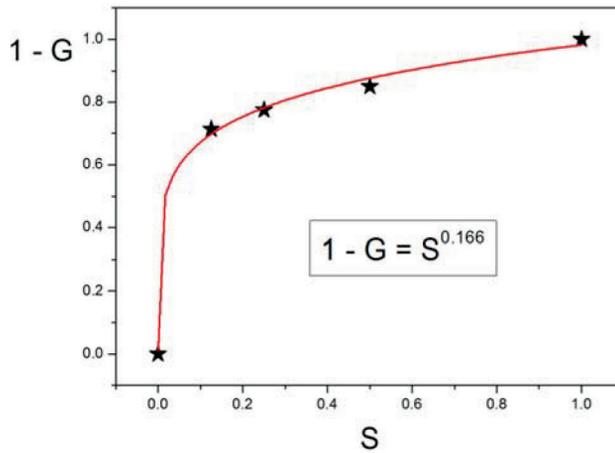
**Courbes de Lorenz pour les 3 premières itérations**

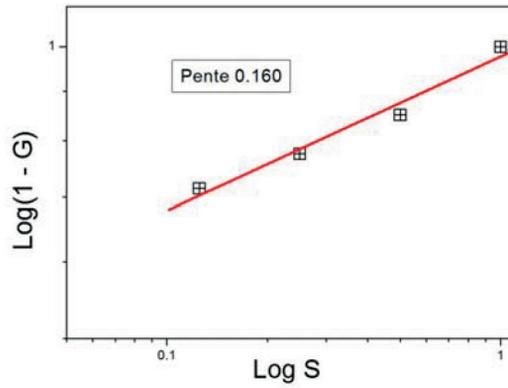
Figure 3

**Variation de  $(1 - G)$  en fonction de la surface**

Ainsi pour voir la relation entre le comportement en loi de puissance de  $1 - G$  et la structure fractale, il est nécessaire de construire les courbes de Lorenz à chaque itération. Elles sont fractales et il n'est pas étonnant que la suite des surfaces sous les courbes de Lorenz soit aussi fractale. Il est donc très probable que la relation loi de puissance pour  $(1 - G)$ /structure fractale est plus générale que ne le suggère le chapitre ci-dessus.

Figure 4

**Variations de  $1 - G$  en fonction de la surface en coordonnées logarithmiques**





## CHAPITRE 3

# La modélisation fractale des tissus urbains De l'analyse morphologique au concept d'aménagement

Pierre Frankhauser

*ThéMA, Université de Franche-Comté, Besançon*

### INTRODUCTION

Depuis la révolution industrielle, les villes n'ont cessé d'attirer de nouveaux résidents. Cette croissance sans précédent a été perçue dès la révolution industrielle comme incontrôlée et anarchique générant des tissus urbains irréguliers (cf. Benevolo, 1975). En effet, on observe que l'ouverture des villes, la disparition des enceintes et une gestion libérale de l'urbanisation au début de l'industrialisation ont contribué à faire disparaître la délimitation physique des villes, même si l'existence antérieure de faubourgs qui se développaient à proximité des portes de villes avait toujours rendu la transition vers l'arrière-pays rural plus floue qu'on veut souvent le faire croire. L'amélioration des moyens de transport a renforcé l'étalement urbain d'abord le long des voies ferrées et, depuis la motorisation, de façon plus diffuse.

Si les tissus ainsi émergents sont critiqués comme étant « amorphes », peut-on vraiment prétendre qu'un objet n'a pas de forme déterminée parce qu'il ne correspond pas à nos références euclidiennes ? Nous allons dans ce chapitre mettre en évidence que ces tissus, bien que paraissant irréguliers, correspondent en général à un type d'organisation spatiale. Seulement on ne peut la découvrir qu'à partir d'un autre référentiel géométrique qui ne s'inscrit pas dans la logique de la géométrie euclidienne. L'approche fractale que nous utilisons n'introduit pas juste quelques indicateurs morphologiques supplémentaires,

mais part d'une lecture trans-échelles des structures. On considère ce qu'on découvre en passant d'une échelle à une autre sans se préoccuper de savoir si la forme « générale » de l'objet en question ressemble plutôt à un carré, un cercle ou un hexagone.

Nous considérons donc dans un premier temps les particularités géométriques des fractales et nous posons la question de savoir quelles sont les propriétés morphologiques de ces objets qui peuvent nous aider à mieux comprendre l'organisation spatiale des tissus urbains. Ensuite nous verrons de quelle manière on introduit des méthodes qui permettent de vérifier dans quelle mesure un tissu urbain montre des propriétés fractales ou non. À travers cette approche transversale aux échelles, il sera possible d'identifier les fourchettes d'échelles pour lesquelles le modèle fractal est adapté et où sont ses limites. Une analyse fine nous permettra de distinguer différents types d'organisation spatiale et d'établir une relation avec le processus historique dont ils sont issus.

Partant des observations empiriques, des réflexions sur la nature même des fractales mettent en évidence leur capacité à optimiser certaines propriétés d'un système spatial. Ceci nous incite ensuite à élaborer un concept d'aménagement qui combine des fonctionnalités intéressantes du point de vue du développement durable de ces nouveaux espaces urbains. Nous montrons ensuite de quelle manière ce concept peut concrètement être appliqué à des zones métropolitaines.

## 1. LA LECTURE FRACTALE DES TISSUS URBAINS

Il faut être conscient que les nouveaux espaces urbains sont des systèmes complexes constitués d'éléments qui se situent à différentes échelles. Ainsi un grand nombre de bâtiments de tailles différentes forment des agrégats sous forme d'îlots. Ceux-ci sont eux-mêmes des composantes de nombreuses taches urbaines de forme irrégulière, connectées ou isolées qui forment l'ensemble de l'agglomération. Nous illustrons cet emboîtement d'échelles de façon intuitive dans la figure 1. L'exemple montre que, même en utilisant une représentation cartographique grossière, la zone métropolitaine de Stuttgart est constituée de taches urbaines de tailles variées qui sont réparties de façon non uniforme en formant des zones de concentration le long des axes de transport et des vallées, ce qui montre l'influence des conditions naturelles sur l'urbanisation (Mohajeri, 2013). Les taches urbaines montrent de grands et petits renflements et creux, leurs bordures paraissent ainsi tortueuses. En passant à une résolution plus fine

on retrouve des caractéristiques semblables comme le montre le zoom sur la frange Nord de Stuttgart qui se décompose en agrégats de tailles différentes et degré de concentration variable, composés d'agrégats plus petits, séparés par des zones non construites de tailles variées.

Figure 1<sup>1</sup>

**Une représentation cartographique simplifiée de l'agglomération de Stuttgart (a) et une partie agrandie qui montre la structure intra-urbaine réelle (b) (Frankhauser, 2005)**

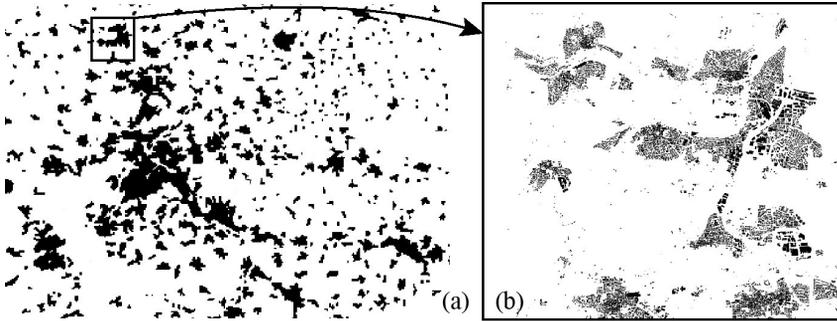
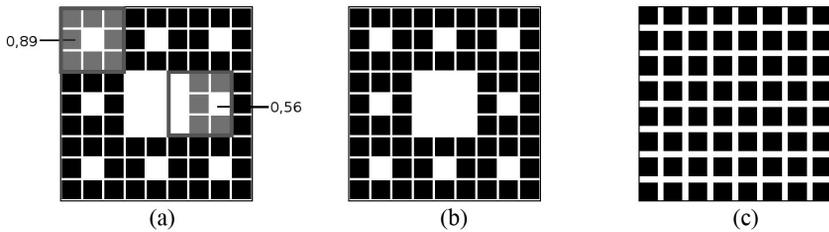


Figure 2

**La densité varie en fonction de l'échelle et de l'échantillon dans une structure non uniforme mais ne distingue pas les configurations. Dans (a) les densités sont indiquées pour les petites fenêtres, la densité de l'ensemble est 0,79 ce qui vaut pour les configurations différentes (b) et (c)**



Les mesures utilisées en aménagement et en géographie basées sur la notion de densité sont mal adaptées à la description de telles structures. La densité se réfère par définition à une répartition uniforme des éléments constitutifs dans l'espace ce qui n'est justement pas le cas dans ces textures. À une échelle agrégée elle donne une information moyenne et ne permet pas de distinguer des configurations différentes comme le montrent les deux exemples de la figure 2. Si la densité

1. Un grand merci à Damien Roy pour la réalisation graphique des figures de ce chapitre.

lisse l'information à une échelle agrégée, elle devient fluctuante à une échelle plus fine. Ainsi les densités mesurées à l'intérieur des petites surfaces de référence dans la figure 2 (a) varient et sont différentes de l'information à l'échelle agrégée.

Pour décrire les propriétés de structures dont les éléments montrent des endroits de concentration et de déconcentration à différentes échelles, comme on l'observe dans la répartition du bâti à travers les échelles du système de peuplement, une approche qui s'affranchit d'une échelle particulière et qui décrit l'organisation spatiale à travers les échelles paraît donc plus appropriée (François *et al.*, 1995 ; François, 1997).

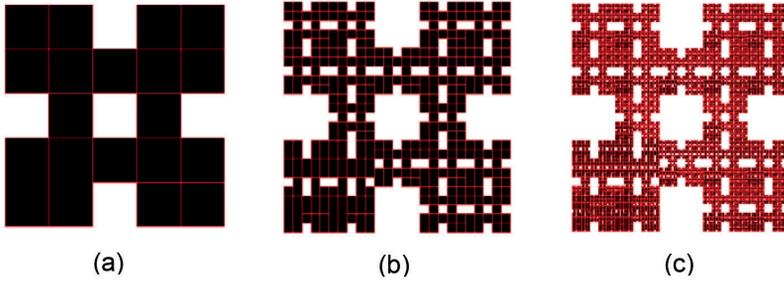
C'est la raison pour laquelle l'utilisation de mesures fractales a permis de développer une autre lecture des tissus urbains que ce qui est possible par des approches se référant à une seule échelle. Soulignons que le recours à des descripteurs fractals ne se limite pas à introduire un indicateur de plus, mais exige de changer nos modèles de référence géométrique. Ainsi les mesures fractales s'appuient directement sur une logique d'emboîtement d'échelles et suivent le même principe qu'on utilise pour générer des fractales.

Nous introduisons donc dans un premier temps des modèles fractals dont les propriétés permettent d'illustrer les caractéristiques morphologiques des tissus bâtis et les réseaux de transport qu'il est possible d'explorer à travers une telle approche multi-échelles.

Deux types de fractales se sont avérés particulièrement adaptés pour la formalisation fractale des tissus urbains, le tapis de Sierpinski et le téragone. Pour la construction d'une fractale on définit une figure initiale telle qu'un cercle ou un carré d'une certaine taille. La forme de la figure initiale (ou initiateur) n'affectera pas les propriétés fractales de l'objet mais définit l'étendue  $L$  de l'objet. L'étape suivante est cruciale car c'est elle qui définit les propriétés fractales de l'objet. Dans cette étape on réduit la figure initiale par un ou plusieurs facteurs de réduction et place ces répliques à l'intérieur de l'étendue donnée par l'initiateur en évitant que les répliques ne se chevauchent. La figure résultante est désignée comme générateur. La fractale est ensuite construite par itération en appliquant le générateur à toutes les répliques étape par étape. Notons que les zones vides générées à une étape restent vides tout au long des étapes suivantes ce qui fait émerger une cascade de lacunes dont la taille est de plus en plus petite et dont le nombre de plus en plus important. Le principe est illustré dans la figure 3. Dans ce tapis de Sierpinski un seul facteur de réduction,  $r = 0,2$  a été choisi et le nombre de répliques est de  $N = 20$ .

Figure 3

**La construction par itération d'un tapis de Sierpinski, désigné par (F1) (Frankhauser, 2015)**



On vérifie que la surface de l'objet diminue à chaque étape tandis que la longueur totale des bordures diverge. L'objet n'est donc ni surfacique ni une ligne, il se situe « entre les deux ». Nous pouvons néanmoins caractériser cet objet en mettant en relation la taille des répliques  $l_n$  à l'étape d'itération  $n$  et leur nombre  $N_n$ . On vérifie que les deux variables suivent une progression géométrique

$$N_n = N^n \quad l_n = r^n \times L$$

Nous introduisons maintenant une « dimension fractale »  $D$  et une « mesure fractale »  $a$  en exigeant que les deux paramètres soient constants à travers les étapes d'itération :

$$\begin{aligned} N_n \times l_n^D &= a & (1) \\ \Rightarrow N^n \times (r^n \times L)^D &= a \\ \Rightarrow (N^n \times r^{nD}) L^D &= a \end{aligned}$$

Si on pose  $L^D \equiv a$  on obtient une relation qui définit la dimension fractale  $D$  :

$$\begin{aligned} N^n \times r^{nD} &= 1 & (2) \\ \Rightarrow D &= \frac{\log N}{\log r} \end{aligned}$$

En insérant les paramètres  $N$  et  $r$  on obtient pour la fractale F1 la valeur  $D = 1,6$ . Soulignons que la bordure totale de l'objet et la surface convergent vers le même ensemble limite et ont de ce fait la même dimension fractale ! Mais cet exemple est particulièrement intéressant car la seule bordure extérieure (figure 4a) suit elle-même une relation fractale avec les paramètres  $N = 7$  et  $r = 0,2$ , donc  $D = 1,2$ .

En déterminant la longueur de la bordure d'une fractale en variant la taille  $\varepsilon_n$  d'une mesure on constate qu'elle augmente selon une loi de puissance ce qui est illustré pour la fractale F1 dans la figure 4 a :

$$b(\varepsilon_n) = N(\varepsilon_n) \times \varepsilon_n$$

$$\text{avec } \varepsilon_n = (1/r)^n L = 3^n L \text{ d'où } \varepsilon_n^{-D} = ((1/r)^{-D})^n L = N^n L = 5^n L$$

$$b(\varepsilon_n) = a \times \varepsilon_n^{-D} \times \varepsilon_n = N^n (1/r)^n L = 1,4^n \times L$$

Ceci n'est pas le cas de la ligne de la figure 4b qui est juste allongée par un simple facteur par rapport à une droite.

Figure 4

**La bordure de F1 (a) comparé à un allongement proportionnel d'une ligne (b)**



Il est aussi possible de générer des structures uniformes telles que celle de la figure 2 (c). Selon la formule (2) on obtient alors bien  $D = 2$  et pour une ligne on obtiendrait  $D = 1$ , ce qui montre que la notion de dimension fractale est bien un élargissement du concept de la notion habituelle de dimension d'un objet géométrique.

Nous montrons d'autres objets fractals. Dans la fractale de la figure 5 (a) les répliques ne sont pas toutes contiguës. La structure rappelle plutôt un système polycentrique avec des villages périphériques. Il est possible de distinguer le système spatial constitué uniquement des  $N = 5$  agrégats connexes de l'ensemble total dont le générateur contient  $N = 9$  répliques.

Dans les fractales F1 et F2 les répliques sont toutes de même taille, il s'agit ainsi de monofractales caractérisées par cette seule dimension fractale introduite. En combinant plusieurs facteurs de réduction on obtient une multifractale, objet bien plus complexe car les facteurs de réduction se mélangent au fil des itérations. La figure 6 montre la construction d'un tapis de Sierpinski multifractal ou deux facteurs de réduction  $r_0$  et  $r_1$  ont été combinés. Dans la deuxième étape la taille des carrés est donc  $r_0^2 L$ ,  $r_0 r_1 L$  et  $r_1^2 L$ . Alors une série de dimensions fractales doit être introduite pour caractériser l'objet.

Si tous les éléments du générateur sont détachés, on parle d'une « poussière de Fournier ». La figure 5 (b) montre une poussière de Fournier multifractale où également deux facteurs de réduction ont été combinés.

Figure 5

(a) Un « tapis mixte » qui contient des parties contiguës et des parties isolées (F2), (b) et (c) des poussières de Fournier multifractales sous forme régulière (b) (F3) et aléatoire (F4)

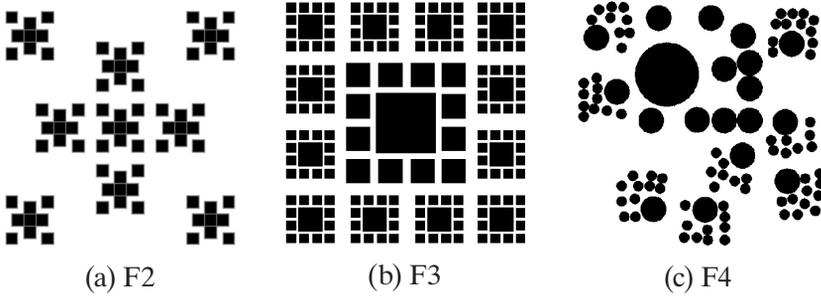
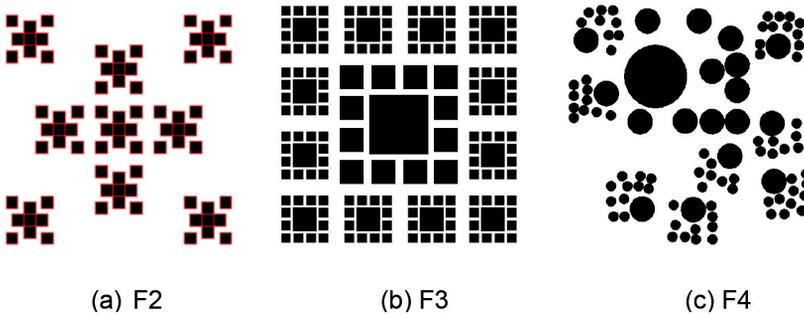


Figure 6

La génération d'un tapis de Sierpinski multifractal (F5) avec deux facteurs de réduction (Frankhauser, 2012)

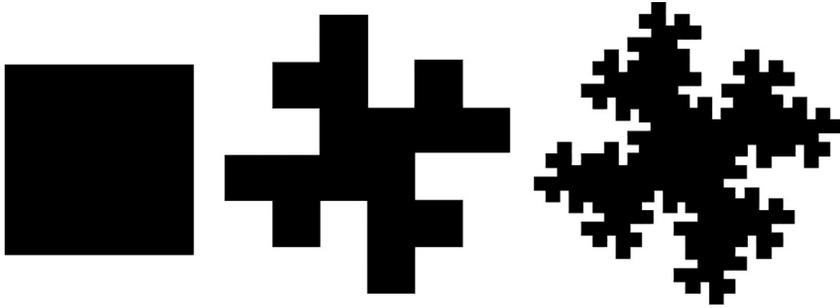


Il existe également des fractales dont la surface est compacte et de dimension  $D = 2$  mais dont la longueur de la bordure tend vers l'infini et est fractale. Dans le téragone de la figure 7 la surface reste constante au fil des itérations, mais la bordure est de plus en plus tortueuse.

La dimension fractale ne tient pas compte de la position des répliques. Tant que les zones vides générées lors des étapes précédentes sont respectées, la position des répliques peut être changée à chaque étape. Il est alors possible de générer une fractale aléatoire dont les caractéristiques sont identiques à celles d'une fractale régulière (figure 5c (F4)).

Il est ainsi possible de comparer des structures aussi irrégulières que des tissus urbains à des structures fractales régulières. Évidemment pour les textures empiriques on ne connaît pas de générateur et on doit en quelque sorte recourir à des méthodes d'analyse qui imitent

Figure 7

**La génération d'un téragone (F6) (source : Mandelbrot, 1982)**

en quelque sorte l'itération pour vérifier qu'il s'agit d'une structure qui montre des caractéristiques fractales et déterminer leur dimension fractale. Ceci est par exemple fait en utilisant la méthode du quadrillage en couvrant la texture par une grille dont la taille des mailles  $\varepsilon_n$  est variée progressivement. Pour chaque taille on compte le nombre de mailles qui contiennent du bâti. On obtient une relation équivalente à (1) entre le nombre de mailles occupées  $N(\varepsilon_n)$  par du bâti et la taille de la maille  $\varepsilon_n$  :

$$\begin{aligned} N(\varepsilon_n) &= a \times \varepsilon_n^D \\ \Rightarrow \log N(\varepsilon_n) &= \log a + D \log \varepsilon_n \end{aligned} \quad (3)$$

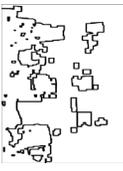
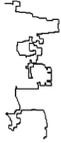
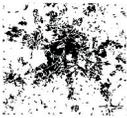
En passant à une représentation logarithmique on obtient donc une relation linéaire entre les logarithmes des variables  $N(\varepsilon_n)$  et  $\varepsilon_n$  où la dimension fractale  $D$  est la pente de la droite.

Notons qu'une structure empirique n'est jamais une fractale dans le sens strict du terme ; elle montrera au mieux un comportement conforme à l'emboîtement d'échelles d'une fractale dans une certaine fourchette d'échelle. Mandelbrot (1982) a ainsi parlé de « préfractal », nous préférons parler de comportement scalant.

À travers les exemples nous avons vu que la géométrie fractale permet de décrire des caractéristiques morphologiques qui sont directement liées à l'itération, donc aux propriétés d'emboîtement d'échelles. Ces caractéristiques ne peuvent pas être explorées par une approche classique qui se réfère à une seule échelle. Plus précisément les exemples nous incitent à explorer les caractéristiques morphologiques des tissus urbains suivantes. Nous indiquons les modèles fractals qui nous servent de références, à partir de leurs propriétés morphologiques.

Tableau 1

**Les caractéristiques morphologiques à explorer  
par une lecture multi-échelles**

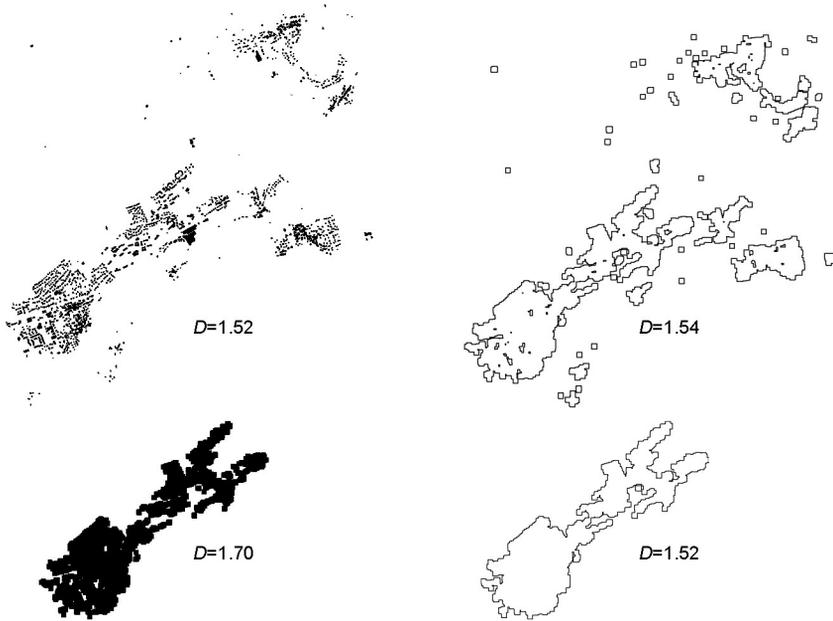
<b>Sujet d'étude</b>	<b>Illustration</b>	<b>Dimension fractale</b>	<b>Modèles</b>
La répartition non uniforme de la surface bâtie		dimension de surface $D^{(surf)}$	F1 à F5
Distinction de sous-ensembles qui suivent des lois de répartition différentes		valeurs différentes de $D^{(surf)}$	F2
La fragmentation des bordures du bâti contenant éventuellement des îlots vides (cf. F1)		dimension de l'ensemble des bordures $D^{(bord tot)}$	F1, F2, F4
La tortuosité de la bordure d'un agrégat dominant		dimension de l'agrégat principal $D^{(bord ag)}$	F1, F6
Hierarchie des taches urbaines		dimension de surface $D^{(surf)}$ ou nombre d'agrégats	F2 à F4

Si nous souhaitons étudier la morphologie des bordures urbaines nous devons être conscient qu'en réalité les bordures urbaines n'existent pas a priori. La figure 1 montre que celles-ci n'apparaissent que dans une représentation cartographique simplifiée. Dans le cadre de l'exploration fractale des tissus urbains, il s'est avéré qu'il est utile de dilater la surface bâtie jusqu'à une étape où des agrégats apparaissent. En général, quelques étapes suffisent, ce qui correspond à une résolution d'environ 8 à 16 mètres (De Keersmaecker *et al.*, 2003 et Thomas *et al.*, 2008a). On efface alors les étroites rues d'accès et les arrière-cours. Comme nous le verrons plus tard, ceci est en cohérence avec l'observation que pour la microstructure des îlots le comportement scalant est souvent irrégulier, car on se situe encore à l'échelle

des bâtiments. En dilatant, ces effets sont effacés et la structure propre à l'échelle du quartier et de l'agglomération apparaissent. On obtient alors des formes dont les caractéristiques ressemblent à F2, voire F6 ou, en considérant la distribution des agrégats, à F2 et F3 ou encore, d'un point de vue plus réaliste, à F4. Nous montrons un exemple qui illustre la procédure et les valeurs des dimensions fractales correspondantes (figure 8).

Figure 8

**Un village périurbain de Besançon, le tissu d'origine. Une dilatation à 28 m permet d'isoler l'agrégat principal des autres, l'ensemble des bordures à cette étape et la bordure de l'agrégat principal (base de donnée IGN, source : Frankhauser, 2015)**



## 2. LES MÉTHODES DE MESURE

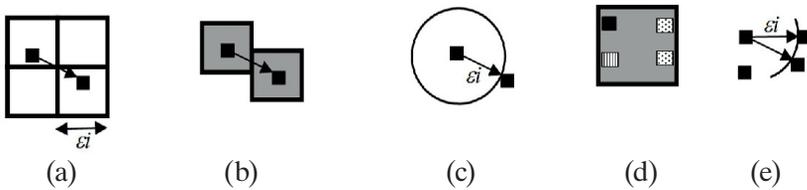
L'analyse fractale doit vérifier dans quelle mesure une structure empirique suit un principe d'emboîtement d'échelle. En principe, toute méthode de mesure peut être utilisée qui permet de compter les éléments se trouvant à une certaine distance l'un de l'autre. La figure 9 montre la logique de plusieurs méthodes utilisées. La figure 9 (a) illustre la méthode du quadrillage qui imite assez directement le principe d'itération. On couvre la texture d'une grille et on fait varier

progressivement la taille  $\varepsilon_i$  des mailles. Pour chaque étape  $i$  on compte le nombre  $N(\varepsilon_i)$  de mailles qui contiennent du bâti ; on obtient ainsi une information sur le nombre d'éléments situés à une distance de moins de  $\varepsilon_i$ . Une méthode similaire est basée sur la dilatation (figure 9 b). En entourant chaque tache bâtie par un buffer qu'on élargit progressivement, on obtient des agrégats qui se rejoignent au fil des itérations. En mettant en relation la surface des taches dilatées et l'étape de dilatation on obtient la même information qu'avec l'analyse du quadrillage.

Si les deux premières méthodes paraissent suivre une logique similaire, ceci n'est pas le cas pour les deux autres méthodes que nous présentons. La troisième méthode, l'analyse radiale, consiste à choisir un seul point fixe et de compter le nombre d'éléments qui se trouvent à moins d'une distance  $\varepsilon_i$  (figure 9 (c)). Il s'agit ainsi d'une dimension locale tandis que les autres méthodes fournissent une information sur l'ensemble d'une zone choisie. Il est aussi possible de réaliser des analyses radiales pour chaque élément, et de calculer pour chaque valeur  $\varepsilon_i$  le nombre moyen d'éléments situés à une distance inférieure à  $\varepsilon_i$ . On obtient alors une information globale mais plus subtile, car on prend en compte les distances réelles entre tous les éléments et non seulement la présence d'un ou de plusieurs éléments dans une boîte de taille  $\varepsilon_i$  (figures 9 (d) et (e)).

Figure 9

**La méthode du quadrillage (résolution  $\varepsilon_i$  pour cette étape), (b) la méthode de dilatation, (c) l'analyse radiale, (d) et (e) la comparaison entre l'information obtenu par l'analyse du quadrillage et l'analyse de corrélation**



Dans les figures 9 (a) à (c) les deux points ont la même distance  $\varepsilon_i$ . Dans les figures (d) et (e) les points en pointillé sont situés à une distance de  $\varepsilon_i$  du point noir ce qui n'est pas le cas du point marqué par des barres obliques. Notons que l'analyse de corrélation s'inscrit dans la logique des analyses multifractales (Grassberger et Procaccia, 1983).

Les méthodes permettent de vérifier si on observe pour une structure empirique, comme un tissu urbain, une relation empirique entre

un nombre d'éléments  $N(\varepsilon_i)$  et  $\varepsilon_i$  qui correspond à une loi scalante et s'il existe des déviations d'une telle relation pour certaines fourchettes d'échelles. Cependant dans une structure empirique on ne peut pas s'attendre à observer le même comportement scalant à toute échelle et la dimension  $D$  et le préfacteur  $a$  peuvent alors dépendre de l'échelle (Frankhauser, 1997) :

$$\begin{aligned} N(\varepsilon_i) &= a(\varepsilon_i) \times \varepsilon_i^{D(\varepsilon_i)} \\ \Rightarrow \log N(\varepsilon_i) &= \log a(\varepsilon_i) + D(\varepsilon_i) \log \varepsilon_i \end{aligned} \quad (4)$$

Pour mieux mettre en évidence de tels changements, nous avons choisi de représenter la séquence des pentes  $\alpha_i$  dans la représentation bilogarithmique (Frankhauser, 1997). Cette pente serait selon la relation (3) strictement constante et égale à  $D$  si  $D$  et  $a$  ne varient. Ainsi les déviations sont faciles à repérer :

$$\alpha_i = \frac{\log N(\varepsilon_{i+1}) - \log N(\varepsilon_i)}{\log \varepsilon_{i+1} - \log \varepsilon_i} \quad (5)$$

Nous désignons cette séquence de valeurs comme courbe du comportement scalant.

### 3. LA FRACTALITÉ DES TISSUS URBAINS

#### 3.1. Vers une typologie des tissus urbains

L'analyse fractale des tissus urbains a fait l'objet d'un certain nombre de publications à l'échelle internationale depuis les années 1980 (Batty et Longley, 1986, 1994 ; Goodchild et Mark, 1987 ; Frankhauser, 1994 ; White et Engelen, 1994 ; Lam et Cola, 2002). Des travaux plus récents ont approfondi des aspects méthodologiques et confirmé l'intérêt de cette approche pour l'étude des tissus urbains (Batty et Kim, 1992 ; Batty et Xie, 1996 ; Frankhauser, 1997 ; Benguigui *et al.*, 2000 ; Shen, 2002 ; De Keersmaecker *et al.*, 2003 ; Frankhauser, 2004, 2008 ; Thomas *et al.*, 2008, 2010, 2012 ; Chen, 2009 ; Chen *et al.*, 2010).

Nous présentons ici essentiellement des résultats qui ont été obtenu au laboratoire ThéMA à Besançon en coopération avec le laboratoire CORE à Louvain-la-Neuve (Belgique). L'ensemble des analyses a été réalisé avec le logiciel Fractalys et sa version récente FracGis développés à ThéMA par Gilles Vuidel sous la direction de

Pierre Frankhauser et Cécile Tannier. Ce logiciel permet d'utiliser une gamme de méthodes d'analyses, d'estimer les paramètres  $a$  et  $D$ , de représenter les courbes du comportement scalant et de fournir des informations sur la qualité d'ajustement des données par rapport à une loi fractale. En général, on constate que l'organisation spatiale des tissus urbains est en bonne concordance avec une loi fractale pour une certaine fourchette de distances. En effet, tant qu'on se situe à l'échelle des bâtiments, leur taille influence les résultats. Au-delà de distances d'environ 50 m ces effets locaux disparaissent et les courbes d'analyse deviennent assez régulières. En comparant les résultats obtenus avec les différentes méthodes d'analyse, on observe que les résultats obtenus convergent, à l'exception de ceux obtenus avec l'analyse de corrélation qui sont dans certains cas différents. Ceci laisse supposer que ces textures tendent vers une certaine multifractalité c'est-à-dire que différents comportements scalants se mélangent (cf. Batty, 2005 ; Chen and Wang, 2013). En effet, on constate que le comportement scalant varie à l'intérieur des villes selon les quartiers. Il s'est avéré que les résultats les plus stables et fiables ont été obtenus en utilisant la méthode de corrélation. Les résultats présentés se réfèrent donc tous à cette méthode ce qui assure leur comparabilité.

Nous présentons dans le tableau 2 certains résultats d'analyse de zones métropolitaines réalisés à partir de données assez agrégées (Frankhauser, 1994, 2004). Pour Berlin et Stuttgart, les dimensions de surface sont assez basses, ce qui montre que ces tissus sont contrastés et contiennent des zones assez faiblement peuplées de tailles très variées. Des mesures de densité seraient donc très dépendantes de l'échelle d'analyse et peu performantes pour caractériser ces agglomérations. Il s'agit de zones métropolitaines qui sont fortement structurées par un développement axial le long de vallées dans le cas de Stuttgart ou par le réseau RER à Berlin. La capitale autrichienne et Munich montrent des dimensions semblables, l'arrière-pays étant aussi peu développé. À Vienne, ceci est en partie lié à des contraintes topographiques et la présence d'un large massif forestier, à Munich à des zones humides. Londres est plus uniforme que les autres, car ici l'urbanisation est plus intense malgré la stratégie de ceinture verte mise en place. La dimension fractale des bordures de l'agrégat central est très élevée pour Stuttgart ce qui correspond à l'aspect tortueux de l'agrégat central (figure 1). La tortuosité est moins importante pour les autres capitales et Vienne semble assez compacte par rapport aux autres exemples.

Tableau 2

**Les dimensions fractales de quelques zones métropolitaines**

<b>Zone métropolitaine</b>	<b>Dimension de surface <math>D^{(surf)}</math></b>	<b>Dimension de la bordure de l'agrégat central <math>D^{(bord ag)}</math></b>
Berlin	1,75	1,58
Stuttgart	1,75	1,88
Londres	1,86	1,41
Vienne (Autriche)	1,74	1,39
Munich	1,75	1,51

Nous présentons maintenant des résultats également de zones métropolitaines, mais basés sur l'utilisation de données SIG, à une résolution fine de 4 m, se situant ainsi à l'échelle des bâtiments. L'échantillon était constitué de 18 villes françaises, belges, allemandes, finlandaises, suisses et italiennes (Thomas *et al.*, 2012). Comme le montre le tableau 3, on distingue plusieurs types de comportement scalant. Les dimensions de Besançon, Strasbourg, Sarrebruck, Bâle et Bergame se situent dans la fourchette de 1,6 à 1,8. Dans le même groupe on trouve aussi Helsinki, ville littorale et dont l'arrière-pays est structuré le long d'axes ferroviaires. Le contexte géographique, la taille et le contexte national sont différents pour ces villes, mais elles se sont toutes développées à partir d'un seul centre historique et on observe une baisse progressive de l'intensité du bâti en s'éloignant de ce centre. Pour un deuxième groupe de villes, constitué de Bayonne-Anglet-Biarritz, de Cergy-Pontoise, de Lille et de Montbéliard, les dimensions de surface, plus basses, se situent entre 1,5 et 1,7. Il s'agit de conurbations qui se décomposent en sous-ensembles assez disparates de morphologies différentes avec une alternance d'espaces interstitiels peu bâtis et de zones de concentration. Les dimensions de Bruxelles et Lyon sont assez élevées, ces tissus bâtis sont dominés par des quartiers assez uniformes du 19<sup>e</sup> siècle. Charleroi et Liège ont les valeurs les plus élevées de l'échantillon. Ces villes ont été marquées par l'industrialisation du 19<sup>e</sup> siècle, leurs tissus sont complexes et on y trouve des quartiers constitués de coronas miniers avec une répartition assez uniforme du bâti (Vanneste *et al.*, 2008 ; Thomas *et al.*, 2008 a, b).

Ces résultats sont en concordance avec ceux observés à partir de données plus agrégées. On constate que le contexte historique de l'urbanisation, et certaines conditions topographiques, telle une localisation côtière, influencent la dimension fractale plus que le contexte national

Tableau 3

**Dimensions de surface de quelques agglomérations**

<b>Agglomération</b>	<b>D<sup>(surf)</sup></b>	<b>Agglomération</b>	<b>D<sup>(surf)</sup></b>
Bayonne-Anglet-Biarritz	1,483	Liège	1,914
Bergamo	1,752	Lille	1,683
Besançon	1,638	Lyon	1,786
Basel	1,723	Montbéliard	1,558
Brussels	1,883	Namur	1,526
Cergy-Pontoise	1,695	Sarrebruck	1,659
Charleroi	1,857	Strasbourg	1,785
Helsinki	1,708		

(Frankhauser, 2003, 2008). Ainsi une urbanisation axiale génère des tissus urbains contrastés dont les dimensions sont plus faibles tandis que les villes influencées par l'industrialisation du 19<sup>e</sup> siècle sont plus uniformes et les dimensions ainsi plus élevées. Des investigations réalisées à l'échelle de quartiers ont permis à partir d'une classification de Ward, qui minimise la variance intra-classes, de distinguer différents types de tissus qui lient les caractéristiques fractales à la situation géographique et au contexte historique (Thomas *et al.*, 2012). Les dimensions fractales de la première classe se situent à environ  $D = 1,9$  et sont donc assez élevées. Il s'agit de quartiers anciens avec des bâtiments uniformes alignés le long de la voirie. La deuxième classe correspond à des quartiers périphériques, peu intensément bâtis. Les tissus bâtis sont réguliers, constitués de maisons individuelles construites le long de la voirie. Les dimensions fractales sont moins élevées car le tissu bâti est plus contrasté. Les quartiers du troisième type sont composés d'immeubles et d'autres bâtiments isolés. Ces quartiers datent des années 1950 à 1980. Comme ils sont pénétrés de zones vertes de différentes tailles, les dimensions fractales sont assez basses et se situent autour de  $D = 1,67$ . Les quartiers les plus contrastés de l'échantillon se trouvent dans des villes nouvelles comme Cergy-Pontoise ou des quartiers corbuséens.

### 3.2. L'information par les courbes du comportement scalant

Nous avons obtenu des résultats semblables en comparant l'allure des courbes du comportement scalant obtenues par des analyses de corrélation (Thomas *et al.*, 2010). Pour certaines zones, ces courbes

montrent une baisse importante des valeurs de  $\alpha$  pour des distances en dessous de 10 m suivies d'une augmentation rapide et d'une relative stabilité pour les distances plus importantes (cf. figure 10 (a)). Toutefois l'allure des courbes peut changer, par exemple la zone de baisse des valeurs pour les petites distances peut être atténuée et plus étendue (figure 10 (b)) ou même pratiquement être absente (figure 10 (c)). La borne supérieure des petites distances, pour lesquelles les déviations locales de la loi fractale apparaissent, correspond à l'étape de dilatation pour laquelle on observe l'apparition d'agrégats cohérents en ayant éliminé les détails plus fins (cf. ci-dessus).

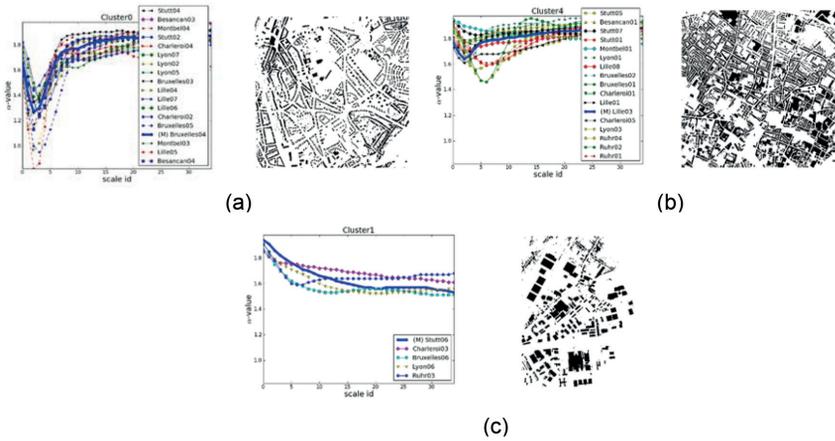
Afin de distinguer des classes de quartiers selon leur comportement scalant, nous avons donc utilisé l'algorithme des  $\kappa$ -médoïdes (Bishop, 2006) pour une classification des courbes de 49 quartiers, situés dans un échantillon de cinq villes françaises, Besançon, Cergy, Lille, Lyon et Montbéliard, deux villes belges, Bruxelles et Charleroi, et la région de la Ruhr en Allemagne.

Nous avons retenu cinq classes différentes. La première classe (figure 10 (a)) correspond à des quartiers dominés par des maisons mitoyennes telles qu'on les trouve dans des centres moins denses ou en périphérie des centres anciens. L'allure des courbes de la partie qui correspond aux petites distances est moins prononcée pour la deuxième classe (figure 10 (b)) qui contient des centres anciens. Cette différence peut s'expliquer par la forme plutôt carrée et de taille comparable des maisons du premier groupe qui accentue l'effet de la baisse à une certaine distance. Dans le deuxième groupe il s'agit de bâti continu et la taille des bâtiments connectés qui forment les îlots est plus variée ce qui provoque un lissage de cet effet. Cette fois-ci les quartiers corbusiens forment une propre classe distincte d'une autre classe, celle des villes nouvelles. En effet dans ces villes on observe un mix typique de maisons individuelles et d'immeubles entourés de vastes espaces verts. Une dernière classe dont les courbes ne montrent aucune baisse pour les petites distances correspond aux zones d'activités constituées de bâtiments de forte emprise au sol qui lisse apparemment l'effet des petites distances (figure 10 (c)).

Si ces résultats sont globalement en cohérence avec les classifications précédentes, les courbes du comportement scalant permettent d'avoir des informations plus précises sur des changements de l'organisation spatiale qui se situent à certaines échelles quantifiables en mètres.

Figure 10

**Trois classes de tissus urbains et les courbes du comportement scalant correspondantes.**



*3.3. L'approche multiradiale*

L'analyse radiale explore le comportement scalant à partir d'un point de comptage choisi et s'inscrit ainsi dans une logique radioconcentrique (figure 9 (c)). En choisissant le point au cœur d'un centre historique, on étudie alors la baisse de l'intensité de l'occupation de la surface par le bâti. Divers résultats ont montré à partir de données plutôt agrégées que pour les villes européennes il est possible d'identifier un comportement scalant propre au centre souvent proche de la dimension  $D = 2$  et une dimension plus basse pour les zones périphériques (White et Engelen, 1993). Ces observations ont été confirmées en comparant de tels résultats avec ceux obtenus en mesurant le gradient de densité (Guérois et Pumain, 2006). En choisissant d'autres points de comptage et des données à résolution fine, il est possible d'identifier des ruptures dans le comportement scalant au sein du tissu bâti qui correspondent aux différents quartiers des villes (Frankhauser, 1997).

Plus récemment des analyses radiales ont été réalisées de façon systématique à partir de chaque point appartenant au bâti et la dimension fractale a été estimée sur une fourchette fixe de distances ce qui permet de segmenter à une échelle fine les zones qui montrent un comportement scalant comparable (Frankhauser, 2015). En introduisant des classes de dimension fractale, et en représentant l'appartenance à la classe pour chaque lieu bâti selon un code couleur, on obtient une représentation cartographique

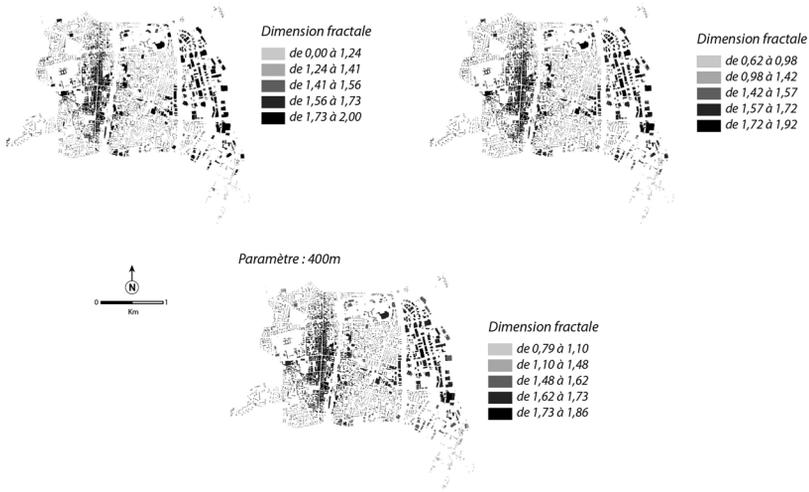
comme celle de la figure 11. Ici les résultats obtenus pour plusieurs fourchettes d'estimation sont comparés. On s'aperçoit qu'une relative stabilité est présente si les fourchettes d'estimation ne sont pas trop grandes. En effet, au-delà de la taille des îlots, le lissage tend à effacer les caractéristiques locales. Dans l'exemple donné, on distingue bien le centre ancien et la zone industrielle à l'Est, deux quartiers de dimension élevée (en brun), donc assez uniforme. Des zones transitoires (en jaune) marquent le passage vers les zones plus contrastées représentées en vert).

Figure 11

### La segmentation de zones selon leur dimension radiale (source : base de données IGN).

#### Analyse multiradiale : commune de Villefranche-sur-Saône

(aire urbaine de Lyon)  
Résolution raster : 4m  
Méthode de discrétisation : Jenks  
Paramètre : 100m



### 3.4. Surface et bordure

Nous avons indiqué plus haut qu'il est possible d'extraire la bordure urbaine en dilatant le tissu bâti jusqu'à une étape où des agrégats apparaissent. Nous nous focalisons ici sur la mise en relation de la dimension de la bordure et celle de la surface. Rappelons que pour un tapis de Sierpinski ces dimensions sont les mêmes, mais l'exemple de F1 (figure 2) a montré que la bordure extérieure d'un agrégat peut avoir sa propre dimension fractale. Finalement l'intérieur d'un objet peut être uniforme et sa bordure fractale, comme c'est le cas pour le téragone (F6). En outre, des sous-ensembles peuvent égale-

ment avoir un comportement scalant différent de celui de l'ensemble (F2 – figure 4 a).

La méthode d'extraction des bordures par dilatation a été présentée et illustrée ci-dessus (figure 8). Dans cet exemple la valeur de la dimension de surface correspond à celle d'un tissu assez contrasté. Les dimensions de la surface et de la bordure de l'agrégat central sont pareilles, celle de l'ensemble des bordures est un peu plus élevée. On peut en conclure que ni les lacunes intérieures, ni les agrégats extérieurs ne montrent une structure hiérarchique particulière. La tortuosité de la bordure est l'effet dominant. Le tissu bâti tend vers une logique proche de celle d'un tapis de Sierpinski. Ceci est confirmé par l'observation que l'on obtient encore la même valeur si l'on extrait la bordure des bâtiments sans dilatation. Surface d'origine et bordure sont en cohérence. Le tissu paraît donc assez fragmenté à travers les échelles ce qui montre une absence de volonté d'arrondir les bordures urbaines.

En dilatant les tissus urbains à une résolution de 12 m, nous avons étudié la relation entre la dimension de surface et de l'agrégat principal pour les 262 communes de la Wallonie (Thomas *et al.*, 2008a). Chaque commune a été représentée par un point qui correspond aux valeurs de ses dimensions fractales (surface, bordure). Il a été supposé que le nuage de points est constitué d'un mélange de classes distinctes et que les points sont distribués selon une loi gaussienne au sein de chaque classe. Une classification a été réalisée à partir d'une maximisation de la vraisemblance avec les algorithmes EM (espérance-maximisation) (cf. McLachlan et Peel, 2000). Cinq classes morphologiques ont été retenues. Ces classes sont de nouveau étroitement liées au contexte historique de l'urbanisation des communes. On distingue la bande de villes industrielles du 19<sup>e</sup> siècle le long de la vallée de la Sambre et de la Meuse (classe 1), les zones de périurbanisation en région bruxelloise (classes 2 et 3) et les zones rurales des Ardennes (classes 4 et 5). Le tableau 4 montre les valeurs observées.

Les valeurs les plus élevées des dimensions de surface de la classe 1 ont les tissus les plus uniformes. Leurs bordures sont assez tortueuses ce qui laisse supposer une absence de stratégie d'aménagement particulière. Les dimensions de surfaces basses des communes périurbaines montrent que ces villages ont des tissus assez irréguliers et des bordures tortueuses. Leurs tissus sont contrastés et ils ne sont pas construits selon des plans réguliers.

Dans les communes rurales les dimensions fractales très basses indiquent une dispersion encore plus forte. Globalement, les valeurs élevées des bordures traduisent l'aspect tentaculaire des tissus wallons dont les origines sont des villages-rue.

Tableau 4

**Les caractéristiques fractales des classes identifiées**

Classe	Type	Effectif	Dimensions moyennes	
			$\overline{D}^{(surf-dil)}$	$\overline{D}^{(bord-ag)}$
1	Villes industrielles	49	1,77	1,73
2	Villes périurbaines (urbanisation récente)	52	1,65	1,74
3	Villages périurbains assez dispersés	60	1,48	1,66
4	Villages-rue (rural profond)	55	1,44	1,57
5	Bourgs-centre urbanisés	46	1,25	1,48

En comptant le nombre d'agrégats subsistant au fil des dilatations, il est possible de vérifier si la répartition de ces agrégats suit une hiérarchie fractale ou non. Cette information a servi à développer une approche plus systématique pour délimiter l'enveloppe morphologique des agglomérations (Tannier *et al.*, 2011).

#### 4. CONCEVOIR UNE VILLE FRACTALE COMME OBJECTIF DU DÉVELOPPEMENT DURABLE

##### 4.1. Réflexions conceptuelles

Les analyses fractales ont montré que les tissus bâtis des agglomérations ne sont pas des amas sans structures apparentes, mais qu'ils sont organisés selon une logique multi-échelles que l'approche fractale permet de mettre en évidence. Il existe des concepts d'urbanisme qui jouent en faveur d'une telle organisation (figure 12). Ceci est particulièrement le cas si la pénétration de coulées vertes fait partie des concepts d'urbanisme comme chez Hilberseimer (figure 12 (a)) mais de façon plus pragmatique aussi dans les plans de villes nouvelles ou des schémas d'aménagement de la région de Stuttgart (figure 12 (b)).

La pénétration de trames vertes dans les tissus urbanisés est en effet un motif récurrent en urbanisme depuis que Möhring, Eberstadt et Petersen (1910) avaient proposé un tel concept pour le futur développement de Berlin (figure 13 (a)). L'idée était ici de définir des axes de développement le long des axes desservis par le RER et d'intercaler des secteurs verts entre ces axes dans l'objectif de rendre facile l'accès à des zones de loisir pour les résidents. Dans le même esprit s'inscrivent le plan en doigts de gant de Copenhague (figure 13 (b)) et le plan de Schumacher pour Hambourg (figure 13 (c)).

Figure 12

**(a) Le plan de Hilberseimer pour une reconfiguration de Chicago (Hilberseimer, 1963) et le schéma d'aménagement avec les pôles urbains importants et des zones boisées à préserver en pointillés (Siewerts, 1997)**

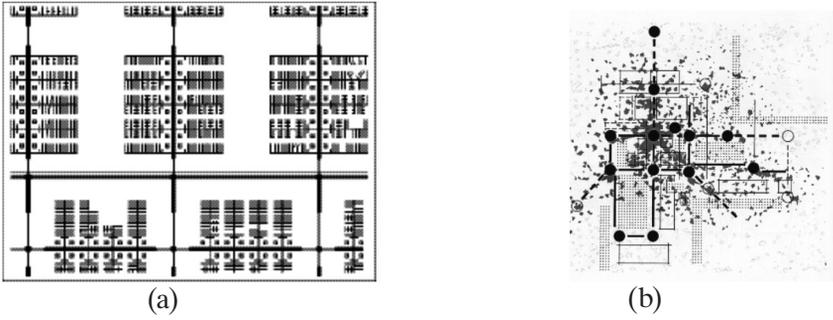
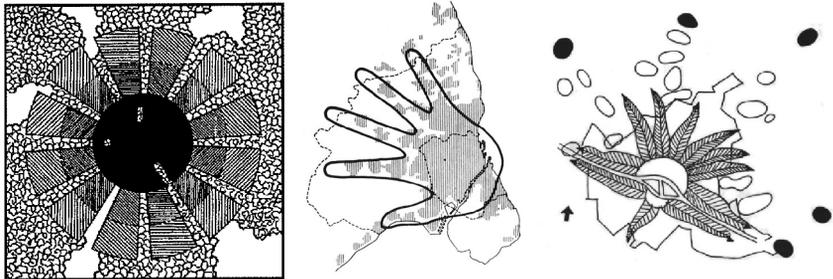


Figure 13

**Le plan d'Eberstadt, Möhring et Petersen (1910), le plan en doigts de gant de Copenhague (selon Städtbauliches Institut Universität Stuttgart), et le plan de Schumacher pour canaliser l'étalement de Hambourg (Göldner, 1968)**



Ces plans s'inscrivent dans l'esprit de l'hygiénisme urbain et ont été conçus à une période où le transport en commun était le mode de déplacement dominant. Soulignons toutefois qu'ils s'opposent au concept des ceintures vertes à l'anglaise issues d'un même esprit mais qui veulent à tout prix contenir la ville dans des limites strictes.

Cependant, les tissus urbains, souvent, ne sont pas le résultat de tels schémas d'aménagement à long terme. Même si de tels plans existent, les interactions complexes entre aménageurs, politiciens, acteurs économiques, propriétaires fonciers et promoteurs mettent souvent en péril de telles volontés. En outre, ces acteurs sont confrontés à la demande sociale. Comme les impacts environnementaux sont très liés aux pratiques spatiales à court et long terme, donc aux localisations

des ménages et à leurs programmes d'activités. Nous considérons donc les raisons de la métamorphose des espaces urbains et nous demandons dans quelle mesure l'approche transversale aux échelles peut nous orienter vers un concept d'aménagement durable des nouveaux espaces urbains.

Il faut rappeler d'abord que la fractalité des tissus urbains est liée à une baisse essentiellement radioconcentrique de la densité du bâti. Celle-ci est, comme nous l'avons constaté, le résultat d'une croissance accentuée le long des axes de transport en commun. Cependant, depuis la motorisation, des lieux éloignés de ces axes ont bénéficié d'une amélioration de leur accessibilité et ainsi les espaces interstitiels ont progressivement été urbanisés. Pour l'agglomération de Strasbourg, on observe une augmentation de la dimension fractale de surface de 1,80 à 1,85 entre 1986 et 1996 : le tissu est donc devenu plus uniforme à cette échelle. Pour Bâle, nous avons constaté également une augmentation progressive de la dimension fractale du centre de  $D = 1,42$  en 1880 à 1,68 en 1950 et 1,70 en 1990 et à l'échelle de l'agglomération un passage de  $D = 1,64$  en 1950 à  $D = 1,74$  en 1990. Pour des agglomérations chinoises, Chen and Feng (2010) ont mis en évidence une augmentation très conséquente des dimensions fractales depuis les années 1980 qui est selon eux le résultat d'une stratégie d'aménagement très centraliste à l'opposé d'une plus grande diversité dans les villes occidentales qui paraissent plus être le résultat de phénomènes d'auto-organisation.

Si la consommation d'espace par la construction individuelle est souvent critiquée, il faut être conscient que celle causée par la construction de nouveaux axes de transport est bien plus importante. Ainsi, dans les franges franciliennes, entre 1987 et 1997, 1,4 % de l'espace a été consommé par des bâtiments de type résidentiel et mixte, contre plus de 50 % par des routes et plus de 25 % par des carrières et des chantiers (Tourneux, 2006). Charmes (2013) a calculé que même si chaque ménage français habitait une maison individuelle et si on prend en compte la croissance de la population, seulement 10 % du territoire seraient construits contre 5 % actuellement. Mais on compte déjà 12 % qui ne sont ni des zones naturelles, ni des zones agricoles.

Il faut être conscient que la périurbanisation n'est pas uniquement la conséquence d'un prix foncier plus bas dans les zones plus éloignées des villes mais correspond à un mode de vie. Une enquête réalisée en 2007 par le Département Stratégies d'Opinion / Société de l'Institut d'études marketing et d'opinion TNS Sofres (Gault et Bedeau, 2007) a confirmé que l'habitat souhaité par 56 % des ménages français est la maison individuelle isolée et que la maison individuelle dans un ensemble pavillonnaire est préférée par 20 % des ménages. De

nombreux ménages plébiscitent donc toujours la maison individuelle entourée d'un jardin et souhaitent bénéficier d'un environnement vert et calme. Certains auteurs ont posé l'hypothèse qu'il existe un système de relations entre la structure et la fonction du paysage, sa perception par les habitants et leur niveau de satisfaction (Amerigo *et al.*, 1997). En effet, les ménages prennent en compte un certain nombre de critères d'accessibilité. Schwanen *et al.* (2004) ont montré que les ménages tendent à choisir des lieux résidentiels qui minimisent la distance ou le temps d'accès aux emplois (Brun and Fagnani, 1994), mais aussi aux commerces (Lerman, 1976) ainsi qu'aux zones de loisirs fréquentées (Guo and Bhat, 2002). L'accessibilité en marche à pied paraît être un critère important dans l'évaluation de l'accès aux espaces de loisirs (Hobden *et al.*, 2003).

Il est évident que la périurbanisation contribue à un étalement urbain diffus (Wiel, 2002) qui génère des flux de déplacement quotidiens et allonge les distances parcourues d'autant plus que les emplois et les commerces et services sont souvent loin des résidences. Ces effets néfastes ont d'abord été mis en évidence par Newman and Kenworthy (1989). En se référant à des enquêtes ménages, Kahn (2000) souligne que les déplacements des ménages périurbains sont de 31 % plus élevés qu'au centre urbain. En outre, la construction de routes contribue au morcellement des espaces naturels et fragilise ainsi la biodiversité.

Le retour à la ville compacte et dense est ainsi souvent mis en avant pour remédier à ces impacts négatifs (cf. e.g. Krier, 1998) et les recommandations de la loi SRU et de nombreux documents urbanistiques (SCOT, PLU) vont dans ce sens. Toutefois, il paraît difficile de convaincre des ménages d'une densification dans leur environnement résidentiel s'ils ont choisi d'éviter la densité (Breheny, 1997 ; Gordon et Richardson, 1997). Les opérations de densification des zones résidentielles sont ainsi souvent contestées par les populations concernées (Owens, 1992 ; Remy, 1994 ; Fouchier, 1995). En conséquence, Schwanen *et al.* (2004) voient dans la densification un risque à moyen terme de relocalisation des ménages vers des zones moins denses.

Soulignons aussi que l'impact de la ville dense sur la génération de trafic est à nuancer (Pouyanne, 2004 ; Dupuy, 2002). Comme l'ont montré Breheny *et al.* (1998) le lien entre densité et consommation d'énergie par les transports est faible. Cervero et Murakami (2010) ont constaté qu'une augmentation de la densité de 1 % va de pair avec une diminution de 0,6 % d'utilisation de la voiture. En outre ils soulignent que les zones plus denses bénéficient en général également d'une infrastructure routière plus dense ce qui incite à l'utilisation de la voiture. En effet, si la longueur des déplacements est plus faible dans des

zones denses, la fréquence des déplacements ne diminue pas de façon significative (Bouwman, 2000). Par ailleurs, comme le fait remarquer Breheny (1997), la densification est souvent à l'origine d'une augmentation de la congestion mais aussi des prix fonciers et elle diminue l'accessibilité aux zones de loisir.

En s'appuyant sur une enquête sur la satisfaction résidentielle en Wallonie, il s'est avéré que pour les communes dont les dimensions fractales de surface étaient proches de  $D = 2$ , le degré d'insatisfaction était le plus élevé tandis que les dimensions fractales des communes avec le plus grand pourcentage de ménages satisfaits se situent dans la fourchette large de  $D = 0,5$  à  $D = 1,8$  (Thomas *et al.*, 2008b). Il est évident que dans la satisfaction un grand nombre de critères entrent en jeu, qui ne sont pas liés à la morphologie urbaine. Mais rappelons que les dimensions plus basses correspondent à des communes périurbaines et rurales. Le résultat paraît donc en cohérence avec les observations exposées ci-avant sur les critères du choix résidentiel. Nous avons exploré à partir d'un modèle basé sur une approche économique du choix résidentiel l'impact sur la satisfaction des ménages dans une agglomération structurée selon un tapis de Sierpinski. En explorant le prix foncier induit, il s'est avéré que pour des ménages qui ont des préférences pour des « aménités urbaines » et des « aménités vertes » une telle structure urbaine est avantageuse (Cavailhès *et al.*, 2004). Dans leur modèle de simulation de la dynamique urbaine basé sur des automates cellulaires, White et Engelen (1994) ont introduit une modélisation heuristique des critères de localisation des ménages et des entreprises. Leurs simulations ont montré que les tissus émergents suivent bien un comportement scalant semblable à celui des tissus urbains observés.

Depuis les travaux de Mandelbrot, la question est posée de savoir dans quelle mesure une structure fractale présente des avantages par rapport à d'autres configurations géométriques. Il a été souligné que beaucoup de systèmes en biologie sont organisés selon une logique fractale quand il s'agit d'articuler de façon efficace plusieurs systèmes spatiaux. Ceci est le cas par exemple pour les poumons, le système sanguin ou les arbres qui doivent laisser pénétrer la lumière à l'intérieur des couronnes. Dans ces systèmes, on suppose que les mécanismes de sélection ont favorisé l'émergence de telles structures.

Dans notre contexte nous avons à considérer trois systèmes élémentaires : les bâtiments, les réseaux qui les rendent accessibles et les zones non construites. Dans l'optique d'une organisation spatiale des nouveaux espaces urbains qui répond aux exigences du développement durable nous avons à prendre en compte à la fois les impacts écologiques, sociaux et économiques. Ceci veut dire que nous devons

respecter les aspirations des ménages et donc prendre en compte leurs pratiques spatiales, mais en même temps réduire la consommation d'énergie et la pollution ainsi que la fragmentation des zones naturelles pour préserver la biodiversité. Nous devons en effet assurer une bonne accessibilité aux lieux fréquentés par les ménages pour réduire la longueur des déplacements et limiter la construction de nouveaux axes de transport.

Les propriétés de la géométrie fractale permettent à notre avis de répondre à ces exigences et ceci mieux qu'une structure dense et compacte. Elle permet d'articuler des zones construites et le paysage ouvert, à travers les échelles, et d'assurer ainsi une bonne accessibilité aux zones de loisirs mais aussi aux emplois et aux aménités urbaines intégrés dans le tissu bâti, tout en évitant une fragmentation des zones naturelles, mais aussi des zones bâties.

Pour un téragone (figure 7), nous avons comparé la réduction de la distance moyenne minimale pour accéder à la bordure urbaine à la distance moyenne minimale pour accéder au centre. Le tableau 5 montre qu'en passant du carré initial à la première étape et à la suivante, l'allongement de la distance pour accéder au centre est moins importante que la réduction de la distance à la bordure (Frankhauser, 2000). La « perte de centralité » est donc plus faible que le gain d'accès à la bordure.

Tableau 5

**Les distances minimales moyennes au centre et à la bordure dans le téragone**

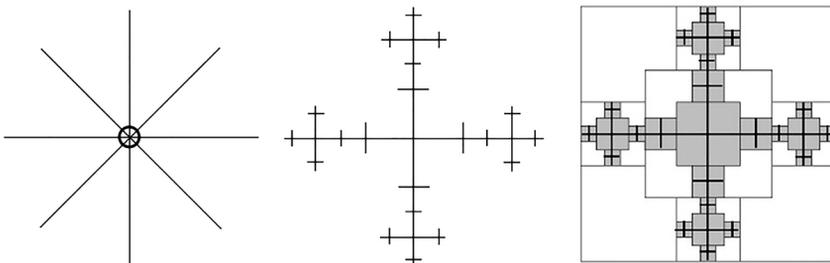
	Distance minimale moyenne au centre ...		Distance minimale moyenne à la bordure...	
	... par rapport au carré	Allongement en passant à l'étape suivante	... par rapport au carré	Réduction en passant à l'étape suivante
carré	100 %		100 %	
étape 1	112,5 %	12,5 %	56 %	44 %
étape 2	117,2 %	4,7 %	51 %	5 %

Ceci est lié au fait que lors de la génération d'un tapis de Sierpinski ou d'un téragone on obtient un allongement sur-proportionnel de la bordure (cf. discussion de la figure 4), ce qui permet une pénétration plus importante des deux systèmes spatiaux, la partie « occupée », donc la fractale, et le « vide ».

La préservation de couloirs verts rappelle les arguments déjà mis en avant dans les concepts d'aménagement axiaux présentés ci-dessus. Cependant, la particularité de la géométrie fractale permet d'aller plus loin que ces concepts qui restent mono-échelles (figure 13 et figure 14). En supposant que, comme dans le concept des villes nordiques, les axes de transport en commun soient des axes structurants de l'urbanisation, nous avons comparé un réseau axial classique (figure 14 (a)) avec un réseau fractal composé d'un système d'axes emboîtés (figure 14 (b)). L'étendue et la longueur totale sont les mêmes pour les deux réseaux. La figure 14 (c) montre l'étape équivalente du tapis de Sierpinski multifractal associé (cf. F5, figure 6). Nous interprétons ici les carrés gris comme zones urbanisées ou urbanisables. En trait simple est indiquée l'étape d'itération précédente ce qui permet de rendre compte de la hiérarchie des lacunes générées au cours de l'itération. Une telle configuration spatiale permet donc de préserver des zones de taille importante en périphérie d'une zone métropolitaine et concentre les zones urbanisées qui sont entourées de paysages ouverts, à proximité des branches du réseau. Un tel concept correspond à une « concentration déconcentrée ». Le système des trames vertes, entièrement connectées, assure au-delà de ses fonctions écologiques une bonne ventilation des zones urbanisées. Ces coulées vertes diminuent ainsi le risque d'îlots de chaleur qui sont une autre conséquence néfaste d'une ville compacte (van Hove *et al.*, 2015 ; Hamada and Ohta, 2010). Soulignons que notre modèle se distingue à l'échelle locale également clairement de la tendance à arrondir les bordures urbaines, car l'articulation entre zones bâties et paysage ouvert à une échelle locale rappelle plutôt les réflexions sur la « Zwischenstadt » de Sieverts (1997) ou celles de Dubois-Taine et Chalas (1997) sur la « ville émergente ».

Figure 14

**Comparaison d'un réseau radioconcentrique classique (a) avec un réseau multifractal (b) et des zones de développement associées (c)**



Considérons maintenant le système des zones urbaines. Il forme un ensemble avec les réseaux, les deux systèmes sont caractérisés par les mêmes paramètres fractals et constituent d'un point de vue fractal différentes interprétations du même ensemble. Nous avons associé à ce système de peuplement une hiérarchie urbaine fonctionnelle qui rappelle celle de la théorie des lieux centraux sans pour autant que les villes soient réparties de façon uniforme dans l'espace comme ceci est le cas dans le modèle de Christaller (1933). En outre, le modèle prend en compte le fait que des villes qui assurent certaines fonctions n'ont pas nécessairement la même taille. Elles seront plus grandes si elles sont situées à proximité d'un centre important et plus petites si elles sont plus éloignées de ce centre.

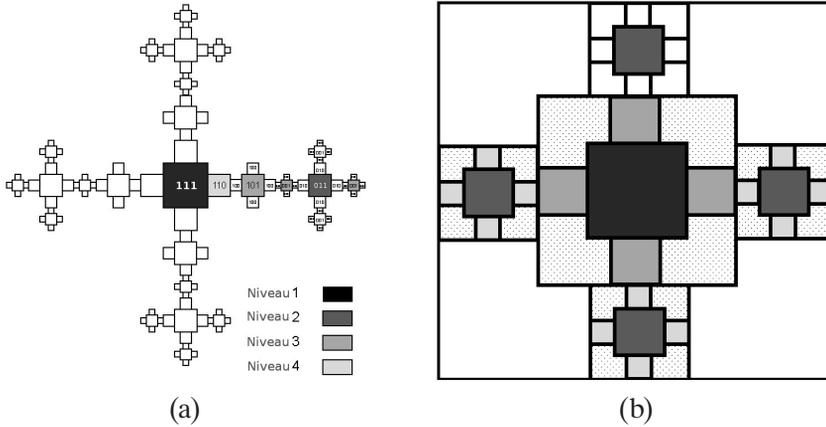
Nous avons introduit un système de codage qui est en cohérence avec l'itération et qui rend compte des fonctions et que nous indiquons entre parenthèses. Nous désignons le centre principal qui correspond au carré de taille  $r_1$  du générateur de la figure 6 (b) par « 1 » et les quatre carrés de taille  $r_0$  par « 0 ». La combinaison des facteurs de réduction lors de l'itération génère les codes qui respectent la localisation des carrés générés<sup>2</sup>.

La figure 15 (a) montre le tapis de Sierpinski à la troisième étape d'itération avec les codes associés. Nous supposons que les services banals sont présents dans toutes les villes, mais que les quatre centres périphériques (011) ainsi que le centre principal (111) offrent des aménités supérieures fréquentées plus rarement, par exemple une fois par semaine. Finalement, seul le centre principal (111) dispose des services rares, des magasins de haut de gamme et des offres culturelles élevées. La distance à parcourir est ainsi en cohérence avec la fréquence de recours. Cette logique est en adéquation avec la revendication de mettre en place une hiérarchie fonctionnelle avec des sous-centres relativement autonomes pour limiter les déplacements (Fouchier, 1995). On retrouve un tel principe également chez Calthorpe (1993) dans son concept du « Transit Oriented Development ». Si certains auteurs ont souligné que les consommateurs ne choisissent pas nécessairement les aménités les plus proches (Clark, 1968), il faut être conscient que le sur-développement du réseau routier favorise un tel « tourisme commercial ». C'est la raison pour laquelle le réseau de transport en commun que nous proposons n'a aucune branche circulaire afin d'éviter de mettre en compétition des centres de même niveau – nous plaidons plutôt pour une compétition interne à chaque centre et ne favorisons pas des contournements qui servent à la desserte locale.

2. Ainsi nous distinguons un élément 10 d'un élément 01 même si les facteurs de réduction et donc leur taille sont les mêmes, c'est-à-dire  $r_1 r_0 = r_0 r_1$ .

Figure 15

**Le système de codage illustré pour la troisième étape d'itération (a) (Frankhauser, 2012) et le principe de distinction de parts de population affectées aux différentes zones pour la deuxième étape (b)**



Le modèle a été complété par un modèle de concentration de population. Ce modèle élargit le modèle fractal, car nous affectons une part de la population aux zones rurales. La figure 15 (b) montre la logique. On affecte une part importante  $\alpha$  au système de villes et la part complémentaire  $1-\alpha$  aux lacunes générées lors de la première étape, représentées en blanc sur la figure 15 (b). Il s'agit de zones éloignées du centre principal et cette part sera donc faible. Pour les lacunes générées lors de la deuxième étape (en pointillé) on peut choisir une part  $1-\beta$  légèrement plus importante et pour la troisième étape on aurait une part  $1-\gamma$  pour les zones rurales les plus proches du centre principal. Pour le système de villes, on assouplit également le modèle en admettant qu'il est possible de modifier les parts affectées aux centres principaux et aux centres secondaires à chaque étape. On introduit ainsi des poids  $a_1$  et  $a_0$  lors de la première étape, des points  $b_1$  et  $b_0$  lors de la deuxième étape etc.

On obtient donc pour la première étape la relation

$$a_1 + v a_0 = 1$$

où  $v$  est le nombre de sous-centre, donc  $v = 4$  dans notre modèle théorique. Dans les étapes suivantes, les facteurs se mélangent de sorte qu'on obtient pour la troisième étape, en tenant compte de la part affectée aux zones rurales, le tableau suivant. Nous avons donné un exemple de valeurs qui ont été utilisées dans des applications réelles.

Tableau 6

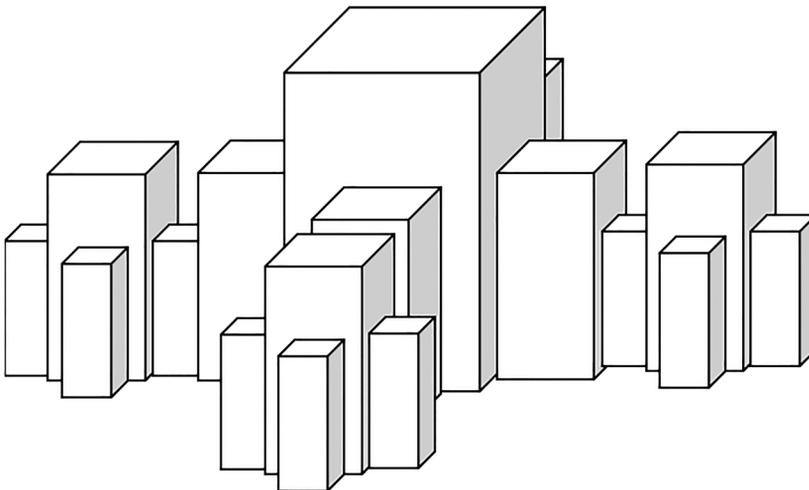
**Le modèle de population et un exemple des valeurs de poids (cf. texte)**

Code	Parts de la population pour chaque ville du niveau	Paramètre	Valeurs (exemple)
111	$\alpha\beta\gamma a_1 b_1 c_1$	$\alpha$	0,995
110	$\alpha\beta\gamma a_1 b_1 c_0$	$\beta$	0,985
100	$\alpha\beta\gamma a_1 b_0 c_0$	$\gamma$	0,975
011	$\alpha\beta\gamma a_0 b_1 c_1$	$a_1$	0,92
010	$\alpha\beta\gamma a_0 b_1 c_0$	$b_1$	0,95
001	$\alpha\beta\gamma a_1 b_0 c_0$	$c_1$	0,98

La figure 16 montre le principe de répartition dans le système urbain à deux étapes d'itération dans une version simplifiée pour laquelle les facteurs de répartition sont les mêmes pour les deux étapes donc  $a_1 = b_1$ ,  $a_0 = b_0$ . On constate qu'il y a bien une diminution de la population en s'éloignant du centre principal, mais qu'il y a en même temps un principe d'emboîtement qui se superpose et qui crée une alternance entre zones plus et moins concentrées. Ceci aide à éviter la monotonie des espaces urbanisés.

Figure 16

**Le principe de la répartition de la population (cf. texte)**



#### 4.2. L'application à des zones métropolitaines

Il est évident que le modèle du tapis de Sierpinski multifractal symétrique ne se prête pas directement à une application réelle car l'objectif n'est pas une « recomposition territoriale » mais de définir des zones de développement futur en se basant sur une situation donnée.

Pour une application à des agglomérations réelles deux approches différentes ont été développées dans le cadre de contrats financés par les programmes PREDIT 3 et PREDIT 4 du ministère du Développement durable. La première approche mise en place est MUP-city (Frankhauser *et al.*, 2011).

MUP-city est basé sur une logique de carroyage qui ressemble à celle de l'analyse du quadrillage et qui imite l'itération utilisée pour générer des fractales. Une zone choisie est couverte par une grille dont les mailles sont subdivisées à chaque étape d'itération. Comme pour la construction d'une monofractale on choisit un générateur c'est-à-dire pour le découpage le plus grossier on définit le nombre de maille  $N_{norm}$  que l'on souhaite urbaniser.

Lors des prochaines étapes cette procédure est appliquée à chaque maille retenue pour l'urbanisation mais en choisissant leurs positions librement (figure 17). L'idée de base est donc que la position des éléments peut être changée au fil de l'itération tant que nous respectons les lacunes générées lors des étapes précédentes.

Si plus de mailles que  $N_{norm}$  contiennent du bâti, on en élimine le surplus en choisissant ceux qui se prêtent par leurs caractéristiques le moins pour l'urbanisation. Ces évaluations utilisent les mêmes types de critère que nous considérons plus loin pour Fractalopolis. Le principe est illustré sur la figure 17.

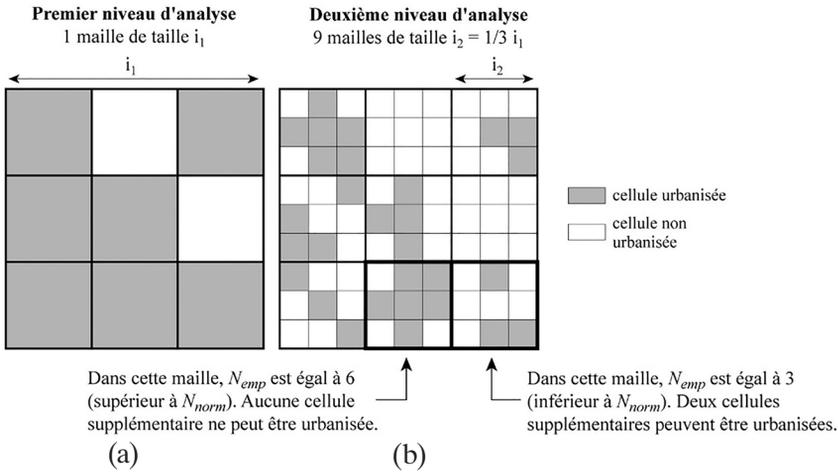
Ce modèle, présenté en détail dans Frankhauser *et al.* (2011), est plutôt adapté au développement des scénarios à une échelle intra-urbaine. Il ne sera pas considéré ici.

Nous revenons donc au modèle multifractal. Le modèle a été développé dans le cadre du projet « Vilmodes » du programme PREDIT 4 (Frankhauser, 2012, 2015 ; Antoni *et al.*, 2014).

Si la construction d'une fractale régulière ne convient pas à une application à une situation réelle nous utilisons de nouveau les libertés que nous offre la géométrie fractale. Nous nous affranchissons complètement de restrictions telles qu'un maillage et nous choisissons la position des éléments du générateur en fonction d'une situation donnée en évitant cependant que les éléments ne se chevauchent (figure 18). Comme pour MUP-city nous devons respecter les lacunes générées lors des étapes précédentes pour les étapes d'itération suivantes. Il est

Figure 17

**Exemple d'application de la règle fractale d'urbanisation  
avec  $N_{norm} = 5$  (figure C. Tannier)**



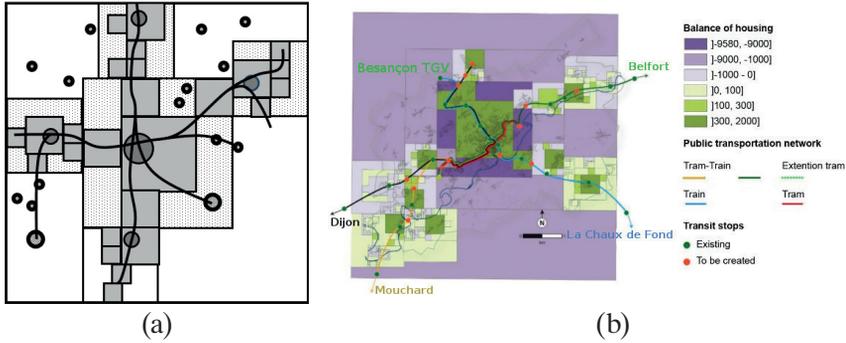
maintenant possible de choisir librement aussi la taille des éléments du générateur multifractal. Nous pouvons donc choisir la zone du centre principal et un nombre  $\nu$  de sous-centres de taille plus petite. De même les facteurs de pondération du modèle de population peuvent être choisis librement en fonction de données réelles.

Nous avons développé un simulateur qui permet d'appliquer le modèle à des agglomérations réelles. *Fractalopolis*, conçu selon la logique d'un SIG par Gilles Vuidel sous la direction de Pierre Frankhauser, permet de travailler à partir de données sur le bâti, les réseaux de transport et la population. Il permet également de considérer les différents types d'aménités telles que les services et commerces ainsi que les équipements et zones de loisir de différents niveaux. La figure 18 (b) montre une application à l'agglomération bisontine. Le modèle a aussi servi à simuler des scénarios pour Lyon (Antoni *et al.*, 2014) et la capitale autrichienne (Czerkauer, 2012).

Afin d'évaluer l'impact d'un scénario, des critères d'évaluation ont été intégrés dans le simulateur. Ces critères concernent pour l'instant essentiellement l'accessibilité aux services et commerces et aux équipements de loisir en fonction de leurs niveaux hiérarchiques tels qu'ils ont été introduits précédemment (Tannier *et al.*, 2010, 2012 ; Yamu et Frankhauser, 2015). En outre, sont introduites des évaluations sur la position des zones de développement, une par rapport aux autres, qui considèrent la largeur des couloirs vertes entre ces zones. Si ces couloirs devenaient trop étroits l'évaluation serait mauvaise (Yamu et Frankhauser, 2015).

Figure 18

**Le principe de Fractalopolis (a) : après le choix de la taille des centres et du nombre de sous-centres on adapte leur position à une situation donnée. Il est possible d'exclure certaines villes existantes de zones de développement (villes en pointillé) (b) : l'application à l'agglomération de Besançon (Antoni *et al.*, 2014, réalisation graphique : H.Houot)**



Comme les services et commerces ne sont pas localisés aux mêmes endroits, des agrégats de services sont constitués qui incluent toutes les aménités distantes de moins de 200 m. Pour un site donné, l'évaluation prend en compte la fréquence de recours, mais aussi la qualité des services d'agrégats. Ainsi la présence de plusieurs commerces du même type améliore l'évaluation, mais la diversité de l'offre, donc du type de magasins, est mieux évaluée. L'agrégat le plus proche du site considéré est prépondérant. Pour l'accessibilité des aménités de niveaux supérieurs, l'accès par des transports en commun est pris en compte. Pour les services banals, l'accès par marche à pied et à vélo sont intégrés. La méthode d'évaluation, qui combine les différents aspects sous forme d'indicateurs synthétiques, se sert d'une formalisation basée sur la théorie des sous-ensembles flous. Les paramètres, utilisés par exemple pour prendre en compte les distances acceptables pour accéder à un agrégat, peuvent être ajustés au contexte local. Pour l'accès aux aménités de loisir, des critères semblables sont introduits. En outre, l'accès au paysage ouvert est pris en compte à travers la distance la plus proche de la bordure urbaine, ainsi que par le nombre de bâtiments situés en bordure d'une zone construite (Tannier *et al.*, 2006).

Dans le cadre du projet Vilmodes les scénarios ont été évalués sur leur impact de mobilité résidentielle et quotidienne des ménages en incluant l'utilisation de la voiture, des transports en commun et des modes doux. Une comparaison des scénarios fractals et des scénarios de référence (ville compacte, ville étalée) a montré l'intérêt du concept fractal. Le développement de zones résidentielles et l'implantation de

commerces en cohérence avec le réseau de transport en commun, mais aussi la proximité des espaces de loisir, a montré une baisse de l'utilisation de la voiture. Les scénarios fractals ont aussi joué en faveur du mix social (Antoni *et al.*, 2014).

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous avons vu qu'au lieu de rejeter le phénomène de la périurbanisation et de stigmatiser les tissus bâtis émergents comme « amorphes », le recours à une approche géométrique différente nous permet de mieux comprendre leur organisation spatiale. Ceci a été possible en mettant en évidence les particularités de la géométrie fractale à partir d'un ensemble de modèles de références qui s'affranchissent des caractéristiques de la géométrie euclidienne. À travers cette approche nous avons pu introduire une typologie des tissus bâtis et pu réfléchir à leurs caractéristiques morphologiques dans un sens fonctionnel. Ces propriétés morphologiques ont été mises au service de l'élaboration d'un concept d'aménagement pour le développement durable des nouveaux espaces urbains. Soulignons qu'un avantage supplémentaire de l'approche proposée est qu'elle introduit une vue d'ensemble à l'échelle d'une zone métropolitaine tout en permettant de considérer de façon cohérente les détails à l'échelle des îlots ou même des bâtiments. Cependant, ceci peut être réalisé pour des îlots particuliers sans pour autant être obligé de considérer l'ensemble de la zone métropolitaine à une échelle détaillée.

Les recherches futures s'orienteront vers le développement d'un véritable modèle 3D avec une répartition quantitative des logements. En outre, les surfaces affectées aux différents types d'activités seront introduites telles que celles destinées aux commerces et services des différents niveaux hiérarchiques. Un modèle d'emploi en cours d'élaboration permettra de déterminer les emplois qui devraient être associés à chaque zone afin d'améliorer l'équilibre local logement/emploi.

Les critères d'évaluation des scénarios de développement incluront des critères environnementaux tels que la connectivité des espaces naturels, les nuisances sonores, mais aussi des simulations sur l'influence d'un scénario 3D sur le climat local.

**BIBLIOGRAPHIE**

- Amerigo M., Aragonès J. I., 1990, « Residential satisfaction in council housing », *J. Environ. Psychol.*, 10, 313-325.
- Antoni J.-P., Bonin O., Frankhauser P., Houot H., Nicolas J.-P., Tomasoni L., Toilier F., Vuidel G., Zuccarello P., 2014, *VILMODEs, Ville et mobilités durables, évaluation par la simulation. Trois scénarios d'aménagement pour Lyon et Besançon à l'horizon 2030*, Rapport de recherche Théma, LET, LVMT, Convention PREDIT, novembre 2014, 121 p.
- Batty M. et Kim S. K., 1992, « Form follows function: Reformulating urban population density functions », *Urban Studies* 29 (7), p. 1043-1070.
- Batty M. et Longley P., 1994, *Fractal Cities. A Geometry of Form et Function*, London, Academic Press.
- Batty M. et Xie Y., 1996, « Preliminary evidence for a theory of the fractal city », *Environment and Planning A* 28, p. 1745-1762.
- Batty M., 2005, *Cities and Complexity: Understanding Cities with Cellular Automata, Agent-Based Models, and Fractals*, Cambridge (MA), MIT Press.
- Bouwman M. E. 2000, « Changing mobility patterns in a compact city: Environmental impacts », in *Compact cities and sustainable urban development: A critical assessment of policies and plans from an international perspective*, G. de Roo et D. Miller (ed.), Aldershot, UK, Ashgate.
- Benguigui L., Czamanski D., Marinov M., Portugali Y., 2000, « When and where is a city fractal? », *Environment and Planning B* 27(4), p. 507-519.
- Benevolo L., 1975, *Histoire de la ville*, Marseille, Éditions Parenthèses, 513 p.
- Benguigui L., Czamanski D., Marinov M., Portugali Y., 2000, « When and where is a city fractal? », *Environment and Planning B* 27(4), p. 507-519.
- Breheny M. J., 1997, « Urban compaction: feasible and acceptable? » *Cities* 14, p. 209-217.
- Breheny M., Gordon I., Archer S., 1998, « Building densities and sustainable cities, Sustainable Cities Programme, Engineering and Physical Science Research Council », *Project Outline* n° 5.
- Bishop C., 2006, *Pattern Recognition and Machine Learning*, Berlin, Springer.
- Brun J. et Fagnani J., 1994, « Lifestyles and locational choices—trade-offs and compromises: a case-study of middle-class couples living in the Ile-de-France region », *Urban Studies* 31(6), p. 921-934.
- Calthorpe P. 1993, *The Next American Metropolis*, Princeton, Princeton Architectural Press.

- Clark W. A. V., 1968, « Consumer Travel Patterns and the Concept of Range », *Annals of the Association of American Geographers* 58 (2), p. 386-396. doi:10.1111/j.1467-8306.1968.tb00651.x.
- Czerkauer C., 2012, *Strategic planning for developing sustainable metropolitan areas with a multiscale decision support system. The Vienna case*, PhD thesis, Université de Franche-Comté.
- Cavailhès J., Frankhauser P., Peeters D., Thomas I., 2004, « Where Alonso meets Sierpinski: an urban economic model of fractal metropolitan area », *Environment and Planning A* 36, p. 550-578.
- Charmes E., 2013, « L'artificialisation est-elle vraiment un problème quantitatif ? », *Études Foncières*, 162, p. 23-28.
- Cervero R., Murakami J., 2010, « Effects of built environment on vehicle miles traveled: evidence from 370 US urbanized areas », *Environment and Planning A* 42, p. 400-418.
- Chen Y., 2009, « A new model of urban population density indicating latent fractal structure », *International Journal of Urban Sustainable Development* 1(1-2), p. 89-110.
- Chen Y. et Feng J., 2010, « Spatiotemporal evolution of urban form and landuse structure in Hangzhou, China: evidence from fractals », *Environment and Planning B* 37, p. 838-856.
- Chen Y. et Wang J., 2013, « Multifractal characterization of urban form and growth: the case of Beijing », *Environment and Planning B* 40, p. 884-904.
- Christaller W., 1933, *Die zentralen Orte in Süddeutschland. Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeit der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischer Funktion*, G. Fischer, Jena, 331 p.
- De Keersmaecker M. L., Frankhauser P., Thomas I., 2003, « Using fractal dimensions for characterizing intra-urban diversity: The example of Brussels », *Geographical Analysis* 35(4), p. 310-328.
- Dubois-Taine G., Chalas Y. (éd.), 1997, *La ville émergente. La Tour d'Aigue*, Édition de l'Aube.
- Dupuy G., 2002 « Cities and automobile dependance » revisité : les contrariétés de la densité, *Revue d'Économie Régionale et Urbaine*, I, p. 141-156.
- Eberstadt R., Möhring B., Petersen R., 1910, *Gross-Berlin. Ein Programm für die Planung der neuzeitlichen Grosstadt*, Berlin, Wasmuth.
- Fouchier V., 1995, « La densification : une comparaison internationale entre politiques contrastées », *Les Annales de la Recherche Urbaine* 67, p. 95-108.
- François N., Frankhauser P., Pumain D., 1995, « Villes, densités et fractalité », *Les annales de la recherche urbaine*, 7, p. 55-64.
- François N., 1997, *Méthode d'application de la géométrie fractale à la description des systèmes de villes et des réseaux de transport*, thèse soutenue à l'Université Paris 1, 287 p.

- Frankhauser P., 1994, *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Anthropos.
- Frankhauser P., 1997, « L'analyse fractale, un nouvel outil pour l'analyse spatiale des agglomérations urbaines », *Population*, n° 4, p.1005-1040.
- Frankhauser P., 2000, « La fragmentation des espaces urbains et périurbains – Une approche fractale, in Derycke Ph. (éd.), *Structures des villes, entreprise et marchés urbains*, Paris, L'Harmattan, p. 25-54.
- Frankhauser P. (éd.), 2003, *Morphologie des "villes émergentes" en Europe à travers les analyses fractales*, Report, Université de Franche-Comté, UMR 6049 Théma.
- Frankhauser P., 2005, « La morphologie des tissus urbains et périurbains à travers une lecture fractale », *Revue géographique de l'Est XLV(3/4)*, p. 145-160.
- Frankhauser P., 2004, « Comparing the morphology of urban patterns in Europe: a fractal approach », in Borsdorf A. et Zembri P. (ed.), *European Cities Structures Insights on Outskirts: Structures*, Bruxelles, European Cooperation in the Field of Scientific and Technical Research, p. 93-103.
- Frankhauser P., 2008, « Fractal geometry for measuring and modelling urban patterns », in Albeverio S., Andrey D., Giordano P., Vancheri A. (ed.), *The Dynamics of Complex Urban Systems. An Interdisciplinary Approach*, Heidelberg, Springer, p. 241-243.
- Frankhauser P., Tannier C., Vuidel G., Houot H., 2011, « Une approche multi-échelles pour le développement résidentiel des nouveaux espaces urbains », in Antoni J.P. (éd.), *Modéliser la ville. Forme urbaine et politiques de transport*, Paris, Economica, p. 306-332.
- Frankhauser P., 2012, *The Fractalopolis model – A sustainable approach for a central place system*, Working paper HALSHS, hal-00758864.
- Frankhauser P., 2015, « From fractal urban pattern analysis to fractal urban planning concepts », in *Computational Approaches for Urban Environments, Geotechnologies and the Environmen*, Helbich M., Jokar Arsanjani J., Leitner M. (ed.), Springer International Publishing Switzerland, p. 13-48.
- Gordon P. et Richardson H.W., 1997, « Are compact cities a desirable planning goal? », *Journal of the American Planning Association* 63, p. 95-106.
- Guérois M. et Pumain D., 2006, « Built-up encroachment and the urban field: a comparison of forty European cities », *Environment and Planning A* 2008, 40, p. 2186-2203.
- Grassberger P. et Procaccia I., 1983, « Measuring the strangeness of a strange attractor », *Physica D* 9, p. 189-208.
- Gault G., Bedeau L. (éd.), 2007, *Les Français et leur habitat – Perception de la densité et des formes d'habitat*, Principaux enseignements du

- sondage réalisé pour l'Observatoire de la Ville du 10 au 12 janvier 2007, TNS Sofres, Département Stratégies d'Opinion/Société. <http://www.observatoiredelaville.com/pdf/Synthesesondage.pdf>
- Goodchild M. et Mark D., 1987, « The fractal nature of geographic phenomena », *Annals of the Association of American Geographers* 77(2), p. 265-278. doi: 10.1111/j.1467-8306.1987.tb00158.x
- Göldner H., 1968, *Tragödie einer Spätkultur*, Pinneberg, Beig-Verlag, 242 p.
- Guo J. et Bhat C., 2002, *Residential Location Modelling: Accommodating Sociodemographic, School Quality and Accessibility Effects*, Austin, TX, University of Texas.
- Hamada S., Ohta T., 2010, « Seasonal variations in the cooling effect of urban green areas on surrounding urban areas », *Urban Forestry & Urban Greening*, 9(1), p. 15-24.
- Hilberseimer L., 1963, *Entfaltung einer Planungsidee*, Berlin, Frankfurt/M., Wien, Ullstein, 163 p.
- Hobden D. W., Laughton G. E., Morgan K. E., 2004, « Green Space Borders. A Tangible Benefit? Evidence from Four Neighbourhoods in Surrey, British Columbia », *Land Use Policy* 21, p. 129-138.
- Kahn M. E., 2000), « The Environmental Impact of Suburbanization », *Journal of Policy Analysis and Management*, 19 (4), p. 569-586.
- Krier L., 1998, *Architecture: Choice or Fate*, Windsor, Berks, UK, Andreas Papadakis.
- Lam N. et de Cola L., 2002, *Fractals in Geography*, Caldwell, NJ, The Blackburn Press.
- Lerman S.R., 1976, « Location, housing, automobile ownership, and mode to work: A joint choice model », *Transportation Research Record* 610, p. 5-11.
- McLachlan G., Peel D., 2000, *Finite Mixture Models*, New York, Wiley.
- Mandelbrot B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, San Francisco, Freeman.
- Mohajeri N., French J., Batty M., 2013, « Evolution and entropy in the organisation of urban street patterns », *Annals of GIS* 19, p. 1-16.
- Newman P.W.G., Kenworthy J.R., 1989, *Cities and Automobile Dependence: An International Sourcebook*, Gower, Aldershot/Brookfield, VT.
- Owens S. E., 1992, « Land-use planning for energy efficiency », *Applied Energy*, 43, p. 81-114.
- Pouyanne G., 2004, « Des avantages comparatifs de la ville compacte à l'interaction forme urbaine/mobilité. Méthodologie, premiers résultats », *Les Cahiers Scientifiques du Transport* 45, p. 49-82.
- Remy J., 1994, « La ville : réseau alvéolaire et mobilité spatiale », in Pellegrino P. (éd.), *Figures architecturales – formes urbaines*, Paris, Anthropos.

- Shen G., 2002, « Fractal dimension and fractal growth of urbanized areas », *International Journal of Geographical Information Science* 16(5), p. 519-437.
- Schwanen T., Dijst M., Dieleman F.M., 2004, « Policies for urban form and their impact on travel: The Netherlands experience », *Urban Studies* 41(3), p. 579-603.
- Sievert T., 1997, *Zwischenstadt. Bauwelt Fundamente*, Braunschweig-Wiesbaden, Friedrich Vieweg und Soh, p. 118.
- Tannier C., Frankhauser P., Houot H., Vuidel G., 2006, « Optimisation de l'accessibilité aux aménités urbaines et rurales à travers le développement de modèles fractals d'urbanisation », in XII<sup>e</sup> colloque de l'ASRDLF, XIII<sup>e</sup> colloque du Grerbam, Sfax, actes de colloque sur CD.
- Tannier C., Vuidel G., Frankhauser P., Houot H., 2010), « Simulation fractale d'urbanisation – MUP-city, un modèle multi-échelle pour localiser de nouvelles implantations résidentielles », *Revue internationale de géomatique*, Vol. 20/3, p. 303-329.
- Tannier C., Thomas I., Vuidel G., Frankhauser P., 2011, « A Fractal approach to identifying urban boundaries », *Geographical Analysis* vol. 43/2, p. 211-227.
- Tannier C., Vuidel G., Houot H., Frankhauser P., 2012, « Spatial accessibility to amenities in fractal and nonfractal urban patterns », *Environment and Planning B* 39, p. 801-819. doi:10.1068/b37132
- Thomas I., Frankhauser P., Biernacki C., 2008a, « The morphology of built-up landscapes in Wallonia (Belgium): A classification using fractal indices », *Landscape and Urban Planning* 84, p. 99-115.
- Thomas I., Tannier C., Frankhauser P., 2008b, « Is there a link between fractal dimensions and other indicators of the built-up environment at a regional level », *Cybergeo* 413, p. 24. <http://www.cybergeo.eu/index16283.html>
- Thomas I., Frankhauser P., Frenay B., Verleysen M., 2010, « Clustering patterns of urban built-up areas with curves of fractal scaling behavior », *Environment and Planning B* 37(5), p. 942-954.
- Thomas I., Frankhauser P., Badariotti D., 2012, « Comparing the fractality urban districts: Do national processes matter in Europe? », *Journal of Geographical Systems* 14(2), p. 189–208. doi 10.1007/s10109-010-0142-4
- Tourneux F. P., 2006, « L'évolution de l'occupation du sol dans les franges franciliennes : des artificialisations concentrées plus qu'un étalement urbain ? », in Larceneux A. et Boiteux-Orain C. (éd.), *Paris et ses franges : étalement urbain et polycentrisme*, Dijon, Éditions universitaires de Dijon, p. 101.
- Van Hove L. W. A., Jacobs C. M. J., Heusinkveld B., Elbers J. A., van Driel B. L., Holtslag A. A. M., 2015, « Temporal and spatial variability of urban heat island and thermal comfort within the Rotterdam agglomeration », *Building and Environment* 83, p. 91-103.

- Vanneste D., Thomas I., Vanderstraeten L., 2008, « The spatial structure(s) of the Belgian housing stock », *Journal of Housing and the Built Environment* 23(3), p. 173-198.
- Wiel M., Tauty S., Rollier Y., Morvan A., Le Guirriec P., Desse R.P., Barthélémy J.P., 1997, *Comportement de mobilité et évolution de l'organisation urbaine (région urbaine de Brest)*, étude pour la DRAST, la DTT, l'UTP, le Plan urbain, Agence de développement et d'urbanisme du pays de Brest.
- White R. et Engelen G., 1993, « Cellular automata and fractal urban form: a cellular modelling approach to the evolution of urban land-use patterns », *Environment and Planning A*, 25, p. 1175-1199.
- White R. et Engelen G., 1994, « Urban systems dynamics and cellular automata: Fractal structures between order and chaos », *Chaos, Solitons and Fractals* 4(4), p. 563-583.
- Yamu C. et Frankhauser P., 2015, « Spatial Accessibility to Amenities, Natural Areas and Urban Green Spaces: Using a Multiscale, Multi-fractal Simulation Model for Managing Urban Sprawl », *Environment and Planning B: Planning and Design* 42 (6), p. 1054-1078. doi:10.1068/b130171p.



## Commentaire sur le chapitre 3 Les fractales doivent-elles guider l'aménagement urbain ?

Denise Pumain

*Professeur émérite, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne  
UMR Géographie-Cités*

### QUELQUES ÉLÉMENTS DE CONTEXTE POUR LES FORMALISATIONS ET TRANSFERTS DE MODÈLES

L'histoire des interactions entre les questions des sciences humaines et sociales et des concepts et méthodes inspirés des sciences physiques est déjà très longue. Pour moi, elle est jalonnée de toute une série de rencontres dont certaines font écho à ce qui est traité dans cet ouvrage : la fréquentation au début des années 1970 des réunions de l'AFCEP à Paris, où j'eus l'occasion, entre autres, d'entendre Laurent Nottale proposer une interprétation de la physique quantique à partir des trajectoires fractales des électrons ; la lecture de l'article de Sandra Arlinghaus (1985) « *Fractals take a central place* » appliquant ce formalisme aux réseaux urbains ; un exposé de Peter Allen sur les théories de l'auto-organisation, dans un colloque sur la notion d'entropie à l'Université Paris 12 de Créteil en 1978, suivie d'une collaboration sur un modèle intra-urbain de simulation par des systèmes d'équations non linéaires conduisant à une thèse pour Lena Sanders (1984) et plusieurs autres publications (Pumain *et al.*, 1989); une communication de Günter Haag et Wolfgang Weidlich, lors de l'école d'été organisée par Dan Griffith et Giovanni Rabino et financée par l'OTAN « *Transformations through space and time* » de juillet 1982 à San Miniato, sur un modèle issu de la synergetique de Herman Haken, qui devait aboutir à une publication collective appliquant ce modèle aux migrations interrégionales dans 11 pays (Weidlich, Haag, 1988), suivie d'un ouvrage l'appliquant aux systèmes de villes par Lena Sanders (1992). A l'époque, en 1991, Pierre Frankhauser avait

soutenu, au département de physique théorique de l'Université de Stuttgart, sous la direction de Wolfgang Weidlich, une thèse sur l'évolution des inégalités de peuplement analysée à partir de modèles employant les notions d'entropie et les concepts de la synergétique. Notre laboratoire, « jeune équipe » CNRS intitulée P.A.R.I.S. (Pour l'Avancement des Recherches sur l'Interaction Spatiale), associant depuis 1986 des géographes et des statisticiens, échangeait avec ce département de physique théorique des bases de données sur les migrations et sur les villes et des modèles rédigés en Fortran, au moyen des tout premiers logiciels de transfert de données à distance mis au point par le CERN et des liaisons Transpac.

Aussi, lorsque Pierre Frankhauser, francophone d'origine alsacienne, mais ayant accompli l'essentiel de sa scolarité et toutes ses études universitaires de physique théorique en Allemagne, me demanda, chaleureusement recommandé par Wolfgang Weidlich, s'il pouvait préparer sous ma direction, à l'Université Paris I, une thèse de doctorat sur la fractalité des structures urbaines, j'acceptai immédiatement. A l'époque, le défi n'était pas mince, compte tenu des réticences de certains à ouvrir la géographie à des formalismes mathématiques, mais sans doute le contexte scientifique international était-il mûr puisque les publications de Michael Batty et Paul Longley (1994) apparaissent à la même date que celle de la thèse de Pierre Frankhauser (1994).

Pourtant, il ne s'agissait pas pour moi d'explorer un nouveau modèle à la mode, mais bien de voir comment il pouvait nous aider à progresser dans la connaissance des villes. A cet égard, je reprendrais volontiers ici une de mes conclusions dans un article de *Mathématique et Sciences humaines*, au sujet d'un autre transfert de modèles : « Il est tentant d'employer les formalismes des sciences de la nature pour accroître la généralité, l'élégance et l'efficacité de la présentation des connaissances en sciences humaines et sociales. Cependant, le transfert de modèles ne vaut que lorsque les concepts sous-jacents ont été reformulés et révisés de façon pertinente dans le domaine d'application. Il n'est pas toujours immédiat et facile de déceler quelles sont les hypothèses acceptables et quelles sont celles qui risquent d'invalider un raisonnement dans son ensemble » (Pumain, 2010, p. 62).

## INTÉRÊT DE LA FORMALISATION PAR LA GÉOMÉTRIE FRACTALE

Pour moi qui travaillais depuis longtemps avec le souci de formaliser, pour les présenter de façon plus ramassée, standardisée et transférable, des régularités statistiques concernant les villes et les

systèmes de villes maintes fois observées empiriquement et relatées jusque là de façon plus descriptive (Pumain, Saint-Julien, 1978, Pumain, 1982), l'intérêt premier des fractales était d'offrir pour représenter les répartitions spatiales un modèle bien plus adapté aux « réalités » sociales que celui de la densité. Pendant des décennies, les géographes se sont massivement référés à ce calcul d'un rapport entre un nombre d'habitants et une surface, pour estimer et comparer la capacité productive des milieux géographiques. Les fortes densités de la France pré-révolutionnaire par rapport à d'autres pays d'Europe étaient un témoignage de sa prospérité, les rizières asiatiques étaient admirées pour avoir permis l'émergence d'exceptionnelles densités rurales dépassant mille habitants au km<sup>2</sup>. En quelque sorte, la mesure des densités de population s'apparentait davantage à celle d'un rendement, à un produit de la terre, comme les ratios utilisés pour les productions agricoles, qu'elle ne se rapprochait des autres indicateurs sociaux, mesurés avec une population au dénominateur : le rapport inverse de la densité aurait eu alors la signification d'une quantité d'espace disponible par habitant.

Or ces mesures de densité étaient utilisées partout en géographie, y compris pour évaluer la répartition spatiale de la population dans les villes, et cela presque sans plus de réflexion. On s'interrogeait sur des optimums de densité et on testait l'existence d'éventuels seuils de sous- ou de surpeuplement. On constatait l'existence de forts contrastes entre les densités dans des centres et des périphéries, et afin de comparer la force de ces contrastes on mesurait des gradients de densité, en recherchant laquelle des fonctions puissance ou exponentielle négatives rendait le mieux compte de ces structures spatiales (Clark, 1951, Bussière, 1972). Mais le concept fondateur de la mesure, qui est issu de la chimie, celui de l'intrinsèque (j'allais écrire « foncière » !) homogénéité du milieu pour lequel était calculée la densité, ce concept là n'était jamais interrogé au sujet de la validité de son transfert en sciences humaines et sociales. Les défauts des cartes de densité de population avaient été critiqués par Pierre George, qui préconisait de remplacer la représentation des densités communales par des cartes par points plus précisément localisés, et mettant ainsi mieux en évidence des facteurs locaux de concentration comme les vallées fluviales ou les piémonts de coteaux. Mais il s'agissait d'une critique adressable à toute représentation de moyenne (Feldman *et al.*, 1991), qui ne portait pas tant sur la mesure de densité que sur l'effet de son homogénéisation par les plages colorées des cartes choroplèthes à l'échelon communal : au final, une difficulté de la représentation géographique

que Stan Openshaw résumerait par la suite sous l'appellation de MAUP (*modifiable area unit problem*).

Le modèle fractal permet de considérer d'emblée que l'espace géographique n'est pas le milieu physique homogène supposé par la chimie ou la physique statistique lorsqu'il peut être caractérisé par le concept de densité moyenne. L'espace géographique est en effet un espace relationnel, qui inclut la répartition relative des populations ou des activités humaines et que l'on ne peut rabattre sur un simple contenant « topographique » ou de géométrie euclidienne. Les répartitions sont engendrées sur la longue durée par la répétition d'interactions socio-spatiales récurrentes quoique fluctuantes. Hervé Le Bras ne dit pas autre chose lorsqu'il simule la répartition du peuplement par l'application de multiplicateurs stochastiques à des répartitions initiales (Le Bras, 1996) – on sait que cette multiplication d'aléas conduit nécessairement à des distributions de valeurs de type lognormal (Gibrat, 1931). L'espace géographique n'est pas un espace homogène, mais c'est un espace fondamentalement hétérogène, fragmenté, et souvent hiérarchisé (Pumain, 2012). En somme, la géométrie fractale offre un modèle de représentation conceptuellement bien mieux adapté que celui de la densité pour travailler les configurations et régularités socio-spatiales. En se fondant sur un concept interactionnel, de relations entre les lieux, ce modèle s'inscrit aussi plus facilement que celui de la densité dans les théories de l'analyse spatiale que les géographes ont commencé à développer dans les années 1950-60, en complément de l'approche plus « écologiste » des relations société-milieux qu'ils étudiaient jusque là préférentiellement.

### QUE TRANSFÉRER DE CE MODÈLE ?

Les premières applications à la géographie urbaine, que Pierre Frankhauser rappelle dans ce chapitre, ont d'abord consisté à calculer des dimensions fractales sur divers exemples de villes et à partir de plusieurs sources. Les méthodes se sont considérablement affinées et précisées, avec notamment la construction de logiciels comme *Fractalyse*, et l'identification de domaines de variation ou de textures urbaines caractérisés par des dimensions différentes, notamment entre l'urbain aggloméré et le péri-urbain, mais les résultats sont dans l'ensemble décevants car cette mesure ne donne qu'un résumé trop concis de la forme d'une distribution spatiale. Surtout, elle encourt comme bien d'autres modèles la critique épistémologique d'équifinalité, c'est-à-dire qu'une même valeur peut

être produite par des processus qualitativement et quantitativement extrêmement divers.

Plusieurs types de modélisations ont été mis en œuvre pour produire des distributions fractales simulant des configurations urbaines, depuis les premières tentatives de « *diffusion limited aggregation* », peu convaincantes, jusqu'à d'autres plus récentes employant par exemple les théories de la percolation (Arcaute *et al.*, 2016). Or, ces processus formels ne sont pas systématiquement transcrits (ni transcrivables ?) dans un registre de production de l'espace urbain qui puisse recevoir une interprétation de sciences sociales. On doit en effet se demander s'il y a lieu de supposer une identité des contraintes naturelles et sociales qui produisent des lois d'échelle.

Pourtant, dans sa thèse, Pierre Frankhauser avait proposé plusieurs interprétations de la fractalité des villes qui allaient dans ce sens de la transférabilité du modèle fractal : la conformité générale des morphologies urbaines pouvait ainsi selon lui correspondre à trois ordres de processus : la hiérarchie des centralités desservies par une hiérarchie de voies selon des réseaux eux-mêmes fractals, la hiérarchie des espaces non construits imbriqués dans les tissus urbains, ou encore le processus de croissance des villes intégrant dans la continuité de leur tissu d'anciens noyaux de peuplement, villages ou hameaux périphériques.

Pour ce chapitre qui continue sa quête d'un modèle prescriptif, Pierre Frankhauser préfère s'en tenir à trois types d'objets concernés par l'ordre fractal : les bâtiments, les réseaux viaires et les zones non construites. La présentation est prudente, le choix de référence semble judicieux et les nombreux tests mis en œuvre assurent des correspondances plausibles entre formes observées et prédites. Mais le modèle du tapis de Sierpinski fait référence à un processus abstrait pour le remplissage des zones à urbaniser. Et l'application à une zone métropolitaine, assez peu détaillée ne donne guère de précisions quant aux règles qui ont été choisies pour simuler l'expansion de la ville, ni sur leur signification en termes des processus effectivement réalisés de production de l'espace urbain. Ainsi, comment dans cette planification fractale serait pris en compte le temps, celui des cycles de la construction, celui de la libération des parcelles, des législations d'urbanisme... ?

En somme, on soulève ici un paradoxe de l'emploi des fractales pour l'aménagement : alors que l'explication ex-post de la constatation des structures fractales urbaines s'inscrit volontiers dans le paradigme de l'auto-organisation socio-spatiale, ou encore invoque la juxtaposition de plans d'urbanisme inachevés, on se demande pourquoi il serait plus judicieux de commencer à planifier avec un

modèle fractal d'organisation des tissus urbains. Certes, les mesures effectuées lors des simulations ont l'intérêt de démontrer que la perte d'accès aux équipements centraux lorsqu'on s'éloigne du centre vers la périphérie est plus lente que le gain de proximité avec les bordures « vertes ». Mais l'essentiel d'une bonne planification urbaine n'est-elle pas de maintenir une bonne adaptabilité des tissus urbains à des conditions ultérieures que nul ne peut prévoir ? A-t-on bien mesuré la souplesse d'adaptation des structures fractales ?

Ces questions se posent, car sur un plan plus théorique la mise en œuvre de la construction urbaine par les plans d'urbanisme ne représente qu'un aspect de la dynamique urbaine, dont les principaux ressorts viennent d'ailleurs. L'espace urbain relationnel n'est pas que celui, quotidien, de la vie urbaine habitante, il est aussi celui des multiples interactions par lesquelles les enjeux de la ville prennent leur valeur dans des réseaux externes d'amplitude plus vaste. Des lois de l'attractivité et du marché fabriquent la hiérarchie, sont au fond des dynamiques d'auto-émergence, en somme, la modélisation sociale urbaine est encore davantage multi-échelles que multi-fractale et inviterait à compléter par d'autres recherches d'optimisations les fractales imposées.

Ces quelques réflexions ne sont pas une critique à l'encontre de ce travail en tout point remarquable. Elles font part d'une question pour moi encore non résolue quant à la nécessité de transformer des modèles correspondant bien à de nombreuses observations en instruments de préconisation : ainsi, je constate presque toujours en analysant et en modélisant l'évolution des systèmes de villes que leurs inégalités hiérarchiques internes vont s'accroissant, les plus grandes villes continuant à concentrer population, activités, richesse et diversité culturelle, du fait de leur meilleure capacité à s'adapter en captant les innovations, tandis qu'au contraire les petites villes court-circuitées, comme naguère les villages, entrent dans un déclin, d'abord relatif puis absolu, provoquant une « simplification par le bas » du système des villes. Pour autant, cette évolution, dont la généralité atteste de la viabilité de ces systèmes, est-elle la plus désirable ? La transition écologique en cours nous apportera peut-être quelque réponse.

## RÉFÉRENCES

Arcaute E., Molinero C., Hatna E., Murcio R. Vargas-Ruiz C. Masucci A.P., Batty M. 2016, Cities and regions in Britain through hierarchical percolation. *Royal Society Open Science*, 3 :150691.

- Arlinghaus S.L., 1985, Fractals take a central place. *Geografiska Annaler*, B, 67, 2, 83-88.
- Batty M., Longley P. 1994, *Fractal cities: a geometry of form and function*. London, Academic Press.
- Bussière R. 1972, *Modèle urbain de localisation résidentielle*. Paris, Centre de Recherche d'Urbanisme.
- Clark C. 1951, Urban population densities. *Journal of the Royal society of Statistics*, Series A, 114, 490-96.
- Feldman J., Lagneau G., Matalon B. 1991, *Moyenne, milieu, centre ; histoire et usages*. Paris, EHESS.
- Frankhauser P. 1991, *Beschreibung der Evolution urbaner Systeme mit der Mastergleichung*, PhD, Universität Stuttgart.
- Frankhauser P. 1994, *La fractalité des structures urbaines*. Paris, Anthropos, collection Villes.
- Le Bras H., 1996, *Le peuplement de l'Europe*. Paris, la Documentation Française.
- Pumain D. 1982, *La dynamique des villes*. Paris, Economica, 231 p.
- Pumain D. 2010, Dynamique des entités géographiques et lois d'échelle dans les systèmes complexes : la question de l'ergodicité. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 191, 3, 51-63.
- Pumain D. 2012, Espace et territoire: vers des concepts scientifiques intégrés, in Beckouche, P., Grasland, C., Guérin-Pace, F., Moisseron, J.Y. (éds), *Fonder les sciences du territoire*. Paris, Karthala, 53-70.
- Pumain D. Saint-Julien T., 1978, *Les dimensions du changement urbain*. Paris, CNRS, 202 p.
- Pumain D., Saint-Julien T., Sanders L., 1989, *Villes et auto-organisation*. Paris, Economica, 191 p.
- Sanders L. 1984, *Interaction spatiale et modélisation dynamique : une application au système intraurbain*. Université Paris 7, thèse de doctorat.
- Weidlich W., Haag G. (eds.) 1988: *Interregional migrations. Dynamic theory and comparative analysis*, Berlin, Springer Verlag.



## CHAPITRE 4

# **Approche fractale pour la détermination de l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés *Cas de la ville algérienne de Batna***

**Abdelmalek Arrouf**

*Professeur de l'enseignement supérieur, Laboratoire d'Etude  
et de modélisation des phénomènes architecturaux et urbains,  
de l'idée à l'usage (LEMPAU), Université de Batna 1, Algérie*

**Lemya Kacha**

*Maître de conférences, LEMPAU, Université de Batna 1, Algérie*

**Ahmed Mansouri**

*Maître-assistant, Université de Béjaia, Algérie*

## **INTRODUCTION**

La ville algérienne est, sur le plan morphique, un conglomérat de trois types de tissus qui diffèrent autant par leur aspect, que par leur mode de planification et les conditions historiques de leur production. Le premier type est le tissu urbain hérité de l'ère coloniale. Il est le produit d'une planification urbaine et architecturale intégrale, menée par les techniciens de l'administration coloniale, qui ne laissent rien au hasard. Le deuxième type est un tissu urbain postcolonial. Il prend la forme de lotissements issus d'une planification surtout urbaine élaborée, dans un cadre officiel, par les architectes et les urbanistes de l'État indépendant. En juxtaposition de celui-ci on retrouve le troisième type de tissu, également postcolonial, mais issu cette fois-ci de l'initiative personnelle des habitants eux-mêmes, sans intervention aucune des professionnels de l'espace. C'est ce à quoi nous nous intéressons aujourd'hui et que nous appellerons désormais, « *les tissus autoconstruits spontanés* ».

Situés en dehors de la sphère professionnelle et loin de son arsenal normatif technico-légal, ces tissus sont souvent regardés et approchés comme des entités dénuées de toute logique qui se développent de manière anarchique et dans un désordre total. Cette étude s'inscrit en faux contre cette vision des choses. Elle postule que les tissus autoconstruits spontanés, qu'ils soient contemporains ou traditionnels, possèdent bien une logique urbaine propre qui transparait notamment dans ce que l'on pourrait appeler leur identité morphique urbaine distinctive. Faite de caractéristiques morphiques spécifiques, celle-ci ne saurait en effet être le fruit du pur hasard et exister sans logique sous-jacente

Ce travail fait le projet de contribuer à la mise en évidence de cette logique et s'assigne trois grands objectifs : (1) Déterminer l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés des villes algériennes ; (2) déterminer les éléments qui composent leur système morphique et enfin (3) démontrer sa spécificité vis-à-vis des autres types de tissus qui composent les villes algériennes.

## 1. COLLECTE DES DONNÉES ET MÉTHODOLOGIE

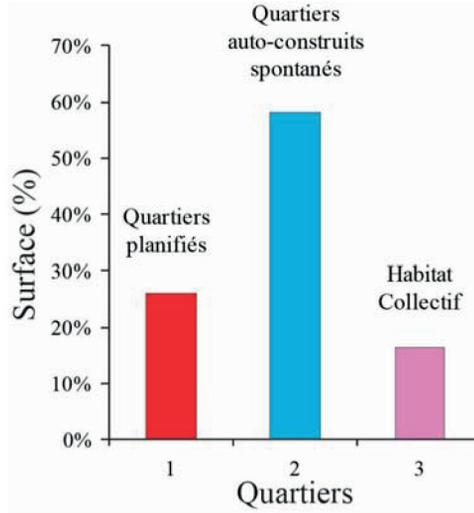
### 1.1. Les tissus

Ce travail prend pour corpus des quartiers autoconstruits spontanés situés dans la ville algérienne de Batna, qui compte, d'après le recensement de juin 2008, 1 119 791 habitants. Celle-ci, comme la majorité des villes algériennes, dispose d'un important parc immobilier autoconstruit spontané estimé, selon les services de la commune, à 41 % du parc immobilier global et 58 % de la surface totale de l'habitat (figure 1).

Un tissu autoconstruit spontané est un tissu entièrement autoconstruit, à tous les niveaux, autant urbain qu'architectural, sans intervention aucune ni des pouvoirs publics, ni des architectes, ni des autres institutions de régulation ou de planification. La limitation de ce travail à ce seul type de tissus est dictée par la nature du projet, qui s'intéresse à la logique morphique urbaine des tissus autoconstruits spontanés. Les tissus qui sont autoconstruits à la seule échelle architecturale, sont réalisés sur la base de lotissements préalablement planifiés par différentes agences spécialisées. Ils reprennent une configuration urbaine déjà existante, d'où leur exclusion du champ d'investigation de ce travail.

Figure 1

**La surface des tissus autoconstruits spontanés comparée à celle des tissus planifiés au sein de la ville de Batna**



En dehors des tissus autoconstruits spontanés, cinq autres tissus ont été choisis afin d'établir des comparaisons morphiques avec les premiers. Il s'agit d'un tissu colonial qui appartient à la première classe de tissus identifiée en introduction, deux lotissements qui représentent la deuxième classe de tissus, à savoir les tissus planifiés post-coloniaux et enfin deux tissus autoconstruits spontanés traditionnels (vernaculaires) pris dans la région de la ville de Batna (tableau 1).

Tableau 1

**Les tissus analysés**

Tissus autoconstruits spontanés contemporains	Tissus planifiés	Tissus Autoconstruits spontanés traditionnels
(1) Z'mala	(1) Kemouni	(1) Menaa
(2) Bouakal	(2) El-boustane	(2) Hidous
(3) Parc-à-fourrage	(3) Stand	
(4) Kechida		

Les cartes des tissus urbains, utilisées dans ce chapitre, ont été fournies par le Bureau public d'études en urbanisme de la wilaya de Batna (URBA). Elles datent de 2008. Ces cartes, préalablement élaborées à partir d'images de satellites et de relevés cadastraux, à

l'échelle 1/25 000<sup>e</sup>, sont reprises, traitées et rastérisées en images binaires, en format non compressé (\*.tiff). Les zones bâties ont été représentées par des pixels noirs et les espaces vides ont été représentés par des pixels blancs. Chaque pixel correspond à 3,30 mètres. Nous avons considéré comme zones bâties les constructions et avons éliminé tous les autres espaces (rues, ruelles, impasses, jardins, espaces verts, oueds, trottoirs, espaces résiduels, etc.). Les espaces interstitiels entre les voies de circulations sont considérés comme des espaces non bâtis. La surface du plus petit *spot* considéré est de 69,364 mètres carrés.

## 1.2. Méthodologie

### a. La géométrie fractale

La pertinence de la géométrie fractale pour l'analyse et l'étude des tissus urbains n'est plus à démontrer. La complexité de ceux-ci, leur hétérogénéité, leurs aspects de plus en plus fragmentés, la multitude de leurs niveaux d'organisation, la hiérarchie de leurs structures de transformation et de croissance ainsi que l'emboîtement de leurs différentes échelles, allant de l'immeuble à la ville, leur confèrent un aspect désordonné et un amorphisme qui ont naturellement conduit beaucoup de chercheurs à l'adoption de la géométrie fractale comme méthode d'analyse et de lecture des tissus urbains.

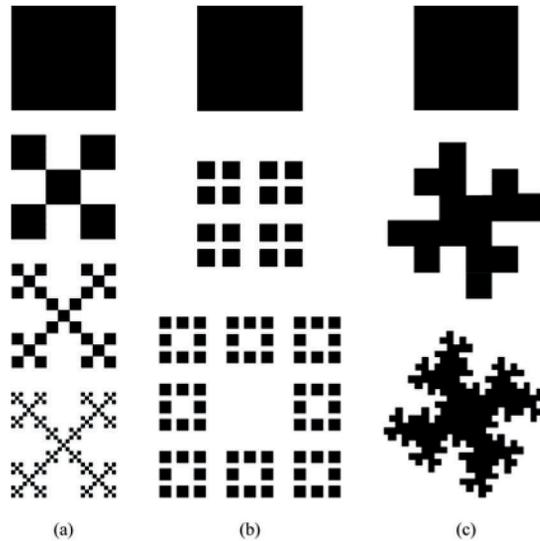
Dans sa manière de faire, la géométrie fractale compare les formes empiriques, même si celles-ci paraissent irrégulières, à des structures théoriques construites qui suivent leur même loi de distribution. Procédant ainsi, elle projette les formes apparemment désordonnées et amorphes dans un univers d'objets fractals dotés de logiques et de caractéristiques bien connues. Dès lors que cette projection s'opère, elle fournit, à l'analyste, des modèles mathématiques de référence qui lui permettent de raisonner sur les entités étudiées, de les caractériser et d'en dégager les mesures recherchées. Tout comme elle lui donne les moyens d'exprimer cette caractérisation et de donner sens aux mesures élaborées.

### b. Les modèles théoriques fractals

Les modèles théoriques jouent, en géométrie fractale, le même rôle que les figures classiques (carrés, cercles, ellipses, sphères...) en géométrie euclidienne. Ils sont construits afin d'approcher, de manière objective, la réalité de l'organisation spatiale des tissus urbains. Le tapis de Sierpinski (figure 2), la poussière de Fournier

Figure 2

**Les modèles fractals : (a) tapis de Sierpinski, (b) poussière de Fournier, (c) téragone**



et le téragone sont les modèles les plus utilisés (Frankhauser, 1997, 2003 ; De Keersmaecker, 2004 ; Tannier, 2006). Chaque modèle fractal dépend de la thématique étudiée. Le modèle de la poussière de Fournier ou le tapis de Sierpinski sont, à titre d'exemple, les références adaptées pour les études de la répartition de la surface bâtie tandis que le téragone est, pour sa part, adapté à l'étude de la tortuosité des bordures urbaines. Mais on peut également, d'après Frankhauser (2003, p. 21-24), combiner les caractéristiques des différents modèles pour construire des modèles complexes et mixtes qui correspondent à la richesse des formes auxquelles on pourrait avoir à faire face.

### **c. Mesure de la morphologie urbaine à partir de la géométrie fractale**

La principale mesure produite par la théorie fractale est la dimension fractale. Elle est telle que le note Mandelbrot (1975, p. 6) : « Une des caractéristiques principales de tout objet fractal (...), dénotée D. Elle mesure son degré d'irrégularité et de brisure ». Elle sert de base aux deux principaux descripteurs fractals utilisés pour mesurer la fractalité de n'importe quel tissu urbain.

Ceux-ci transcrivent des propriétés morphiques dont le sens n'est évident que par rapport aux structures fractales prises comme référence. Il s'agit de :

- la dimension fractale de surface qui mesure le degré d'homogénéité de la répartition des espaces bâtis dans une surface donnée ;
- la dimension fractale de bordure qui renseigne sur la dendricité des bordures et décrit dans quelle mesure celles-ci sont plus ou moins lisses.

L'introduction d'indicateurs, qui prennent pour base ces deux descripteurs et qui quantifient l'organisation multi-échelles d'une structure, permet de mettre en évidence l'existence de principes d'ordre que les mesures habituelles ne permettent pas de découvrir. Il est ainsi possible d'identifier des changements dans l'organisation spatiale des villes à certaines échelles et de comparer les différents tissus identifiés en vue d'en établir une classification morphologique et d'en construire une typologie (Frankhauser *et al.*, 2003).

#### **d. La dimension fractale**

La dimension fractale permet de décrire les structures euclidiennes, telles qu'une surface uniforme, un point ou une ligne et de caractériser certaines répartitions pour lesquelles les mesures « traditionnelles » varient en fonction de la surface de référence. Elle décrit en fait la principale caractéristique de la géométrie fractale, à savoir « l'organisation hiérarchique des systèmes spatiaux ». Elle permet ainsi d'étudier et de classer les tissus urbains, à travers l'étude de leurs surfaces et de leurs bordures urbaines pour en développer une typologie basée sur les modèles de référence fractals.

L'idée est de couvrir la structure en question par des objets géométriques et des éléments de taille donnée, par exemple des carrés de longueur de base  $\epsilon$ , et de déterminer le nombre minimal de ces objets, nécessaires à la couverture de toute la structure.

Pour des fractales construites selon une itération, la dimension fractale «  $D$  » est définie par la relation suivante (Mandelbrot, 1982) :

$$D = -\frac{\log N}{\log r}$$

Où :

$D$  est la dimension fractale, un paramètre invariant qui ne dépend pas de l'étape d'itération  $n$

$N$  est le nombre d'éléments de l'étape d'itération  $n$

$r$  est un facteur de réduction de l'étape d'itération  $n$

Selon Frankhauser (2003, p. 48), il est possible d'introduire une loi fractale généralisée  $N(\varepsilon)$  sous la forme suivante qui inclut  $a$  et  $c$  :

$$N(\varepsilon) = a \times \varepsilon^{-D} + c$$

Où :

**a** est une constante qui s'appelle le préfacteur ou « facteur de la forme ». Il caractérise la forme générale et la taille de l'objet, mais est également lié aux déviations de la loi fractale. Mathématiquement, il s'agit finalement de la mesure de l'objet

**c** est un paramètre qui permet un meilleur ajustement de la courbe fractale en éliminant les déviations de la loi fractale souvent observées pour des distances à l'échelle des bâtiments.

### e. Les indicateurs

Avec son équipe, Frankhauser a développé sur la base des descripteurs sus-indiqués une multitude d'indicateurs qui permettent de mesurer la fractalité des tissus urbains et que nous avons repris pour caractériser les tissus urbains analysés et pour en établir l'identité morphique. Les indicateurs ici utilisés pour l'analyse morphologique des tissus autoconstruits spontanés sont :

- **le degré d'homogénéité de la surface ( $D_{\text{surf}}$ )** : il renseigne sur l'homogénéité ou l'hétérogénéité de la répartition des espaces bâtis, par le biais de la mesure de la dimension fractale de corrélation  $D$ . Une valeur proche de deux correspond à un tissu assez homogène, une valeur proche de zéro transcrit une forte hétérogénéité dans la répartition des espaces bâtis.
- **Le degré de hiérarchie** : il renseigne sur la hiérarchie de la répartition des espaces bâtis par le biais de la mesure de la dimension fractale de corrélation  $D$  et l'étude du comportement scalant. Une valeur de  $D$  proche de deux avec un comportement scalant peu fluctuant correspond à un tissu faiblement hiérarchisé. Une valeur de  $D$  proche de zéro et un comportement scalant fluctuant transcrivent une forte hiérarchie.
- **Le degré de complexité ( $a$ )** : il renseigne sur la complexité du tissu étudié par le biais de la mesure du facteur de forme «  $a$  ». Plus sa valeur est grande, plus le tissu est complexe.
- **Le degré de compacité ( $N$ )** : il renseigne sur la compacité ou la densité du tissu par le biais du nombre d'itérations issu des analyses de dilatation.
- **Le degré d'homogénéité de la bordure ( $D_{\text{bord}}$ )** : il renseigne sur l'homogénéité ou l'hétérogénéité de la bordure urbaine par le

biais de la mesure de la dimension fractale de corrélation de la bordure «  $D_{\text{bord}}$  ».

- **Le degré de dendricité ( $\delta$ )** : il renseigne sur la dendricité de la bordure urbaine et la tortuosité du tissu. Il représente la relation entre la masse bâtie et la bordure ainsi que le mode d'occupation de celle-ci. Il s'exprime par le biais de l'indice de dendricité «  $\delta$  » qui s'écrit :

$$\delta = \frac{D_{\text{surf}}}{D_{\text{bord}}}$$

- **Le degré de rugosité ( $I_s$ )** : il renseigne sur la rugosité du tissu urbain par le biais de l'indice synthétique de rugosité «  $I_s$  ». Il est constitué en référence à la dimension euclidienne. Il mesure synthétiquement l'écart à la dimension 2 pour  $D_{\text{surf}}$  et l'écart à la dimension 1 pour  $D_{\text{bord}}$ . Cet indice croît avec la rugosité et la complexité du tissu. Pour une forme euclidienne, homogène en surface et en bordure, il est égal à zéro ( $I_s = 0$ ). Pour une forme plus rugueuse et complexe, il est compris entre un et deux ( $1 < I_s < 2$ ) (Badariotti, 2005, p. 152). Sa formule est la suivante :

$$I_s = (2 - D_{\text{surf}}) - (1 - D_{\text{bord}})$$

Le travail entrepris est conduit par le biais du logiciel « Fractalyse », développé au sein de l'équipe « Ville, Mobilité, Territoire » du laboratoire ThéMA, sous la direction du professeur Pierre Frankhauser. « Fractalyse » a été initialement développé pour estimer la dimension fractale de la surface bâtie des villes. Il permet le calcul des descripteurs fractals (la dimension fractale, le comportement scalant, l'extraction de la bordure totale ou de l'enveloppe d'une image, le nombre d'agrégats et le nombre de lacunes).

Ce travail se divise en trois moments. Le premier prend pour titre « identité morphique des tissus autoconstruits spontanés » et aborde l'objet de recherche de ce chapitre. Il analyse les tissus sélectionnés, afin de déterminer leur identité morphique et de comprendre leur logique d'organisation. Le deuxième aborde l'hypothèse principale de cette étude, à savoir que « les tissus autoconstruits spontanés possèdent une identité morphique urbaine distinctive ». Il prend la forme d'une étude comparative des tissus autoconstruits spontanés avec des tissus planifiés issus de la même ville (un tissu colonial et deux lotissements). Le troisième temps s'occupe du « sens de l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés ». Il sert à vérifier si la logique morphique des tissus autoconstruits spontanés est tributaire de la logique de construction et du mode de vie des communautés qui les ont créés ou pas. Il compare, pour ce faire, les tissus considérés avec des tissus

autoconstruits spontanés traditionnels, issus de l'environnement immédiat de la ville de Batna.

## 2. RÉSULTATS

### 2.1. Détermination de l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés

#### a. Le degré d'homogénéité des tissus autoconstruits spontanés

Le degré d'homogénéité de la surface bâtie est mesuré par le biais de la dimension fractale de corrélation. Celle-ci varie entre 0 et 2. Plus le tissu est homogène, plus sa valeur tend vers 2, plus il est hétérogène, plus sa valeur tend vers zéro. Dans notre cas, les valeurs des dimensions fractales de corrélation différenciées varient entre 1.63 et 1.83. Elles indiquent des morphologies plutôt homogènes. Les tissus « Bouakal – Parc-à-fourrage » possèdent des dimensions fractales fort convergentes (1.80 et 1.83). Le tissu de « Z'mala » est plus contrasté, il a une dimension fractale moins élevée (1.75). Le tissu le moins homogène est celui de « Kéchida », avec une dimension fractale de (1.63).

Les dimensions fractales surfaciques des différents tissus autoconstruits spontanés présentent une corrélation positive où les tissus les plus corrélés sont ceux de Kéchida et de Z'mala, avec une valeur de  $r$  égale à 0.97. Les tissus de Parc-à-fourrage et Bouakal ont, pour leur part, un coefficient de corrélation  $r$  égal à 0.79. Ceci confirme la similitude des logiques morphiques surfaciques des différents tissus autoconstruits spontanés analysés.

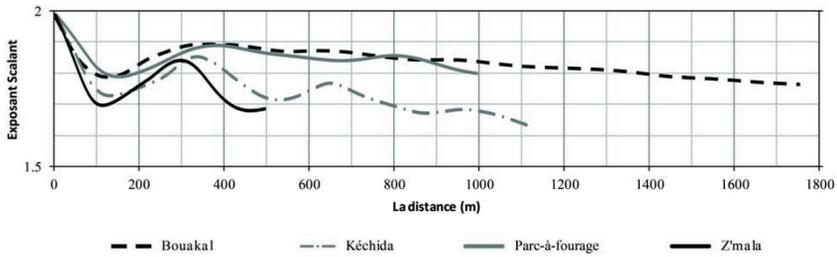
#### b. Le degré de hiérarchie des tissus autoconstruits spontanés

Les courbes de comportement scalant permettent de comprendre la structure du bâti et de mesurer l'homogénéité de sa répartition. Elles fournissent ainsi le moyen de différencier les tissus étudiés.

La figure 3 regroupe les courbes issues des analyses de corrélation des tissus autoconstruits spontanés. Elles varient entre 1.6 et 2. Les courbes des comportements scalants de « Bouakal et Parc-à-fourrage » vont dans le même sens, alors que celles de « Kéchida et Z'mala » sont plus fluctuantes. Ceci signifie que les tissus de « Bouakal et Parc-à-fourrage » se caractérisent par un bâti peu hiérarchisé, par rapport à « Kéchida et Z'mala » qui ont une morphologie plus hiérarchisée. Ces fluctuations correspondent à des espaces non bâtis qui hiérarchisent le tissu.

Figure 3

### Courbes des comportements scalants issues des analyses de corrélation des tissus autoconstruits spontanés



#### c. Le degré de complexité des tissus autoconstruits spontanés

Le facteur de forme «  $a$  » informe sur le degré de complexité des tissus. Pour les tissus qui nous concernent, la valeur de «  $a$  » est comprise entre 1.60 et 3.06. Les tissus les moins complexes sont ceux de Parc-à-fourrage et de Bouakal, avec des valeurs respectives de 1.60 et de 1.67. Le tissu de Z'mala possède une valeur de  $a$  plus élevée. Égale à 1.86, elle signifie une complexité moyenne. Le tissu de Kéchida présente, quant à lui, un degré de complexité très élevé, égale à 3.06.

Bouakal et Parc-à-fourrage ont des dimensions fractales respectives de 1.80 et 1.83 et des facteurs de forme de 1.67 et 1.60. Ceci traduit une morphologie assez homogène, peu hiérarchisée et peu complexe.

Figure 4

#### Les lacunes au sein des tissus autoconstruits spontanés de Z'mala et Kéchida (elles sont ici représentées en vert)



Les descripteurs morphiques du tissu de Kéchida reflètent une morphologie moins homogène, plus hiérarchisée et plus complexe. L'information morphique fournie par le tissu de Z'mala le place dans une position intermédiaire entre l'homogénéité des tissus de « Bouakal et Parc-à-fourrage » et l'hétérogénéité et la complexité du tissu de « Kéchida ».

**d. Le degré de compacité des tissus autoconstruits spontanés**

L'analyse de dilatation informe sur le degré de compacité du tissu *via* le nombre d'itérations nécessaires à sa dilatation totale. L'obtention d'un cluster unique pour les tissus autoconstruits spontanés nécessite entre 12 et 17 itérations. Ces valeurs révèlent une compacité élevée. Le nombre d'itérations des quartiers Z'mala et Kéchida montrent qu'ils sont faiblement connexes par rapport à ceux de Bouakal et de Parc-à-fourrage. Ceci s'explique par les grandes lacunes « espaces non bâtis » qu'ils contiennent (figure 4). Le nombre d'itérations se réduit à 13 et 14 itérations lorsque les lacunes sont remplacées par des espaces bâtis.

**e. Le degré de dendricité des tissus autoconstruits spontanés**

La morphologie des bordures urbaines se mesure à l'aide de trois descripteurs fractals : la dimension fractale de corrélation des bordures, la dimension gaussienne et l'indice de dendricité. Ces derniers montrent que les tissus autoconstruits spontanés, dont les limites correspondent à des étapes de la morphogenèse urbaine, ont une morphologie peu homogène ( $D_{bord}$  varie entre 1.13 et 1.2) et fortement dendrique (des valeurs proches de deux) (tableau 2).

Tableau 2

**Les caractéristiques fractales des tissus autoconstruits spontanés**

Tissus auto-construits spontanés	$D_{surf}$	a	N	$D_{bord}$	$\delta$	$I_s$
BOUAKAL	1.80	1.67	12	1.13	1.59	0.34
PARC-À-FOURRAGE	1.83	1.60	14	1.17	1.56	0.34
Z'MALA	1.75	1.86	16	1.2	1.45	0.45
KECHIDA	1.63	3.06	17	1.18	1.42	0.50

Il est par ailleurs possible de remarquer leur hétérogénéité (figure 5c). Les images sont en effet hétérogènes et ne possèdent une bordure lisse que dans les parties juxtaposées aux tissus planifiés.

C'est, par exemple, le cas de la partie ouest de Bouakal qui comprend deux lotissements et celui de la partie Est de Kéchida qui comprend la zone industrielle.

## 2.2. *Interprétation des résultats*

Les résultats obtenus révèlent que les mesures fractales permettent la caractérisation discriminante des différents tissus étudiés.

Les tissus auto-construits spontanés se sont révélés être des tissus de morphologie surfacique homogène, mais dotés d'une complexité interne importante. Ils ont une compacité élevée. Ils possèdent des bordures dendriques « hétérogènes » et une morphologie rugueuse qui les rapprochent de la configuration fractale théorique du téragone.

Les résultats ici présentés confirment clairement que tous les tissus autoconstruits spontanés analysés ont la même logique morphique. Ils possèdent la même identité morphique et des indicateurs d'identité morphique convergents.

### **a. L'identité morphique distinctive des tissus autoconstruits spontanés**

Cette phase aborde, à travers une étude comparative, l'hypothèse principale de cette étude : « *les tissus autoconstruits spontanés possèdent une identité morphique urbaine distinctive* ». Elle compare, à cet effet, deux tissus planifiés et un tissu colonial aux tissus précédemment décrits. Son objectif est de répondre à la question suivante : « *est-ce que l'identité morphique urbaine, obtenue à travers la description par la géométrie fractale, est spécifique aux tissus auto-construits spontanés ou pas ?* ».

Les tissus choisis sont un tissu colonial, le « Stand », et deux tissus planifiés, les « Lotissements El-Boustane et Kemouni ». Le choix de ces trois tissus répond à plusieurs critères. Le premier est le critère historique en vertu duquel ont été choisis le tissu colonial, premier tissu de la ville, et les deux lotissements en question parce que créés dans la même période que les tissus autoconstruits spontanés. Ils ont été prévus pour freiner le développement de « Bouakal » vers le côté Ouest. Le deuxième critère est relatif à la fonction. Les tissus auto-construits spontanés et ceux choisis, ont la même fonction : habitat privé à partir du premier étage et commerce au rez-de-chaussée. Le troisième critère est celui du mode de production similaire. Si les tissus autoconstruits spontanés sont autoconstruits et autoplanifiés, les lotissements sont eux planifiés à l'échelle de l'espace urbain mais auto-construits à l'échelle architecturale.

Figure 5

**Les tissus autoconstruits spontanés : (1) Bouakal, (2) Kéchida, (3) Parc-à-fourrage, (4) Z'mala, (a) le tissu urbain, (b) Première étape de dilatation, (c) la bordure urbaine**



*Analyses surfaciques*

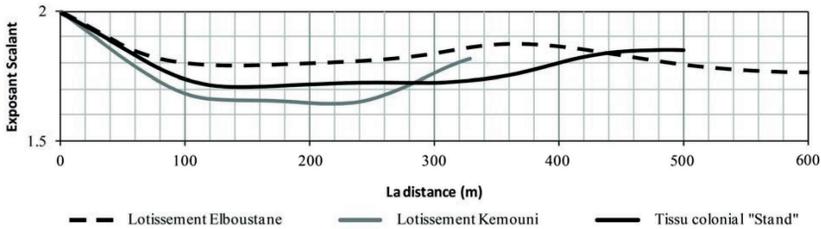
Le tableau 3 montre que les dimensions fractales des tissus planifiés sont proches. Les deux tissus autoconstruits planifiés, les « lotissements », ont la même dimension ( $D = 1.82$ ) qui renseigne sur une morphologie relativement homogène. Mais ils sont de complexités différentes.

Le lotissement Kemouni a une valeur du facteur de forme «  $a$  » plus élevée que celle du lotissement Elboustane. Les parcelles non bâties, les terrains vides et la forme trapézoïdale des îlots y ont augmenté la valeur de «  $a$  ». Le tissu colonial a une dimension fractale de 1.78 et donc une morphologie moins homogène. Cette situation s'explique par l'existence, en son sein, d'un stade de football qui correspond à une lacune de taille importante et par la forme trapézoïdale des îlots qui y ont modéré la valeur de la dimension fractale «  $D$  » et augmenté celle du facteur de forme «  $a$  ».

Les courbes de comportement scalant issues des analyses surfaciques de corrélation vont dans le même sens et suivent la même tendance. Elles varient de 2 à 1.70 – une variation minimale – et elles sont moins fluctuantes que celles des tissus autoconstruits spontanés (figure 6). Ceci s'explique par un degré d'homogénéité très important, principalement dû au découpage géométrique qui crée un rapport constant et homogène entre le bâti et le non bâti.

Figure 6

#### Courbes des comportements scalants issus des analyses de corrélation des tissus planifiés



Concernant le degré de compacité des tissus planifiés, on observe une compacité faible qui se traduit par un nombre d'itérations assez élevé (il varie entre 20 et 25 itérations) (figure 7).

#### Analyse des bordures urbaines

Les analyses fractales des bordures urbaines ont révélé que les tissus autoconstruits planifiés possèdent une morphologie de bordure très homogène et lisse. Elle se réfère à un objet géométrique euclidien. Ce caractère morphique s'exprime à travers :

- des dimensions fractales de corrélation qui sont très proches à la fois, entre-elles « 1.03-1.05 » et de 1, ce qui signifie un périmètre très lisse ;
- des indices de dendricité plus stables que ceux des tissus autoconstruits spontanés (ils varient entre 1.71 et 1.75). Ils révèlent une situation faiblement dendrique qui se réfère à un objet géométrique euclidien «  $\delta = 2$  » ;

- des indices de rugosité qui varient de 0.22 à 0.26 et qui définissent des caractères euclidiens « proches de zéro ».

**b. Étude comparative des tissus autoconstruits spontanés et planifiés**

Cette étape sert à mettre en exergue les différences qui séparent les tissus autoconstruits spontanés de ceux planifiés.

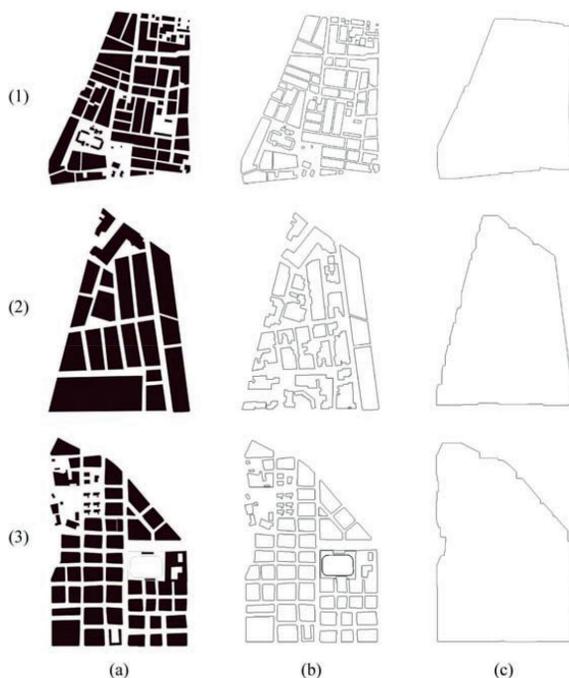
Tableau 3

**Les caractéristiques fractales des tissus planifiés**

Tissus planifiés	$D_{surf}$	a	N	$D_{bord}$	$\delta$	$I_s$
LOTISSEMENT ELBOUSTANE	1.82	1.66	20	1.05	1.75	0.22
LOTISSEMENT KEMMOUNI	1.82	2.06	22	1.03	1.73	0.23
TISSU COLONIAL	1.80	1.80	25	1.04	1.71	0.26

Figure 7

**Les tissus planifiés : (1) El-boustane, (2) Kemouni, (3) Stand, (a) le tissu urbain, (b) Première étape de dilatation, (c) la bordure urbaine**



*Degrés d'homogénéité, de hiérarchie et de complexité*

Les analyses surfaciques précédentes montrent que les dimensions fractales surfaciques de corrélation des deux types de tissus auto-construits – spontanés et planifiés – sont proches. Elles varient entre 1.63 et 1.83. Cette situation ne signifie nullement la similarité morphologique des deux tissus analysés, car l'information morphologique donnée est une information globale issue d'une analyse globale « analyse fractale de corrélation », qui donne la moyenne de tout le tissu analysé. Pour déceler la différence de variation de la dimension fractale, on fait une analyse statistique de corrélation entre la moyenne des dimensions fractales des tissus autoconstruits spontanés et celle des tissus planifiés d'une part et étudie les comportements scalants de ces moyennes, d'autre part (figures 8, 10).

*Degré de compacité*

Le nombre d'itérations des tissus planifiés est plus important que celui des tissus autoconstruits spontanés. Il catégorise les tissus analysés en deux groupes. Le premier correspond aux tissus autoconstruits spontanés. Ces tissus sont les plus compacts et clustérisent au bout de 17 itérations. Le second groupe correspond aux tissus planifiés « lotissements + tissu colonial ». Ceux-ci sont plus lâches et coagulent au bout de 25 itérations. Les tissus autoconstruits spontanés sont plus compacts que les tissus planifiés. Ils se caractérisent par un bâti dense avec moins de lacunes, où seuls les espaces interstitiels, tels que la voirie et les espaces libres des équipements, augmentent le nombre d'itérations.

La différence des résultats peut aussi s'expliquer par la différence de traitement de la voirie. Dans les tissus autoconstruits spontanés, les espaces de circulation sont plus étroits que dans les tissus planifiés et sont souvent hiérarchisés en rue, ruelle et impasse.

*Degré d'homogénéité des bordures*

Les tissus autoconstruits spontanés ont des valeurs plus diversifiées qui sont proches de 1.5, ce qui signifie un périmètre hétérogène. Inversement, les tissus planifiés ont des valeurs très proches avec une moyenne qui tend vers 1, ce qui signifie un périmètre très lisse.

*Degré de dendricité des bordures*

Il existe globalement une autre catégorisation des tissus étudiés, selon les indices de dendricité. Les indices de dendricité des tissus planifiés se rapprochent de 2, révélant ainsi une situation faiblement dendrique et qui se réfère à un objet géométrique euclidien «  $\delta = 2$  ». Ceci est dû au mode de planification rectiligne et régulier. Par contre,

les indices des tissus autoconstruits spontanés sont beaucoup moins élevés et décrivent une situation plus sinueuse. Ils se réfèrent à une logique de Tétragone «  $1 < \delta < 2$  ».

*Degré de rugosité*

Il y a également deux groupes de valeurs pour le degré de rugosité. Le premier varie de 0.22 à 0.26. C'est celui des tissus planifiés. Il confirme le caractère euclidien de ceux-ci. Le second groupe, celui des tissus autoconstruits spontanés, varie de 0.32 à 0.50. Il comprend des tissus plus rugueux que ceux du premier type.

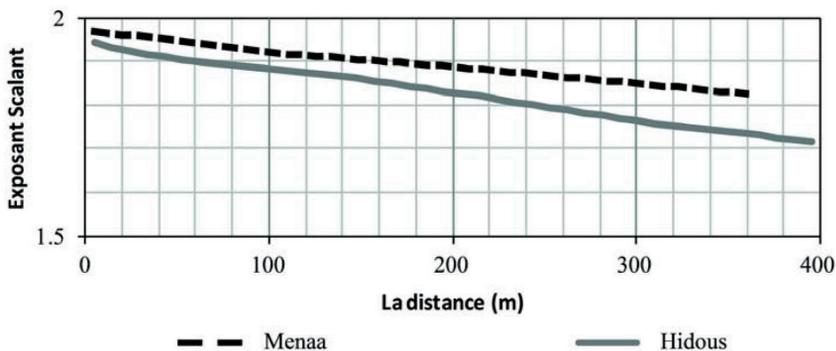
Les résultats des analyses morphologiques fractales des tissus planifiés et coloniaux ont montré qu'ils se caractérisent par une morphologie homogène en surface comme en bordure. Ils rappellent une logique euclidienne. Ils possèdent une morphologie différente de celle des tissus autoconstruits spontanés. L'analyse comparative révèle le degré de spécificité de ces tissus et permet de vérifier dans quelle mesure l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés est distinctive.

**c. Le sens de l'identité morphique des quartiers autoconstruits spontanés**

Cette partie cherche à vérifier si la logique morphique des quartiers autoconstruits spontanés des villes algériennes est tributaire de la logique de construction et du mode de vie des communautés qui les ont créés ou pas. Autrement dit, elle répond à la question « l'identité morphique des tissus autoconstruits spontanés est-elle due à la reproduction de quelques éléments morphiques des tissus autoconstruits spontanés traditionnels ou pas ? ».

Figure 8

**Courbes des comportements scalants issus des analyses de corrélation des tissus traditionnels**



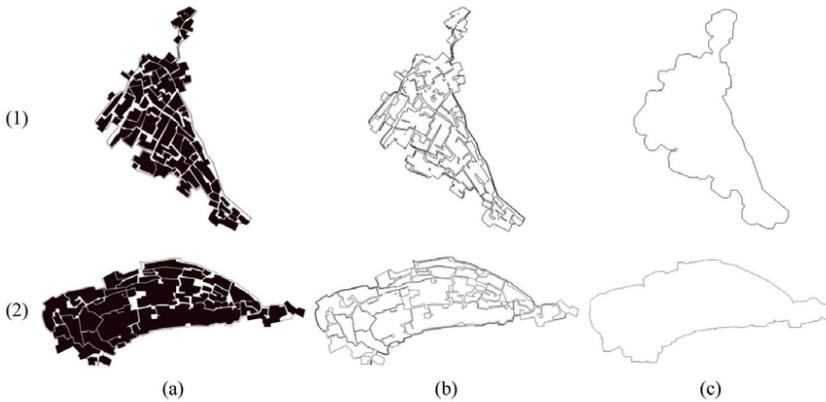
Pour répondre à cette question, on analyse des tissus autoconstruits spontanés traditionnels et on les compare aux tissus auto-construits spontanés « contemporains ». Deux tissus traditionnels, situés dans la région de la ville de Batna et connus pour être les villages d'origine de beaucoup d'habitants de celle-ci, sont retenus. Il s'agit des villages de Hidous et de Menaâ.

#### **d. Les résultats issus des analyses fractales des tissus autoconstruits spontanés traditionnels**

Les analyses morphologiques fractales des tissus autoconstruits spontanés traditionnels (tableau 4) montrent qu'ils possèdent une morphologie surfacique homogène où la dimension fractale est proche de deux (1.75-1.85). Cette homogénéité surfacique est clairement lisible à travers la tendance des courbes issues du comportement scalant. Ces dernières vont dans le même sens. Elles sont signe d'une morphologie peu hiérarchique (figures 8, 9).

Figure 9

**Les tissus autoconstruits traditionnels analysés : (1) Hidous, (2) Menaâ. (a) le tissu urbain, (b) première étape de dilatation, (c) la bordure urbaine**



Le nombre d'itérations (6-10) explique une grande compacité, qui se traduit par des ruelles étroites et des placettes très petites. La morphologie des bordures urbaines traditionnelles est une morphologie hétérogène et dendrique, qui suit la sinuosité des ruelles. Ces tissus possèdent une rugosité moyenne, qui varie de 0.30 à 0.48. Les résultats de ces analyses montrent que les tissus autoconstruits traditionnels possèdent une logique morphique urbaine qui ressemble à la logique du téragone.

Tableau 4

**Les caractéristiques fractales des tissus autoconstruits traditionnels**

Tissus Traditionnels	D <sub>surf</sub>	a	N	D <sub>bord</sub>	δ	I <sub>s</sub>
<b>HIDOUS</b>	1.75	1.80	06	1.24	1.60	0.48
<b>MENAA</b>	1.85	1.46	10	1.15	1.41	0.30

**e. Étude comparative des tissus autoconstruits traditionnels, spontanés et planifiés**

Pour extraire la différence entre les tissus analysés, nous avons conduit une analyse de la variance ANOVA (tableaux 5, 6 ; figure 10). Pour la variable « type de tissu » (1 : tissu traditionnel, 2 : tissu autoconstruit spontané, 3 : planifié), ANOVA suggère l'existence d'un chevauchement entre les résultats issus des analyses surfaciques, tandis qu'elle révèle une différence, statistiquement significative ( $P < 0.5$ ), entre les trois types au niveau de la compacité (N) [ $F(2,6) = 21.53, P = 0.002$ ] et de l'homogénéité de la bordure (Dbord) [ $F(2,6) = 17.13, P = 0.003$ ].

Tableau 5

**Analyse de la variance des descripteurs fractals des tissus analysés**

ANOVA		Somme des carrés	ddl	Moyenne des carrés	F	Sig.
D <sub>surf</sub>	Entre Groupes	0.01	2	0.00	0.74	0.52
	Intra-Groupes	0.03	6	0.00		
	Totale	0.04	8			
a	Entre Groupes	0.24	2	0.12	0.47	0.65
	Intra-Groupes	1.54	6	0.26		
	Totale	1.79	8			
N	Entre Groupes	254.14	2	127.07	21.53	<b>0.002</b>
	Intra-Groupes	35.42	6	5.90		
	Totale	289.56	8			
D <sub>bord</sub>	Entre Groupes	0.04	2	0.02	17.13	<b>0.003</b>
	Intra-Groupes	0.01	6	0.00		
	Totale	0.05	8			
δ	Entre Groupes	0.10	2	0.05	7.72	0.02
	Intra-Groupes	0.04	6	0.01		
	Totale	0.14	8			
I <sub>s</sub>	Entre Groupes	0.05	2	0.03	4.50	0.06
	Intra-Groupes	0.04	6	0.01		
	Totale	0.09	8			

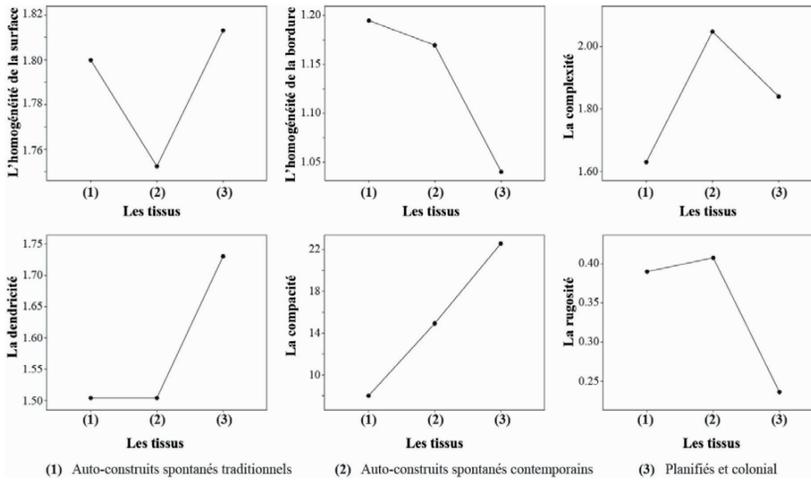
Tableau 6

**La moyenne et l'écart type des descripteurs fractals des tissus analysés**

	Moyenne			Écart type		
	Tradi- tionnel	auto- construit spontané	planifié	Tradi- tionnel	auto- construit spontané	planifié
$D_{surf}$	1.80	1.75	1.81	0.07	0.09	0.01
a	1.63	2.05	1.84	0.24	0.68	0.20
N	<b>8.00</b>	<b>14.75</b>	<b>22.33</b>	2.83	2.22	2.52
$D_{bord}$	<b>1.20</b>	<b>1.17</b>	<b>1.04</b>	0.06	0.03	0.01
$\delta$	1.51	1.51	1.73	0.13	0.08	0.02
$I_s$	0.39	0.41	0.24	0.13	0.08	0.02

Figure 10

**La moyenne des descripteurs fractals des tissus analysés**

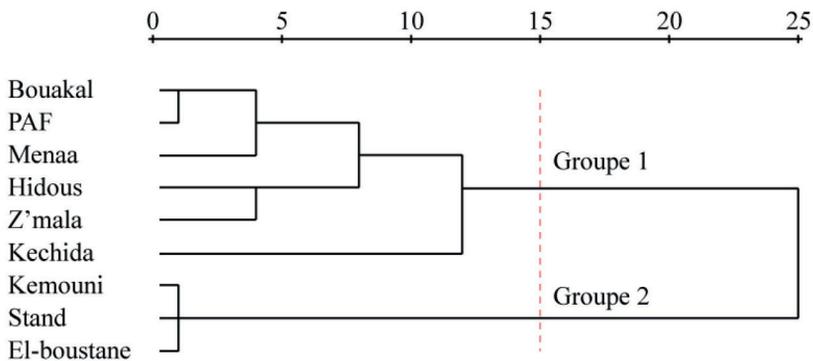


Le partitionnement des données par le biais de la méthode de Ward classe les tissus autoconstruits spontanés traditionnels et contemporains dans le même groupe alors qu'elle met les tissus planifiés, qu'ils soient coloniaux ou contemporains, dans un second groupe. Ce résultat démontre la similarité des tissus autoconstruits spontanés et confirme leur identité distinctive relativement aux tissus planifiés. Il montre

également que les habitants, une fois livrés à eux-mêmes, reproduisent de manière consciente ou inconsciente la forme d'habitat dont ils sont issus et à laquelle ils sont habitués (figure 11).

Figure 11

**Typologie des tissus analysés (groupe 1 : tissus autoconstruits spontanés, groupe 2 : tissus planifiés (colonial (stand) et contemporains))**



Les analyses surfaciques et des bordures montrent une différence importante entre les trois types de tissus étudiés. Les tissus autoconstruits spontanés traditionnels sont de morphologie surfacique très compacte où seuls les placettes et les espaces de circulation hiérarchisent le tissu. Les bordures ont une morphologie moins homogène et plus dendrique, qui se traduit par une situation rugueuse. Cette morphologie urbaine « surfacique et de bordure » est très proche des tissus autoconstruits spontanés contemporains.

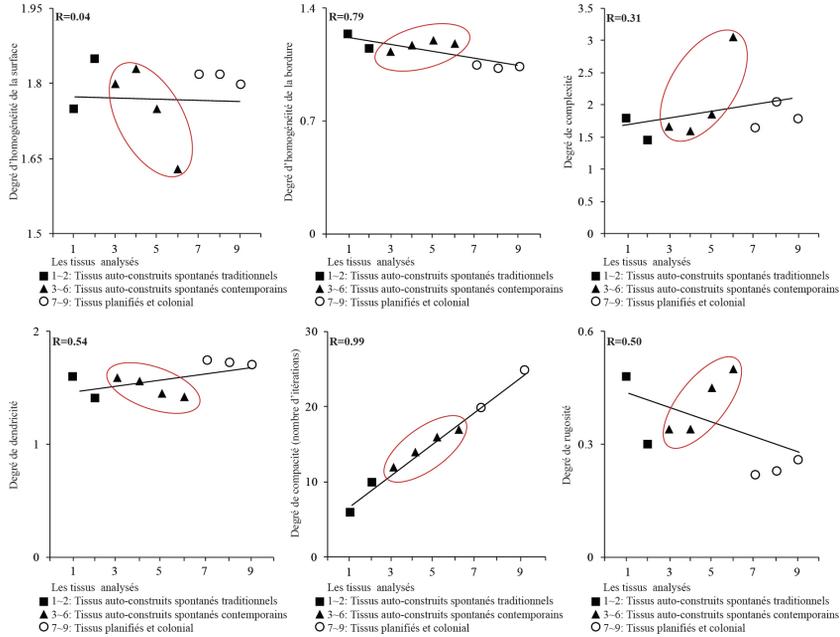
Les tissus autoconstruits spontanés, indiqués en abscisse, sur la figure 12 ci-dessous, occupent une position intermédiaire entre les agglomérations autoconstruites traditionnelles et les quartiers planifiés. L'ordre constant, fourni par l'analyse de corrélation sur les six graphes, confirme cet état de fait.

**CONCLUSION**

Ce chapitre a pour but de décrire et de caractériser les tissus autoconstruits spontanés au sein de la ville de Batna. Sa première partie est une analyse morphologique fractale des tissus autoconstruits spontanés au sein de la ville de Batna. Ses résultats montrent clairement que tous les tissus analysés ont la même logique morphique.

Figure 12

**Corrélations entre les trois tissus analysés**



La deuxième partie vérifie l'hypothèse relative à la spécificité de l'identité morphique des tissus en question. Elle opère une analyse morphologique fractale de tissus « planifiés » qu'elle compare aux tissus auto-construits spontanés. Elle montre dans un premier temps que tous les tissus planifiés analysés possèdent la même logique morphique. Ils se caractérisent par une stabilité au niveau de toutes les mesures fractales. La comparaison des deux logiques morphiques, propres aux deux types de tissus, révèle que les tissus autoconstruits spontanés possèdent une identité morphique urbaine distinctive.

La troisième phase d'analyse cherche à vérifier si la logique morphique des tissus autoconstruits spontanés est tributaire de la logique de construction et du mode de vie des communautés qui les ont créés. Elle élabore une analyse morphologique fractale de deux tissus auto-construits spontanés traditionnels, pris dans l'environnement proche de la ville de Batna. Les habitants des tissus autoconstruits contemporains, précédemment analysés, sont souvent issus de ces deux tissus. La comparaison des caractéristiques des deux types de tissus révèle que leurs identités morphiques sont bien concordantes. Ceci est principalement dû à la similitude des stratégies de construction adaptées par les deux communautés, à savoir une bonne adaptation

au terrain, une hiérarchisation similaire des espaces de circulation « rue-ruelle-impasse » et enfin une similitude dans la complexité formelle des îlots.

Il est vrai que cette parenté entre les tissus autoconstruits spontanés traditionnels et contemporains a déjà été suggérée par d'autres chercheurs et que l'origine des habitants comme explication de cette similitude a également été abordée, mais ceci n'a jamais été établi de manière aussi évidente. Plus important encore, il n'a jamais été montré que l'identité morphique distinctive des tissus autoconstruits spontanés leur permet d'occuper un créneau morphique qui les situe entre les tissus autoconstruits spontanés traditionnels et les tissus planifiés. Ces résultats sont principalement dus à l'usage de la géométrie fractale et des outils de mesure qu'elle offre. Ils montrent, si besoin est, que la géométrie fractale tient toutes ses promesses non seulement pour la différenciation des différents types de tissus urbains mais aussi pour leur comparaison et leur classification.

## BIBLIOGRAPHIE

- Alexandre C., 1976, *Une expérience d'urbanisme démocratique*, Paris, Seuil.
- Allain R., 2004, *Morphologie urbaine. Géographie, aménagement et architecture de la ville*, Paris, Armand Colin.
- Arrouf A., Kacha L. et Mansouri A., 2015, « Mesures fractales de l'identité morphique pour des tissus urbains dans la ville algérienne de Batna », *Cybergeo : European Journal of Geography* [En ligne], Systèmes, Modélisation, Géostatistiques, document 752, mis en ligne le 9 décembre 2015, URL : <http://cybergeo.revues.org/27331>.
- Arrouf A. et Kacha L., 2013, *Analyse morphologique des tissus autoconstruits spontanés*, Saarbrücken, Presses académiques francophones.
- Badariotti D., 2005, « Des fractales pour l'urbanisme ? Quelques pistes de réflexion à partir de l'exemple de Strasbourg-Kehl », *Cahiers de géographie du Québec*, vol. 49, n° 137, p. 133-156.
- Badariotti D., Banos A., Moreno D., 2007, « Conception d'un automate cellulaire non stationnaire à base de graphe pour modéliser la structure spatiale urbaine : le modèle Remus », *Cybergeo : European Journal of Geography* [Online], Topics, Sélection des meilleurs articles de SAGEO 2006, document 403, Online since 3 October 2007, connection on 18 may 2010. URL : <http://cybergeo.revues.org/10993> ; DOI : 10.4000/cybergeo.10993.
- Batty M., Xie Y., 1996, « Preliminary evidence for a theory of the fractality », *Environment and Planning A*, 28, p. 1745-1762.
- Batty M., Longley P., 1994, *Fractal Cities*, London, Academic press.
- Berger P., Nouhaud J., 2004, *Formes cachées, la ville suisse*, Presses polytechniques et universitaire romandes.

- Borruey R., Orillard C., 2007, « L'architecture des territoires métropolisés », *Territoires méditerranéens*, Cahier n° 10.
- Canguilhem G., 1968, *Étude d'histoire et de philosophie des sciences*, Paris, Vrin.
- De Keersmaeck M.-L., Frankhauser P., Thomas I., 2004, « Formes périurbaines, dimensions fractales et réalité périurbaine. L'exemple du sud de Bruxelles », *Espace géographique*, p. 219-240.
- De Saussure F., 1916, *Cours de linguistique générale*, Alger, Éditions ENAG, 1994.
- Desmarais G., Ritchot G., 1998, « La modélisation dynamique en géographie humaine », *Cahiers de géographie du Québec*, vol. 42, n° 117, p. 329-332.
- Escolano U. S., Ortiz Veliz J., 2005, « Processus de fragmentation des structures spatiales du grand Santiago (Chili) », *Revue Géographique de l'Est* : <http://rge.revues.org>, vol. 45 / 3-4 | 2005, 13 p.
- Focillon H., 1943, *Vie des formes*, Paris, Quadrige/PUF.
- Frankhauser P., 1994, *La fractalité des structures urbaines*, Paris, Anthropos, coll. Villes.
- Frankhauser P., 1997, « L'approche fractale. Un nouvel outil de réflexion dans l'analyse spatiale des agglomérations urbaines », *Population*, p. 1005-1040.
- Frankhauser P., 1998, « La formation fractale des tissus urbains », *Cahiers de géographie du Québec*, vol. 42, n° 117, p. 379-398.
- Frankhauser P., 2002, « L'analyse fractale pour décrire la structure spatiale des villes », *Thema - CNRS. Images de Franche-Comté*, n° 26.
- Frankhauser P., 2003, *Morphologie des « villes émergentes » en Europe à travers les analyses fractales*, Rapport de recherche, PUCA (chef de projet : G. Dubois-taine).
- Frankhauser P., 2005, « L'approche fractale de la périurbanisation », 5e rencontre francophone de socio-économie des transports, Budapest.
- Gauthiez B., 2003, *Espace urbain. Vocabulaire et morphologie*, Paris, Patrimoine.
- Genre-Grandpierre C., Frankhauser P., 1998, « La géométrie fractale, un nouvel outil pour évaluer le rôle de la morphologie des réseaux de transport public dans l'organisation spatiale des agglomérations », *Cahiers scientifiques du transport*, n° 33, p. 41-78.
- Hafiane A., 1989, *Les défis à l'urbanisme*, Alger, Office des publications universitaires.
- Henson R., Essex S., 2003, « Conception, organisation et évaluation de réseaux de transport locaux durables », *Revue internationale des sciences sociales*, n° 176, p. 243-260.
- Hillier B., 1987, « La morphologie de l'espace urbain : l'évolution de l'approche syntaxique », *Architecture et comportement/Architecture and Behavior*, vol. 3, n° 3, p. 205-216.

- Hillier B., Hanson J., 1984, *The Social Logic of the Space*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Lefebvre H., 1967, « Sur la notion de quartier », *Cahiers de l'IAURP*, n° 7.
- Levy A., 2005, « Formes urbaines et significations : revisiter la morphologie urbaine », *Espaces et sociétés, le sens des formes urbaines*, n° 122, p. 26-48.
- Malfroy S., 1986, *L'approche morphologique de la ville et du territoire*, Zurich, Campagno.
- Mandelbrot B., 1975, *Les objets fractals*, France, « Champs » Flammarion.
- Mandelbrot B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, New York, W. H. Freeman.
- Merleau-Ponty M., 1945, *Phénoménologie de la perception*, Paris, Gallimard.
- Panerai P., 1987, « Les nouveaux tissus et leur évolution », *Colloque international*, Oran, p. 25-41.
- Pumain D., 2006, *Dictionnaire de la ville et de l'urbain*, Paris, Economica, coll. Villes.
- Ralph H., Stephen E., 2003, « Conception, organisation et évaluation de réseaux de transport locaux durables », *Revue internationale des sciences sociales*, n° 176, p. 243-260.
- Rossi A., 1984, *L'architecture de la ville*, Paris, L'Equerre.
- Shen G., 2002, « Fractal dimension and fractal growth of urbanized areas », *International Journal of Geographical Information Science*, 16, p. 419-437.
- Tannier C., Vuidel G., Frankhauser P., Houot H., 2010, « Simulation fractale d'urbanisation –MUP-city, un modèle multi-échelles pour localiser de nouvelles implantations résidentielles », *Revue internationale de géomatique*, 20, p. 303-329.
- Tannier C., Thomas I., Vuidel G., Frankhauser P., 2011, « A fractal approach to identifying urban boundaries », *Geographical Analysis*, 43, p. 211-226
- Tannier C., Pumain D., 2005, « Fractals in urban geography: A theoretical outline and an empirical example », *Cybergeo: European Journal of Geography* [Online], <http://cybergeo.revues.org>, n° 307, avril 2005.
- Thom R., 1972, *Stabilité structurelle et morphogénèse*, Paris, InterÉdition.
- Thomas I., Frankhauser P., Frenay B., Verleysen M., 2010, « Clustering patterns of urban built-up areas with curves of fractal scaling behavior », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 37, p. 942-954.
- Thomas I., Frankhauser P., Badariotti D., 2012, « Comparing the fractality of urban districts: Do national processes matter in Europe? », *Journal of Geographical Systems*, 14(2), p. 189-208.



## Commentaire sur le chapitre 4

Philippe Bonnin

*Directeur de recherche émérite CNRS, Université Paris-Lumière,  
UMR LAVUE*

Stéphane Douady

*Directeur de recherche CNRS, Université Paris Diderot, UMR MSC*

L'équipe MORPHOCITY s'est donné pour projet la modélisation de la morphogenèse du réseau viaire urbain, saisi par le graphe spatial de l'axe des voies qui le compose (Bonnin et Douady, 2013 ; Lagesse, Bonnin, Bordin, Douady, 2016). Au cours des travaux de l'équipe, très interdisciplinaire, la question de la *fractalité* de l'espace urbain n'a pas manqué de surgir et de soulever quelques belles et riches controverses, nourries et fructueuses, à partir de positions parfois inattendues entre « urbanistes » (les chercheurs SHS), ou entre eux et les « physiciens » (Courtat, Douady, 2011).

Il a donc fallu rappeler d'abord d'où provient le génial néologisme « fractales » qui a tant fait florès, pour rendre compte des phénomènes *d'auto-similarité* observés dans la réalité. Par exemple, le fameux exemple des côtes bretonnes, dentelées selon une même géométrie aux différentes échelles d'observation. Précisons toutefois immédiatement que celles-ci connaissent des bornes matérielles supérieures et inférieures, contrairement à la formulation mathématique.

Il est de fait que la généralité du schème de *l'auto-similarité* dans la nature est flagrante ; en particulier dans les structures vivantes, en croissance, par emboîtements et/ou itérations. Les systèmes vivants qui croissent par sauts saisonniers, par exemple, ne changent pas de règles de croissance d'une saison à l'autre, d'une échelle à l'autre, et croissent à partir du support existant, en l'emboîtant dans l'état consécuteur, comme les arborescences de l'arbre.

Cette *auto-similarité* s'observe même dans des phénomènes purement minéraux en transformation, tels le faïençage, ou la croissance de craquelures par dessiccation des argiles, phénomènes où l'on peut

aisément lire 4 à 5 niveaux hiérarchiques (et parfois jusqu'à 8 ou 9). On l'observe aussi dans la structure des bassins hydrographiques, par exemple.

Une certaine forme *d'auto-similarité* s'observe également dans le développement des villes, par enceintes successives concentriques, pour peu qu'elles aient quelque ancienneté, comme Pékin ou Paris, ou Avignon, etc. Il ne faut sans doute pas réduire cette forme résultante à un simple emboîtement, comme il en est des poupées Matriochkas, lesquelles n'ont d'autre relation d'une échelle à l'autre que le rapport contenant/contenu et l'identité homothétique de forme, idéalement presque parfaite. Concernant les villes, on ne peut « ouvrir » l'enceinte la plus large pour en extraire celle qui est contenue, les poser côte à côte, à part, ouvertes ou fermées. Il y a entre chaque échelle, comme les anneaux de croissance, un rapport de nécessité (support initial), d'engendrement, et un rapport structurel de l'espace plus fin de la ville : les voies radiales, préexistantes, se prolongent. L'espace proche sur lequel se développe un nouveau tissu urbain est déjà largement structuré en relation avec la ville, et non un *no man's land* comme le ferait croire la notion de « zone » *non aedificandi*.

Le rapport entre les couronnes successives de ces espaces urbains ne se ramène pas non plus à la figure des cernes concentriques des troncs d'arbres, malgré la similitude de forme, cernes qui croissent dans un espace à peu près libre. Il faut donc toujours décrire et analyser précisément le rapport de nécessité et d'engendrement entre les échelles successives d'un phénomène auto-similaire, pour synthétiser en une formule ramassée le mode de construction du niveau  $N + 1$  sur la base du niveau  $N$ , ou du cœur, du noyau initial. Cela resterait à expliciter pour le chapitre qui précède.

Insistons sur la nécessité de décrire au moins théoriquement ou à titre d'hypothèse le processus *d'auto-similarité* envisagé avant d'en effectuer une mesure et de brandir alors celle-ci au titre de preuve. La répétitivité d'un élément d'habitat variant aléatoirement de taille et sans règles de disposition spatiale ni règles d'accrétion peut-elle définir une *auto-similarité*, par exemple ?

Mais la forme radioconcentrique des villes n'est sans doute que la première et la plus évidente des possibles *auto-similarités* des tissus urbains, et qui a attiré en premier les tentatives de réduction aux calculs simples. Un autre phénomène a été l'étude de la forme périmétrique, bien connue des physiciens, laquelle indique en fait la vitesse de croissance du système. Un regard plus fin s'intéresse à la hiérarchie interne au système des voies urbaines.

Dans la question qui nous intéresse, il ne s'agit pas de savoir si les phénomènes décrits sont exactement descriptibles par ce type

d'équation, donc des *fractales* stricto sensu, mais de savoir si des phénomènes *d'auto-similarité* dus au processus de croissance peuvent être décrits, de manière suffisamment précise et répétée, avérée, pour donner lieu à un questionnement sur leurs principes d'organisation. On verra ensuite seulement s'il faut parler de *fractales*, de manière métaphorique, ou approchée, ou très précisément.

Il est parfois préférable, et recommandé, de s'inspirer des observations méticuleuses, des descriptions de processus et des classements opérés par les spécialistes de la ville depuis longtemps, plutôt que de les passer par perte et profit.

## SERVANT-SERVI

Au cours de la mise en œuvre de nos travaux, s'est nécessairement posée la question de l'extension du système spatial à modéliser, de son échelle, de ses échelles, depuis la plus petite unité de résidence jusqu'aux réseaux de cités.

Ceux parmi nous, qui ont apporté une expérience architecturale et/ou anthropologique, n'ont pas manqué de faire remarquer que la question du système viaire urbain (du segment de voie à la pénétrante entière), résultat du choix qui a finalement été opéré, n'abordait qu'une partie d'un système plus vaste, celui de la distribution spatiale en général, opérée par une société à un moment donné. Le système étudié par l'équipe se borne donc d'un côté à la limite des parcelles comme limite inférieure, de l'autre jusqu'aux limites du « territoire urbanisé » (continuum construit), au moins dans le principe.

Or, il n'est pas sans intérêt d'examiner ce qui se passe à échelle inférieure : dans le nord-est de Paris par exemple (ou dans les venelles des *chô* de Kyoto), des ruelles s'enfoncent profondément au sein de la parcelle et desservent un village entier. Ou bien la porte collective en bordure de voie dessert au moins un immeuble, c'est-à-dire un développement vertical de la distribution spatiale, laquelle se poursuit dans le couloir de chaque étage, puis dans le couloir de chaque logement, jusqu'aux pièces individuelles (« chambres » ou « cellules » des architectes et des moines) pour aller au plus précis de la distribution spatiale réelle (Villanova, 2007).

On peut y reconnaître la distinction dialectique *espace servant/ espace servi* qu'avait mise en exergue l'architecte Louis I. Kahn (1901-1974), l'un ne pouvant exister sans l'autre, comme au plan topologique (mais aussi légal) toute parcelle de territoire ne peut exister sans chemin d'accès. Ce schème est d'une généralité remarquable, trans-échelle, manifestement *auto-similaire*, correspondant historiquement

à un développement ascendant, même si nous le parcourons en sens inverse, descendant.

Cette dichotomie d'espaces allant par paire semble d'une extraordinaire généralité, pour la bonne raison que l'accès à un lieu (espace servi, doué d'une qualité qui le caractérise) nécessite un chemin d'accès dont au moins une des extrémités est reliée à l'ouvert extérieur, et dans les fait à une arborescence sinon à un graphe générationnel. Le lit, refuge ultime, est accessible par sa « ruelle » au sein de la chambre (ou de la « cellule » disaient les fonctionnalistes et les moines), elle-même accessible par le couloir (cet idée d'écoulement n'est pas vilaine) dans les logements dès le 19<sup>e</sup> siècle, espace servant de plusieurs pièces, cabinets et autres chambres. L'« appartement » est lui-même des-*servi* par le couloir, le palier ou la coursive de l'immeuble, voir par les cours ; lesquels sont desservis par la ruelle ou la rue, quelque nom que porte la voie de « deserte ». Il arrive qu'un quartier entier (plutôt dans une ville non « démocratique », laquelle sera plutôt maillée), soit desservi par une voie unique, très arborescente, dans un tissu urbain médiéval, une médina, etc.

Comment nommer exactement cette structuration multi-échelles, emboîtée, mais qui n'est évidemment pas sans bornes, comme le serait une formulation mathématique abstraite (les ensembles de nombres ne connaissent pas les bornes des phénomènes matériels ou anthropisés). Et surtout quelle formulation abstraite les physiciens savent-ils lui donner pour en retenir l'essentiel, à savoir l'itération à chaque échelle d'un même rapport structurel, tel qu'à chaque échelle  $N = \text{Espace servant } n + \text{Espace servi } n + 1$ , et  $\text{Espace servi } n + 1 = \text{Espace servant } n + 1 + \text{Espace servi } n + 2$  etc., même si cette formulation descendante masque une réalité historique ascendante de la construction par emboîtements. On peut donc l'exprimer aussi de manière ascendante. Comment traiter cette évidente *auto-similarité* descriptible sur au moins 3 à 4 échelles successives, aussi bien aux échelles sub-parcellaires que supra-parcellaires, c'est-à-dire viaires ?

La formulation mathématique de l'*auto-similarité*, en la précisant de manière rigoureuse et en la généralisant abstraitement, a généré des formes admirables, des outils de calcul remarquables. Mais il semble en être résulté deux types d'écueils dans les approches de tels phénomènes, qu'on peut identifier sous les traits du purisme, d'un côté, et de l'abus, de l'autre.

## PREMIER ÉCUEIL

Le purisme d'abord. Oubliant que les mathématiques ne sont qu'un jeu remarquable de l'esprit, l'invention de représentations abstraites qui

nous permettent de décrire plus de phénomènes réels que les quelques exemples à partir desquels ces représentations ont été construites, on peut être tenté d'inverser l'ordre des priorités, et d'hypostasier ces formulations abstraites comme précédant les réalités dans l'ordre de la vérité.

De là, ces réalités observables étant par nature imparfaites, « impures », elles ne correspondent plus rigoureusement au concept abstrait que par simplification, effacement des menues variations individuelles autour du modèle abstrait parfait, par suppression du « bruit » intrinsèque à la matière : les quatre dents d'une fourchette ne sont nullement identiques, extérieures ou intérieures, inégales en longueur. Dès lors en quoi peuvent-elles illustrer la notion de « quatre » ?

C'en est au point que les gardiens du temple mathématique interdiraient bientôt l'emploi du terme « fractal » à tout phénomène qui ne correspondrait pas trait pour trait à l'équation parfaite. Purisme langagier plus que conceptuel, mais qui aura essentiellement pour effet de stériliser l'intuition, la curiosité, les tentatives d'explications peut-être risquées au départ, mais fructueuses en définitive, à la manière du déni de « ressemblance » entre le profil des côtes atlantiques des Amériques et de l'Europe-Afrique.

Le travail du chercheur étant souvent de déceler les différences sous les identités, et réciproquement les similitudes sous les divergences, il faut ici oublier le nom et la matérialité de ces objets pour ne plus retenir que leurs propriétés et leurs rapports topologiques, qui font qu'ils sont effectivement hiérarchisés, sinon emboîtés, et qu'on ne peut accéder au suivant qu'en « passant » par le précédent.

Certes, tous les tissus urbains, ou bien la totalité des tissus urbains « ne sont pas des arbres » ou des « grappes » tels qu'on les observe soit à échelle sub-parcellaire soit dans certains tissus médiévaux. Est-ce que les réseaux de voies maillés, considérés comme plus « démocratiques » en ce qu'ils sont censés traiter chaque point du réseau (chaque habitant, chaque citoyen) de manière égale à tout autre, peuvent être considérés comme la superposition plus ou moins parfaite de multiples réseaux hiérarchiques arborescents, centrés chacun sur tous les points desservis par le réseau, désormais à valeur égale et non discriminatoire ?

Il ne s'agit certes pas de croire que des concepteurs urbains aient eu la volonté ou l'intention de structurer la ville de manière *auto-similaire* (cependant en Chine ancienne la maison « puits du ciel » était à l'image du palais et du cosmos), mais pour examiner si le résultat apparemment complexe de la croissance des villes durant des millénaires, sous la contrainte topologique incontournable de l'étendue (d'une variété à deux dimensions), ne les a pas obligés à une structuration dont ils avaient ou non, conscience.

## DEUXIÈME ÉCUEIL

La nouveauté de la formulation mathématique de *l'auto-similarité*, le succès du néologisme « fractal », la simplicité de l'outillage mathématique n'ont pas manqué d'entraîner un effet de mode, comme il en est de tout nouveau concept performant. On a vu des « fractales » partout, le monde n'était bientôt plus que *fractales*. Comme on avait vu des « Rayons N », de la « relativité », des « catastrophes » ou des « composées de Fourier » partout, mais dans une moindre mesure. La question est de savoir si cela est bien pertinent. Par définition, il est toujours possible de trouver une « dimension fractale ». Mais recouvre-t-elle une réelle structure interne pertinente, au-delà d'une répartition statistique non aléatoire ?

L'intérêt de la notion de *fractalité* est l'idée que l'on retrouve les mêmes formes, et donc les mêmes phénomènes sous-jacents, à différentes échelles. Bien sûr des fractales parfaites n'existent pas dans la nature. Même si le chou *Romanesco* est un excellent exemple d'une telle géométrie (on y observe cinq ou six ordres de répétition du motif, ce qui est énorme), il demeure une échelle au-dessus de laquelle ce n'est plus effectif, également une échelle en dessous de laquelle le phénomène s'arrête.

Le grand intérêt de l'objet fractal a été d'ouvrir la possibilité de décrire des objets complexes, mais dont la structure dynamique (itérative) était simple. Cela lui a donné sa force et son aura fabuleuse. La tentation est grande après-coup de se servir de cette aura (les « bénéfiques secondaires » décrits par Bourdieu) en se servant à la fois du langage associé et des techniques liées alors qu'elles ne sont plus pertinentes. Par exemple le tracé des lois en *log* doit dessiner des droites, dont la pente donne la dimension fractale. Bien sûr, à cause du domaine de validité restreint, on n'observe plus qu'une portion de droite entre deux courbes (les limites hautes et basses). Et encore, plus souvent on n'observe plus qu'une bosse, sans plus de segment droit clairement identifiable.

La généralisation de la fonction de la mesure fractale (par tracé en *log* du comptage de boîtes comme présentée en premier), proposée par Frankhauser (seconde équation), semble un moyen de généraliser cette formule, en lui rajoutant des paramètres. Il peut sembler que cela ouvre un champ de description plus large (en introduisant en effet aussi de nombreux « descripteurs » basés sur ces paramètres). Mais la première conséquence est alors de réduire considérablement le sens de la mesure. On mesure en effet des paramètres, mais ceux-ci ne sont plus reliés à une véritable *fractalité*, au contraire leur existence même montre que l'on n'est plus *fractal*.

Il faut alors faire un long travail pour trouver le sens que peuvent avoir ces nouveaux paramètres, et les valider sur de nombreux cas. On ne doute pas que Frankhauser ait effectué ce travail. Mais il semble alors qu'il faille donner un nom à ces paramètres, correspondant à leur sens, et surtout les présenter alors en dehors du discours général sur la *fractalité*. Utiliser ces paramètres dans le cadre d'une présentation fractale semble alors assez paradoxal, puisqu'encore une fois ils mesurent l'écart à la *fractalité* d'une certaine manière.

Mais l'utilisation de ces mesures est très tentante, car elle offre une sorte de quantification objective, un peu mystérieuse car on ne comprend pas forcément son sens et son origine : elle est alors d'autant plus attirante. La rattacher dans le cadre renommé, connu et validé des fractales est alors nécessaire pour lui donner une sorte de normalité et de justification insoupçonnable.

De telles mesures pourraient toujours être utiles, et effectivement donner des quantités qui permettraient de trier les observations et de créer une classification. Cela prendrait encore plus de sens si cela permettait de revenir à des mécanismes sous-jacents différents. Mais le risque est grand que cela finisse comme cela a fini dans un domaine grand consommateur de mesures fractales à une certaine époque, en physique. Malgré le grand engouement des mesures dans tous les systèmes accessibles, l'accumulation de mesures plus ou moins valides n'as révélé qu'une chose, et fait émerger un constat : on ne savait pas quoi faire de ces valeurs. Le principal intérêt était de pouvoir caractériser si l'objet est fractal ou pas, précisément en regardant s'il existait des zones où la théorie fractale s'appliquait raisonnablement. Pour le reste, finalement, on pouvait aussi « voir à l'œil nu » que le système était *auto-similaire* (pour reprendre cette dénomination plus parlante). Et la mesure de la dimension fractale ne servait qu'à dire si le fractal était plus « fin » ou plus « gras ». Mais de sa valeur exacte on n'a jamais rien su tirer de significatif, à part sa présence dans des intervalles assez évidents (entre 1 et 2 par exemple pour les figures planes).

Il semble que dans la démarche d'A. Arrouf et de ses collègues le même risque se présente : l'accumulation de mesures dans des intervalles assez limités permet-elle d'opérer des différenciations « objectives » entre ce qui pourtant « saute à l'œil » ?

C'est à la fois toute la difficulté d'objectivisation de ces structures complexes, que l'œil est habitué à remarquer, mais de manière « intuitive ». On pourrait espérer que l'usage de la théorie fractale permette d'opérer cette objectivisation. Mais on semble tomber sur deux obstacles : le premier est que les structures observées ne sont pas vraiment fractales (sauf à peu près les structures de croissance spontanées

traditionnelles) et ensuite que les déviations à la *fractalité*, ainsi introduites, ne semblent pas correspondre à ce que l'œil mesure spontanément. Du coup, l'ensemble des mesures est un peu dispersé et mélangé, sans nette séparation des groupes.

Peut-être l'accumulation d'observations retirerait-elle ce sentiment. Mais il semble à priori que l'accumulation produira le même résultat que dans le domaine de la physique : ôter le sens même de cette mesure. Il resterait à engager un autre travail, selon une autre approche : essayer de déterminer ce que l'œil perçoit intuitivement, pour l'objectiver. On aura alors la possibilité de disposer d'une mesure qui serait à la fois basée sur l'objet étudié et sur le fonctionnement humain, adapté à analyser ce type d'objets réels (ne serait-ce qu'après la très longue évolution et la sélection naturelle), et qui donnerait alors, comme notre intuition, des séparations nettes entre cas observés.

C'est ce qui se dessine dans le travail d'Arrouf *et al.*, car à part une caractérisation rapide du bord (par exemple : le rapport entre la longueur du périmètre et le plus grand côté de la surface pourrait donner le même résultat), c'est un autre indice visuel simple, la densité, qui semble différencier les types de quartiers de la manière la plus efficace possible.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bonnin Ph. et Douady S., 2013, « Analyse et modélisation de la morphogenèse du réseau des rues », in ouvrage collectif du groupe FMR (flux, matrices, réseaux) n° 2 : *Les réseaux dans le temps et dans l'espace*, Paris octobre 2013. <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00869371>
- Courtat T., Douady S., 2011, « Mathematics and Morphogenesis of the City: A Geometrical Approach », *Physical Review E*.
- Lagesse C., Bonnin Ph., Bordin P., Douady S., 2016, « Méthodologie de modélisation et de caractérisation des réseaux viaires spatiaux. Application au réseau viaire de Paris, *Flux*, 2016/3 n° 105, juillet-septembre.
- « Notes pour un abrégé de topologie humaine ; de la nécessité d'une science des lieux », in *Conjuguer la ville. Architecture, anthropologie, pédagogie*, de Villanova R. (dir.), L'Harmattan, 2007, (335 p.), p. 281-300.

## CHAPITRE 5

# Simulation de scénarios fractals d'urbanisation et des mobilités quotidiennes résultantes<sup>1</sup>

Cécile Tannier

*Chargée de recherche CNRS, Université Bourgogne Franche-Comté,  
UMR Chrono-Environnement*

Marc Bourgeois

*Maître de conférences, Université Lyon 3 Jean Moulin,  
UMR Environnement, Ville, Société*

Maxime Frémond

*Chercheur associé, Université de Franche-Comté, UMR Théma*

De nombreux auteurs ont montré le caractère fondamental des interactions existant entre deux composants du système urbain, à savoir l'occupation du sol et les transports (comprenant les mobilités associées) (Wegener 2004, 2014). Ces interactions sont complexes et produisent des effets non linéaires. Ceci explique qu'il soit impossible de définir des règles simples associant une forme urbaine donnée à une quantité de trafic donnée (Cervero et Murakami, 2010 ; Conway, 2009 ; Geurs et van Wee, 2006 ; Schwanen *et al.*, 2001), et qu'une extrapolation linéaire des tendances actuelles n'aide pas aux choix futurs d'aménagement. Qui plus est, les mêmes formes de développement urbain peuvent entraîner des évolutions de trafic routier très différentes notamment en raison de la configuration initiale de la zone d'étude. Comme nombre de systèmes complexes, les systèmes urbains se caractérisent par une forte dépendance aux conditions initiales (*path dependency*) (Andersson, 2008). Tous ces constats ont amené

---

1. Les deux expérimentations décrites dans ce chapitre ont bénéficié du soutien financier du Fond Européen de Développement Régional et du Conseil Régional de Franche-Comté (projet ODIIT MSHE CN Ledoux, Besançon, France), ainsi que du Fond National de la Recherche du Luxembourg. Le développement des applications MUP-City et MobiSim a bénéficié du soutien financier du Commissariat général au développement durable (CGDD/DRI) du ministère français de l'Écologie, du Développement durable et de l'Énergie (MEDDE), dans le cadre du programme PREDIT.

certaines chercheurs à affirmer qu'il est impossible de définir des préconisations générales d'aménagement qui puissent être appliquées en tous lieux avec succès (Couch, Sykes et Börstinghaus, 2011). Comme il est très difficile d'identifier les possibles points de bifurcation de tendances non linéaires (Wilson, 2010), il est très difficile d'anticiper les configurations futures, tant des localisations des activités que des flux de mobilité, et donc d'estimer les évolutions de trafic qui vont résulter d'un scénario donné de développement urbain.

En raison de la complexité des interactions entre le système des localisations et celui des transports, peu de publications scientifiques présentent des simulations prospectives du développement urbain qui associent les changements d'occupation du sol aux évolutions de trafic. Et un nombre encore moins grand de publications présentent de tels résultats de simulation à résolution spatiale fine. Tel est le défi relevé dans le cadre de deux expérimentations, l'une concernant le Grand-Duché du Luxembourg et l'autre, l'aire urbaine de Besançon située à l'est de la France. Ces deux expérimentations visaient à imaginer des formes de développement résidentiel originales et innovantes, et à étudier leur impact sur les mobilités individuelles quotidiennes.

Pour concevoir et simuler des formes du développement résidentiel originales, le principe adopté a été de combiner les règles d'un développement résidentiel fractal au niveau local avec d'autres règles d'aménagement à l'échelle globale (par exemple, la concentration de la croissance résidentielle dans la ville-centre). Différents scénarios de développement résidentiel ont été simulés suivant ce principe en mobilisant, d'une part, l'application MUP-City et des traitements statistiques et géomatiques complémentaires et, d'autre part, la plateforme de simulation MobiSim. Ces scénarios de développement résidentiel ont été simulés à partir de la forme urbaine actuelle dans chacune des zones d'étude pour la période 2010-2030. La simulation a porté sur la création de nouveaux bâtiments résidentiels mais pas sur la construction de nouvelles routes qui leur est souvent associée (Mistova *et al.*, 2011). Les nouveaux bâtiments construits se présentent sous la forme de cellules carrées de 20 mètres de côté, ce qui correspond approximativement à la taille d'une maison individuelle et de son jardin dans les zones d'étude considérées.

Disposer uniquement du développement résidentiel futur (possible ou imaginé) ne suffit pas pour la simulation prospective des mobilités quotidiennes. D'autres évolutions doivent être prises en compte : évolutions démographiques, sociales, économiques, technologiques, évolution des réseaux de transport... Les deux expérimentations présentées ici ont tenu compte des évolutions démographiques, de la hausse du prix du carburant et des changements de localisations résidentielles des ménages.

L'expérimentation concernant le Grand-Duché du Luxembourg a consisté en la simulation des mobilités quotidiennes à l'état initial en 2010 au moyen de la plateforme MobiSim, sur la base de l'occupation du sol et des localisations des activités et des individus existantes. Une autre simulation a été réalisée pour l'année 2030. À cet effet, une population artificielle d'individus et de ménages créée à partir de projections démographiques et l'allocation résidentielle des ménages réalisées dans le cadre du projet MOEBIUS (Gerber *et al.*, 2013) ont été projetées sur différents développements résidentiels simulés au moyen de MUP-City.

L'expérimentation concernant l'aire urbaine de Besançon a consisté en différentes simulations dynamiques LUTI (*Land Use and Transport Integrated*) des évolutions annuelles 2010-2030 au moyen de la plateforme MobiSim. Les résultats de simulation issus de MUP-City ont été intégrés dans MobiSim en entrée de simulation.

## 1. DESCRIPTION DES MODÈLES UTILISÉS

### 1.1. MUP-City : simulation fractale de nouveaux développements résidentiels

L'application MUP-City permet d'identifier des développements résidentiels potentiellement intéressants pour des villes européennes de 100 000 à 1 000 000 d'habitants environ, partant d'un tissu urbain existant. La localisation des cellules intéressantes à urbaniser est déterminée par un principe fractal d'urbanisation, sur la base d'une décomposition multi-échelle du tissu bâti existant (figure 1). Outre le choix d'une dimension fractale pour les nouveaux développements résidentiels (correspondant à la variable  $N_{\max}$  dans la figure 1), le principe d'urbanisation fractal impose que les cellules non urbanisées au niveau de décomposition  $l_1$  ne peuvent être urbanisées à un niveau de décomposition plus fin  $l_2$ . Ainsi, la connectivité des espaces non bâtis est préservée.

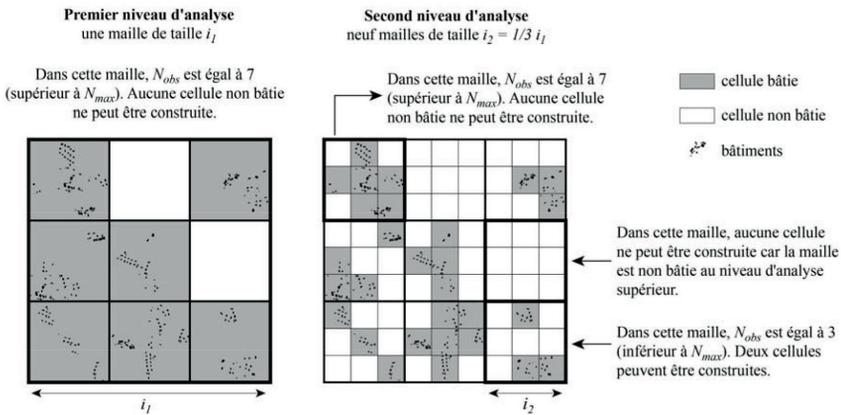
Neuf règles additionnelles d'aménagement ajoutent des contraintes supplémentaires au développement résidentiel simulé :

1. Préservation du contact entre bâti et non bâti tout en minimisant la fragmentation des espaces non bâtis (règle morphologique)
2. Proximité au réseau routier existant
3. Bonne accessibilité aux commerces et services de fréquentation quotidienne
4. Bonne accessibilité aux commerces et services de fréquentation hebdomadaire

5. Bonne accessibilité aux commerces et services de fréquentation mensuelle ou plus rare
6. Bonne accessibilité au réseau de transport en commun
7. Bonne accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation potentielle quotidienne
8. Bonne accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation potentielle hebdomadaire
9. Bonne accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation potentielle mensuelle ou plus rare

Figure 1

**Exemple d'application de la règle fractale d'urbanisation pour  $N_{max}$  égal 5, soit une dimension fractale égale à 1,46. D'après (Tannier *et al.*, 2012b)**



Chaque règle additionnelle d'aménagement est représentée par une valeur d'évaluation comprise entre 0 et 1 pour chacune des cellules. Ces différentes valeurs d'évaluation sont ensuite agrégées en une valeur synthétique d'intérêt de chaque cellule à être urbanisée. Tout ou partie des règles peuvent être appliquées pour effectuer une simulation de développement résidentiel. Le poids de chacune des règles dans l'évaluation synthétique de l'intérêt des cellules à être urbanisées peut être différent d'une simulation à une autre, de manière à représenter différentes orientations d'aménagement. Pour agréger les évaluations issues des différentes règles en une valeur d'évaluation synthétique, deux possibilités sont proposées : la somme pondérée ou la méthode d'agrégation de Yager (1977) qui inclut la méthode de comparaison par paire de Saaty (1977). En utilisant la somme pondérée (avec la somme des poids des règles normalisée à 1), aucune évaluation ne diminue le total de l'agrégation. Au contraire, la méthode d'agrégation de Yager (1977) représente une application beaucoup plus stricte (ou exigeante) des

différentes règles d'aménagement. De ceci résulte une différenciation plus importante des cellules au regard de leur intérêt à être urbanisées.

Dans MUP-City, la prise en compte de zones non urbanisables (zones naturelles protégées, zones de fortes pentes, zones inondables...) suit également une logique multi-échelles. Le développement résidentiel est possible dans une cellule uniquement quand celle-ci contient davantage de zones urbanisables que de zones non urbanisables.

Tableau 1

**Modélisation multi-échelle dans MUP-City**

<b>Règle d'aménagement</b>	<b>Représentation dans MUP-City</b>
Règle fractale d'urbanisation	Résolutions spatiales emboîtées
Prise en compte des zones non-urbanisables	Résolutions spatiales emboîtées
Règle morphologique	Résolutions spatiales emboîtées
Règle de proximité à la route	Taille du voisinage (en nombre de cellules) variable en fonction de la résolution spatiale considérée
Règles d'accessibilité	Portées spatiales (distances maximales acceptables) variables en fonction de la nature et de la fréquence de recours des commerces et services ou des infrastructures vertes et de loisir considérés Portées spatiales fixes à travers les résolutions spatiales

La version initiale 0.8 de MUP-City comportait les règles additionnelles d'aménagement n° 1 à 4 et ne s'appliquait qu'aux zones périurbaines (Frankhauser *et al.*, 2010 ; Tannier *et al.*, 2010 ; Tannier *et al.*, 2012a et b). La version actuelle 1.2 comporte davantage de règles (ajout des règles n° 5 à 9) et les règles 3 et 4 ont été modifiées de manière à permettre l'application de MUP-City à l'ensemble d'une région urbaine (Bourgeois, 2015 ; Frémond, 2015 ; Tannier *et al.*, 2016b)<sup>2</sup>.

*1.2. La plateforme de simulation MobiSim*

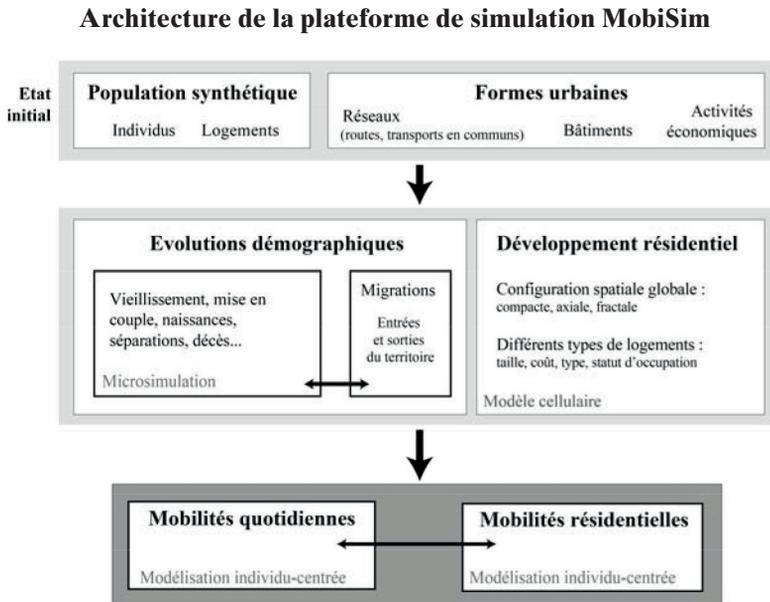
MobiSim<sup>3</sup> est une plateforme de simulation LUTI qui permet d'identifier les conséquences possibles, sur l'organisation des flux de mobilité quotidienne et résidentielle, de scénarios d'aménagement

2. L'application, accompagnée de son descriptif, est disponible en ligne : <https://sourcesup.renater.fr/mupcity/>

3. Site web : <http://thema.univ-fcomte.fr/mobisim/>

(modification de l'offre de transport en commun, réduction de la vitesse de tronçons routiers, ouverture de nouvelles zones à l'urbanisation...) ou d'évolutions socio-économiques (hausse du prix du carburant, augmentation du nombre de familles monoparentales...). La modélisation, spatialement explicite, est désagrégée au niveau des individus, des ménages et des logements. La durée du pas de simulation est d'une année. À l'initialisation d'une simulation, MobiSim crée une population artificielle d'individus, de ménages et de logements reconstituée à partir des données de recensement de population de l'INSEE disponibles à l'échelle des IRIS ou des communes (Antoni, Lunardi et Vuidel, 2016) (figure 2). La population (individus et ménages) évolue chaque année au moyen d'un modèle de microsimulation des événements démographiques (naissances, décès, mises en couple...) (Hirtzel, 2015). Chaque année simulée, certains ménages déménagent et une partie d'entre eux s'installent dans les nouveaux logements créés par simulation. De ces mouvements de population résulte une modification du trafic sur les réseaux de transport pour les déplacements quotidiens (travail, courses, loisirs...).

Figure 2



Le module de simulation des mobilités quotidiennes individuelles de MobiSim fonctionne sur la base d'un modèle de trafic à quatre étapes (Antoni, Lunardi, Vuidel, 2016). Les déplacements inter-urbains ne

sont pas simulés par MobiSim mais le trafic correspondant, estimé à partir des données de comptage routier, peut être ajouté au trafic intra-urbain pour chaque tronçon routier. Le modèle de simulation des migrations résidentielles considère, lui, les ménages et non les individus. La migration résidentielle résulte d'une interaction *push-pull* entre des éléments qui poussent le ménage à déménager (*push*) et des éléments qui l'amènent à choisir une localisation résidentielle plutôt qu'une autre (*pull*) (Tannier *et al.*, 2016a).

### 1.3. Zoom sur le module de simulation du développement résidentiel de MobiSim

Dans MobiSim, le module de simulation du développement résidentiel permet de simuler la création de nouveaux bâtiments résidentiels et d'affecter des logements dans les bâtiments construits par simulation. Quatre statuts d'occupation des logements sont représentés : propriétaire-occupant, locataire privé, locataire social et propriétaire-occupant en logement en coût maîtrisé. La simulation du développement résidentiel avec MobiSim se déroule en trois temps.

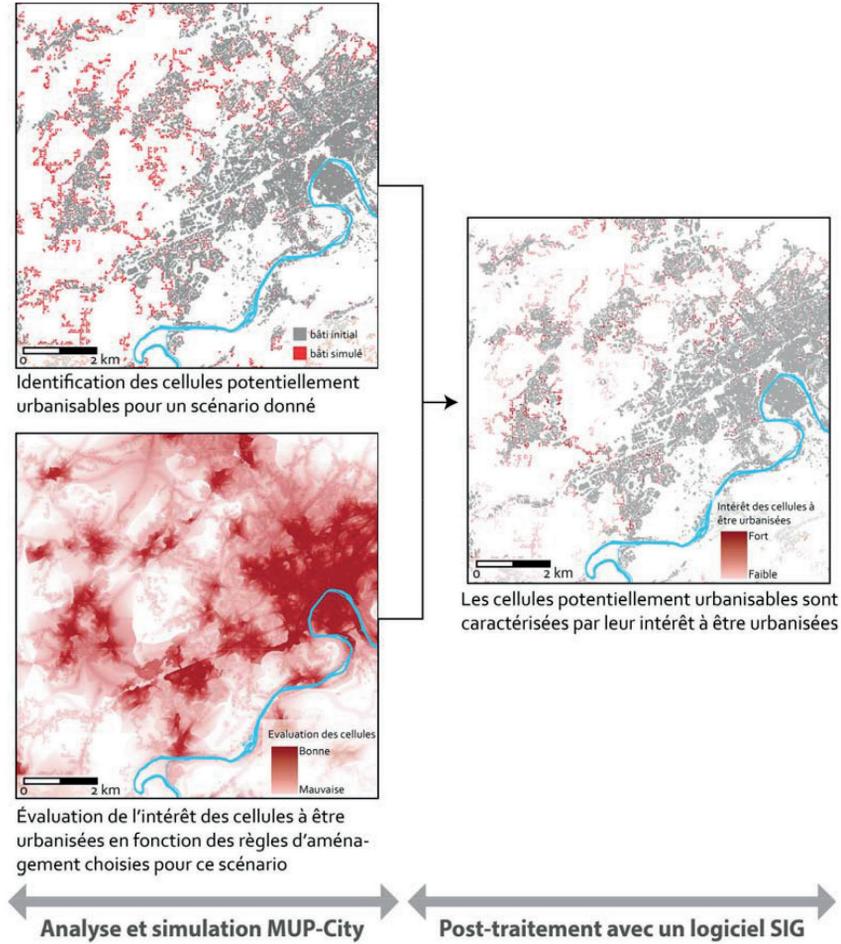
En premier lieu, à l'échelle de l'ensemble de la région urbaine (échelle macro-géographique), on définit le nombre total de logements qui seront créés par année de simulation. On définit également leur répartition en fonction de leur type (maison individuelle ou appartement dans un immeuble collectif) et de leur taille exprimée en nombre de pièces.

Ensuite, à une échelle méso-géographique, on fixe un principe de répartition spatiale des logements créés. À l'échelle de l'ensemble de l'agglomération urbaine (macro-géographique), on applique un modèle de croissance soit aux taches urbaines (agrégats bâtis) existants, soit aux communes ou quartiers de l'agglomération. Différents modèles de croissance peuvent être appliqués, de manière à simuler différents scénarios de développement résidentiel, par exemple la croissance de chaque tache urbaine ou de chaque commune proportionnellement à sa population actuelle ; un développement résidentiel privilégiant les taches urbaines ou les communes les plus importantes ; un développement résidentiel différencié en vue d'accentuer le caractère polycentrique hiérarchisé de l'agglomération.

À une échelle locale (micro-géographique), de nouveaux bâtiments sont construits par MobiSim de manière à accueillir tous les logements précédemment créés. Les bâtiments sont localisés dans les cellules les plus intéressantes à urbaniser définies au moyen de l'application MUP-City (figure 3). L'identification de cellules intéressantes

Figure 3

**Préparation des données de simulation issues de MUP-City pour leur intégration dans MobiSim (d'après Bourgeois, 2015)**

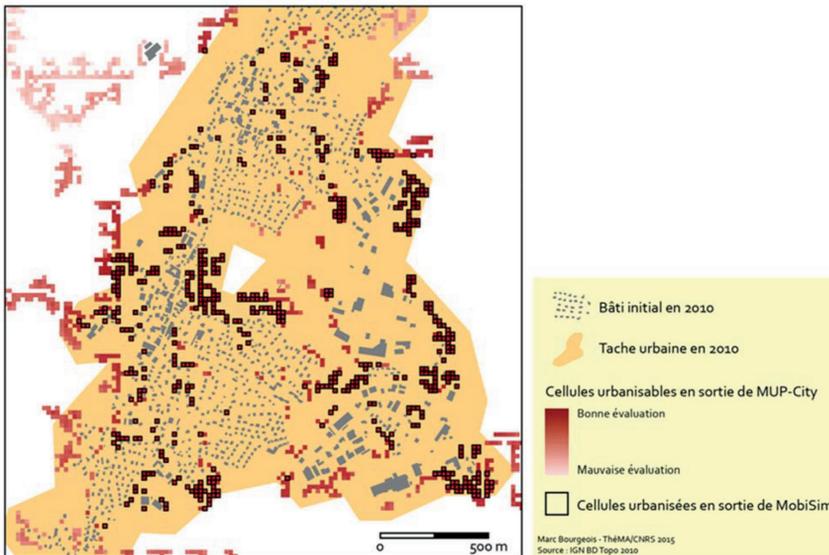


à urbaniser d'après MUP-City se présente sous la forme d'une carte raster des cellules potentiellement urbanisables, caractérisées chacune par leur intérêt à être urbanisées. L'intérêt d'une cellule à être urbanisée varie entre 0 et 1. Sur cette base, MobiSim construit des bâtiments en les localisant à l'intérieur ou à proximité des agrégats bâtis existants, dans les cellules intéressantes à urbaniser d'après une carte issue de MUP-City. Les bâtiments sont d'abord placés au sein même des agrégats bâtis puis, quand il ne reste plus de cellules urbanisables en leur sein, à des distances croissantes de ceux-ci jusqu'à ce que tous les logements générés au départ soient abrités dans un bâtiment.

La simulation d'un développement résidentiel fractal à une échelle locale avec la plateforme MobiSim passe donc par l'intégration, en entrée de simulation, de configurations fractales de développement résidentiel créées avec MUP-City. On obtient ainsi, pour chaque scénario, une carte des bâtiments nouvellement créés (figure 4). Chaque bâtiment est caractérisé par son année de construction, son type (maison individuelle ou immeuble collectif) et le nombre de logements (différenciés en fonction de leur taille) qu'il contient.

Figure 4

**Comparaison des sorties de simulation de MUP-City et de MobiSim.  
Exemple pour les communes de Serre-les-Sapins et Franois  
(département du Doubs) (tiré de Bourgeois, 2015)**



## 2. APERÇU SYNTHÉTIQUE SUR LES DEUX EXPÉRIMENTATIONS

Les deux expérimentations consistent en la simulation de plusieurs scénarios contrastés de développement résidentiel à l'horizon temporel 2030, et des mobilités quotidiennes individuelles résultantes. Les points communs des deux expérimentations concernent essentiellement les outils de simulation utilisés (MUP-City et MobiSim) ainsi que la démarche de scénarisation adoptée. Elles diffèrent de par leurs objectifs en matière d'étude prospective des mobilités quotidiennes. Pour le Grand-Duché du Luxembourg, l'objectif était d'étudier les parts modales, distances parcourues et temps de transport des

individus pour chacun des scénarios de développement résidentiel. Pour l'aire urbaine de Besançon, ce sont les effets de barrière du trafic routier sur la connectivité des habitats de différentes espèces animales qui étaient visés par l'étude. Ce faisant, dans la suite du chapitre, les résultats obtenus concernant les mobilités quotidiennes des individus seront davantage détaillés pour la première expérimentation que pour la seconde. Les démarches méthodologiques adoptées dans chacune des expérimentations sont aussi différentes. Pour le Luxembourg, plusieurs modèles ont été appliqués successivement pour simuler les configurations du bâti et des mobilités quotidiennes d'abord en 2010, puis en 2030. Pour l'aire urbaine de Besançon, les simulations ont été intégralement réalisées avec la plateforme MobiSim et la situation en 2030 résulte des dynamiques annuelles simulées entre 2010 et 2030.

Tableau 2

**Informations et données mobilisées pour chacune des expérimentations**

	Informations	Données utilisées	
		Aire urbaine de Besançon	Grand-Duché du Luxembourg
Pour la simulation du développement résidentiel	Zones non urbanisables : zones naturelles protégées et zones de captage des eaux, zones de fortes pentes, surfaces en eau, zones inondables	DREAL, 2009 BD Topo DEM® IGN, 2010 BD Topo® IGN, 2010 Cartorisque, MEDDE ( <a href="http://cartorisque.prim.net/">http://cartorisque.prim.net/</a> , accès août 2012)	OBS, 1999 BD-L-TC, IGN, 2010
	Bâtiments (emprise au sol)	BD Topo® IGN, 2010	BD-L-TC, IGN, 2010
	Réseau des routes et chemins	BD Topo® IGN, 2010	BD-L-TC, IGN, 2010
	Commerces et services	BD SIRENE INSEE 2012	Editus, 2010, géolocalisée
	Infrastructures vertes et de loisirs	-	OBS, 1999 BD-L-TC, IGN, 2010
	Stations de transport en commun : tram et trains régionaux	Saisie manuelle à partir des plans fournis par la Communauté d'agglomération du Grand Besançon	BD-L-TC, IGN, 2010

	Informations	Données utilisées	
		Aire urbaine de Besançon	Grand-Duché du Luxembourg
<b>Pour la simulation des mobilités quotidiennes individuelles</b>	Données socio-démographiques sur les individus, les ménages et les logements	Recensement de la population INSEE, 2009	Recensement de la population ; STATEC, 2010
	Localisation des activités (commerces, services, autres entreprises...)	BD SIRENE INSEE 2012	Zones d'emplois, BD-L-TC, IGN, 2010
	Tables horaires des réseaux de transport public	Saisie manuelle à partir des documents de bus, tram et trains régionaux fournis par les autorités organisatrices des transports (Ginko, SNCF)	Communauté des Transports au Luxembourg (Verkéiersverbond)
	Caractéristiques fonctionnelles des tronçons routiers (capacité, vitesse réglementaire, sens de circulation, sinuosité, pente)	Saisie manuelle et calculs géomatiques	Saisie manuelle et calculs géomatiques
	Quantification du trafic de transit	Données de comptage routier : Direction interdépartementale des routes Centre-Est, 2013 ; Conseil Général du Doubs, 2009 à 2012 ; Conseil Général de Haute-Saône, 2008 à 2012	-

Chaque zone d'étude à l'état initial (en 2010) est représentée de manière très détaillée (tableau 2). Les mêmes informations sont prises en compte dans les deux cas mais renseignées par des données issues de sources différentes.

Pour le Grand-Duché du Luxembourg, les évolutions démographiques consistent en une projection pour 2030 (hypothèse dite « baseline » des projections démographiques du STATEC, organisme

statistique luxembourgeois). Selon cette projection, la population atteint 720 738 individus en 2030 contre 506 953 individus en 2010. Pour l'aire urbaine de Besançon, les évolutions démographiques ont été simulées annuellement au moyen du modèle de microsimulation de MobiSim. D'environ 234 340 individus en 2010, la population atteint 289 780 individus en 2030.

Dans le cas du Grand-Duché du Luxembourg, la projection démographique fixe l'objectif à atteindre en matière de quantité de logements à construire d'ici 2030, à savoir 129 759 logements. Des règles de densité (nombre de logements par hectare) permettent ensuite de convertir cet objectif en nombre de cellules bâties à créer avec MUP-City et des traitements géomatiques complémentaires. Pour l'aire urbaine de Besançon, la quantité de logements à construire a été fixée à 1 400 logements par an, en tenant compte à la fois de la faible croissance du nombre d'individus et de l'augmentation marquée du nombre de ménages. Cet objectif est en accord avec le SCoT (Schéma de cohérence territoriale, 2011), dont le périmètre est restreint vis-à-vis de celui de l'aire urbaine et qui préconise de construire 1 250 logements chaque année. Les logements nouvellement construits sont placés par MobiSim dans des cellules identifiées comme intéressantes à urbaniser par MUP-City.

Les scénarios de développement résidentiel simulés dans les deux expérimentations ont vocation à être réalistes, c'est-à-dire qu'ils représentent des futurs plausibles, sinon possibles, de la croissance résidentielle. Les formes locales des développements résidentiels simulés sont fractales. Pour Besançon, les scénarios font varier la dimension fractale du développement résidentiel entre 1,46 et 1,77. Pour le Luxembourg, la dimension fractale ne varie pas ; elle a été fixée à 1,77. Quand la dimension fractale est proche de 1,5, les tissus bâtis sont caractérisés par une grande diversité de tailles des agrégats bâtis et de distances entre ces agrégats. Inversement, une dimension fractale proche de 2 caractérise des tissus bâtis uniformes, dans lesquels les bâtiments peuvent être soit concentrés, soit dispersés (Thomas, Frankhauser et De Keersmaecker, 2007 ; Thomas, Frankhauser et Biernacki, 2008). À l'échelle globale, différents zonages sont adoptés pour concentrer le développement résidentiel en certains lieux de chaque zone d'étude. Pour Besançon, le zonage consiste en la délimitation des taches urbaines (agrégats bâtis) et leur classification par taille. Selon les scénarios, le développement résidentiel est concentré uniquement dans la tache urbaine principale (agglomération morphologique) ou bien réparti entre les différentes classes de taille de taches urbaines. Dans l'expérimentation du Luxembourg, les scénarios sont basés chacun sur une typologie de communes différente, le développement résidentiel étant plus ou moins concentré dans chaque commune selon sa classe d'appartenance.

La simulation du développement résidentiel au Luxembourg intègre davantage de contraintes d'aménagement qu'à Besançon (tableau 3). L'importance des différentes règles d'aménagement varie selon que la priorité est donnée à la proximité aux commerces et services ou bien aux transports en commun. Les normes d'accessibilité ont été choisies différemment pour Besançon et le Luxembourg mais sont identiques pour tous les scénarios d'une même aire étude (tableau 4).

Tableau 3

**Valeur d'importance accordée aux différentes règles d'aménagement**

Intitulé de la règle	Grand-Duché du Luxembourg		Aire urbaine de Besançon	
	Favoriser l'accessibilité aux commerces et services	Favoriser l'accessibilité aux transports en commun	Favoriser l'accessibilité aux commerces et services	Favoriser l'accessibilité aux transports en commun
Règle morphologique	0,295	0,279	0.749	0.411
Proximité au réseau routier existant	0,383	0,279	0.233	0.201
Proximité aux stations de transport en commun	0,474	3,944	1.05	2.876
Accessibilité aux commerces de services de fréquentation quotidienne	3,396	0,700	2.406	1.053
Accessibilité aux commerces de services de fréquentation hebdomadaire	1,618	0,700	0.507	0.460
Accessibilité aux commerces de services de fréquentation mensuelle ou plus rare	0,835	0,700	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>
Accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation quotidienne	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>
Accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation hebdomadaire	0,564	0,700	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>
Accessibilité aux espaces naturels et de loisir de fréquentation mensuelle ou plus rare	0,435	0,700	<i>Non considérée</i>	<i>Non considérée</i>

Tableau 4

**Normes d'accessibilité choisies pour chacune des expérimentations**

	Distance maximale acceptable	
	Grand-Duché du Luxembourg	Aire urbaine de Besançon
Commerces de services de fréquentation quotidienne	400 m.	400 m.
Commerces de services de fréquentation hebdomadaire	2 000 m.	2 000 m.
Commerces de services de fréquentation mensuelle ou plus rare	15 min.	<i>Non considérée</i>
Espaces naturels et de loisir de fréquentation quotidienne	400 m.	<i>Non considérée</i>
Espaces naturels et de loisir de fréquentation hebdomadaire	2 000 m.	<i>Non considérée</i>
Espaces naturels et de loisir de fréquentation mensuelle ou plus rare	5 000 m.	<i>Non considérée</i>
Stations de transport en commun : bus ou tramway	300 m.	400 m.
Stations de transport en commun : train	500 m.	3 000 m.

L'agrégation des évaluations résultant de l'application de chacune des règles en une valeur synthétique d'intérêt de chaque cellule à être urbanisée fait appel à l'opérateur de Yager (1977) dans le cas de l'expérimentation au Luxembourg, et de la moyenne arithmétique pondérée dans le cas de Besançon. En effet, dans ce deuxième cas, le nombre de cellules identifiées comme intéressantes à urbaniser avec l'opérateur de Yager était trop réduit pour permettre au module de développement résidentiel de MobiSim de localiser la totalité des 1 400 logements à construire chaque année. La moyenne arithmétique, de par la compensation qu'elle effectue lors de l'agrégation des différentes valeurs d'évaluation, est moins exigeante. Ce faisant, davantage de cellules sont identifiées comme intéressantes à urbaniser.

Les scénarios conçus dans le cadre de chaque expérimentation impliquent une seule variable de contexte, à savoir la hausse du prix du carburant. Les règles de comportement des individus, en particulier

la détermination de leur planning d'activités et les règles de choix des modes de transport utilisés pour chacun de leurs trajets, sont fixes : elles ne changent ni pour la période 2010-2030, ni d'un scénario à un autre. Le choix modal s'effectue entre trois modes uniquement : la marche à pied, les transports en commun et la voiture. Ainsi, les différences entre les scénarios résultent uniquement de la modification de variables spatiales intervenant dans la définition des formes locales et globales du développement résidentiel simulé. L'expérimentation sur l'aire urbaine de Besançon fait intervenir deux variations spatiales qui n'interviennent pas dans le cas du Luxembourg. La première est l'ajout de nouvelles haltes ferroviaires pour l'un des scénarios (cf. section 4.1). La seconde est l'introduction d'une ligne de tramway à Besançon en 2015 tandis que la mise en place du tramway à Luxembourg-Ville, prévue pour 2018 au moment de la réalisation de l'expérimentation, n'est pas représentée.

### **3. L'EXPÉRIMENTATION POUR LE GRAND-DUCHÉ DU LUXEMBOURG**

Avec ses 2 586 km<sup>2</sup>, le Grand-Duché du Luxembourg est l'un des plus petits pays d'Europe. Il comptait 506 953 habitants en 2010. L'utilisation de l'automobile y est intense. D'après les données de la Banque mondiale diffusée en 2010, le Grand-Duché est le sixième pays émetteur de CO<sup>2</sup> par habitant, derrière Trinité-et-Tobago, le Qatar, le Koweït, Aruba et le Brunei. C'est également le huitième pays en matière de consommation énergétique (en kilogrammes de pétrole par habitant). Avec un développement économique important ces dernières décennies et malgré la crise économique de 2008, le nombre d'emplois au Luxembourg ne cesse d'augmenter, selon un rythme annuel de 3 % entre 1985 et 2012 (Schuller et Sinner, 2013). Ces emplois sont occupés à 42 % par des travailleurs frontaliers venus des pays voisins (Allemagne, Belgique et France). En 2010, le Luxembourg attirait quotidiennement 150 000 frontaliers et ce nombre ne cesse d'augmenter. La croissance économique se double d'une forte croissance démographique, alimentée principalement par l'immigration. Les enjeux soulevés par ces dynamiques sont considérables en termes d'aménagement du territoire, d'infrastructures, de logements, de mobilités, et des conséquences environnementales qui y sont associées. Au regard de ceci, l'objectif de l'expérimentation a été de proposer des formes de développement résidentiel qui permettent de réduire l'utilisation de la voiture pour les déplacements quotidiens des individus.

### 3.1. Simulation de trois scénarios de développement résidentiel

Dans le premier scénario, dit IVL, 80 % des extensions résidentielles sont localisées au sein de 39 communes prioritaires, conformément aux législations et à la planification en vigueur au Luxembourg. La densité de construction est différenciée : une densité de 35 logements à l'hectare est définie pour les communes prioritaires tandis que les autres communes se voient attribuer une densité conforme aux dynamiques observées à l'heure actuelle, soit environ 18 logements à l'hectare. Avec ces densités de logements, le nombre de cellules potentiellement urbanisables d'ici 2030 pour ce scénario est de 120 027 cellules, qui permettent de localiser les 129 759 nouveaux logements d'ici 2030. Les communes prioritaires de l'IVL reçoivent 84 343 cellules nouvellement urbanisées. 35 684 autres cellules sont placées dans les communes complémentaires. Pour le calcul de l'intérêt des cellules à être urbanisées, la priorité est donnée à l'accessibilité aux commerces et services plutôt qu'aux transports en commun.

Le scénario FOD (*Fractal Oriented Development*) consiste en la traduction d'une politique d'aménagement davantage volontariste. L'objectif est de concentrer le développement résidentiel à proximité immédiate des infrastructures de transports en commun, en l'occurrence les gares ferroviaires. La contrainte de proximité aux infrastructures ferroviaires a été introduites de la façon suivante : l'accessibilité piétonne a été calculée pour toutes les gares du Grand-Duché, sur une distance de 1 000 mètres. Une zone de desserte a ainsi été définie afin de limiter les futures constructions à ce seul périmètre. Les cellules identifiées comme intéressantes à urbaniser par MUP-City et localisées dans ces zones de dessertes sont au nombre de 27 085. Logiquement, pour le calcul de l'intérêt des cellules à être urbanisées, une importance supérieure a été accordée à la proximité aux stations de transports en commun. La conversion du nombre de cellules sélectionnées en une densité de logements, via le calcul du ratio entre le nombre de logements et la surface totale des 27 085 cellules urbanisables, aboutit à une densité de construction d'environ 80 logements par hectare.

Le troisième scénario, dit des 23 communes, vise à renforcer la hiérarchie urbaine existante et axer le développement urbain sur les trois zones les plus urbanisées du pays : l'agglomération de Luxembourg-ville, la région Sud et l'agglomération de la Nordstad. Pour le calcul de l'intérêt des cellules à être urbanisées, la priorité a été donnée à l'accessibilité aux commerces et services. Dans les 3 pôles

urbains, 78 105 cellules ont été identifiées par MUP-City comme étant intéressantes à urbaniser. Ceci revient à appliquer une norme de 42 logements par hectare, ce qui est légèrement supérieur à la norme de densité appliquée dans le scénario IVL.

### *3.2. Création d'une population artificielle et allocation résidentielle des ménages pour l'année 2030*

La construction d'une population artificielle d'individus et de ménages pour l'année 2030 a consisté en la construction d'une population artificielle pour l'année de référence 2010 puis en l'évolution de cette population, année par année, jusqu'à l'horizon de simulation 2030 (Cornélis et Barthélémy, 2015). Les fréquences des événements démographiques (naissances, décès, mises en couple...) observées en 2010 ont permis de déterminer les probabilités que ces événements arrivent aux ménages ou aux individus entre 2010 et 2030.

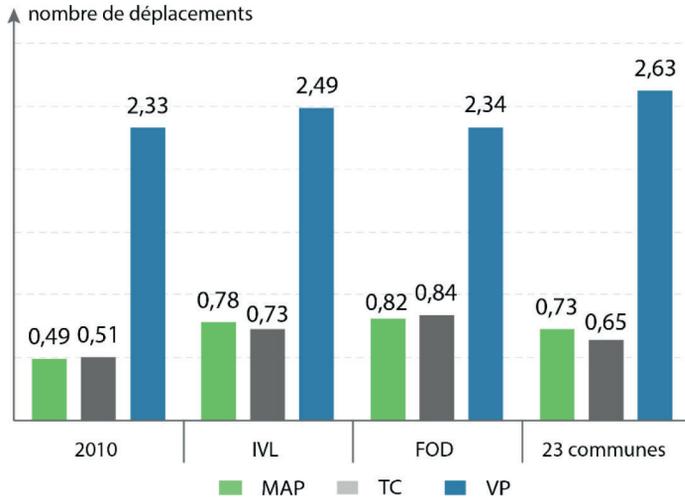
Ensuite, le modèle d'allocation résidentielle développé par Geoffrey Caruso et Cyrille Médard de Chardon à l'Université de Luxembourg (Caruso, 2005 ; Caruso et Médard de Chardon, 2012) a été utilisé pour localiser les ménages de la population artificielle dans les cellules des développements résidentiels simulés. Ce modèle repose sur un processus micro-économique d'enchères entre les ménages sous contrainte d'une maximisation de leur utilité. Les choix de localisation résidentielle sont basés uniquement sur les caractéristiques de l'environnement résidentiel et non celles des logements.

### *3.3. Résultats de simulation des mobilités quotidiennes individuelles avec MobiSim-MQ*

En 2030, le nombre de déplacements simulés est presque identique pour chaque scénario : environ 2,88 millions de déplacements. La différence maximale entre les scénarios est négligeable : 1 944 déplacements entre le scénario FOD et le scénario des 23 communes. Sachant que la population a augmenté de 43 % depuis 2010 et que le nombre de déplacements a augmenté de 72 %, cela représente 4 déplacements par jour par individu, contre 3,33 en 2010 (figure 5). Un fait intéressant est que le nombre de déplacements en voiture croît moins fortement que celui des deux autres modes de transports. Pour le scénario FOD, le nombre moyen de déplacements effectués en voiture par chaque individu est le même en 2030 qu'en 2010. Pour les scénarios IVL et 23 communes, le nombre de déplacements effectués en marche à pied est plus important

Figure 5

**Comparaison du nombre de déplacements quotidiens par individu et par mode entre la situation de référence en 2010 et les scénarios en 2030 (tiré de Frémond, 2015)**



que le nombre de déplacements effectués en transports en commun. L'objectif de 25 % en marche à pied visé par le gouvernement luxembourgeois n'est toutefois pas atteint, quand bien même les règles de construction des scénarios étaient relativement strictes sur cet aspect.

Pour l'ensemble des scénarios, on constate un recul de la part modale de la voiture et une augmentation de la part des déplacements en transports en commun et en modes doux (figure 6). Le scénario FOD montre les changements les plus conséquents, avec une diminution de 16,4 % de la part des déplacements en voiture, passant de 70 % en 2010 à 58,5 % en 2030. Parallèlement, la part des transports en commun augmente de 38 % tandis que la part de la marche à pied augmente de 39 %. Le scénario IVL arrive en deuxième position en matière de partage modal. Le scénario des 23 communes, pourtant plus compact d'un point de vue global, voit la part des déplacements liés à la voiture se réduire le moins (de 70 % à 65,6 %).

Entre la situation initiale et les scénarios, les individus parcourent de plus longues distances (figure 7). Cependant, les distances en voiture diminuent, tandis que les distances en transports en commun et en marche à pied augmentent fortement. Plusieurs explications sont possibles : 1) le report modal a aussi été effectué par des individus se déplaçant sur de longues distances (du nord du pays vers la capitale par exemple) ; 2) malgré une offre en commerces et services de proximité conséquente,

Figure 6

**Comparaison des parts modales entre la situation de référence en 2010 et les scénarios en 2030 (tiré de Frémond, 2015)**

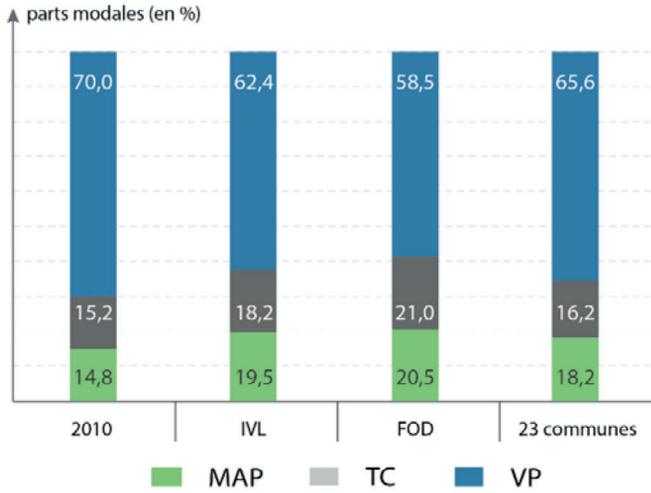


Figure 7

**Comparaison des distances moyennes parcourues par mode et par individu, entre la situation de initiale en 2010 et les scénarios en 2030 (en kilomètres) (tiré de Frémond, 2015)**

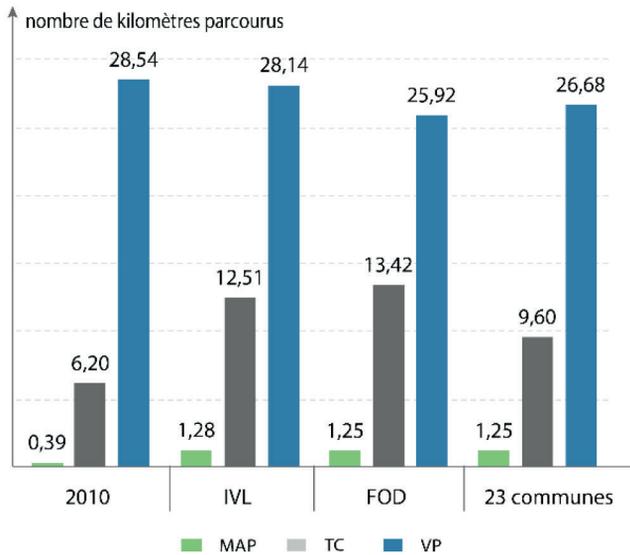
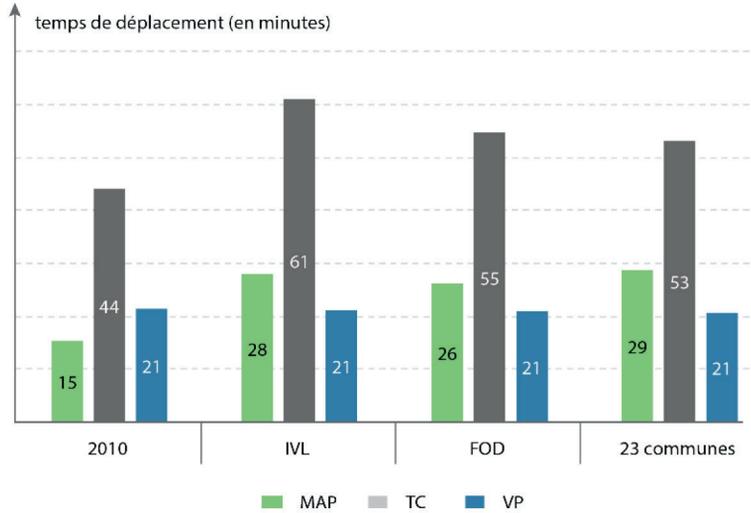


Figure 8

**Comparaison des budgets-temps moyens par déplacement, par motif et par mode entre la situation de référence en 2010 et les scénarios en 2030 (en minutes) (tiré de Frémond, 2015)**

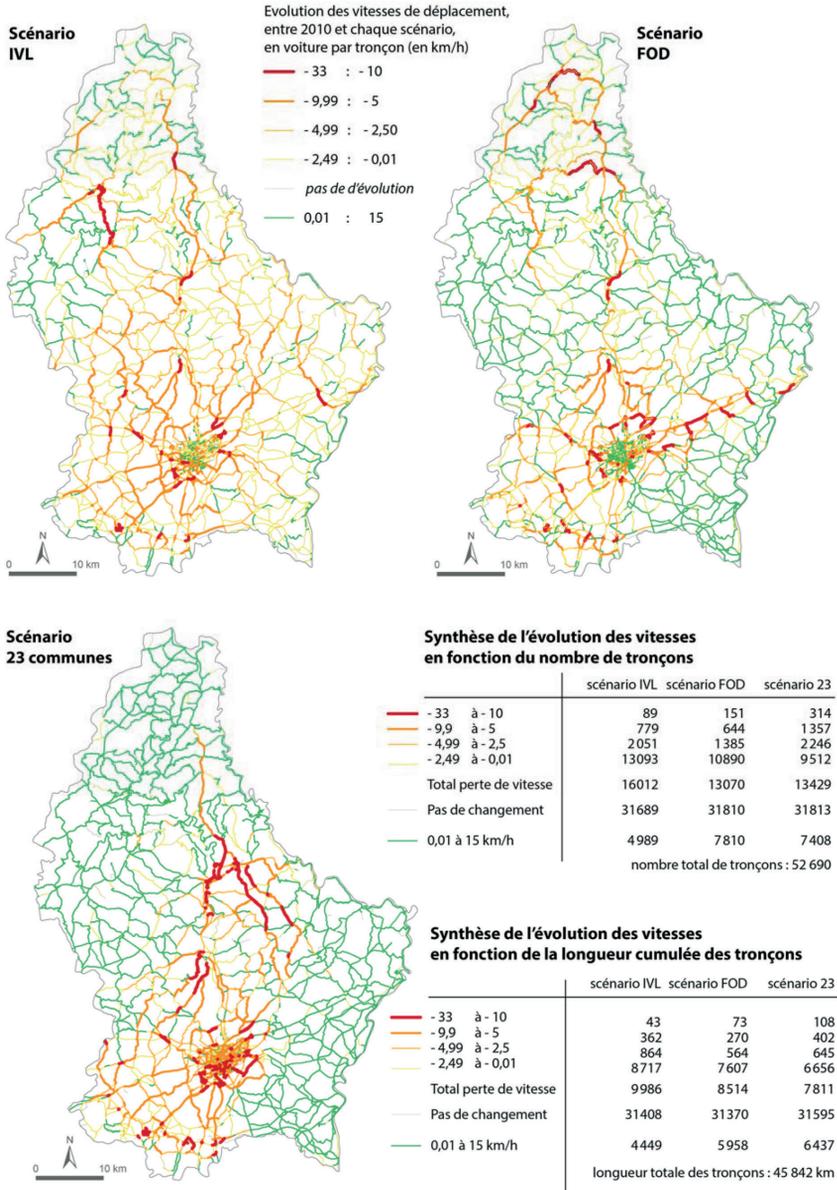


les individus choisissent de fréquenter des lieux éloignés de leur domicile, à proximité de leur lieu de travail, du fait des pérégrinations et des chaînes d'activités. Quoiqu'il en soit, chaque scénario engendre des changements dans les distances moyennes parcourues, ce qui montre l'intérêt des règles de développement résidentiel appliquées dans la construction des scénarios. Ces résultats confirment la relation positive entre la proximité des espaces résidentiels et des réseaux de transports publics, et leur utilisation (Kitamura *et al.*, 1997 ; Cervero, 2002).

L'analyse des budgets-temps de déplacement (figure 8) et des vitesses sur le réseau routier (figure 9) permet d'étudier la relation entre la saturation des réseaux de transports (ici routiers) et le report modal. Les transports en commun et la marche à pied étant beaucoup plus utilisés dans les scénarios que dans la situation initiale, il est logique que les temps de déplacements qui leur sont accordés augmentent. L'analyse des baisses de vitesse de circulation apporte une information supplémentaire, avec la répartition spatiale de la congestion due aux nouvelles extensions résidentielles : la concentration du développement résidentiel induit la congestion sur les routes voisines, avec des ralentissements plus conséquents à proximité des espaces accueillant le plus de nouveaux ménages. Ainsi, les baisses de vitesses observées dans le cadre du scénario des 23 communes touchent moins

Figure 9

**Comparaison des vitesses de circulation en voiture par tronçon, de 8 h à 9 h, entre la situation de référence en 2010 et les scénarios en 2030 (en km/h) (tiré de Frémond, 2015).**



de tronçons que dans le cadre du scénario IVL, et pourtant c'est le scénario qui subit le plus de congestion. Le scénario FOD, qui connaît le report modal le plus favorable vers les alternatives à la voiture, semble le moins concerné par les questions de congestion, ce qui conforte l'idée de la rétroaction sans toutefois répondre à la question : est-ce à cause de la congestion que les agents circulent davantage à pied, en bus ou en train, ou l'inverse ?

#### 4. L'EXPÉRIMENTATION POUR L'AIRE URBAINE DE BESANÇON

La zone d'étude comprend la ville de Besançon (117 000 habitants) et son aire urbaine (317 000 habitants au total). Excepté le centre de Besançon, la densité de population est peu élevée, 57 habitants/km<sup>2</sup>. Les milieux naturels et agricoles sont fortement représentés avec 48 % de forêts, 25 % de prairies et 16 % de cultures. Bien que la commune de Besançon perde des habitants, le nombre d'habitants et de ménages croît dans l'aire urbaine. Les emplois sont majoritairement localisés dans la ville-centre, ce qui entraîne une augmentation de l'usage de la voiture pour les déplacements domicile-travail, tant en fréquences qu'en distances parcourues. Pour tenter de contrer ce phénomène, une ligne de tramway a été construite à Besançon. Sa mise en service date de 2015.

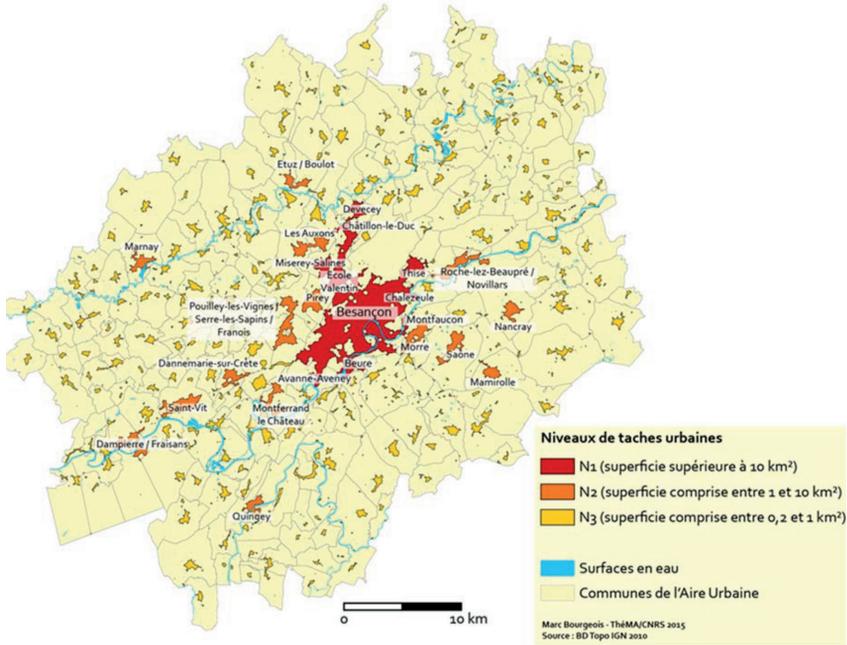
En préalable de la simulation du développement résidentiel, les différents agrégats bâtis composant l'aire urbaine ont été identifiés au moyen de l'application MorphoLim, intégrée à cet effet dans MobiSim. MorphoLim permet la délimitation morphologique d'agrégats bâtis selon une approche fractale (Tannier *et al.*, 2011). Trois types d'agrégats bâtis ont été identifiés en fonction de leur taille (figure 10) : l'agrégat bâti principal (d'une surface supérieure à 10 km<sup>2</sup>) comprenant la ville-centre et quelques communes périphériques, les agrégats bâtis de taille moyenne (de 1 à 10 km<sup>2</sup>) correspondant aux villes secondaires et, enfin, les petits agrégats bâtis (de 0,2 km<sup>2</sup> à 1 km<sup>2</sup>) correspondant aux villages. Pour éviter un éparpillement trop important des nouveaux développements résidentiels, les scénarios simulés ne prévoient aucune urbanisation dans les agrégats bâtis de taille inférieure à 0,2 km<sup>2</sup> (hameaux et maisons isolées).

##### 4.1. Cinq scénarios de développement résidentiel pour 2030

Cinq scénarios théoriques 2010-2030 ont été simulés (tableau 5) : urbanisation compacte (S1), urbanisation modérément compacte (S2), périurbanisation contrôlée (S3), étalement urbain (S4), et urba-

Figure 10

**Aire urbaine de Besançon – Agrégats bâtis identifiés avec MorphoLim, par classe de taille (tiré de Bourgeois, 2015).**



nisation à proximité des haltes ferroviaires et des stations de tramway (développement résidentiel *Transit-Oriented*) (S5) (Cervero *et al.*, 2002).

- Le scénario « *développement résidentiel compact* » (S1) prévoit un développement résidentiel compact à un niveau global et dense à un niveau local. La majeure partie du développement résidentiel de la zone d'étude se produit dans l'agrégat bâti principal suivant une logique monocentrique.
- Le scénario « *développement résidentiel modérément compact* » (S2) prévoit un développement compact de l'urbanisation à un niveau global et modérément dense à un niveau local, suivant l'idée que l'acceptation sociale d'un développement résidentiel modérément dense sera meilleure que celle d'un développement très dense (Camagni *et al.*, 2002). Comme dans le scénario S1, la majeure partie du développement résidentiel se produit dans l'agrégat bâti principal.

Tableau 5  
**Paramètres du développement résidentiel des cinq scénarios simulés**

	Distribution de la croissance résidentielle (% du nombre total de logements construits chaque année)				Dimension fractale du développement résidentiel	Proportion de logements en maisons individuelles et en appartement (%)									
	Besançon	Communes péri-urbaines moyennes	Petits villages péri-urbains	Maison individuelle		Stations de tram (buffer 500m)		Stations de TER principales (buffer 1000m)		Stations de TER secondaires (buffer 500m)		Maison individuelle	Appart.,	Maison individuelle	Petits villages périurbains
						Appart.	Maison individuelle	Appart.	Maison individuelle	Appart.	Maison individuelle				
Compact	80	15	5		1.8	70	30	30	70	30	70	0	0	100	
Modérément compact	80	15	5		1.5	70	30	30	70	30	70	0	0	100	
Périurbain régulé	40	30	30		1.8	70	30	50	50	30	50	0	0	100	
Étalement urbain	40	30	30		1.8 Besançon 1.5 communes périurbaines	70	30	30	70	30	70	0	0	100	
Transit-Oriented Development	Stations de tram (buffer 500m)	Stations de TER principales (buffer 1000m)	Stations de TER secondaires (buffer 500m)		1.8 Besançon 1.5 communes périurbaines	Appart.	Maison individuelle	Appart.	Maison individuelle	Appart.	Maison individuelle	Appart.	Maison individuelle		
	40	30	30			70	30	50	30	70	30	50	0	100	

- Le scénario « *développement contrôlé des zones périurbaines* » (S3) prévoit un développement diffus de l'urbanisation à un niveau global et dense à un niveau local. La majeure partie du développement résidentiel de la zone d'étude se produit dans les agrégats bâtis de petite ou moyenne taille. Le principe de ce scénario est de répondre à la demande des ménages pour une maison individuelle à la campagne tout en limitant la consommation d'espace dans les communes périurbaines.
- Le scénario « *étalement urbain* » (S4) prévoit un développement résidentiel diffus à un niveau global, dense dans l'agrégat bâti principal et modérément dense dans les autres agrégats bâtis. La majeure partie du développement résidentiel de la zone d'étude se produit dans les agrégats bâtis de petite ou moyenne taille. Ce scénario représente les tendances actuelles du développement résidentiel dans la zone d'étude.
- Pour le scénario « *développement résidentiel Transit-Oriented* » (S5), douze nouvelles haltes ferroviaires sont ajoutées et la fréquence de passage des trains est augmentée de manière à améliorer la desserte ferroviaire de la zone d'étude. Le développement résidentiel se produit à proximité des stations de transports publics, dans un périmètre variant selon le type de transport en commun considéré : 500 mètres autour des stations de tramway (toutes localisées dans l'agrégat bâti principal), 1 000 mètres autour des stations de train principales (toutes situées dans les agrégats bâtis de taille moyenne) et 500 mètres autour des stations de train secondaires (toutes situées dans les petits agrégats bâtis) (El-Geneidy *et al.*, 2014). Aucun développement résidentiel ne se produit dans les agrégats bâtis ne possédant pas de stations de tramway ou de train. Les arrêts de bus, aisément déplaçables, ne sont pas considérés.

Dans tous les scénarios, le nombre de logements dans chaque bâtiment nouvellement construit, et donc potentiellement la densité de population, est plus élevé dans l'agrégat bâti principal (70 % de logements en immeuble collectif) que dans les agrégats bâtis de taille moyenne (30 % à 50 % de logements en immeuble collectif), et plus faible encore dans les petits agrégats bâtis (absence d'immeubles collectifs). L'importance respective accordée aux différentes règles d'aménagement dans MUP-City varie selon les scénarios. Dans le cas des scénarios S1 à S4, davantage d'importance est accordée à la proximité aux commerces et services de fréquentation quotidienne

(boulangeries, épiceries, écoles...) et aux stations de transport public (tram, train). Une importance moindre est accordée à la proximité au réseau routier existant et aux commerces et services de fréquentation hebdomadaire (supermarchés, médecins...). La proximité aux espaces ouverts revêt une importance intermédiaire. Dans le scénario S5, la proximité aux stations de transport public est prépondérante par rapport aux autres critères. La proximité aux commerces de services de fréquentation quotidienne est un peu moins importante. La proximité au réseau routier, aux espaces ouverts et aux commerces et services de fréquentation hebdomadaire est moindre.

Les déplacements inter-urbains ne sont pas simulés par MobiSim mais le trafic correspondant, estimé à partir des données de comptage routier, est ajouté au trafic intra-urbain pour chaque tronçon comptabilisant plus de 1 000 véhicules par jour. Ce trafic de transit est augmenté de 0,2 % sur chaque tronçon à chaque année de simulation suivant un prolongement des tendances actuelles (Commissariat Général au Développement Durable, 2012). Dans notre étude, nous n'avons pas tenu compte de l'augmentation possible du trafic ferroviaire.

#### 4.2. Résultats obtenus

Les configurations spatiales du développement résidentiel simulé sont réalistes et nettement contrastées d'un scénario à un autre tant à un niveau local (figure 11) que global (figure 12).

Le tableau 6 présente les évolutions de trafic routier simulées pour chaque scénario. D'un point de vue global, le scénario S3 engendre la plus faible augmentation de trafic tandis que le scénario S2 engendre la plus forte augmentation. Pour tous les scénarios, le cumul du nombre de véhicules/jour sur l'ensemble des tronçons routiers est plus élevé sur les tronçons périurbains (56 % du trafic en 2010 et 55 % en 2030) que les tronçons intra-urbains (44 % du trafic en 2010 et 45 % en 2030). Le scénario S5 (TOD) enregistre une augmentation assez importante du trafic sur les axes périurbains, qui contredit l'hypothèse de report modal vers les transports en commun à la base de ce scénario. Ce résultat s'explique par la localisation des emplois, à la fois concentrée dans la commune de Besançon et dispersée au sein de la commune. Ce faisant, avec le scénario TOD, les transports en commun desservent bien les zones résidentielles périurbaines mais non de nombreux lieux d'emplois au sein de Besançon. Dès lors, la voiture demeure le mode de transport préféré des résidents périurbains.

Figure 11

**Deux exemples de développements résidentiels simulés  
pour l'aire urbaine de Besançon**

Développement résidentiel compact



Développement résidentiel « Transit-Oriented »



☛ bâti simulé

☛ bâti existant

— route principale

Figure 12

**Formes locales des développements résidentiels simulés pour l'aire urbaine de Besançon (secteur nord de l'agglomération)**

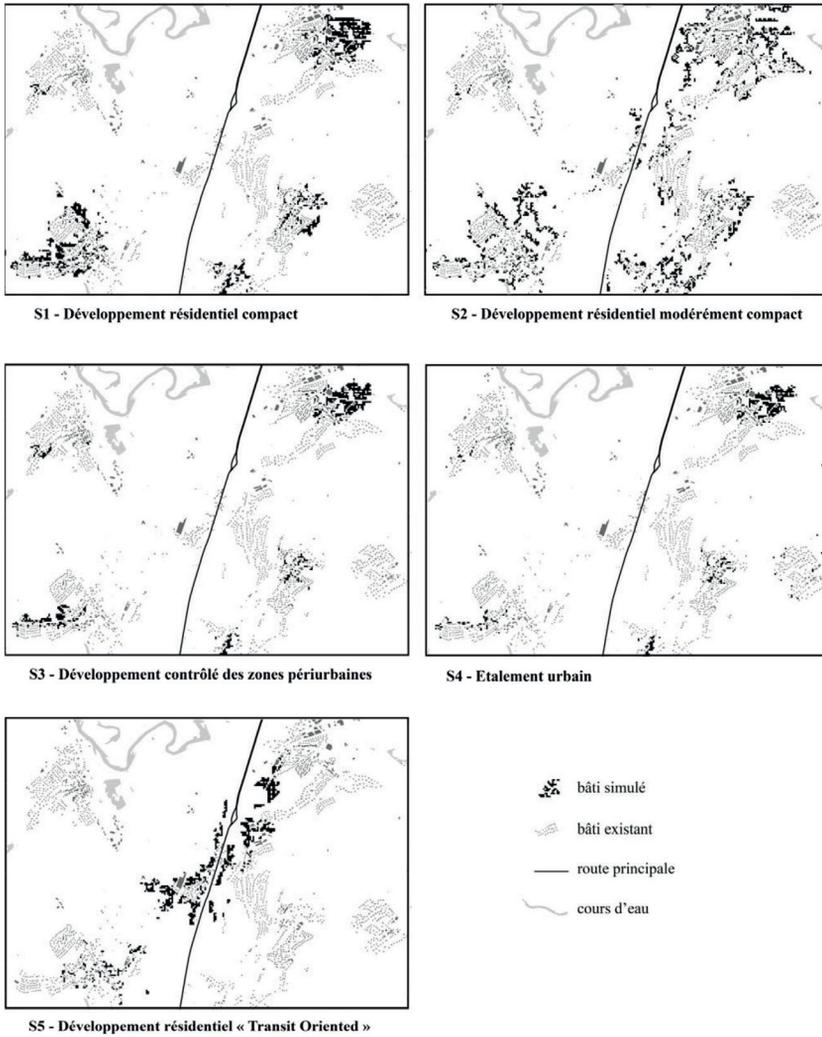


Tableau 6

**Taux d'évolution 2010-2030 du cumul du trafic (nombre de véhicules/jour) sur les tronçons routiers en fonction des scénarios de développement urbain**

	S1	S2	S3	S4	S5
Total des tronçons routiers	8,4	9,8	7,6	8,4	7,8
Tronçons routiers intra-urbains	11,1	12,5	9,7	10,2	10,7
Tronçons routiers périurbains	6,3	7,8	5,9	6,9	7

Localement, les évolutions de trafic diffèrent selon les axes routiers (figure 13 et tableau 7). Pour un scénario donné, certains axes enregistrent une hausse importante de trafic et d'autres pas. Le trafic simulé sur certains axes est même parfois en baisse en raison d'un report modal de la voiture vers les transports en commun (exemple : axe périurbain n° 8 dans le cas du scénario S5). Les axes enregistrant les plus fortes hausses de trafic varient selon les scénarios (exemple : axe J pour le scénario S5 et axe 2 pour le scénario S2).

Figure 13

**Principales routes dans l'aire urbaine de Besançon**



Tableau 7

**Nombre de véhicules/jour sur les principaux axes routiers – Moyenne du nombre de véhicules/jour pour l'ensemble des tronçons composant chaque axe**

	Code de l'axe	Situation initiale	S1	S2	S3	S4	S5
Axes intra-urbains	A	15467	16878	17004	17018	16978	16480
	B	35074	38839	39216	37119	37126	37266
	C	22075	25210	25184	23755	23677	23603
	D	19874	21699	22002	21685	21607	22070
	E	29978	32279	32591	31939	32214	32229
	F	17019	18333	18426	18284	18270	18311
	G	14524	15851	15762	15514	15992	15929
	H	15946	16541	16896	16666	16757	16998
	I	14318	15171	15529	15352	15412	15537
	J	19799	21789	21954	22069	22536	22816
	K	14826	16054	16290	15796	15947	16570
Axes périurbains	1	8810	8969	8955	9377	9271	9176
	2	18192	20608	21844	19266	19189	19528
	3	12363	12899	13034	12956	13066	13331
	4	22473	23568	23578	23695	23933	23916
	5	9728	9772	9691	9601	9834	9969
	6	20202	21395	21496	21501	22028	22174
	7	6077	6389	6287	6867	6930	7716
	8	4062	4026	4118	4244	4086	3948
	9	3926	4114	4195	4175	4331	4155

L'objectif de la simulation des mobilités quotidiennes sur l'aire urbaine de Besançon était l'étude des effets de barrière du trafic routier sur la connectivité des habitats de différents mammifères forestiers. Les résultats de cette étude montrent que la diminution de la connectivité des habitats est davantage due à l'augmentation du trafic sur les routes qu'à la construction proprement dite de nouveaux bâtiments résidentiels.

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, les relations entre les formes du développement résidentiel et les mobilités quotidiennes des individus ont été étudiées

à travers deux expériences de simulation, menées l'une à Besançon (France) et l'autre au Luxembourg. Les différents scénarios simulés ont consisté à faire varier, à un niveau local, la dimension fractale du tissu bâti, l'accessibilité aux aménités de fréquentation quotidienne et hebdomadaire (commerces et services, espaces de récréation et de loisir), et la densité de logements. À un niveau d'analyse global, les variables choisies pour la scénarisation ont été la répartition de la croissance urbaine dans différentes zones (agrégats bâtis classés par taille ou typologies de communes) et l'accessibilité aux aménités de fréquentation mensuelle ou plus rare (commerces et services, espaces de récréation et de loisir).

Les résultats obtenus montrent l'intérêt d'une planification du développement résidentiel dans l'objectif de réduire l'usage de la voiture individuelle au profit des transports en commun et de la marche à pied. Cependant, les règles appliquées pour contraindre la forme du développement résidentiel doivent être adaptées aux spécificités de chaque zone d'étude afin d'éviter certains échecs de schémas d'aménagement, à l'exemple du scénario TOD dans l'expérimentation concernant l'aire urbaine de Besançon. Dans le cas du Luxembourg, la forte dynamique démographique, de laquelle résulte le grand nombre de logements construits par simulation, fait que la dépendance aux conditions initiales est bien moindre que dans le cas de Besançon. Ceci explique en partie les résultats très positifs obtenus en termes de diminution de l'usage de la voiture au profit des transports en commun et de la marche à pied. Dans les scénarios concernant Besançon, la dynamique démographique est faible et relativement peu de logements sont construits. Néanmoins, les formes des développements résidentiels simulés sont très contrastées d'un scénario à l'autre et les évolutions du trafic routier sur chaque axe sont également contrastées.

Dans les modèles spatiaux classiques de simulation de la croissance urbaine (modèles d'automates cellulaires ou modèles de potentiel), les changements d'occupation du sol, en particulier la conversion de cellules non bâties en cellules bâties, sont représentés comme des processus de diffusion aux alentours des agrégats bâtis existants ou des routes. Ce faisant, la forme des extensions bâties simulées est localement peu réaliste. Au contraire, la simulation d'un développement résidentiel fractal permet d'obtenir des formes de développement résidentiel simulés qui sont réalistes et qui se conforment aux nombreuses publications ayant montré que le processus de croissance urbaine crée des tissus urbains fractals (Benguigui *et al.*, 2000 ; Shen, 2002 ; Feng et Chen, 2010 ; Thomas, Frankhauser et Badariotti, 2012). Dans les

deux expérimentations, même les scénarios les plus compacts, qui imposent une forte densification locale du bâti via une augmentation de la dimension fractale, préservent des espaces non bâtis au sein des tissus bâtis. Des recherches antérieures ont montré qu'un développement résidentiel fractal répond mieux aux attentes de la population en matière d'accès aux espaces verts et naturels qu'une forme urbaine uniformément dense (Tannier *et al.*, 2012b). Peeters *et al.* (2015) ont aussi montré que favoriser l'accès des ménages aux aménités vertes et naturelles à proximité de leur lieu de résidence, via la préservation d'espaces naturels et agricoles au sein du tissu bâti résidentiel et le développement d'un réseau de routes et chemins permettant l'accès à ces espaces, permet d'éviter une urbanisation discontinue (émergence de noyaux de développement résidentiel déconnectés des taches urbaines existante). L'expérimentation sur l'aire urbaine de Besançon suggère en outre que l'augmentation de la dimension fractale du développement résidentiel aide à préserver la connectivité des habitats écologiques (Bourgeois, 2015). Concernant l'impact sur les mobilités quotidiennes, l'expérimentation menée sur le Luxembourg montre qu'avec un développement résidentiel fractal, il est possible de réduire les déplacements en voiture si des contraintes supplémentaires sont ajoutées pour localiser les nouvelles extensions résidentielles à proximité de stations de transports en communs et des commerces et services (Frémond, 2015). Ceci confirme les résultats antérieurement obtenus pour un secteur périurbain de l'agglomération de Besançon, montrant que deux scénarios fractals de développement résidentiel intégrant des contraintes spatiales supplémentaires de proximité aux commerces et services permettaient une amélioration de l'accessibilité locale des résidents, tant aux espaces verts et naturels qu'aux commerces et services (Frankhauser *et al.*, 2010).

## BIBLIOGRAPHIE

- Andersson C., Lindgren K., Rasmussen S., White R., 2002, « Urban growth simulation from “first principles” », *Physical Review E*, 66. 026204, p. 1-9.
- Antoni J.-P., Lunardi N., Vuidel G., 2016, « Simuler les mobilités individuelles. Les enjeux de l'information géographique », *Revue internationale de géomatique*, 26(2), p. 237-262.
- Benguigui L., Czamanski D., Marinov M, Portugali Y., 2000, « When and where is a city fractal? », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 27, p. 507-519.

- Bourgeois M., 2015, *Impacts écologiques des formes d'urbanisation. Modélisations urbaines et paysagères*, Thèse de doctorat en géographie, Université de Franche-Comté.
- Camagni R., Gibelli M., Rigamonti P., 2002, « Urban mobility and urban form: the social and environmental costs of different patterns of urban expansion », *Ecological Economics*, 40, p. 199-216.
- Caruso G., 2005, « Un modèle cellulaire et dynamique de dispersion et ségrégation spatiale périurbaine » chapitre 4, in Buisson M.-A., Mignot D. (éd.), *Concentration économique et ségrégation spatiale*, Bruxelles, De Boeck Universités, collection Économie, Société, Région, p. 67-85.
- Caruso G., Médard de Chardon C., 2012, « An iterative economic residential choice ABM of urban growth in Luxembourg », in *Proceedings of the Symposium on Cellular Automata Models of Urban and Spatial Systems*, Porto, p. 2-3.
- Cervero R., 2002, « Built environments and mode choice: toward a normative framework », *Transportation Research Part D : Transport and Environment*, 7(4), p. 265-284.
- Cervero R., Ferrell C., Murphy S., 2002, « Transit-oriented development and joint development in the United States: a literature review », *TCRP Research Results Digest*, 52.
- Cervero R., Murakami J., 2010, « Effects of built environment on vehicle miles traveled: evidence from 370 US urbanized areas », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 42, p. 400-418.
- Conway T., 2009, « Local environmental impacts of alternative forms of residential development », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 36, p. 927-943.
- Cornélis E., Barthélémy J., 2015, « A synthetic population for Luxembourg and its demographic evolution », *Report naXys-09-2015 augustus 2015*, Namur Center for Complex Systems.
- Couch C., Sykes O., Börstinghaus W., 2011, « Thirty years of urban regeneration in Britain, Germany and France : The importance of context and path dependency », *Progress in Planning*, 75, p. 1-52.
- El-Geneidy A., Grimsrud M., Rania W., Tétreault P., Surprenant-Legault J., 2014, « New evidence on walking distances to transit stops: identifying redundancies and gaps using variable service areas », *Transportation*, 4, p. 193-210.
- Frankhauser P., Tannier C., Vuidel G., Houot H., 2010, « Une approche multi-échelles pour le développement résidentiel des nouveaux espaces urbains », in J.-P. Antoni (dir.) *Modéliser la ville. Forme urbaine et politiques de transport*, Economica, coll. Méthodes et approches, p. 306-332.
- Feng, J., Chen, Y., 2010, « Spatiotemporal evolution of urban form and land-use structure in Hangzhou, China: evidence from fractals », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 37 (5), p. 838-856.

- Frémond M., 2015, *Une approche normative de l'aménagement au Luxembourg. Évaluation par la simulation*, Thèse de doctorat en géographie, Université de Franche-Comté.
- Gerber P., Caruso G., Cornélis E., Enaux C., Khadraoui D., 2013, « Interactions between residential and daily mobility: Luxembourg case study in the MOEBIUS project », in Hesse M., Caruso G., Gerber P. and Viti F. (eds.) *Proceedings of the BIVEC-GIBET Transport Research Days 2013*, Zaneta University Press, p. 397-399.
- Geurs K.T., van Wee B., 2006, « Ex-post evaluation of thirty years of compact urban development in the Netherlands », *Urban Studies*, 43, p. 139-160.
- Hirtzel J., 2015, *Exploration prospective des mobilités résidentielles dans une agglomération urbaine au moyen d'un modèle de simulation multi-agents (MobiSim)*, Thèse de doctorat en géographie, Université de Franche-Comté.
- Kitamura R., Mokhtarian P. L., Laidet L., 1997, « A micro-analysis of land use and travel in five neighborhoods in the San Francisco Bay Area », *Transportation*, 24(2), p. 125-158.
- Mitsova D., Shuster W., Wang X., 2011, « A cellular automata model of land cover change to integrate urban growth with open space conservation », *Landscape and Urban Planning*, 99, p. 141-153.
- Peeters D., Caruso G., Cavailhès J., Thomas I., Frankhauser P., Vuidel G., 2015, « Emergence of leapfrogging from residential choice with endogenous green space: analytical results », *Journal of Regional Science*, 55(3), p. 491-512.
- Saaty T.L., 1977, « A scaling method for priorities in hierarchical structures », *Journal of Mathematical Psychology*, 15, p. 234-281.
- Schuller G., Sinner V., 2013, « Regards sur la création nette d'emploi depuis la crise », STATEC, Institut national de la statistique et des études économiques, Luxembourg.
- Shen G., 2002, « Fractal dimension and fractal growth of urbanized areas », *International Journal of Geographical Information Science*, 16(5), p. 437-519.
- Schwanen T., Dieleman F. M., Dijst M., 2001, « Travel behaviour in Dutch monocentric and polycentric urban systems », *Journal of transport geography*, 9, p. 173-186.
- Tannier C., Vuidel G., Frankhauser P., Houot H., 2010, « Simulation fractale d'urbanisation », *Revue Internationale de Géomatique*, 20(3), p. 303-329.
- Tannier C., Thomas I., Vuidel G., Frankhauser P., 2011, « A fractal approach to identifying urban boundaries », *Geographical Analysis*, 43, p. 211-227.
- Tannier C., Foltête J.-C., Girardet X., 2012a, « Assessing the capacity of different urban forms to preserve the connectivity of ecological habitats », *Landscape and Urban Planning*, 105, p. 128-139.

- Tannier C., Vuidel G., Houot H., Frankhauser P., 2012b, « Spatial accessibility to amenities in fractal and nonfractal urban patterns », *Environment and Planning B: Planning and Design*, 39, p. 801-819.
- Tannier C., Hirtzel J., Stephenson R., Couillet A., Vuidel G., Youssoufi S., 2016a, « Conception and use of an individual-based model of residential choice in a planning decision process. Feedback from an experimental trial in the city of Besançon, France », *Progress in Planning*, vol. 108, p. 1-38.
- Tannier C., Bourgeois M., Houot H., Foltête J.-C., 2016b, « Impact of urban developments on the functional connectivity of forested habitats: a joint contribution of advanced urban models and landscape graphs », *Land Use Policy*, 52, p. 76-91.
- Thomas I., Frankhauser P., De Keersmaecker M.-L., 2007, « Fractal dimension versus density of the built-up surfaces in the periphery of Brussels », *Papers in Regional Science*, 86, p. 287-307.
- Thomas I., Frankhauser P., Biernacki C., 2008, « The fractal morphology of the built-up landscape », *Landscape and Urban Planning*, 84, p. 99-115.
- Thomas I., Frankhauser P., Badariotti D., 2012, « Comparing the fractality of European urban neighbourhoods: do national contexts matter? », *Journal of Geographical Systems*, 14, p. 189-208.
- Wegener M., 2004, « Overview of land-use transport models », in Hensher D.A., Button K. (eds.), *Handbook in Transport. Transport Geography and Spatial Systems*, vol. 9. Pergamon-Elsevier, p. 127-146.
- Wegener M., 2014, « Land-use transport interaction models », in Fischer M.M., Nijkamp P. (eds.), *Handbook of Regional Science*, Springer, p. 742-758.
- Wilson A., 2010, « The general urban model: Retrospect and prospect », *Papers in Regional Science*, 89(1), p. 27-42.
- Yager R., 1977, « Multiple objective decision-making using fuzzy sets », *International Journal of Man-Machine Studies*, 9, p. 375-382.



## **Fractalité volumique et urbanisation transsurfactive Une nouvelle métrique urbaine**

Jean-Philippe Antoni

*Laboratoire ThéMA*

*UMR 6049 CNRS et Université Bourgogne Franche-Comté*

Dans le monde de l'urbanisme et de l'économie des transports, il est presque devenu classique de considérer conjointement les questions de mobilités et de développement urbains. M. Wegener (2004) a en effet montré qu'elles sont liées par de nombreuses interactions. La question qui se pose consiste de ce fait désormais à savoir comment organiser concrètement ces interactions pour aboutir à une ville plus durable. Les modèles fractals développés dans un objectif d'urbanisme opérationnel par P. Frankhauser (2013, 2015) offrent une réponse à cette question : ils proposent une conception hiérarchique des espaces urbains, organisés en centres principaux, secondaires, tertiaires, etc., reliés par un système de transport en site propre dont les lignes sont hiérarchisées de la même manière. En deux dimensions, les modèles fractals conduisent théoriquement à une ville « compacte et ouverte », limitant l'étalement urbain en maximisant les coulées vertes et l'accès aux franges urbaines<sup>1</sup>. Ils apparaissent de ce fait tout à fait valables pour réfléchir à l'urbanisation future des espaces périurbains. Mais ils sont nettement plus délicats à appliquer dans les espaces centraux, là où la pression foncière et l'histoire des villes ont « figé » un parcellaire très densément bâti. Le manque de place qui en découle y limite nécessairement les accès à la bordure bâti/non bâti et à la pénétration de coulées vertes, rendant le modèle inapplicable, ou partiellement applicable seulement.

---

1. Notons cependant que si l'intérêt de la ville fractale apparaît quasi immédiatement d'un point de vue théorique, nous n'en avons pas la démonstration complète sur un cas d'étude pratique. Les études menées par Tannier *et al.* (2015), par exemple, montrent en effet que les avantages d'une urbanisation fractale comparés à un développement non fractal des périphéries urbaines ne sont pas systématiques.

Pour pallier ce problème et étendre les possibilités d'une urbanisation fractale jusque dans les centres-villes, ce chapitre souhaite proposer une extension tridimensionnelle du modèle développé par P. Frankhauser (2013, 2015). Cette extension n'est présentée ici que dans un cadre théorique : elle relève essentiellement d'un couplage conceptuel qui conduit à formuler un modèle de *fractalité volumique pour une urbanisation transsurfacique*, répondant aux exigences de hiérarchisation des espaces urbains telles qu'on les trouve dans la théorie des lieux centraux, le *Transport oriented development* (TOD) ou le tapis de Sierpinski (partie 1). La mise en œuvre de ce modèle repose sur les solutions verticales qu'offrent aujourd'hui l'urbanisme souterrain, l'urbanisme spatial et les transports urbains aériens (partie 2). L'ensemble peut finalement se résumer par un volume fractal caractérisé par l'image générique d'une éponge de Menger, qui pose immédiatement la question de la mesure des métriques urbaines, qu'elles soient fractales ou simplement tridimensionnelles (partie 3).

## 1. TRANSPORT ET URBANISATION : APPROCHES HIÉRARCHIQUES

Cette première partie vise à faire le lien entre différents modèles d'urbanisation : le *Transit oriented development* (TOD), la théorie des lieux centraux et l'approche fractale du tapis de Sierpinski. Ces trois modèles n'ont que peu de chose en commun *a priori*, mais ils se révèlent en réalité identiques par le principe général qui les soutient, celui de hiérarchie. Le TOD correspond généralement à la petite échelle, celle du quartier. La théorie des lieux centraux correspond à la grande échelle, celle de la région. Par définition, en tant que fractale, le tapis de Sierpinski est quant à lui trans-échelle. De par sa dimension mathématique, il apparaît également comme le modèle le plus aisé à transposer de manière reproductible à un cas d'étude concret.

### 1.1. L'exemple du TOD

En partie élaboré par l'architecte américain P. Calthorpe (1993), le TOD vise avant tout à réduire les problèmes de circulation, de congestion et d'étalement urbains par une réorganisation de la forme de la ville. Il propose de densifier des « centres » et des « sous-centres » à une distance de marche raisonnable des principaux nœuds de connexion au système de transport, afin d'y favoriser les déplacements collectifs et piétonniers, mais sans exclure complètement l'automobile. À partir

des expériences américaines menées sur cette base, R. Cervero *et al.* (2002) ont défini les principales exigences du TOD autour de la notion de mixité fonctionnelle, de la proximité aux stations de transport en commun et aux espaces publics, de la compacité de la forme urbaine, etc. En respectant ces principes, le TOD permettrait l'émergence de quartiers dont le cadre de vie, conçu autour des espaces publics, des mobilités actives et du commerce de proximité, correspondrait à l'échelle du piéton, mais permettrait de dépasser rapidement cette échelle par un accès aisé aux modes de transport en commun plus rapides, adéquats pour des déplacements plus longs. Autour de ces accès, chaque quartier s'organiserait en trois couronnes radioconcentriques de densité décroissante :

1. jusqu'à 500 mètres autour des stations de transport en commun, le cœur du quartier est aménagé de manière compacte et mixte. Chaque pôle de transport est localisé au centre du quartier ; ces pôles apparaissent également comme les points de convergence du réseau de mobilités actives (desserte locale), dont le gabarit des rues doit être calibré pour fournir un cadre de vie agréable ;
2. de 500 à 1000 mètres, l'habitat est essentiellement composé de bâtiments résidentiels collectifs (plots ou maisons en bandes). Cette zone privilégie des modes de déplacement motorisés de faible portée alternatifs à l'automobile (triporteur, voiture électrique, taxi, auto-partage, etc.), permettant de rejoindre rapidement le pôle de transport en commun central, situé à une distance acceptable ;
3. au-delà de cette distance, l'espace est réservé à une occupation résidentielle peu dense (maisons individuelles) où l'automobile reste le mode de transport privilégié. Son utilisation, qui concerne une population réduite par la faible densité résidentielle, est facilitée par les alternatives présentes dans les deux premiers cercles, qui contribuent à réduire la congestion. Elle est de surcroît utile pour rejoindre les lieux qui ne sont pas directement desservis par le système de transport en commun.

Appuyés sur une gradation des constructions et des aménités autour des nœuds de communication, les principes du TOD rappellent évidemment la *Théorie du champ urbain* émise par P. Claval (1981). Plus tôt, cette idée a d'ailleurs également été décrite par les *gradients de densité* mis en équations par C. Clark (1951) et en graphiques par S. Korzybski (1952). D'un certain point de vue, il n'y a donc rien de nouveau dans la proposition TOD. Sauf que la démarche de P. Calthorpe est inversée : il ne s'agit plus de constater l'existence de

gradients de densité hiérarchiques *ex post*, mais de les programmer *ex ante* par une intervention urbanistique fondée sur les différentiels offerts par la vitesse des modes de transport actuels.

### 1.2. Un modèle surfacique fractal : le tapis de Sierpinski

La hiérarchie implicite du TOD peut également être mise en rapport avec la théorie des lieux centraux de W. Christaller (1933), transposée à l'échelle intra-urbaine. Selon W. Christaller, l'armature urbaine n'est pas uniquement issue des vicissitudes de l'histoire. Elle s'organise hiérarchiquement en fonction de l'offre que propose chaque région. En bas de la hiérarchie, les villages sont nombreux et ne proposent qu'un petit nombre de commerces de base, auquel le recours est souvent très fréquent (une boulangerie, un café, etc.) ; ils se localisent à égale distance les uns des autres, et se trouvent relativement proches. En haut de la hiérarchie, la métropole est seule à commander l'espace régional et dispose de tous les types de biens, même ceux auxquels le recours est rare. Entre les deux, différents niveaux de villes proposent différents niveaux de services, dont le nombre est inversement proportionnel à la distance qui les sépare. L'ensemble s'organise sous la forme d'hexagones emboîtés qui couvrent régulièrement et hiérarchiquement l'espace régional, selon un schéma généralement bien connu des géographes et des chercheurs en sciences régionales.

C'est à partir de ces éléments que P. Frankhauser *et al.* (2007) ont proposé une lecture fractale de la hiérarchie des espaces urbains, partant du principe que la logique des lieux centraux vaut également dans les agglomérations actuelles, qui « occupent des territoires développés autour d'une ville-centre, et contiennent aussi souvent d'autres villes de tailles différentes, des communes périurbaines, rurales, des espaces agricoles et naturels, etc. [et] correspondent donc à un système de peuplement rassemblant différents types et niveaux de fonctions ». Selon cette base analogique, ils proposent de compléter le schéma de W. Christaller par une approche multifractale fondée sur la figure d'un tapis de Sierpinski qui met en valeur les proximités urbaines en fonction de la fréquence de recours aux commerces et aux services. L'organisation théorique de ce nouveau schéma devrait alors permettre de réduire les flux de déplacement, d'optimiser l'accessibilité aux aménités urbaines et rurales, et de préserver les coulées vertes à l'intérieur de la ville.

Pour ce faire, l'approche mobilise un accès privilégié aux réseaux de transport en commun ferrés (une *croix ferroviaire*), et s'appuie en partie sur l'exemple du projet *Bahn.Ville* (L'Hostis *et al.*, 2010) qui

offre une proposition TOD adaptée au contexte des villes européennes. Ici, les liens qui relient les centres de niveau 1, 2 et 3 peuvent en effet se calquer sur un réseau de transport en site propre, les stations formant le noyau de développement de ces centres. L'ensemble s'organise hiérarchiquement selon la figure théorique d'un tapis de Sierpinski. Mathématiquement, cette figure est construite par des itérations successives qui font intervenir, à chaque étape, un nombre d'homothétie  $N = 5$  et un rapport d'homothétie  $r = 3$ . Sur une figure de base constituée de 9 cellules dont 5 sont noires (nœuds ferroviaires bâtis) et 4 sont blanches (espaces non bâtis), la première itération produira donc 81 cellules de 9 cellules dont 5 sont noires et 4 sont blanches, la deuxième itération produira 6 561 cellules de 9 cellules dont 5 sont noires et 4 sont blanches, etc. Ces itérations se succèdent en reproduisant systématiquement la forme de la croix ferroviaire initiale, mais à un niveau inférieur dans la hiérarchie des transports.

### 1.3. Les limites du modèle

À l'instar du tapis de Sierpinski, le modèle fractal proposé par P. Frankhauser nécessite également que certains espaces soient laissés vacants pour maximiser la bordure bâti/non bâti et favoriser la pénétration de coulées vertes. Concrètement, on ne peut développer une urbanisation fractale qu'à partir du moment où l'on dispose de suffisamment d'espace libre pour construire les espaces bâtis correspondant, avec un nombre maximal d'homothétie  $N = 5$ , ce qui signifie que pour une grille basique de 9 cellules, 5 de ces cellules pourront être construites au maximum<sup>2</sup>, chiffre duquel il faut évidemment déduire celles qui sont déjà construites. Ce rapport vaut quelle que soit l'échelle, dans la logique du rapport d'homothétie  $r = 3$  propre à la construction du tapis de Sierpinski. Ce point constitue une limite importante du modèle dans la mesure où, au centre des agglomérations surtout, l'intégralité de l'espace est souvent bâtie.

Dans son développement actuel, l'hypothèse sur laquelle se fonde le concept d'urbanisation ne vaut donc que si la proportion bâtie de l'espace, considérée à n'importe quelle échelle, est inférieure à 5/9, c'est-à-dire à 55 %. Si l'on reporte ce chiffre à la réalité de la forme urbaine, on constate qu'il correspond effectivement à peu près à celui des espaces périurbains, composés d'espaces bâtis dans leur première

2. Notons que dans la majorité des applications du modèle d'urbanisation fractal (Bourgeois, 2015 ; Frémond, 2015 ; Thierry, 2015), ce rapport est arbitrairement fixé à  $N = 7$  pour augmenter le réalisme des simulations produites.

moitié, et d'espace non bâtis pour la seconde. Dans ce sens, en se fondant sur la figure du tapis de Sierpinski, le modèle d'urbanisation fractale est essentiellement valable pour réfléchir à la forme de l'étalement urbain : il est essentiellement applicable dans les franges urbaines qui seront construites dans le futur. Or, en théorie, le modèle n'est pas censé focaliser sur les franges de la ville. Il souhaite *a contrario* offrir une image globale du système urbain, dont la totalité doit être approchée dans une logique multiscalaire. La question qui se pose est donc la suivante : comment concevoir les itérations d'un tapis de Sierpinski lorsque le taux d'urbanisation dépasse 5/9 (55 %), ce qui correspond à un cas fréquent dans les espaces centraux ? Nous partons du principe que la figure du tapis de Sierpinski ne doit pas être modifiée pour s'adapter à ce cas de figure (cette modification entraînerait la perte de la logique itérative et fractale qui le sous-tend). La seule solution consiste donc à intervenir sur la forme bâtie des espaces centraux, ce qui conduit à poser la question différemment : Comment ramener à 5/9 un rapport bâti/non bâti que la réalité de la densification urbaine a déjà figé à 8/9 ou 9/9 ?

Pour répondre à cette question nous posons l'hypothèse que le recours à la 3D offre une solution au problème. Ce que nous entendons par « recourir à la 3D » consiste, entre autres, à *translater* un certain nombre de bâtiments en profondeur ou en altitude. Cette translation verticale n'est évidemment pas banale dans le contexte des villes européennes, mais elle est intégrée comme une logique de construction ailleurs dans le monde, en particulier au Japon et au Canada. Dans les villes canadiennes, D. J. Boivin (1989) estime en effet que trois strates souterraines, découpées en fonction de leur accessibilité, pourraient accueillir différents éléments :

1. le proche espace contient déjà des canalisations, des câbles et des conduites divers et pourrait accueillir plus généralement de nombreuses activités commerciales (supermarchés, discothèques, cinémas, restaurants, etc.) ;
2. le moyen espace se situe entre 10 et 200 mètres de profondeur ; il pourrait contenir certains éléments d'industrie légère, de transport et de stationnement, des entrepôts, des laboratoires de recherche, des studios d'enregistrement de radio et de télévision, des installations de chauffage urbain, etc. ;
3. le lointain espace (grandes profondeurs en dessous de 200 m) pourrait être réservé aux centrales électriques ou nucléaires, au stockage des déchets industriels et radioactifs, aux réservoirs d'hydrocarbure, etc.

En suivant cette logique qui s'appuie sur les expériences contemporaines de l'*urbanisme souterrain*, il devient possible de libérer une superficie bâtie importante en surface. L'urbanisation souterraine présente alors un double intérêt. Premièrement, en se calquant sur les coulees vertes et/ou les lignes de maximisation de la bordure bâti/non bâti, elle ne génère pas d'étalement urbain ni de mobilités supplémentaires (du moins horizontales). Deuxièmement, elle permet de généraliser le modèle fractal du tapis de Sierpinski aux espaces déjà construits, et donc à l'ensemble de la ville, sans se limiter à une réflexion sur la seule forme de la périurbanisation, considérée comme plus malléable car non encore construite. Ce rapport théorique de cause à effet invite à étudier plus précisément le réalisme des solutions d'urbanisation verticales.

## 2. LES SOLUTIONS VERTICALES

Les solutions verticales à l'urbanisation s'appuient généralement sur les caractéristiques propres à l'épaisseur urbaine, en particulier sur l'invisibilité du sous-sol et sur les possibilités de dégagement de l'atmosphère. Alors que la lecture des plans ne montre généralement rien des sous-sols urbains et les condamne à la condition de *terra incognita*, de nombreuses coupes transversales y révèlent un foisonnement d'éléments techniques très divers (eau potable, eau usée, électricité, téléphone, fibre optique, caves et stockage, transports collectifs, etc.). La majorité y a été enfouie pour y être cachée ou pour dégager un espace équivalent à leur volume en surface. L'utilisation du sous-sol semble être née en même temps que l'urbanisation : E. Utudjian (1952), comme L. Mumford (1961) ou S. Barles et A. Guillerme (1995) expliquent en effet que depuis les troglodytes jusqu'à l'exploitation des mines, en passant par la création de systèmes enterrés d'adduction et d'assainissement d'eau, l'exploitation des sous-sols fait partie intégrante de la construction urbaine.

### 2.1. L'urbanisme souterrain

Au-delà des réalités historiques, la conquête de la verticalité urbaine a également fait l'objet de considérations plus conceptuelles. Les travaux précurseurs de l'architecte français E. Hénard (1911), par exemple, ont proposé de doubler les rues de surface (principalement vouées à la circulation de véhicules légers ou de piétons) avec un ensemble de rues souterraines accueillant l'évacuation des déchets et

le transport de matériaux lourds. Ce système de « rues dupliquées » peut de ce fait être interprété comme une proposition de hiérarchisation viaire, verticale et multi-strates, permettant d'intervenir sur chaque type d'équipements sans « bloquer » les autres et d'offrir une solution claire à l'encombrement du sous-sol, selon une logique qui préfigure l'urbanisme de dalle<sup>3</sup>.

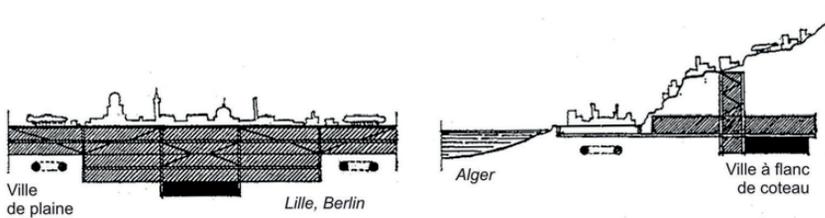
E. Utudjian (1952) a quant à lui proposé une théorie de l'urbanisme souterrain plus complète, en partant du principe que l'« *on pourra toujours s'ingénier à remodeler les villes vieilles pour leur donner un air de jeunesse, il n'en restera pas moins que les rues seront toujours trop étroites, les distances trop grandes, les constructions trop entassées, les fumées trop nombreuses. Il reste le sous-sol, et c'est là en fin de compte, qu'est l'une des chances de demain* ». Il ne s'agit plus ici de dessiner une utopie, mais bien de construire une théorie raisonnée pour l'exploitation des espaces souterrains. E. Utudjian voit en effet plusieurs avantages dans l'exploitation du sous-sol : préservation des espaces verts en surface, doublement des voies de circulation, protection vis-à-vis du vent, de l'incendie, du vol, coût minoré des expropriations en profondeur, etc. Il propose « *d'organiser la vie urbaine non pas dans un plan horizontal mais dans les trois dimensions* », précisant qu'il ne s'agit pas « *d'enterrer l'habitat humain, mais seulement certains organes de la ville qui encombrent la surface de leur masse inerte* », dans lesquels l'homme vivra périodiquement, et périodiquement seulement<sup>4</sup>. Pour concrétiser cette organisation, il propose, à travers la notion de *ville épaisse*, un aménagement fondé sur un *zoning souterrain*, tant pour des villes de plaines que pour des agglomérations situées sur un relief plus prononcé (figure 1).

Après E. Utudjian, plusieurs auteurs se sont penchés sur l'intérêt des constructions souterraines. À l'heure actuelle, l'étendue des réalisations en sous-sol reste toutefois difficile à évaluer (espaces peu étudiés pour lesquels on ne dispose pas d'inventaire complet ; Barles et

3. L'urbanisme de dalle constitue une base pour l'urbanisme souterrain. Il consiste à séparer les espaces piétonniers de la circulation automobile et des transports en commun, qui se développent chacun sur des niveaux dédiés, à partir d'un « sol » artificiel élevé sur une dalle reposant par exemple sur des pilotis. En Europe occidentale, les réalisations les plus connues sont celles de la Défense à Paris, de Louvain-la-Neuve en Belgique, et d'une grande partie des nouveaux quartiers d'affaires construits dans les métropoles françaises (Part-Dieu à Lyon, Mériadeck à Bordeaux, Polygone à Montpellier, etc.).

4. Ce point faisant parfois l'objet de polémiques ou de crispations, il convient de préciser la position de l'auteur : « *L'urbanisme souterrain ne doit pas entraîner la construction de véritables villes cavernées devant servir à l'habitation permanente. L'habitat souterrain ne peut être que temporaire et très réduit. Ceci tant au point de vue scientifique que social. La nature de l'homme est faite pour un milieu atmosphérique donné et la science ne permet pas actuellement de reconstituer intégralement en sous-sol ce milieu* » (Utudjian, 1952). Cette position est évidemment celle que nous défendons et fait généralement l'unanimité des recherches sérieuses sur la question de l'urbanisme souterrain.

Figure 1

**Zoning et urbanismes souterrain selon E. Utudjian**

Jardel, 2005). Mais certains exemples concrets sont désormais classiques dans la théorie de l'urbanisme (Montréal ou Tokyo), même si leur taille est restreinte (les Halles et la Défense à Paris). Dans la littérature dédiée, on trouve en général cinq arguments pour les justifier : la lutte contre le froid et les intempéries, la lutte contre la congestion, la pénurie d'espace et la préservation des paysages, les prix attractifs du tréfonds et, dans certains cas, la sécurité publique.

## 2.2. L'urbanisme spatial

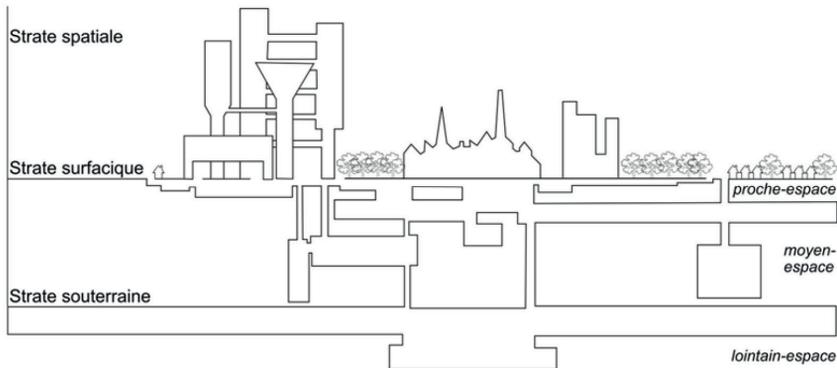
Parallèlement à l'urbanisme souterrain, l'urbanisme aérien s'est développé à partir du moment où les techniques et l'artificialisation des matériaux (le verre et l'acier) ont permis de construire des bâtiments de grande hauteur. Les gratte-ciel américains ont alors offert une nouvelle *skyline* aux villes des pays neufs, qui se sont développées avec une densité jusqu'alors inégalée, portée par les impératifs économiques de la rentabilité foncière. C'est probablement à partir de ces exemples, qui ont fondamentalement marqué l'imaginaire urbain, que l'imposante verticalité des bâtiments a permis de considérer les villes comme des objets fondamentalement tridimensionnels, même si, dans les faits, elles l'ont évidemment toujours été.

Pour dépasser l'idée de ville tridimensionnelle en insistant sur son développement réfléchi en trois dimensions, H. Reymond (1998) a proposé le concept d'Urbanisation transsurfacique à synergie multistratée (UTSM), résumé par la formule « Ville tridiastatique » (figure 2). L'urbanisme souterrain, à la suite des travaux d'E. Utudjian, y joue un rôle important. Mais il s'accompagne d'une vision plus large de la verticalité qui s'appuie sur les réflexions de M. Ragon et sur les expériences menées par certains urbanistes français ou par les constructivistes soviétiques. Pour M. Ragon (1986), l'architecture spatiale telle qu'elle est techniquement permise par la maîtrise du verre et de l'acier, doit en effet être

dépassée par un *urbanisme spatial* : « le gratte-ciel est typiquement une construction faite au 20<sup>e</sup> siècle par des hommes qui pensaient 19<sup>e</sup> siècle [...] il s'élève indépendant, non relié aux autres buildings ; obligeant d'un édifice à l'autre, à emprunter au moins deux ascenseurs et la rue qui les rejoint [...] l'architecture du gratte-ciel est une architecture certes spatiale mais c'est une architecture fermée [...] si l'on relie différents gratte-ciel à différentes hauteurs par des places ou des passerelles, voilà l'architecture spatiale qui commence à devenir un urbanisme spatial ». L'idée revient donc à développer l'urbanisation future selon la forme d'une sphère ou d'un cube (3D) plutôt que celle d'un disque ou d'un carré (2D), en maximisant les connexions verticales.

Figure 2

### La ville tridiastatique selon H. Raymond



Sur le plan des mobilités, la connexion des espaces urbains aux réseaux de transport en commun (qu'il s'agisse des chemins de fers inter-urbains ou de métro et de tramway) apparaît souvent comme un enjeu de l'urbanisme vertical, qui apporte une valeur ajoutée aux stations, soit en connectant les réseaux entre eux, soit en les connectant aux réseaux de surface. À Tokyo, l'un des objectifs a en effet consisté à appuyer le développement des galeries commerciales souterraines sur le réseau de métro afin d'y capter la clientèle d'usagers nécessairement piétons une fois descendus des voitures et de compenser le prix des investissements en sous-sols par le bénéfice retenu sur leurs achats (Barles et Jardel, 2005). S. Barles et S. Jardel (2005) notent à ce sujet que dans le cas de Paris, « le centre commercial des Halles, initialement dédié au haut de gamme, a dû adapter son offre à un public issu au mieux des classes moyennes car accédant au Forum [des Halles] par le réseau de transports publics », ce qui confirme la forte connexion entre

les espaces souterrains et la captivité des usagers des réseaux de transport en commun. Cet exemple permet de positionner l'urbanisme vertical dans le contexte plus large des interactions entre la forme urbaine et les politiques de transport.

À une autre échelle, le concept de ville tridiastatique semble également cohérent avec les principes du TOD et la hiérarchie imposée par le tapis de Sierpinski. Il apparaît même fortement complémentaire. Le recours aux espaces souterrains est en effet utile pour maximiser la centralité de certains lieux en densifiant leurs fonctions au-dessus et en-dessous de la surface, à l'image des centres commerciaux en sous-sol qui se développent sous les grandes stations de transport en commun ferré (exemples tokyotes ou des Halles à Paris). Ainsi, l'urbanisme vertical permet de poursuivre le développement des villes même si la surface sature, et donc de créer une hiérarchie urbaine qui n'aurait plus comme limite que la technique d'exploitation de la verticalité.

### 2.3. Les transports aériens

Les transports aériens par câble sont également identifiés comme une solution qui peut offrir une alternative verticale pour la mobilité urbaine (Clément-Werny et Schneider, 2011). Outre la limitation de l'utilisation de l'automobile, l'un des principaux intérêts de ce mode de transport innovant, actuellement limité aux stations de ski en France (ou presque), se situe dans leur faible emprise au sol. Malgré des stations relativement imposantes en surface, les transports aériens par câble libèrent l'espace urbain de l'emprise des infrastructures linéaires. Le développement de stations à embarquement en hauteur (Bolzano ou Roosevelt Island à New York) permet de surcroît d'utiliser l'espace de rez-de-chaussée pour d'autres activités, facilite la mise en place des infrastructures (en temps et en coût) et réduit la congestion. Cet avantage est également illustré par le système de transport en commun original développé à Wuppertal en Allemagne : inauguré en 1901, le *Schwebbahn* est un monorail suspendu, qui calque son itinéraire sur le lit de la rivière à laquelle il se superpose. Il s'appuie également sur une conception multistrade de l'espace urbain.

Concrètement, la suspension des véhicules par câble permet la création d'itinéraires en lignes droites, ce qui optimise les distances à parcourir entre les lieux de départ et d'arrivée, indépendamment du tracé des rues. Ainsi, les systèmes de transport par câble peuvent rapidement rendre accessibles à moindre coût des secteurs jusque-là mal desservis, comme cela a été le cas à Medellin en Colombie (Brand and Dávila, 2011), mais surtout relier des lieux qui ne se situent pas au

même niveau de hauteur : les sites à forte topographie (qui justifient aujourd'hui ce type d'installation, à l'instar des funiculaires, dans les espaces urbains au relief marqué) mais également les étages d'une ville aérienne dont certains bâtiments élevés nécessitent une connexion à mi-hauteur ou en terrasses (ces dernières pouvant effectivement servir de lieux d'installation pour les stations).

### 3. FRACTALITÉ VOLUMIQUE : UNE PROPOSITION THÉORIQUE

Pour organiser concrètement la forme urbaine et les systèmes de mobilité en les adaptant à la hiérarchie des interactions urbanisation/transport, le couplage des modèles fractals et des solutions verticales conduit à formuler une proposition qui étend les principes du tapis de Sierpinski en trois dimensions, sous la forme d'une éponge de Menger. Si cette proposition semble tout à fait concevable d'un point de vue théorique, elle ne semble toutefois pas pouvoir être approfondie d'un point de vue pratique sans une adaptation du cadre épistémologique censé en définir les contours : elle nécessite la mise en place d'une nouvelle métrique urbaine.

#### 3.1. Un autre modèle fractal : l'éponge de Menger

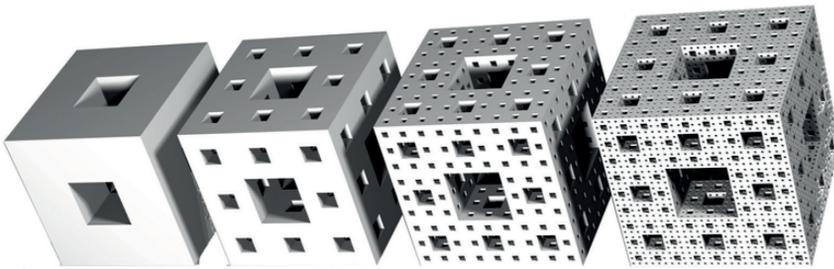
Dans le modèle TOD, l'organisation urbaine en « gradients centraux » prévoit implicitement une hiérarchisation des densités en lien avec la forme du réseau de transport : chaque nœud est un centre dont l'importance dépend du niveau de desserte et de fréquentation. La nodalité de chaque station de transport permet donc immédiatement de distinguer les « centres » des « sous-centres », voire des « sous-sous-centres ». Au sein de ces espaces stratégiques, la densité est nécessairement très élevée puisqu'il s'agit d'une part d'y concentrer la majorité des logements et des activités (espace dense dans un rayon de 500 mètres) et d'autre part d'y organiser les échanges modaux entre les zones piétonnières et les infrastructures techniques complexes que représentent les systèmes de transport en commun. Pour y parvenir, de nombreux projets américains font appel à une architecture verticale. Dans les gares de Miami (Floride) ou de Winston-Salem (Caroline du Nord), par exemple, l'espace est connecté par des passerelles ou des liaisons verticales (ascenseurs, escaliers mécaniques, etc.).

D'un point de vue urbanistique, l'idée consiste ici à envisager ces connexions urbanisation/transport selon trois dimensions, et non plus seulement par rapport à la surface terrestre : le plan (2D) se trans-

forme en cube (3D). Tous les enfants qui ont fabriqué un cube en papier connaissent la logique de cette transformation : sur un plan, le cube a au départ la forme d'une croix dont il s'agit de replier les parties et de coller les angles les uns avec les autres. Deux angles séparés sur le plan se retrouvent unis en 3D et occupent désormais la même place. Cette re-disposition en trois dimensions consiste à transformer leur séparation initiale en une nouvelle forme de contiguïté.

Figure 3

### Éponge de Menger (générateur + 3 itérations)



Si l'on se réfère à la géométrie fractale, la logique de cette re-disposition peut être illustrée par la figure de l'éponge de Menger (figure 3), qui ne présente rien d'autre qu'une expansion verticale du tapis de Sierpinski. Il s'agit d'un cube percé de vides de tailles différentes, régulièrement espacés, selon la même logique itérative d'homothétie faisant intervenir  $r$  et  $N$ . Il est certes très difficile d'imaginer une forme urbaine réelle à partir de l'image d'une Éponge de Menger. Le Palais de l'industrie de la Place de la liberté de Karkhov (réalisé en Ukraine dans le contexte politique et artistique du constructivisme soviétique) apparaît ici comme un exemple qui s'en rapproche. Il pourrait être complété par de nombreux exemples d'urbanisme souterrain. En effet, comme le fait remarquer R. Sterling (1993), toute création de structure souterraine (dont la superficie initialement occupée en surface peut être consacrée à d'autres fins) entraîne la création d'un nouvel espace de surface, désormais artificiel, dont les pentes latérales (nouvelles surfaces générées par la logique du cube) offrent des possibilités inédites d'exploitation. Poussée à l'extrême, et couplée avec une construction d'immeubles en gradins sur les pentes (une solution déjà identifiée par E. Hénard), cette option permet d'utiliser le plafond des immeubles comme des sols pour des nouveaux espaces urbains, et de créer des quartiers de ville sur plusieurs niveaux. L'urbanisme

qui en résulte n'est pas fondamentalement différent de celui qu'a proposé E. Utujian, mais il a l'avantage de le compléter par une approche conceptuelle renouvelée par la géométrie fractale, dont on a tenté de montrer qu'elle offre une prédisposition hiérarchique pertinente pour l'implantation d'un système TOD.

### 3.2. *Un couplage conceptuel*

Ainsi, pour schématiser le couplage TOD fractalo-tridiastatique que l'on voit émerger des précédentes conclusions, nous proposons l'illustration donnée par la figure 4, qui en constitue une sorte de métaphore heuristique. Trois idées principales sont représentées sur cette image :

1. la hiérarchie urbaine est concrétisée par la juxtaposition de centres (1), de sous-centres (2) et de sous-sous-centres (3) qui s'organisent de manière fractale comme un tapis de Sierpinski ou une éponge de Menger. En même temps qu'ils accueillent une densité de population importante, ils centralisent les points d'entrée au réseau de transport ;
2. le réseau de transport relie tous les centres avec un niveau de desserte (capacités et fréquences) proportionnel à leur taille (i, ii, iii et iv). Cette connexion globale n'est toutefois pas totale : elle s'appuie sur le centre principal qui devient un lieu de passage et de recours fondamental pour rejoindre les centres plus petits. Ces derniers ne sont pas tous reliés entre eux afin de préserver les « couloirs » (B) et de maximiser la bordure bâti/non bâti (ils pourraient en revanche être reliés en souterrain). Si la majorité des tronçons sont horizontaux, de nombreuses connexions « aériennes » (A) permettent le déploiement de l'urbanisation en 3D ;
- 3 la ville verticale est en partie souterraine (S) : les éléments techniques qui la font fonctionner sont répartis en sous-sol selon une logique fractale comparable à celle de la surface. Cet enfouissement libère un espace important laissé à la « nature » (N), au sein de laquelle quelques puits (P) permettent de faire entrer l'air et la lumière en souterrain. Dans la hauteur, les connexions entre les centres aériens sont optimisées et s'organisent selon la logique d'un « urbanisme spatial » (A).

Dans le cadre d'un tel projet de fractalité volumique, de nombreuses réflexions restent toutefois encore à mener au sujet des réseaux de transport et des déplacements en trois dimensions. Nous ne pouvons ici qu'ouvrir des pistes permettant de dépasser l'organisation en plans

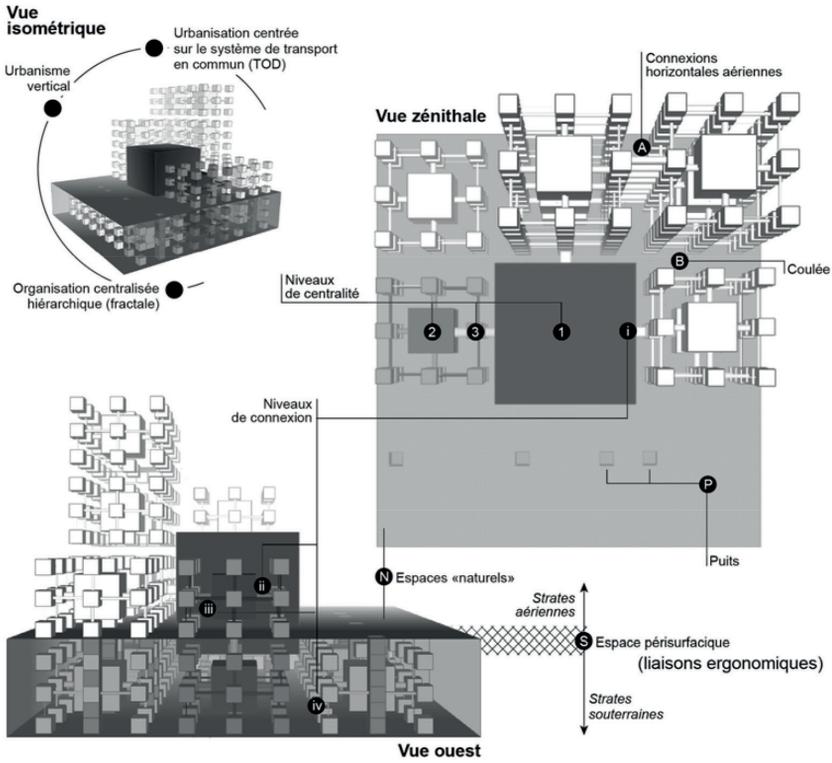
successifs (type urbanisme de dalle) et, en particulier, de conquérir l'espace aérien. En effet, il existe actuellement des projets concrets qui vont dans le même sens : à Barcelone, à Cologne, à Lisbonne ou à Madrid, un système de télécabines (petits modules pouvant accueillir de 4 à 40 personnes) circule en boucle sur un câble disposant d'un système de débrayage autorisant la montée et la descente aux stations à fréquence extrêmement rapide (toutes les douze secondes en heures de pointe), pour des usagers qui sont aujourd'hui essentiellement des touristes ; à Medellín, à Caracas, à Rio de Janeiro, à New York, à Portland ou à Alger, des téléphériques (grands modules d'une capacité de 30 à 200 personnes) circulent en aller-retour avec une fréquence importante (toutes les huit minutes en heure de pointe), et sont généralement bien intégrés dans le réseau de transport local (Clément-Werny et Schneider, 2012). Ainsi, l'idée d'urbaniser en-dessous et au-dessus de la surface en réfléchissant à un système de transport souterrain et aérien qui dépasserait la simple connectivité des rez-de-chaussée permettrait de maximiser cette organisation et dans le même temps de réduire l'étalement urbain, en modifiant à terme la forme de la ville, selon un modèle concentré à haute densité.

Pour autant, cette organisation ne propose pas un simple retour à la ville dense. Elle trouve son véritable avantage par l'association de trois fondements théoriques : (i) la connexion avec les systèmes de transports (TOD), (ii) la répartition multiscalaire des vides et des pleins (fractalité) et (iii) une organisation tridimensionnelle permettant de souder l'ensemble dans des strates cohérentes et fonctionnelles (tridiasie). L'idée fondamentale consiste à appuyer le modèle d'urbanisation fractale (éponge de Menger) sur une nouvelle liberté, celle de la translation verticale des espaces bâtis. Cette liberté multiplie les possibilités de déploiement du modèle, même dans les espaces où le rapport bâti/non bâti ( $> 5/9$ ) ne permet pas de l'appliquer dans un plan bidimensionnel.

*In fine*, cet ensemble devrait permettre de limiter l'étalement urbain et ses conséquences néfastes en canalisant l'urbanisation autour de pôles circonscrits et limités dans leurs atteintes aux écosystèmes environnants, mais sans réduire les mobilités. Au contraire, il s'agit bien de s'appuyer sur ces mobilités, à travers les possibilités de déplacement les plus rapides, pour connecter les activités humaines au sein d'une ville dont les espaces complémentaires s'organiseraient de manière hiérarchique, en fonction du niveau de recours quotidien ou hebdomadaire des services qu'elle propose. L'image présentée sur la figure 4 peut certes sembler exagérément progressiste ou provocatrice. Elle ne présente toutefois rien d'autre qu'une adaptation théorique des images

Figure 4

**Fractalité volumique : un couplage théorique**



universelles que l'on trouve de manière récurrente dans la science-fiction, qu'il s'agisse de bandes dessinées ou de productions cinématographiques. Il va sans dire que les opinions seront rapidement formées à propos de ces projets que l'imaginaire collectif accepte déjà largement de côtoyer pour son divertissement.

*3.3. Une nouvelle métrique urbaine*

Concrètement, nous sommes face à un projet d'urbanisation qui vise à réduire l'étalement urbain par un retour à une proximité qui ne s'organise plus sur une surface, mais qui demande à repenser l'espace géographique comme un volume. Au vu des exemples souterrains et aériens réalisés dans l'histoire, il est d'ailleurs indispensable de le faire, puisque c'est toujours en volume que les sociétés se sont inscrites dans leurs milieux, faisant des villes dont le développement est finalement plus sphérique que circulaire, et que l'on pourrait déjà qualifier

de pré-éponges de Menger<sup>5</sup>. D'un certain point de vue, il n'y a en effet rien d'inédit dans les espaces produits par l'urbanisme vertical. Depuis l'expérience des gratte-ciel ou des centres commerciaux souterrains et les travaux plus théoriques de V. Fouchier (1995), ou même par simple déduction géométrique, on sait bien que l'empilement d'éléments les uns sur les autres permet de minimiser leur emprise au sol, et donc de gagner de la surface de plancher sans trop étaler les constructions. On le sait d'ailleurs si bien que l'on n'a pas hésité à recourir aux solutions aériennes et souterraines quand les nécessités de développer la ville se sont couplées avec les avancées techniques qui permettaient de le faire. Ces réalisations ont alors conforté l'idée que la ville pouvait exister autrement que comme une juxtaposition surfacique d'éléments plus ou moins connectés les uns aux autres.

Toutefois, mis à part dans le cadre des travaux animés par E. Utudjian, ces réalisations n'ont probablement jamais fait l'objet d'une *pensée verticale* préalable, ni d'un véritable projet d'urbanisation tridimensionnelle. Pour leur majorité, ils restent contraints par une approche horizontale de l'espace géographique, qui apparaît tout à fait cohérente *a priori* : rien n'est plus évident que de considérer l'habitat humain sur un simple plan, celui-là même qui est donné au départ par la *surface* terrestre. Cette évidence est si banale que quand A. Dauphiné (1984) signale par exemple que « *l'implantation des grandes lignes électriques qui marquent tout l'espace périurbain est décidé suivant [...] une approche purement euclidienne de la lecture des volumes urbains* » pour définir les concepts clés qui sous-tendent la notion d'espace en géographie, il n'inclut pas la troisième dimension dans sa définition. Or, l'exemple auquel il se réfère ne peut en lui-même exister que si le caractère volumique et multistratifié de ce type d'implantations (les lignes électriques) est intégré. L'oubli n'est pas isolé : il n'existe à notre connaissance aucune définition de l'espace géographique ou terrestre permettant de le concevoir autrement que comme un ensemble de points, de lignes et de surfaces qui s'organisent en réseaux, en trames et en champs, toujours sur un même plan. Cette remarque vaut pour l'ensemble des définitions empiriques (Vidal de la Blache, 1948 ; etc.), théoriques (Reilly, 1931 ; Hägerstrand, 1952 ; etc.) ou axiomatiques (Beguin et Thisse, 1979) qui ont été données de l'espace géographique.

5. Cette qualification de pré-éponge de Menger est d'ailleurs tout à fait banale si l'on suit la logique fractale telle qu'elle a été énoncée par B. Mandelbrot (1982). À chaque itération donnée, la forme obtenue à partir d'un initiateur et d'un générateur fractal n'est pas strictement une fractale mais une préfractale : « *une fractale est un objet mathématique obtenu comme limite de la suite des préfractales quand le nombre d'itérations  $n$  tend vers l'infini* » (Gouyet, 1992), même si dans le langage courant, on assimile souvent fractal à préfractal.

Ce constat n'est pas nécessairement étonnant. Il pourrait correspondre à une sorte de contradiction du *facteur humain* (pour employer le vocabulaire ergonomique) : en tant qu'être tridimensionnel (qui fonctionne bel et bien en trois dimensions), l'homme s'est répandu dans l'aérien et le souterrain selon différentes techniques, mais sans véritablement raisonner dans l'axe vertical. Il fait donc en quelque sorte de la 3D sans le savoir, ni même vouloir le reconnaître, selon une logique qui relève peut-être elle aussi d'une « *loi du moindre effort* » (Zipf, 1949), mais verticale cette fois. On peut en tout cas poser cette hypothèse. Mais il serait nettement plus difficile de la vérifier, dans la mesure où ne disposons aujourd'hui ni des connaissances empiriques, ni du cadre conceptuel permettant de le faire. Pour aller plus loin, il devient donc nécessaire, d'une part, d'augmenter notre connaissance sur les constructions et les mobilités verticales (aériennes et souterraines), et d'autre part, de proposer une nouvelle métrique urbaine permettant de les associer aux caractéristiques généralement déjà connues de l'espace géographique en deux dimensions, avec cette contrainte supplémentaire que la gravité n'intervient pas avec la même force sur le plan horizontal et vertical.

## CONCLUSION

À l'heure actuelle, l'histoire de la *périsurface géographique* (Reymond, 2013) n'est pas généralisée, ni même écrite : les ouvrages consacrés à l'urbanisme souterrain et aérien ne mentionnent souvent que les projets les plus marquants, parfois accompagnés de recensions plus ou moins anecdotiques (par exemple Ovenden, 2003) et très éloignées de l'exhaustivité (Barles et Jardel, 2005). Dans tous les cas, cette histoire n'a pas fait l'objet d'une approche conceptuelle et porte sur un objet d'étude qui ne semble pas identifié en tant que tel.

Pour autant, malgré son développement majoritairement surfacique, la ville existe depuis toujours sous la forme d'un volume. L'axe vertical qui en guide les constructions doit par conséquent être intégré parmi les constituants fondamentaux de l'espace géographique : les villes actuelles sont probablement déjà des éponges de Menger, mais nous n'avons pas les moyens de le mesurer. Cette intégration est d'autant plus essentielle que les volumes terrestres ne sont pas isotropes et ne constituent pas un « simple » ajout de dimension à la somme des généralités géographiques connues. S'il est habituellement plus aisé de construire en hauteur qu'en profondeur, il semble par exemple que les projets les plus éloignés en distance de

la surface terrestre relèvent paradoxalement plus de la profondeur que de la hauteur. Cette intuition (qui nécessiterait d'être appuyée sur une étude exhaustive et une métrique spécifique) suggère que la verticalité urbaine (telle qu'elle est actuellement appropriée par l'homme) fonctionne selon une logique de proximités et d'espacements qui, en même temps qu'elle s'en rapproche, diffère de celle que nous connaissons pour les arrangements horizontaux, et qui ouvre un champ de recherche renouvelé à partir des connaissances actuellement acquises dans ce domaine. À l'image de l'éponge de Menger, la généralisation d'un urbanisme vertical fractal modifierait en profondeur la logique de ces arrangements. Elle demanderait par exemple de jouer contre la force naturelle de la gravité, selon un dispositif qui nécessite d'être inventé, produit de toute pièce par les sociétés humaines, comme un stade peut-être ultime d'artificialisation de leur habitat. D'un certain point de vue, nous sommes à des années-lumière de la concrétisation d'un modèle de ce genre. Mais d'un autre côté, dans un monde et un espace irrémédiablement finis, on voit mal comment continuer l'aventure de l'urbanisation sans envisager concrètement ce type de réalisations.

## RÉFÉRENCES

- Barles S., Jardel S., 2005, *L'urbanisme souterrain : étude comparée exploratoire*, Rapport de recherche, Atelier parisien d'urbanisme, 99 p.
- Béguin H., Thisse J.F., 1979, *An Axiomatic Approach to Geographical Space*, *Geographical Analysis*, 4, 11, p. 325-341.
- Boivin D. J., 1989, « De l'occupation du sol urbain à l'urbanisme souterrain », *Cahiers de géographie du Québec*, 33, 88, p. 37-49.
- Brand P., Dávila J.D., 2011, « Mobility innovation at the urban margins », *City: analysis of urban trends, culture, theory, policy, action*, 15, 6, p. 647-661.
- Calthorpe P., 1993, *The Next American Metropolis: Ecology, Community and the American Dream*, Princeton Architectural Press, 160 p.
- Christaller W., 1933, 1977, *Central Places in Southern Germany*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 229 p.
- Clark C., 1951, « Urban population densities », *Journal of the Royal Statistical Society*, 114, 4, p. 490-496.
- Claval P., 1981, *La logique des villes. Essai d'urbanologie*, Litec, 633 p.
- Clément-Werny C., Schneider Y., 2012, *Le transport par câble aérien vaut-il investir les villes ?*, *Techni.Cités*, 231, p. 29-34.
- Dauphiné A., 1984, « Espace terrestre et espace géographique », in Bailly A. S. (dir.), *Les concepts de la géographie humaine*, Masson, p. 33-43.

- Fouchier V., 1995, « La densification : une comparaison internationale entre politiques contrastées », *Les annales de la recherche urbaine*, 67, p. 95-108.
- Frankhauser P., 2013, « La ville fractale. Un concept d'aménagement multi-échelle », in Brun G. (éd.), *Ville et mobilité. Nouveaux regards*, Economica, p. 85-99.
- Frankhauser P., Houot H., Tannier C., Vuidel G., 2007, *Vers des déplacements péri-urbains plus durables : propositions de modèles fractals opérationnels d'urbanisation*, Rapport de recherche, PREDIT, 114 p.
- Hägerstrand T., 1952, « The propagation of innovation waves », *Lund Studies in Geography*, Série B, 4.
- Helbich M., Arsanjani J.J. and Leitner M., Computational Approaches for Urban Environments, Geotechnologies and the Environment, Springer, p.13-48.
- Hénard E., 1911, *The Cities of the Future*, Transaction, The Royal Institute of British Architects, p. 345-367.
- Korzybski S., 1952, « Le peuplement des grandes agglomérations urbaines. Londres et Paris aux 19<sup>e</sup> et 20<sup>e</sup> siècles », *Population*, 47, p. 458-520.
- L'Hostis A., Wulhorst G. *et al.*, 2010, An urbanism oriented towards rail in Germany and France: selected findings of the Bahn.Ville project, Proceedings of the 12th World Conference on Transportation Research, July 2010, Lisbon, Portugal, 33 p.
- Mumford L., 1961, 1964, *La cité à travers l'histoire*, Seuil, 777 p.
- Ovenden M., 2003, *Metro Maps of the World*, Capital Transport Publishing, 136 p.
- Pierre Frankhauser, 2015, « From fractal urban pattern analysis to fractal urban planning concepts », in Ragon M., 1978, *Histoire mondiale de l'architecture et de l'urbanisme moderne*, Tome 3 : Prospective et futurologie, Casterman, 437 p.
- Reilly W. J., 1931, *The Law of Retail Gravitation*, Pillsbury.
- Reymond H., 1998, « Approches nouvelles de la coalescence », in Reymond H., Cauvin C., Kleinschmager R., *L'espace géographique des villes. Pour une synergie multistratègic*, p. 21-48.
- Reymond H., Cauvin C., 2013, « La logique ternaire de S. Lupasco et le raisonnement géocartographique bioculturel d'Homo geographicus », *Cybergeo : Revue européenne de géographie*, 647, 30 p.
- Sterling R., 1993, « Introduction to underground space utilization », in Carmody J., Sterling R., *Underground Space Design. A Guide to Subsurface Utilization and Design for People in Underground Spaces*, p. 2-23.
- Tannier C., Bourgeois M., Houot H., Foltête J.C., 2016, « Impact of urban developments on the functional connectivity of forested habitats. A joint contribution of advanced urban models and landscape graphs », *Land Use Policy*, 52, p. 76-91.

- Utudjian E., 1952, *L'urbanisme souterrain*, Presses universitaires de France, 128 p.
- Vidal de la Blache P., 1948, *Principes de géographie humaine* (édités d'après les manuscrits de l'auteur par E. de Martonne), A. Colin, 327 p.
- Wegener M., 2004, « Overview of land-use transport models », in Hensher D.A., Button K., *Handbook in Transport*, 9, Transport geography and spatial systems, Pergamon-Elsevier, p. 127-146.
- Zipf G.K., 1949, 2012, *Human Behavior and the Principle of Least Effort*, Addison Wesley, 588 p.



## **Commentaire sur les chapitres 5 et 6 La ville fractale comme issue à l'alternative ville compacte / ville étalée ?**

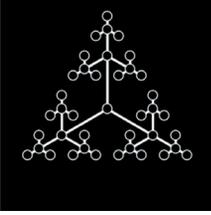
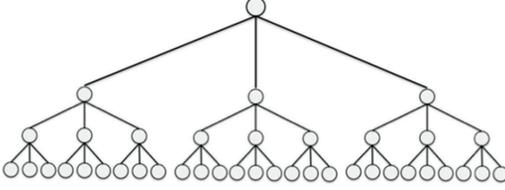
Arnaud Banos

*Directeur de recherche, CNRS, UMR CNRS Géographie-cités*

Le débat « ville compacte vs ville étalée » est tellement ancien qu'il est tentant de lui trouver une alternative. La « ville fractale », décrite depuis plusieurs décennies déjà par de nombreux auteurs, semble à tous points de vue être une candidate idéale. On retrouve en effet cette idée, assez généralisée aujourd'hui, d'un remplissage sinon optimal, du moins efficient d'une surface ou d'un volume par des structures fractales. Les chapitres 5 et 6, rédigés respectivement par Cécile Tannier, Marc Bourgeois, Maxime Frémond d'un côté et Jean-Philippe Antoni de l'autre, s'inscrivent dans cette perspective. Les arguments développés dans ces deux chapitres, sur la base de simulations numériques dans le cas du chapitre 5 et d'une modélisation théorique dans le cas du chapitre 6, sont tout à fait convaincants. Que ce soit en 2D ou en 3D, la fractalité urbaine ouvre des perspectives intéressantes vers ces villes à la fois « compactes et ouvertes » (Antoni, p. 191), même si la question de leur « optimalité » reste délicate. Bien loin d'affirmer avec le physicien Hector Reis que la fractalité urbaine résulterait de « dynamiques sous-jacentes d'optimisation des flux de personnes et de biens » (Reis, 2008), les auteurs de ces deux chapitres se montrent mesurés et prudents à la fois dans leurs raisonnements et leurs interprétations. Plus encore, la démarche de modélisation et de simulation mises en œuvre par Cécile Tannier, Marc Bourgeois et Maxime Frémond permet d'élargir la question en intégrant d'autres objectifs, tels que la préservation de la connectivité des habitats écologiques par exemple. Au final, ces deux chapitres présentent des pistes de réflexion stimulantes quant à l'avenir non seulement de nos villes, mais également du vivre en ville.

Pour autant, je ne suis pas pleinement convaincu par les fondements mêmes du modèle de la ville fractale, tel que présenté par

Jean-Philippe Antoni, qui entérine par défaut l'existence d'un « arbre » urbain sous-jacent (que ce soit en 2D ou en 3D).

	
<p>Exemple de structure fractale spatiale simple (triangle de Sierpinski)</p>	<p>Représentation (non spatiale) sous forme d'arbre : chaque nœud correspond à un nœud du triangle de Sierpinski.</p>

Cette structure en arbre, outre son extrême hiérarchie, n'autorise – sous cette forme très caricaturale j'en conviens<sup>1</sup> – aucun passage direct entre sous-ensembles de même niveau hiérarchique. Bien qu'étant optimale<sup>2</sup> dans son rapport nombre d'arcs/nombre de nœuds – et par conséquent plus intéressante d'un point de vue financier lorsqu'il s'agit de créer des réseaux de transports collectifs par exemple –, cette structure présente néanmoins un certain nombre de défauts inhérents à sa structure même.

Sa robustesse, en particulier, est entièrement liée à la robustesse de chacune de ses composantes, pondérée par leur niveau hiérarchique : la défaillance d'un nœud ou d'un arc de hiérarchie supérieure coupera immédiatement l'arbre en sous-composantes non connexes. On est, de fait, très loin d'un système complexe, robuste et adaptatif, présentant des chemins alternatifs et offrant ainsi une redondance minimale absolument vitale pour la dynamique du système<sup>3</sup>.

Une autre fragilité structurelle doit également être soulignée : l'absence de liens transversaux entre communautés de même niveau hiérarchique introduit une ségrégation *de facto* entre les différents espaces urbains, faiblement connectés les uns aux autres. L'intention initiale peut être présentée de manière vertueuse, ainsi que le fait Jean-

1. On se référera utilement à l'un des premiers articles de Pierre Frankhauser [1994] pour une mise en perspective plus large de ce type de « monofractale » issue d'itérations déterministes et par conséquent assez éloignée des tissus urbains observés.

2. On se référera à l'article de [Mauroy *et al.*, 2004] pour un exemple intéressant de limite du principe d'optimalité fractale en biologie et physiologie.

3. Mesurer précisément le gain de robustesse lié à une croissance de la redondance (et donc du coût) dans un réseau de transport n'est cependant pas chose aisée. Jenelius et Cats montrent ainsi, simulations à l'appui, qu'un modèle de transport couplant de manière fine et dynamique l'offre et la demande doit être appliqué sur le réseau modifié afin de procéder à une telle évaluation [Jenelius, Cats, 2015].

Philippe Antoni : « *préserver les “coulées” et maximiser la bordure bâti/non bâti* ». Pourtant, c’est précisément la connectivité qui autorise la vie urbaine (Dupuy, 1991 ; Salingaros, 2004). De manière quelque peu étrange me semble-t-il, une logique fractale trop simpliste et poussée à l’extrême ferait alors de la ville un ensemble de communautés spatiales disjointes, connectées uniquement via des nœuds intermédiaires. Or, ainsi que le rappelle Denise Pumain (2010), « *la présence de structures fractales est davantage compatible avec des processus dont la référence est d’emblée inégalitaire, correspondant à des processus de croissance multiplicatifs et des répartitions très dissymétriques du point de vue statistique, ou encore très inégalitaires du point de vue social, et très inégalement concentrées du point de vue géographique* ». Pousser dans le sens de la « fractalité » ne reviendrait-il donc pas, dans une certaine mesure, à amplifier ces mécanismes différenciateurs sous-jacents, de manière mécanique ? De manière plus générale, l’avertissement formulé il y a plus de 50 ans par Christopher Alexander (1965) me semble conserver une certaine actualité : « *When we think in terms of trees we are trading the humanity and richness of the living city for a conceptual simplicity which benefits only designers, planners, administrators and developers [...] For the human mind, the tree is the easiest vehicle for complex thoughts. But the city is not, cannot and must not be a tree* ».

Pour autant, cette dernière affirmation d’Alexander reste à démontrer, et ce dans une perspective historique longue. La plupart des villes actuelles sont en effet le fruit d’une très longue histoire, souvent mouvementée. Si, pour Christopher Alexander, l’« avant » était caractérisé par une structure en semi-treillis<sup>4</sup>, plus organique et proche des exigences de la vitalité urbaine, pour d’autres auteurs comme Nikos Salingaros, les villes étaient naturellement fractales<sup>5</sup> avant que l’urbanisme moderne (à la Le Corbusier) ne leur donne d’autres formes.

La ville fractale n’a donc pas encore livré tous ses secrets. Elle mérite en tout cas d’être prise au sérieux en tant qu’alternative possible à nos villes actuelles. Pour cela, il nous reste d’abord à inventer des méthodes permettant d’analyser les formes des villes sur des périodes historiques longues, afin de mieux replacer la question du devenir de nos villes dans sa profondeur et sa richesse historiques. Il nous faut ensuite encourager des recherches inter-disciplinaires visant à explorer d’éventuelles stratégies de mitigation ou de régulation des

4. « Every time a piece of a city is torn out, and a tree made to replace the semilattice that was there before, the city takes a further step toward dissociation » (Alexander, 1965).

5. « Urban typologies used throughout history up until the twentieth century lead automatically to a fractal structure. Traditional urban form follows the pedestrian transportation web. The predominantly pedestrian city was built over time – with continuous incremental additions – on a fractal model, without its builders being aware of it » (Salingaros, 2003).

possibles effets pervers d'un urbanisme « pro-fractal » trop radical. Ce n'est qu'à ce prix que nous pourrions espérer identifier les chemins vertueux que devraient emprunter une ville à la fractalité maîtrisée. Les deux chapitres livrés ici démontrent tout le potentiel, dans cette perspective, d'une démarche reposant sur l'exploration systématique, par simulation informatique, des structures et dynamiques urbaines.

## BIBLIOGRAPHIE

- Alexander Ch., 1965, « A City is Not a Tree », *Architectural Forum*, Vol. 122, n° 1, April 1965, p. 58-62.
- Dupuy G., 1991, *L'Urbanisme des réseaux*, Paris, Armand Colin.
- Frankhauser P., 1994, « La formalisation fractale des tissus urbains », *Cahiers de Géographie du Québec*, Vol. 42, n° 117, p. 379-398.
- Jenelius E., Cats O., 2015, « The value of new public transport links for network robustness and redundancy », *Transportmetrica A: Transport Science*, Vol. 11, 2015, Issue 9 : Quantitative Approaches to Resilience in Transport Networks, p. 819-835.
- Mauroy B., Filoche M., Weibel E. R., Sapoval B., 2004, « An optimal bronchial tree may be dangerous », *Nature*, Vol. 427, p. 633-636.
- Pumain D., 2010, « Commentaire : transition fractal-non fractal et objets géographiques », *L'Espace Géographique*, n° 2, Vol. 39, p. 113-116
- Reis H., 2008, « Constructal view of the scaling laws of street networks – The dynamics behind geometry », *Physica A* n° 387, p. 617-622.
- Salingaros N., 2003, « Connecting the Fractal City, PLANUM », *The European Journal of Planning On-line*, <http://zeta.math.utsa.edu/~yxk833/connecting.html>.

## CHAPITRE 7

# Résilience des villes et géophysique, réseaux et mesures multifractales

Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia  
*Hydrologie Météorologie et Complexité, École des Ponts ParisTech,  
Université Paris-Est*

### INTRODUCTION

Le contexte actuel exige d'accroître qualitativement notre compréhension, maîtrise et gestion des interactions entre les systèmes urbains et leur environnement, en particulier pour assurer la résilience des villes aux temps extrêmes, l'eau et le changement climatique. Pour cela il faut développer des méthodologies de rupture permettant de faire sauter les verrous scientifiques actuels. Nous pensons que la source principale de ceux-ci est l'extrême variabilité des phénomènes environnementaux et urbains sur de grandes gammes d'échelle et de temps. Cette communauté de variabilité multi-échelles devient un atout si l'on cesse de la contourner et qu'on l'affronte avec des outils adéquats. Nous montrons que le cadre multifractal semble particulièrement adéquat. Certains outils sont déjà disponibles, d'autres nécessitent de nouveaux développements méthodologiques. C'est en particulier le cas des réseaux complexes, tels que ceux de mobilité, énergie, communication et assainissement. Différents chapitres de ce livre montrent le rôle structurant de ces réseaux pour l'urbain. Ce chapitre met en valeur le fait qu'ils font intervenir à la fois des notions de topologie, notamment celles de connexité, et des notions de métrique ou de mesurabilité (fractales et multifractales). Ces dernières permettent d'aller au-delà de l'indispensable connectivité pour aborder celles des flux pouvant circuler dans ces réseaux.

## **1. TRANSITION À LA RÉSILIENCE DES VILLES**

### *1.1. Le contexte*

Les interactions réciproques entre les systèmes urbains et leur environnement ont une longue histoire, à commencer par le choix des sites urbains en fonction des ressources et des risques dits naturels. Ces interactions sont de plus en plus reconnues comme un facteur clé pour l'avenir de notre planète et l'évolution de l'Anthropocène, mais posent des problèmes méthodologiques fondamentaux du fait de l'extrême variabilité des champs environnementaux et géophysiques sur de grandes gammes d'échelles.

Quelques chiffres des Nations Unies indiquent assez clairement l'ampleur de cet enjeu : non seulement la majorité de la population mondiale réside déjà dans des villes, mais ce pourcentage atteindra 80 % pour les pays développés et 60 % pour les pays émergents en 2050. En fait la croissance de la population mondiale va s'effectuer dans les villes. Bien que celles-ci n'occupent qu'une faible fraction de la surface terrestre, les villes consomment 80 % de l'énergie mondiale et émettent plus de 60 % des gaz à effet de serre. La concentration des infrastructures et richesses est encore plus forte alors que nombre de villes, particulièrement de grandes métropoles, sont soumises à de forts risques géophysiques. Force est aussi de constater que les villes n'offrent souvent que des services de base et une qualité de vie médiocres. Aussi les Nations Unies ont fixé depuis un certain temps des objectifs de développement durable (SDG, Sustainable Development Goals) qui non seulement ne sont pas encore atteints, mais souvent s'éloignent.

C'est dans ce contexte, et celui du changement climatique, que le thème de la résilience des villes a pris de l'ampleur, plus particulièrement celui de la résilience aux extrêmes, à l'eau et au changement climatique. Ce thème représente une certaine rupture par rapport à la traditionnelle gestion des risques et des ressources. Plutôt que de développer essentiellement des formes de défense par rapport à des événements et phénomènes, basées sur des compréhensions limitées de ceux-ci, il s'agit au contraire de s'appuyer sur la complexité même de ceux-ci pour définir des stratégies intégratives de réduction et d'adaptation afin d'assurer une transition à la résilience des villes.

### *1.2. Quelle résilience ?*

Le terme résilience étant devenu à la mode et donc sujet à de multiples usages, il convient d'en préciser la définition et que celle-ci

ait si possible un caractère opératoire et non seulement conceptuel (Tchiguirinskaia *et al.*, 2014). Cela est d'autant plus important que cette notion a déjà une longue histoire : provenant de la mécanique, elle a été successivement utilisée (et modifiée) en écologie, psychologie et finalement en systèmes complexes. Une définition assez courante est « *la capacité d'un système d'absorber les perturbations et de se réorganiser de manière à conserver essentiellement la même fonction, structure, identité et réponse* » (Hollings, 1973). Cette définition peut être comprise de façon différente selon les poids respectifs accordés à l'expression « réorganiser » et « conserver ». Elle peut être ainsi plus proche de la « résilience d'ingénieur », donc en fait de robustesse, en l'interprétant comme une mesure de la vitesse de retour à un équilibre suite à une perturbation (Pimm, 1984). Celle-ci peut se mathématiser en prenant appui sur l'approche des systèmes dynamiques en considérant l'attracteur étrange du système et le temps de séjour dans les bassins d'attractions des points d'équilibre considérés comme favorables (Pimm and Lawton, 1977 ; DeAngelis, 1980). Ce temps peut être estimé à l'aide des exposants de Lyapunov, qui sont l'inverse de temps caractéristiques (Lyapunov, 1907 ; Oseledecs, 1968). Une autre estimation, moins aisée, peut être effectuée à partir de celle de la taille des bassins (Collings and Wollkind, 1990 ; Van Coller, 1997).

En dépit de leur intérêt mathématique et d'être quantifiables, ces approches, bien qu'ayant été appliquées à des écosystèmes, ne permettent pas de prendre en compte ni la réorganisation, ni les rétroactions du système, ni même les actions anthropologiques sur le système (Martin, Deffuant and Calabrese, 2011). Elles ne permettent donc pas d'approcher la « résilience écologique ». Des approches fondées sur la théorie de la viabilité permettent de prendre ces actions (Deffuant and Gilbert, 2011), mais butent encore sur le caractère multi-échelle de cette résilience, alors que Folke *et al.* (2010) insistent sur son caractère fondamental et indispensable : « *le caractère multi-échelles de la résilience est fondamental pour la compréhension de l'interaction entre la persistance et le changement, l'adaptabilité et la transformabilité. Sans la dimension de l'échelle, la résilience et la transformation peuvent sembler être en contraste fort ou même en conflit* ». C'est ce caractère multi-échelles qui va être traqué dans ce qui suit en cherchant à mettre en valeur une méthodologie commune pour analyser à travers les échelles les composantes scientifico-environnementales et socio-économiques des systèmes urbains et leur environnement.

## 2. GÉOPHYSIQUE ET MULTIFRACTALS

### 2.1. Symétries et géométrie fractale

Les objets de la géophysique ont été depuis longtemps sollicités pour fournir des exemples d'une symétrie particulière, celle d'une autosimilarité sur une grande gamme d'échelles : tourbillons, rivières, séismes et volcans (Lucrece and C., 50BC ; da Vinci, 1500 ; Descartes, 1637 ; Galileo, 1638). Il est sans doute significatif que Perrin (1913) ait pris l'exemple des côtes de Bretagne pour illustrer une certaine généralité de la non-différentiabilité du mouvement brownien. Cet exemple sera ultérieurement repris et considérablement approfondi (Richardson, 1961 ; Mandelbrot, 1967 ; Sapoval, Baldassari and Gabrielli, 2004). Parmi les domaines pionniers de la symétrie d'échelle en géophysique, on peut citer la diffusion atmosphérique (Richardson, 1926), la sismologie (Gutenberg and Richter, 1944), les débits de rivières (Hurst, 1951), leur forme (Steinhaus, 1954), les milieux poreux (Miller and Miller, 1955).

Comme pour d'autres symétries (Weyl, 1952 ; Zee, 1986), ces exemples auraient été vains sans un travail fondamental de conceptualisation pour mettre en évidence l'importance de la symétrie d'échelle et ses éléments profondément unificateurs. La géométrie fractale (Mandelbrot, 1975, 1977, 1983) a notamment mis en valeur le rôle crucial de la dimension fractale, invariant associé à la symétrie d'échelle, pour mesurer l'hétérogénéité d'objets géométriques.

### 2.2. D'une dimension à une hiérarchie de codimensions

Du fait que la dimension de Hausdorff (Hausdorff, 1919) est définie de façon univoque pour tout ensemble compact, une certaine efficacité et universalité lui était *a priori* garantie. Elle donne accès à une interprétation géométrique simple de l'anormalité d'exposants de lois d'échelle (Gouyet, 1992), l'étrangeté d'attracteurs non triviaux (Fraedrich, 1986), la complexité des bassins et rivières (Rodriguez-Iturbe and Rinaldo, 1997), l'intermittence de la turbulence (Mandelbrot, 1974 ; Frisch, Sulem and Nelkin, 1978), etc. La dynamique peut être comprise comme étant restreinte à un sous-espace de dimension fractale inférieure à la dimension « de plongement », celle de l'espace physique ou de phase.

Cependant, des symptômes contraires à cet espoir apparaissent. En premier lieu, il fut constaté que des estimateurs de cette dimension donnaient des résultats sensiblement distincts, notamment

l'algorithme de la dimension de corrélation par rapport à celui du comptage de boîtes (Grassberger and Procaccia, 1983). Il fut ensuite argumenté que ni les attracteurs (Grassberger, 1983 ; Hentschel and Procaccia, 1983 ; Halsey *et al.*, 1986), ni les modèles de cascade (Benzi *et al.*, 1984 ; Schertzer and Lovejoy, 1984, 1987 ; Parisi and Frisch, 1985 ; Mandelbrot, 1991) ne pouvaient dépendre d'un seul paramètre, contrairement aux processus stochastiques auto-similaires (Lamperti, 1962) tels que mouvements browniens et vols de Lévy fractionnaires, éléments essentiels de la modélisation de la géométrie fractale (Peitgen and Saupe, 1988).

L'unicité de la dimension a donc dû céder la place à une hiérarchie (infinie) de dimensions pour les attracteurs, comme pour les modèles de turbulence. Plus généralement, l'intuition géométrique, qui avait été si utile pour mettre en évidence les limites des modélisations classiques, semblait à son tour dépassée par la complexité des champs à analyser et simuler.

Ce questionnement n'est pas resté sans réponse, tout d'abord dans le domaine très particulier de la turbulence hydrodynamique, mais la généralité des résultats obtenus a été rapidement utilisée pour aborder de la même manière de très nombreux champs géophysiques, notamment dynamique, pluie, nuages et climat (pour revue (Lovejoy and Schertzer, 2013)). En effet, la notion d'intermittence de la turbulence hydrodynamique avait été mise empiriquement en valeur par (Batchelor and Townsend, 1949 ; Batchelor, 1953) : l'activité de la turbulence se concentre de plus en plus lorsqu'on l'analyse à des échelles de plus en plus fines et il y a des poches d'activité à l'intérieur de poches d'activité, et ainsi de suite jusqu'à l'échelle de dissipation. Ce flux d'activité – le flux d'énergie cinétique dans le cas de la turbulence – vers les petites échelles a été modélisé depuis (Yaglom, 1966) à l'aide de modèles multiplicatifs de cascade de plus en plus sophistiqués (voir Schertzer and Tchiguirinskaia (2015) pour des développements récents). Ces modèles ont mis en évidence que le flux de la quantité qui cascade à travers les échelles a un comportement particulièrement singulier et qui était ignoré dans les théories classiques : ce flux correspond à une mesure stochastique singulière par rapport à la mesure usuelle de volume (la mesure de Lebesgue). Cela signifie qu'elle ne peut s'exprimer comme le produit d'une fonction et de la mesure de volume, cette fonction hypothétique étant sa densité volumique. Ce résultat va à l'encontre de toutes les démarches classiques de la physique, qui privilégient ces densités volumiques (ex : densités de masse, de charge ou de courant). Il a donc rendu nécessaire le développement de formalismes et méthodologies adéquats.

### 2.3. Multifractals stochastiques et déterministes

Le terme multifractal, introduit par Parisi and Frisch (1985), correspond au fait qu'un champ multifractal peut être compris comme une hiérarchie infinie d'ensembles fractals, chacun étant le support d'un certain niveau d'activité. C'est le point commun des divers formalismes multifractals, qui par ailleurs diffèrent, comme nous allons le voir, sur certaines caractéristiques importantes des processus en jeu. Nous considérons tout d'abord le cadre stochastique, plus général que le cadre déterministe. La loi d'échelle du flux vers les petites échelles, définie par la mesure (probabiliste) de la fraction de l'espace de probabilité où la densité  $\varepsilon_\lambda$  de ce flux à la résolution  $\lambda$  ( $=L/l$ ,  $L$  étant l'échelle (spatio-temporelle) externe du phénomène,  $l$  celle d'observation) dépasse le seuil  $\lambda^\gamma \varepsilon_1$  ( $\varepsilon_1$  étant la moyenne de ce flux à l'échelle externe) :

$$\Pr(\varepsilon_\lambda > \lambda^\gamma \varepsilon_1) \approx \lambda^{-c(\gamma)} \quad (1)$$

L'exposant  $\gamma$  mesure la divergence algébrique du champ ( $\varepsilon_\lambda \rightarrow \infty$ ;  $\gamma > 0$ ,  $\lambda \rightarrow \infty$ ) à des résolutions de plus en plus grandes, et définit donc un ordre de singularité, brièvement dénommé 'singularité'. La fonction  $c(\gamma)$  est une codimension statistique (Schertzer and Lovejoy, 1987), correspond à une fonction de Cramer (Oono, 1989 ; Mandelbrot, 1991) et est non négative, non décroissante et convexe. La figure 1 donne un exemple de l'intermittence de la dynamique atmosphérique et sa fonction de codimension  $c(\gamma)$ . La figure 2 donne l'estimation de cette codimension  $c(\gamma)$  pour l'imperméabilité de 4 bassins urbanisés du projet RainGain (Gires *et al.*, 2016), obtenue d'une part par la technique du comptage de boîte fonctionnel, donc avec différents seuils (Lovejoy, Schertzer and Tsonis, 1987), et d'autre part par la technique du Double Trace Moment (Lavallée *et al.*, 1992).

La transformation de Mellin montre (Schertzer, Lovejoy and Hubert, 2002) que les moments statistique d'ordre  $q$  suivent aussi une loi d'échelle ( $\langle \cdot \rangle$  désigne l'espérance mathématique) :

$$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \approx \lambda^{k(q)} \quad (2)$$

En considérant la limite  $\lambda \rightarrow \infty$ , les exposants  $K(q)$  et  $c(\gamma)$  se correspondent dans une transformation de Legendre, comme dans le cadre des multifractals géométriques et déterministes (Parisi and Frisch, 1985). La restriction au cadre déterministe (Schertzer and Lovejoy, 1992) nécessite  $c(\gamma) \leq d$  (où  $d$  est la dimension de plongement) et

Figure 1

(a) un échantillon de la « densité »  $\varepsilon(x)$  du flux d'énergie turbulente par rapport à la distance  $x$  parcourue par un avion instrumenté le long de paliers horizontaux. On peut noter que les fluctuations sont fortement intermittentes : l'unité correspond à la moyenne  $\bar{\varepsilon}_1$  de 30 échantillons. (b) Fonction codimension  $c(\gamma)$  estimée à la résolution maximale ( $\Lambda=2^{10}$ ) sur 30 échantillons. On peut noter le point  $(C_1, C_1)$  de tangence à la première bissectrice;  $C_1=0.3\pm 0.05$ , et l'asymptote linéaire ( $\gamma_D$ ) de pente  $q_D=2.4\pm 0.05$ . (Chigirinskaya *et al.*, 1994)

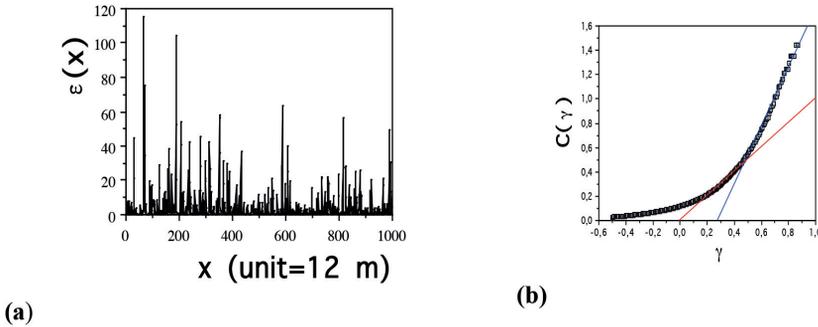
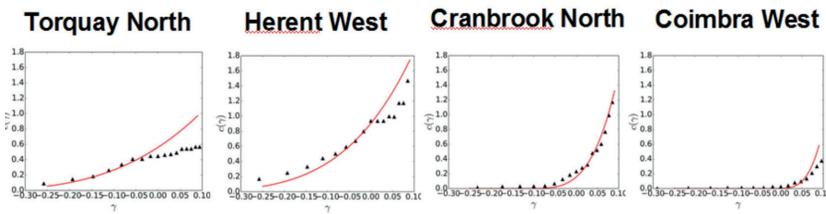


Figure 2

Estimation de la codimension  $c(\gamma)$  de l'imperméabilité de 4 bassins du projet RainGain (Gires *et al.*, 2016), obtenue d'une part (triangles) par la technique du comptage de boîte fonctionnel, donc avec différents seuils (Lovejoy, Schertzer and Tsonis, 1987), et d'autre part (ligne continue) à l'aide de la technique du Double Trace Moment (Lavallée *et al.*, 1992)



conduit aux relations suivantes avec le formalisme déterministe (Halsey *et al.*, 1986) :

$$\alpha_d = d - \gamma; f_d(\alpha_d) = d - c(\gamma); \tau_d(q) = d(q - 1) - K(q) \quad (3)$$

La singularité  $\gamma$  est alors presque sûrement portée par un ensemble fractal de dimension  $f_d(\alpha_d) = d - c(\gamma)$ , donc  $c(\gamma)$  est presque sûrement une codimension géométrique du support fractal de la singularité  $\gamma$ ,

c'est-à-dire sur lequel  $\varepsilon_\lambda$  diverge plus vite que  $\lambda^\gamma$ . Il est important de noter la dépendance par rapport à la dimension de plongement  $d$  des notations déterministes.

La dépendance de la codimension  $C(\gamma)$  par rapport à la singularité  $\gamma$  équivaut à la non-linéarité en  $q$  de la fonction d'échelle des moments  $K(q)$ . Par exemple, les multifractals « fortement universels » (Schertzer and Lovejoy, 1987) ont une non-linéarité en général non analytique ( $0 < \alpha < 2$ ) :

$$K(q) = C_1(q^\alpha - q)/(\alpha - 1) \quad (4)$$

La codimension  $C_1$  du champ moyen ( $q = 1$ ) correspond au point fixe  $C_1 = c(C_1)$  et mesure la fractalité moyenne :  $C_1 = 0$  pour un champ homogène. Le paramètre  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 2$ ) mesure la multifractalité du processus.  $\alpha^1$  est aussi le paramètre de stabilité de Lévy du générateur de ce processus (Schertzer and Lovejoy, 1987).

Pour  $\alpha = 0$ , on obtient le  $\beta$ -modèle (Mandelbrot, 1974 ; Frisch, Sulem and Nelkin, 1978) qui est uni/mono-fractal :  $K(q)$  est linéaire, il y a une unique singularité bornée  $\gamma^+ = C_1$  (structures actives) et une non bornée  $\gamma^- = -\infty$  (structures inactives). Ce modèle est instable et non générique (Lovejoy and Schertzer, 1984) : dès que l'on considère des structures très faiblement actives (mais non complètement inactives :  $-\infty < \gamma^- \ll -1$ ), celles-ci en interagissant avec des structures actives ( $\gamma^+$ ) génèrent tout un spectre de niveaux d'activité intermédiaires ( $\gamma^- < \gamma < \gamma^+$ ), donc un comportement multifractal.  $\alpha = 2$  définit le processus incorrectement appelé 'lognormal' (Kolmogorov, 1962 ; Obukhov, 1962 ; Yaglom, 1966).

Il est utile de noter que les simulations stochastiques des champs multifractals peuvent être conditionnées par les mesures effectuées (Chigirinskaya *et al.*, 1998).

### 3. MULTIFRACTALES ET RÉSEAUX

L'ossature des systèmes urbains repose sur de nombreux réseaux (assainissement, énergie, mobilité, communication) dont le développement s'est fait en interaction, plus ou moins consciente, avec la variabilité multi-échelles de leur environnement, avec des stratégies allant de l'adaptation au contournement de la géophysique et de ses manifestations, voire en cherchant des solutions de substitution. C'est particulièrement le cas pour le développement des réseaux d'assainissement par rapport aux réseaux hydrologiques naturels.

1. Ce paramètre  $\alpha$  n'a rien de commun avec la singularité  $\alpha_i$  discutée précédemment.

Ces réseaux sont en général hiérarchiques et, surtout lorsque ils sont ramifiés, cette hiérarchie peut être similaire à celle des rivières (Marani, Rigon and Rinaldo, 1991 ; Turcotte and Newman, 1996 ; Birnir, 2008). Ils sont représentés comme une série de liens unidimensionnels joignant différents nœuds. C'est sous cette forme abstraite que s'est développé le thème des réseaux complexes, qui, pour une large part, correspond à un renouveau de la théorie (mathématique) des graphes, et a une large palette d'applications (Barabasi, 2002) : le web, les réseaux de transport aérien ou terrestres, les réseaux sociaux, etc. Ce sont les propriétés topologiques des réseaux, essentiellement leur connectivité, qui sont investiguées, indépendamment de nombreuses autres propriétés. Cependant, des liens ont été établis avec les fractales et multifractales, bien que ceux-ci s'intéressent en général à des propriétés métriques ou de mesurabilité plus exigeantes au niveau mathématique. D'une part, les recherches ont essentiellement porté sur des réseaux sans échelle caractéristique (*scale free network*, Barabási, 2009), c'est-à-dire ceux dont la probabilité du nombre de liens à partir d'un nœud suit une loi d'échelle. D'autre part, l'hétérogénéité de la répartition spatiale des nœuds ou des liens peut être mesurée par des dimensions fractales. Les plus utilisées sont la dimension de comptage de boîte pour les liens d'un réseau (cf. figure 3 et figure 4 pour illustration) et la dimension de corrélation pour les nœuds.

Figure 3

**Schéma de l'algorithme de comptage de boîte appliqué à une portion du réseau d'assainissement du CG94 (Sarkis, 2008)**

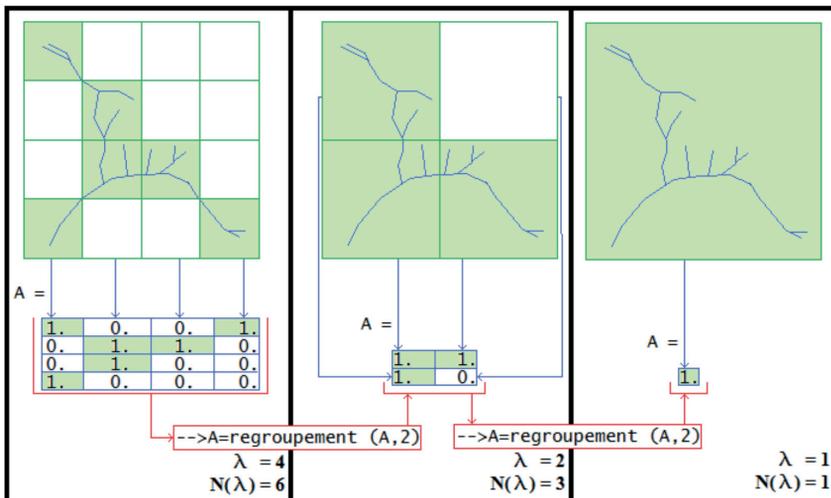
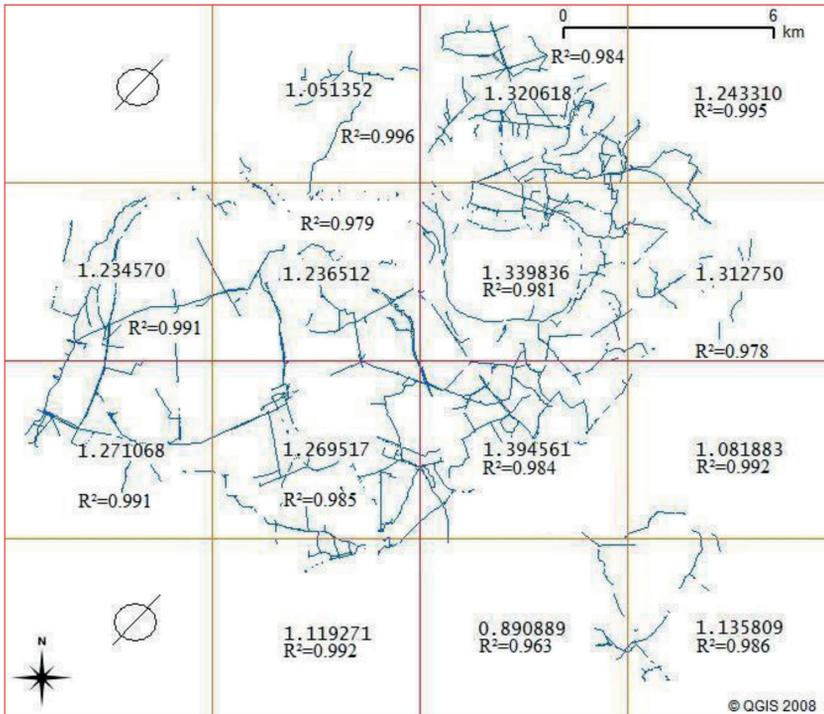


Figure 4

**Estimations de la dimension fractale obtenues sur 16 portions du réseau d'assainissement du réseau du CG94 (Sarkis, 2008). On notera une certaine dispersion de ces estimations, qui est indicatrice d'une certaine multifractalité, plutôt que d'une monofractalité**

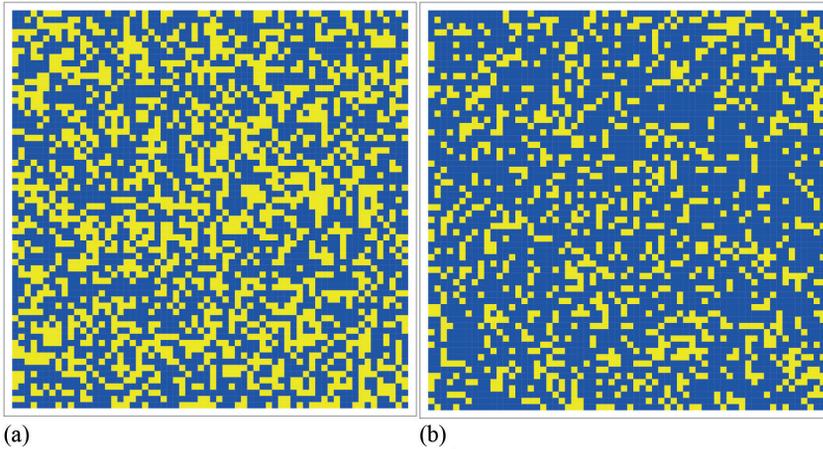


Les réseaux complexes ont aussi un lien avec la percolation. Dans le cas classique (Stauffer, 1985), celle-ci correspond à la génération d'amas géométriques et la question essentielle est de déterminer le seuil de percolation, c'est-à-dire la probabilité critique d'établissement de liens ou de sites à partir de laquelle apparaissent des amas percolant à travers tout le domaine (cf. fig. 5). Il est intéressant de noter que, en dépit de l'extrême simplicité du b-modèle monofractal, son seuil de percolation n'est toujours pas déterminé de façon analytique, mais seulement de façon numérique.

Les multifractales permettent d'aller au-delà de ces aperçus géométriques. En premier lieu, elles permettent d'étudier la densité du réseau en prenant celle-ci comme un champ multifractal, donc en fait mesurer (et simuler) une hétérogénéité dans l'hétérogénéité du réseau, au lieu de se contenter d'une estimation moyenne de l'hétérogénéité, ce que peut seulement fournir une unique dimension fractale. On peut

Figure 5

**Percolation de site (réseau de 642 sites, le bleu correspond à un site conducteur), a) avec une probabilité proche du seuil de percolation ( $p_c \approx 0.592746\dots$ ), à partir de laquelle apparaissent des amas percolant à travers tout le domaine, b) avec une probabilité légèrement supérieure ( $p_c + 0.15$ )**



utiliser diverses techniques pour déterminer les exposants  $c(\gamma)$  et  $K(q)$  des lois (multiples) d'échelle respectivement de sa probabilité (éq. (1)) et de ses moments statistiques (éq. (2)). Ces estimations peuvent être utilisées pour enlever, grâce au théorème d'intersection (cf. figure 6), le biais d'estimation introduit par un réseau de mesure de dimension fractale  $D < d$ , où  $d$  est la dimension du champ mesuré. En effet, si la distribution des points de mesure est indépendante de celle du champ à observer (ce qui est usuellement le cas) leurs exposants d'échelle des moments statistiques, respectivement  $K_M(q)$  et  $K(q)$ , elles sont reliées à celle des observations  $K_o(q)$  par la relation suivante (Tchiguirinskaia *et al.*, 2004) :

$$K(q) = K_o(q) - K_M(q) \quad (5)$$

Mais les multifractals sont surtout indispensables pour analyser et simuler les flux qui traversent ces réseaux. Ces flux sont les variables clés pour dimensionner ces réseaux, or elles échappent à la percolation et aux approches réseaux complexes qui se limitent à déterminer si la connectivité existe. Cette dernière est certes une condition indispensable, mais elle est largement insuffisante, comme en témoignent fréquemment les débordements des réseaux d'assainissement, les ruptures de réseaux d'énergie et les saturations de réseaux de mobilité et de communication. Il y a là un large domaine à explorer, y compris pour réviser les réglementations concernant les

Figure 6

**Schéma du théorème d'intersection et son application pour enlever le biais d'estimation introduit par un réseau de mesure (ici un réseau de pluviomètre) de dimension fractale  $D < d$ , où  $d$  est la dimension du champ mesuré (Tchiguirinskaia *et al.*, 2004)**

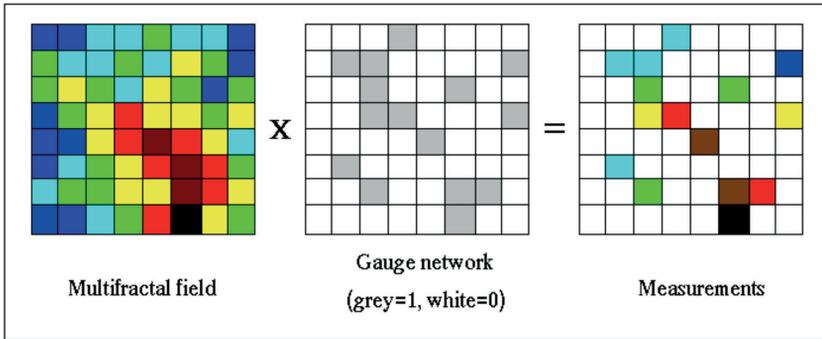


Figure 7

**Comparaison du débit observé et normalisé par sa moyenne ( $Q(t)/\bar{Q}(t)$ ) et sa prévision ( $p(t)$ ), obtenue par intégration fractionnaire du taux de pluie normalisé ( $r_n = r(t)/\bar{r}(t)$ ), à l'exutoire du site du projet ANR Trafipollu de Nogent-sur-Marne (CG94) lors d'un événement pluvieux en septembre 2014. L'unité de temps est l'heure. Adapté de (Fitton, Tchiguirinskaia and Schertzer, 2016)**

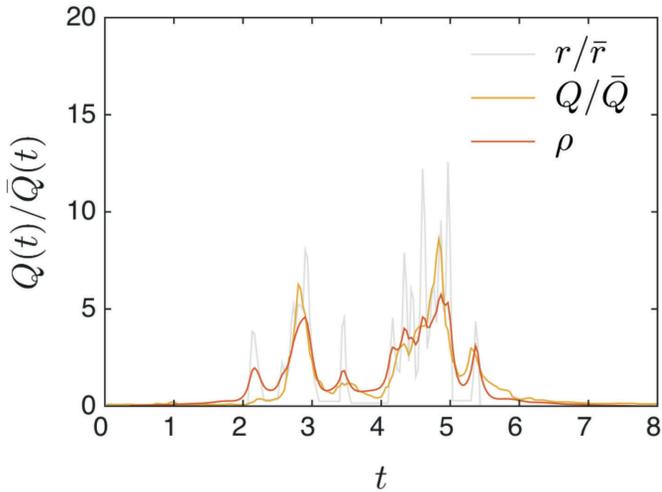
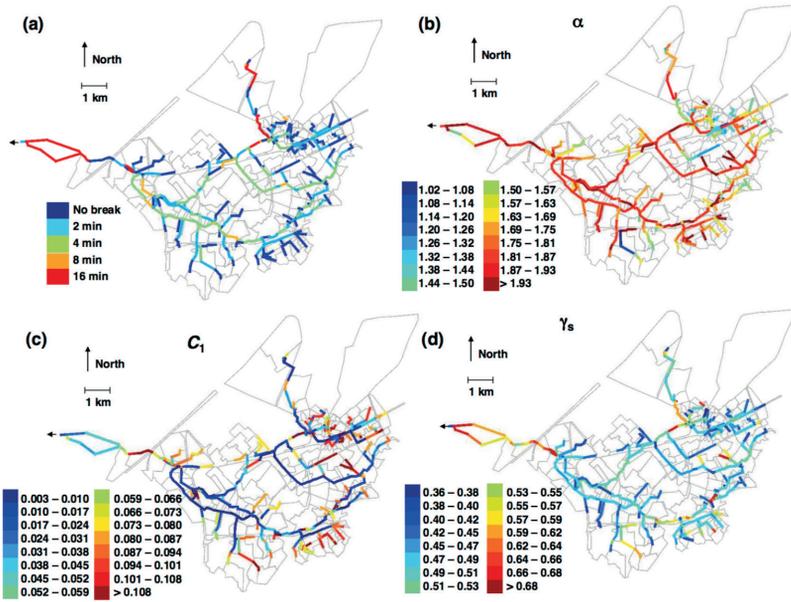


Figure 8

**Caractéristiques multifractales d'une portion du réseau d'assainissement de la Seine Saint-Denis : (a) échelle temporelle externe des fluctuations de débit, (b) index  $\alpha$  de multifractalité, (c) codimension  $C_1$  de l'intermittence moyenne, (d) singularité maximale probable  $\gamma_s$  qui définit, à travers les échelles, les pics de débit et donc les risques de débordement. Adapté de (Gires *et al.*, 2013)**



dimensionnements de ces réseaux. C'est notamment le cas pour la Circulaire Interministérielle n° 77-284/INT (Int, 1977) définissant les calculs de dimensionnement des réseaux d'assainissement basés sur la méthode de Caquot d'estimation des pics des débits. Pour illustrer ces perspectives, la figure 7 donne un exemple d'une conversion pluie-débit dans un milieu urbain obtenue à l'aide d'une intégration fractionnaire, c'est-à-dire que la réponse du bassin urbain est modélisée à l'aide d'une loi d'échelle. La figure 8 illustre le fait que la variabilité petite échelle des précipitations peut introduire des fluctuations de débit, sur une portion du réseau d'assainissement de Seine Saint-Denis, allant bien au-delà de celles que laisserait prévoir l'estimation ou des modélisations (telles que celle de Caquot), à plus grande échelle de ces précipitations, et donc introduire des débordements précédemment évoqués.

#### 4. MULTIFRACTALES ET GESTION DE L'ENVIRONNEMENT

Le bouleversement induit par les analyses et simulations multifractales de la variabilité multi-échelle des champs géophysiques commence à interroger nos pratiques et nos techniques actuelles de gestion de l'environnement et de l'urbain. En effet, celles-ci ont souvent été développées en relation avec des compréhensions et modélisations des processus physiques ou de dynamique d'urbanisation ne prenant pas en compte leur variabilité multi-échelle. De ce fait, il y a nécessité de revisiter ces modélisations. Il en est ainsi des techniques d'estimation du risque qui sont utilisées pour la gestion des ressources (eau, énergie éolienne), le dimensionnement, la planification définition des réseaux et systèmes urbains. En effet, les multifractales ont mis en évidence que, sous des conditions assez générales (Schertzer and Lovejoy, 1992), apparaît une « transition multifractale de premier ordre » :  $c(\gamma)$  admet une asymptote linéaire pour les grandes singularité (ex. : figure 1b ). Par dualité de Legendre, la pente  $q_D$  de cette asymptote est l'exposant de la loi de puissance de la distribution des extrêmes (cf. figure 9), qui est donc de type Pareto (Pareto, 1897), et l'ordre critique à partir duquel les moments statistiques divergent :

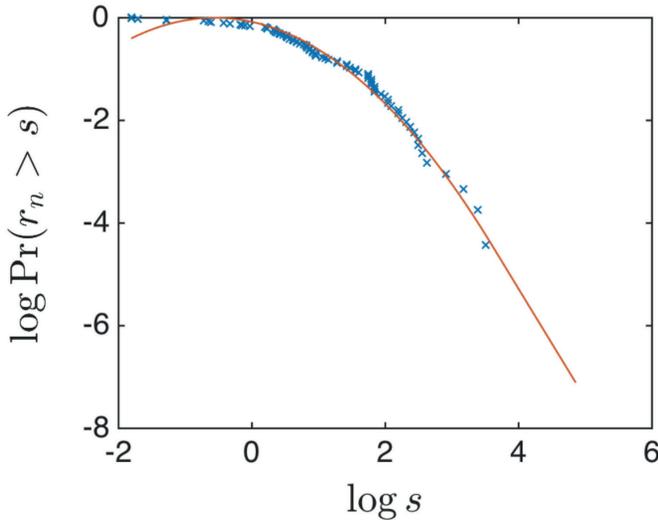
$$\text{tout } q > q_D : \langle \varepsilon_\lambda^q \rangle = \infty \Leftrightarrow \Pr [\varepsilon_\lambda > x] \approx x^{-q_D}, \quad x \gg 1 \quad (6)$$

Du fait qu'une loi de puissance a une décroissance beaucoup plus lente que les lois exponentielles habituellement utilisées pour estimer l'intensité des événements correspondant à une période de retour donnée (ex. : crue décennale, centennale), ces événements peuvent être largement sous-estimés.

Les techniques multifractales ont aussi permis de revisiter les limites de prédictibilité des processus non linéaires. Contrairement à « l'effet papillon » (Lorenz, 1963), le paradigme dominant depuis la « révolution du chaos », l'analyse multifractale des systèmes complexes en espace comme en temps (Schertzer and Lovejoy, 2004) met en valeur qu'il n'y pas de temps caractéristique de perte de prédictibilité : celle-ci suit des lois de puissance, et non exponentielles. Cela correspond à une montée relativement lente en échelles spatiales des erreurs sur les conditions initiales ou sur les conditions aux limites. Le rôle de l'intermittence est de premier ordre : la perte d'information se produit par bouffées, et non de façon homogène (en temps et en espace) contrairement aux résultats obtenus à l'aide de techniques de « fermetures analytiques » de la turbulence (Lorenz, 1969 ; Leith and Kraichnan, 1972 ; Métais and Lesieur, 1986). Ceci induit un

Figure 9

**Diagramme Log-Log de la probabilité de dépassement par le taux de pluie normalisé  $r_n$  d'un seuil  $s$  pour le même événement que figure 7. On remarquera que cette probabilité chute pour les extrêmes en une loi de puissance dont l'exposant est :  $q_D \approx 2.5$ . Adapté de (Fitton, Tchiguirinskaia and Schertzer, 2016).**



comportement multifractal de la prédictibilité qui peut être théoriquement et empiriquement déterminé par celui du champ concerné (Schertzer & Lovejoy 2004) et surtout encourage à développer des méthodes de prévision multifractale (Marsan, Schertzer and Lovejoy, 1996 ; Seed, 2002 ; Macor, Schertzer and Lovejoy, 2007).

## CONCLUSION

Il nous semble significatif que, douze ans après la tenue du premier colloque Kovacs de l'Association Internationale des Sciences Hydrologiques (AISH/IASH) et du Programme International d'Hydrologie (PHI/IHP) de l'UNESCO consacré à la variabilité multi-échelles des processus hydrologiques (Feddes, 1995), le septième colloque Kovacs ait élargi ce thème à la gestion de l'eau (Tchiguirinskaia, Bonnel and Hubert, 2004). Ce colloque a souligné l'importance cruciale de la multiplicité d'échelles tant dans les phénomènes physiques que socio-économiques et leurs interactions mutuelles. Ceci concerne à la fois les prises de décisions touchant à la gestion du cycle de l'eau et à la

réponse de l'environnement à celle-ci, la nécessité d'avoir des banques de données et des modèles en accord avec la hiérarchie des échelles spatio-temporelles en jeu.

En fait, se pose au niveau de la gestion de notre environnement le même changement de paradigme que pour les sciences hydrologiques : abandonner le vain espoir de comprendre (et gérer) l'environnement sur quelques échelles, pour le comprendre (et le gérer) à travers une grande gamme d'échelles spatio-temporelles. Le développement des techniques multifractales et leurs applications sont indispensables pour avancer dans cette direction.

## BIBLIOGRAPHIE

- Barabasi A.-L., 2002, *Linked: The New Science of Networks*, Cambridge, MA., Perseus Publishing.
- Barabási A.-L., 2009, « Scale-Free Networks: A Decade and Beyond », *Science*, 325(5939), p. 412-413. doi: DOI: 10.1126/science.1173299.
- Batchelor G. K., 1953, *The Theory of Homogeneous Turbulence*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Batchelor G. K. and Townsend A. A., 1949, « The nature of turbulent motion at large wavenumbers », *Proceedings of the Royal Society of London, A* 199, p. 238.
- Benzi R., Paladin G., Parisi G. and Vulpiani A., 1984, « On the multifractal nature of fully developed turbulence », *Journal of Physics A*, 17, p. 3521-3531.
- Birnir B., 2008, « Turbulent Rivers », *Quarterly of Applied Math*, 66, p. 565-594.
- Chigirinskaya Y., Schertzer D., Lovejoy, S., Lazarev A. and Ordanovich A., 1994, « Unified multifractal atmospheric dynamics tested in the tropics, part I: horizontal scaling and self organized criticality », *Nonlinear Processes in Geophysics*, 1(2/3), p. 105-114.
- Chigirinskaya Y., Schertzer D., Salvadori G., Ratti S. P. and Lovejoy S., 1998, « Chernobyl 137Cs Cumulative Soil Deposition in Europe: is it Multifractal? », in Guindani F. M. and Salvadori G. (eds), *Chaos Fractals Models*, Pavia, Italian University Press, p. 63-70.
- Van Coller L., 1997, « Automated techniques for the qualitative analysis of ecological models: Continuous models », *Ecology and Society*, 1(1), p. 1-41.
- Collings J. B. and Wollkind D. J., 1990, « A global analysis of a temperature-dependent model system for a mite predator-prey interaction », *Ecology*, 61(4764-771).
- De Angelis D. L., 1980, « Energy flow, nutrient cycling, and ecosystem resilience », *Ecology*, 61(4), p. 764-771.

- Deffuant G. and Gilbert N., 2011, *Viability and Resilience of Complex Systems*, Berlin, Springer, p. 260.
- Descartes R., 1637, *Le Discours de la Méthode*, Leiden.
- Feddes R. A. (ed.), 1995, *Space/time Variability and Interdependence for Various Hydrological Processes*, Cambridge University Press.
- Fitton G., Tchiguirinskaia I. and Schertzer D., 2016, « Fast flood prediction using signal filters, *Boundary-Layer Meteorology*.
- Folke C., Carpenter S. R., Walker B., Sheffer M., Chapin T. and Rockstrom J., 2010, « Resilience thinking: integrating resilience, adaptability and transformability », *Ecology and Society*, 14(4), p. 20. Available at: <http://www.ecologyandsociety.org/vol15/iss4/art20/>.
- Fraedrich K., 1986, « Estimating the dimensions of weather and climate attractors », *Journal of Atmospheric Sciences*, 43, p. 419.
- Frisch U., Sulem P. L. and Nelkin M., 1978, « A simple dynamical model of intermittency in fully developed turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, 87, p. 719-724.
- Galileo, 1638, *Mathematical Discourses and Demonstrations Touching two new Sciences*, Leyden.
- Gires A., Tchiguirinskaia I., Schertzer D. and Lovejoy S., 2013, « Multi-fractal analysis of a semi-distributed urban hydrological model, *Urban Water Journal*, 10(3), pp. 195-208.
- Gires A., Tchiguirinskaia I., Schertzer D., Ochoa-Rodriguez S., Willems P., Ichiba A., Wang L.-P., Pina R. D., van Assel J., Bruni G., Tulyas D. M. and Veldhuis M.-C., 2016, « Fractal analysis of urban catchments and their representation in semi-distributed models: imperiousness and sewer system », *Accepted for discussion in Hydrol. Earth Syst. Sci.*
- Gouyet J. F., 1992, *Physique et structures fractales*, Paris, Masson.
- Grassberger P., 1983, « Generalized dimensions of strange attractors », *Physical Review Letter*, A 97, p. 227.
- Grassberger P. and Procaccia I., 1983, « Characterization of Strange Attractors, *Physical Review Letter*, 50, pp. 346-349.
- Gutenberg B. and Richter C. F., 1944, « Frequency of Earthquakes in California », *Bull. Seis. Am.*, 34, p. 185.
- Halsey T. C., Jensen M. H., Kadanoff L. P., Procaccia I. and Shraiman B., 1986, « Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets », *Physical Review A*, 33, p. 1141-1151.
- Hausdorff, 1919, « Dimension und äusseres Mass », *Math. Ann.*, 79.
- Hentschel H. G. E. and Procaccia I., 1983, « The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors, *Physica D*, 8(3), pp. 435-444. doi: 10.1016/0167-2789(83)90235-X.
- Hollings C. S., 1973, « Resilience and stability of ecological systems », *Annu Rev Ecol Syst.*, 4, p. 1-24.
- Hurst H. E., 1951, « Long-term storage capacity of reservoirs », *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, p. 770-808.

- Kolmogorov A. N., 1962, « A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in viscous incompressible fluid at high Reynolds number », *Journal of Fluid Mechanics*, 13(1), p. 82-85.
- Lamperti J., 1962, « Semi-stable stochastic processes », *Transactions of the American Mathematical Society*, 104, p. 62-78.
- Lavallée D., Lovejoy S., Schertzer D. and Schmitt F., 1992, « On the determination of universal multifractal parameters in turbulence », in Moffat K., Tabor M., and Zaslavsky G. (eds), *Topological Aspects of the Dynamics of Fluids and Plasmas*, Kluwer, p. 463-478.
- Leith C. E. and Kraichnan R. H., 1972, « Predictability of turbulent flows », *J. Atmos. Sci.*, 29, p. 1041-1058.
- Lorenz E. N., 1963, « Deterministic nonperiodic flow », *Journal of Atmospheric Sciences*, 20, p. 130-141.
- Lorenz E. N., 1969, « The predictability of a flow which possesses many scales of motion », *Tellus*, 21, p. 289-307.
- Lovejoy S. and Schertzer D., 1984, « 40 000 years of scaling in climatological temperatures », *Meteor. Sci. and Tech.*, 1, p. 51-54.
- Lovejoy S. and Schertzer D., 2013, *The Weather and Climate: Emergent Laws and Multifractal Cascades*, Cambridge U.K., Cambridge University Press. Available at: <http://www.cambridge.org/fr/academic/subjects/earth-and-environmental-science/atmospheric-science-and-meteorology/weather-and-climate-emergent-laws-and-multifractal-cascades>.
- Lovejoy S., Schertzer D. and Tsonis A. A., 1987, « Functional box-counting and multiple dimensions in rain », *Science*, 235, p. 1036-1038.
- Lucrèce (50BC), *De Rerum Natura*, Paris, Arléa (2014).
- Lyapunov M. A., 1907, « Problème général de la stabilité du mouvement », *Annales Fac. Sciences Toulouse*, 9.
- Macor J., Schertzer D. and Lovejoy S., 2007, « Multifractal methods applied to rain forecast using radar data », *La Houille Blanche*, 4, p. 92-98.
- Mandelbrot B., 1967, « How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension », *Science* (New York, N.Y.), 156, p. 636-638. doi: 10.1126/science.156.3775.636.
- Mandelbrot B. B., 1974, « Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier », *Journal of Fluid Mechanics*, 62, p. 331-350.
- Mandelbrot B. B., 1975, *Les objets fractals, forme, hasard et dimension*, Paris, Flammarion.
- Mandelbrot B. B., 1977, *Fractals, Form, Chance and Dimension*, San Francisco, Freeman.
- Mandelbrot B. B., 1983, *The Fractal Geometry of Nature*, San Francisco, Freeman.
- Mandelbrot B. B., 1991, « Random multifractals negative dimensions and the resulting limitations of the thermodynamic formalism », *Proc. R. Soc. Lond. A*, 434, p. 79-88.

- Marani A., Rigon R. and Rinaldo A., 1991, « A note on fractal channel networks », *Water Resources Research*, p. 3041-3049. doi: 10.1029/91WR02077.
- Marsan D., Schertzer D. and Lovejoy S., 1996, « Causal space-time multifractal processes: Predictability and forecasting of rain fields », *J. Geophys. Res.*, 101(D21), p. 26, 326-333, 346.
- Martin S., Deffuant G. and Calabrese J. M., 2011, « Defining resilience mathematically: From attractors to viability », in *Understanding Complex Systems*, Berlin Heidelberg, Springer-Verlag.
- Métais O. and Lesieur M., 1986, « Statistical predictability of decaying turbulence », *Journal of Atmospheric Sciences*, 43, p. 857-870.
- Miller E. E. and Miller R. D., 1955, « Theory of capillary flow: I. Experimental », *Soil Sci. Soc. Am. Proc.*, 19, p. 267-271.
- Obukhov A. M., 1962, « Some specific features of atmospheric turbulence », *Journal of Geophysical Research*, 67(1), p. 77-81.
- Oono Y., 1989, « Large deviation and statistical physics », *Progr. theor. phys. Suppl.*, 99, p. 165-205. doi: 10.1143/PTPS.99.165.
- Oseledets V. I., 1968, « A multiplicative ergodic theorem. Lyapunov characteristic numbers for dynamical systems », *Trans. Moscow Maths Soc.*, 19, p. 197-231.
- Pareto V., 1897, *Cours d'économie politique*, Lausanne.
- Parisi G. and Frisch U., 1985, « On the singularity structure of fully developed turbulence », in Ghil M., Benzi R. and Parisi G. (eds), *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics and Climate Dynamics*, Amsterdam, North Holland, p. 84-88.
- Peitgen H. O. and Saupe D., 1988, *The Science of Fractal Images*, Springer-Verlag.
- Perrin J., 1913, *Les Atomes*, Paris, NRF-Gallimard.
- Pimm S. L., 1984, « The complexity and stability of ecosystems », *Nature*, 307(26), p. 321-326.
- Pimm S. L. and Lawton J. H., 1977, « Number of trophic levels in ecological communities », *Nature*, 268, p. 329-331.
- Richardson L. F., 1926, « Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbour graph », *Proc. Roy. Soc.*, A110, p. 709-737.
- Richardson L. F., 1961, « The problem of contiguity: an appendix of statistics of deadly quarrels », *General Systems Yearbook*, 6, pp. 139-187.
- Rodriguez-Iturbe I. and Rinaldo A., 1997, *Fractal River Basins: Chance and Self-organization*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Sapoval B., Baldassari A. and Gabrielli A., 2004, « Self-stabilized fractality of seacoasts through damped erosion », *Physical Review Letter*, 93, p. 98501.
- Sarkis B., 2008, « Étude multi-échelles des réseaux d'assainissement », Paris, p. 87.

- Schertzer D. and Lovejoy S., 1984, « On the dimension of atmospheric motions », in Tatsumi T. (ed.), *Turbulence and Chaotic Phenomena in Fluids*, Amsterdam, North Holland, p. 505-508.
- Schertzer D. and Lovejoy S., 1987, « Physical modeling and analysis of rain and clouds by anisotropic scaling multiplicative processes », *Journal of Geophysical Research*, 92, p. 9693. doi: 10.1029/JD092iD08p09693.
- Schertzer D. and Lovejoy S., 1992, « Hard and soft multifractal processes », *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 185 (1-4), p. 187-194. doi: 10.1016/0378-4371(92)90455-Y.
- Schertzer D. and Lovejoy S., 2004, « Space-time Complexity and Multifractal Predictability », *Physica A*, 338(1-2), p. 173-186. doi: 10.1016/j.physa.2004.04.032.
- Schertzer D. and Lovejoy S., 2004, « Uncertainty and Predictability in Geophysics : Chaos and Multifractal Insights », in *State of the Planet, Frontiers and Challenges in Geophysics*, American Geophysical Union, p. 317-334.
- Schertzer D., Lovejoy S. and Hubert P., 2002, « An Introduction to Stochastic Multifractal Fields », in Ern A. and Liu W. (eds), *ISFMA Symposium on Environmental Science and Engineering with related Mathematical Problems*, Beijing, High Education Press, p. 106-179.
- Schertzer D. and Tchiguirinskaia I., 2015, « Multifractal vector fields and stochastic Clifford algebra », *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 25(12), p. 123127. doi: 10.1063/1.4937364.
- Seed A., 2002, « A dynamic and spatial scaling approach to advection forecasting », *J. Applied Met.*
- Stauffer D., 1985, *Introduction to Percolation Theory*, London, Philadelphia, Taylor & Francis.
- Steinhaus H., 1954, « Length, Shape and Area », *Colloquium Mathematicum*, III, p. 1-13.
- Tchiguirinskaia I., Bonnel M. and Hubert P., 2004, « Scales in hydrology and water management », Wallingford U.K., IAHS, p. 170.
- Tchiguirinskaia I., Schertzer D., Giangola-Murzyn A. and Hoang C. T., 2014, « Multiscale metrics to assess complex system resilience », in *Proceedings of ICCSA 2014*, Le Havre, France, p. 7.
- Tchiguirinskaia I., Schertzer D., Hubert P., Bendjoudi H. and Lovejoy S., 2004, « Multiscaling geophysics and sustainable development », in Tchiguirinskaia I., Bonnel M., and Hubert P. (eds), *Scales in Hydrology and Water Management*, Wallingford, UK, IAHS Press, p. 111-136.
- Turcotte D. L. and Newman W. I., 1996, « Symmetries in geology and geophysics », *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 93(December), p. 14295-14300. doi: 10.1073/pnas.93.25.14295.
- Vinci L. da, 1500, *Carnets de Léonard de Vinci*, Paris, Bibliothèque de l'Institut de France.
- Weyl H., 1952, *Symmetry*, Princeton, NJ, Princeton University Press.

Yaglom A. M., 1966, « The influence on the fluctuation in energy dissipation on the shape of turbulent characteristics in the inertial interval », *Sov. Phys. Dokl.*, 2, p. 26-30.

Zee A., 1986, *Fearful Symmetry: the Search for Beauty in Modern Physics*, New York, Macmillan Publishing Company.



## Commentaire sur le chapitre 7

Serge Thibault

*Professeur émérite, Université François Rabelais Tours,  
UMR CITERES*

Les travaux menés par Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia montrent que quelque quarante ans après la parution de l'ouvrage de Benoît Mandelbrot, la géométrie fractale n'a pas perdu de son intérêt pour la recherche scientifique et ses applications. Utilisée dans de nombreux champs, comme la physique, l'astrophysique, etc., cette théorie de la dimension l'est également depuis la parution de l'ouvrage de Mandelbrot dans le domaine des sciences de la ville, du génie urbain à l'urbanisme, et en géophysique comme en témoigne le texte de ces deux chercheurs. Au-delà des développements théoriques qu'il propose et qui portent sur l'apport de la multifractalité à la modélisation des phénomènes de type chaotique, l'intérêt de ce texte est de montrer en quoi les développements actuels de la recherche peuvent contribuer à mieux concevoir les rapports entre les phénomènes environnementaux qui peuvent mettre en péril nos espaces habités et la gestion de ces espaces.

L'utilisation de la géométrie fractale par les sciences de la ville trouve son origine dans les ressemblances morphologiques entre les formes fractales présentées dans le premier ouvrage de Mandelbrot et celles des réseaux techniques urbains, pris dans leur ensemble au sein d'une agglomération et plus largement au sein d'un espace urbanisé et doté de ces réseaux. Cette ressemblance avait déjà été relevée par Mandelbrot lui-même puisque son ouvrage comportait deux exemples particuliers, l'un étant un plan de ville imaginaire aux rues aléatoires, un réseau de dimension 1,9 (Mandelbrot, p. 64) et l'autre étant un réseau de drainage fluvial presque partout dense, un réseau quasi maillé de dimension 2 (Mandelbrot, p. 124).

Jusqu'alors, ces objets techniques urbains, les réseaux de voiries, d'assainissement, les réseaux électriques, ceux dédiés aux transports en commun, etc, n'étaient guère appréhendés dans leur ensemble en

tant que formes particulières. Ceci n'était pas dû uniquement à l'absence d'une théorie géométrique adéquate mais également à l'absence de représentations globales de ces réseaux, si ce n'est les réseaux de voiries et routes qui sont à la base des plans de ville et des diverses cartes établies à différentes échelles, puisque les techniques de représentation ne bénéficiaient pas alors des outils numériques développés depuis le début des années 1970-1980. Comme la géométrie fractale proposée par Benoît Mandelbrot est elle-même issue d'un problème lié à la gestion des erreurs en rafale présentes dans les réseaux de communications contemporains, notamment entre serveurs et calculateurs, cette géométrie et ses champs d'application sont issus en quelque sorte d'un monde numérique tout nouveau.

Dédié à la question de la résilience urbaine et plus particulièrement à la modélisation des phénomènes environnementaux, comme les crues de rivières, les débordements côtiers, les pluies orageuses, etc., qui peuvent mettre en péril un espace plus ou moins fortement urbanisé, le texte de Daniel Schertzer et d'Ioulia Tchiguirinskaia rend compte de travaux scientifiques basés sur l'usage de la théorie fractale et qui marque une évolution par rapport aux travaux en génie urbain qui, les tout premiers, ont fait usage de la dimension fractale dès la fin des années quatre-vingt. Ces travaux portaient sur la modélisation morphologique des réseaux d'assainissement urbain dédiés au drainage des débits émis par les pluies et orages (Thibault, 1991). Ils visaient à mieux modéliser la forme des réseaux, jusqu'alors représentée dans les modèles classiques de transformation pluie/débit par de simples coefficients de forme, élaborés dès le dix-neuvième siècle. La performance de la géométrie fractale fut démontrée et mis au point un modèle représentant la transformation d'un événement pluvieux en débit à l'exutoire d'un bassin versant, intégrant la dimension du réseau. Fort satisfaisant sur le plan de la connaissance, cette avancée scientifique ne s'est pas révélée décisive pour les applications pratiques.

Ces tout premiers travaux montrent que les chercheurs ne se sont point satisfaits d'un usage de cette géométrie nouvelle pour dimensionner seulement des formes de réseaux et les appréhender en tant que figure globale, en vérifiant qu'elles satisfaisaient plus ou moins le principe d'invariance d'échelle au fondement même de la géométrie fractale. Rappelons-le simplement, cette géométrie correspond à des formes telles qu'à toute échelle, la partie est morphologiquement quasi identique au tout ; la dimension est cette caractéristique structurelle.

Les travaux menés dans le domaine du génie urbain, tant sur les réseaux d'eau, de transport, d'électricité, etc., visaient tout d'abord à voir en quoi la forme d'un objet technique était engagée dans son

fonctionnement. La simple percolation au sein d'un réseau illustre ce propos dès lors que l'on détecte les liens critiques qui à eux seuls assurent ou non la percolation au sein de tout le réseau. Ces premiers travaux portaient donc sur deux des cinq composants du modèle systémique proposé par Jean Louis Le Moigne (Le Moigne, 1983), l'activité et l'organisation de l'objet considéré, admettant de façon commune et classique que ces deux dimensions – l'activité et l'organisation (pour cette dernière, nous dirons la forme dans le cas d'un réseau technique urbain) – sont en interrelation. Les trois autres dimensions ou composants du modèle systémique sont l'évolution de l'objet, sa ou ses finalités, c'est-à-dire ce pour quoi il est fait ou conçu dès lors qu'il s'agit d'un objet artificiel, et l'environnement de l'objet ; il va de soi que ces cinq dimensions sont inter reliées.

Tout comme les premiers travaux en hydrologie urbaine qui avaient porté sur l'intégration de la dimension fractale des réseaux dans un modèle de fonctionnement hydrologique l'ont laissé envisager, ces travaux, qui visaient à mieux saisir les liens entre formes et activités, se sont révélés la plupart du temps riches sur le plan scientifique mais peut-être avec une portée applicative moins grande que celle espérée. Quoiqu'il en soit à ce jour, la géométrie fractale a contribué largement à nous saisir d'objets, artificiels ou non, dont la forme et le rapport au milieu qui la porte, nous sont dorénavant intelligibles.

Cette géométrie, bien que toute nouvelle et toujours un peu surprenante pour ceux qui restent fortement marqué par l'eulclidien, s'est elle-même révélée encore trop simple par rapport à la complication (plus que la complexité) de nos milieux de vie. Les travaux de Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia en témoignent. Leur cadre de référence n'est pas le fractal mais le multifractal. Rappelons qu'un ensemble est jugé multifractal s'il est pertinent de le considérer comme étant composé de sous-ensembles, chacun d'eux ayant une dimension propre c'est à dire une morphologie spécifique, telle que l'ensemble n'est guère unitaire sur le plan fractal. Cette multi-fractalité permet de rendre compte de morphologies et processus qui tout en formant une totalité, ont leurs propres spécificités. À titre d'exemple le réseau de voirie d'une agglomération est multifractal associant du maillé, du ramifié, des réseaux construits sur des espaces récepteurs, plus ou moins spécifiques.

Jusqu'aux travaux de Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia, la prise en compte de l'environnement en tant que dimension systémique ne portait pour la plupart que sur les flux qui le relie à l'objet considéré, flux entrant et flux sortant. L'évolution de l'objet n'avait guère non plus fait l'objet d'étude comme le font maintenant les travaux qui

portent sur les risques environnementaux et la résilience urbaine. Avec ceux développés par l'équipe de recherche de Pierre Frankhauser (Frankhauser, 2007), et plus particulièrement les travaux qui visaient à voir en quoi la forme fractale pouvait être un modèle plus satisfaisant pour intégrer différentes contraintes liées aux aménités urbaines recherchées, notamment l'accessibilité, la géométrie fractale et plus particulièrement la géométrie multifractale est dorénavant en intersection avec les cinq dimensions systémiques de nos objets urbains, des réseaux à la forme urbaine elle-même.

Comme le montrent les travaux de Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia, la relation entre résilience urbaine et multi-fractalité est double. D'une part cette relation vise à mieux comprendre et modéliser les phénomènes environnementaux qui peuvent mettre en péril nos espaces habités. Ces phénomènes sont représentables dans des espaces de phases ou attracteurs, fortement marqués par leur multi-fractalité. Les échelles d'études spatiales et temporelles de ces phénomènes sont telles que nous devons les considérer comme complexes, voire chaotiques. D'autre part, nos espaces habités sont eux-mêmes des espaces marqués par la multi-fractalité.

Bien que déjà avancés et, pour certains, même déjà un peu anciens, les travaux portant sur la modélisation des phénomènes environnementaux que nous devons prendre en considération pour comprendre et adapter le comportement et l'organisation de nos espaces habités sont encore largement à développer d'autant que les phénomènes à prendre en compte ne sont pas que météorologiques ; la recherche de Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia contribue à cette avancée. Leurs travaux montrent par ailleurs que certains plus anciens sont à affiner et que la modélisation classique par un opérateur de type exponentiel reliant quantité et fréquence peut dorénavant être à juste titre remplacée par un modèle de type puissance, probablement plus réaliste. En hydrologie urbaine, ce type de modélisation fut envisagé assez tôt, Montana proposant une relation de type puissance entre temps de réponse d'un bassin versant et intensité moyenne maximale à prendre en compte dans le cadre d'un dimensionnement de réseau censé faire face aux épisodes pluvieux de fréquence décennale.

Enfin, ces travaux ont l'avantage de mettre en question la résilience. Comme les auteurs l'indiquent, la résilience, comme elle est actuellement définie, est encore l'héritière de la définition introduite par son champ originel, la mécanique, c'est-à-dire la capacité qu'a ou que pourrait avoir un objet, un système, une organisation, à revenir dans un voisinage de l'état qu'il présentait avant qu'il fût perturbé par son environnement. Peut-être que le développement des travaux sur la

résilience urbaine contribuera à faire évoluer cette notion, mécanique au départ comme l'on bien indiqué Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia. La théorie de la modélisation systémique (Le Moigne, p. 197) nous propose déjà depuis quelques temps un cadre qui pourrait être utilement pris en considération pour ce faire. Les rapports entre un système et son environnement sont de quatre types considérant deux situations pour le système et deux situations pour son environnement : le système à des projets permanents ou changeants, les relations de l'environnement au système sont changeantes ou non. La régulation caractérise un couplage permanent/permanent alors que la morphogenèse caractérise le couplage changeant/changeant. Le principe de l'adaptation caractérise les couplages changeant/permanent. La mise en relation entre la notion de résilience d'un système soumis à des sollicitations de son environnement avec les quatre situations ci-avant évoquées conduirait à reconnaître que la résilience est plutôt centrée sur la régulation avec, si besoin, le développement de processus adaptatifs qui peuvent être d'ordre structurel ou d'ordre programmatique afin d'être en mesure de s'adapter à la nouveauté non référencée par les processus de régulation. Cette définition systémique de la résilience a l'avantage d'introduire, par le principe de l'adaptation, les systèmes d'action qui peuvent concevoir les processus d'adaptation.

Daniel Schertzer et Ioulia Tchiguirinskaia nous invitent à mieux prendre en compte le caractère multiscalaire tant temporel que spatial de notre environnement afin d'être en mesure de mieux définir une résilience régulatrice et adaptative, par la dimension multifractale des états qui caractérisent les relations entre nos systèmes urbains et leurs environnements. Cette invitation conduit à mieux maîtriser un processus qui, avec les réseaux techniques urbains, avait débuté par l'équipement de nos villes afin d'en améliorer le fonctionnement et les services rendus, puis par la question de la maintenance de ces services réseaux, alors qu'aujourd'hui est probablement posée la question de l'évolution par adaptation de ces systèmes soumis aux aléas de notre environnement changeant.

## BIBLIOGRAPHIE

Frankhauser P., Tannier C., Vuidel G., Houot H., 2007, « Approche fractale de l'urbanisation – Méthodes d'analyse d'accessibilité et simulations multi-échelles », 11th World Conference on Transportation Research, *Septièmes rencontres francophones Est-Ouest de socio-économie des transports*, juin 2007, Berkeley, Californie, Etats-Unis, p. 21. halshs-00461655.

Le Moigne J.-L., 1983, *La théorie du système général, théorie de la modélisation*, Paris, Puf.

Mandelbrot B, 1975, *Les objets fractals, forme, hasard et dimension*, Paris, Flammarion.

Thibault S., 1991, « Fractales et structure des réseaux urbains d'assainissement eau pluviale », *Flux, Association Métropolis*, p. 5-14. hal-00654988.

## Conclusion

Gabriel Dupuy

*Professeur émérite, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne,  
UMR Géographie-Cités*

### LES FRACTALES : UNE NÉO-TOPIE

Le défi est à la hauteur de l'enjeu. L'urbanisme, l'aménagement dans leurs différentes déclinaisons ont été, depuis Thomas More, soutenus par des visions utopiques. Les plans de ville ne résolvait pas complètement les problèmes qu'ils étaient supposés résoudre, mais ils promettaient utopiquement une ville idéale qui les résoudrait. L'Ensanche de Cerda, la Ciudad lineal de Soria y Mata, Broadacre de F.L. Wright, la Garden City de Howard et même les plans de Le Corbusier prolongeaient les villes à l'infini leur donnant ainsi des propriétés aptes à emporter au moins l'adhésion pour les projets limités que l'on pouvait effectivement réaliser. Ces utopies se développaient dans une géométrie ordinaire.

L'urbanisme et l'aménagement d'aujourd'hui sont des héritiers des urbanismes du 19<sup>e</sup> siècle et du 20<sup>e</sup> siècle. Implicitement les grandes utopies de l'époque continuent de leur servir de légitimation. Mais on a désormais atteint une limite : les utopies du passé sont en passe d'être oubliées ou ne font plus sens. Jane Jacobs qui redonna du souffle à l'urbanisme en s'opposant à l'urbanisme « moderne », en préconisant une vision de la ville dense et animée est elle-même contestée pour avoir omis dans ses analyses le corollaire indispensable de la densité dans les grandes métropoles : le métro et les infrastructures qui rendent tout simplement cette densité possible (Marshall, 2016). Les aménageurs peinent à résoudre réellement les problèmes posés et sont en recherche de crédibilité.

Dans ce contexte, la géométrie fractale, peut-être en concurrence avec d'autres approches (Caron, 2016), apparaît comme une véritable

néo-topie, substitut des grandes utopies d’hier. Par rapport aux utopies elle fournit des images plus réalistes. Si l’on constate la fractalité dans les villes et réseaux d’aujourd’hui, c’est parce qu’une multitude d’acteurs, à toutes échelles et à toutes époques se sont efforcés, plus ou moins indépendamment des planificateurs, de résoudre des problèmes que l’on pose globalement aujourd’hui. Il est possible de replacer et de réinterpréter la résultante de ces multiples actions dans le cadre d’une géométrie fractale où elles seraient voulues, maîtrisées, optimisées. Aujourd’hui la fractalité suggère à l’aménageur, à l’opérateur de réseau, à l’urbaniste des règles souples pour une meilleure organisation de l’espace.

Comment passer des utopies à une néo-topie fractale ?

Après tout ce que l’on a dit, de la préhistoire, de l’histoire et du présent des approches fractales, le défi qui ressort est le suivant. Comment rendre compte ou expliquer les constats de fractalité urbaine et des réseaux qui irriguent les villes ? C’est-à-dire les relier à une/des spécificités de l’urbain dans son aspect spatial ou spatio-temporel. Ne faut-il pas pour cela monter en généralité et considérer que s’exprime de manière fractale un principe fondateur de l’urbain à savoir une agglomération tempérée, compensée...?

Jusqu’où est-on allé jusqu’ici dans ce sens ? Quelques hypothèses ont été formulées, quelques modèles proposés concernant la genèse des réseaux ou les processus d’usage des sols. Ces tentatives se sont heurtées à des difficultés pour relier la fractalité aux théories existantes sur l’évolution de la forme urbaine, qu’il s’agisse de théories à dominante économique ou plus historiques (Douady, 2014 ; Salingeros, 2005) ou encore de théories sur l’évolution des réseaux (Garrison, 1990 ; Dupuy, 2005 ; Barabasi, 2002). Les recherches concernant le domaine de l’architecture butent sur le même obstacle (Joye, 2011) Une leçon est à tirer de ces efforts : une seule discipline n’y suffit pas.

## UNE NÉCESSAIRE INTERDISCIPLINARITÉ

Pour aller plus loin dans cette direction, il faut croiser plus intimement des disciplines. Dès 1985, Sandra Lach Arlinghaus tentant hardiment de raccorder la théorie des fractales à la théorie des places centrales bien connue des économistes, géographes et planificateurs plaidait pour l’interdisciplinarité : « ... *the merging two separate theories, one from pure mathematics and one from economics and geography ... suggests ... the power of one to enrich the other through the lodging of one discipline in the house of the other...* » (Arlinghaus, 1985). Quelque trente ans plus tard l’interdisciplinarité est toujours le défi majeur.

Les disciplines concernées sont d'un côté des disciplines de sciences de l'homme et de la société, habituées à traiter de l'objet « ville », éventuellement porteuses de théories sur la ville ; d'un autre côté des disciplines comme la physique, familières des fractales et enfin des disciplines informatiques dont l'objet principal est d'optimiser le traitement des données.

La question première qui se pose est, comme évoqué à plusieurs reprises dans ce livre : faut-il chercher des lois régissant les phénomènes indépendamment d'acteurs humains susceptibles d'agir sur le cours des choses ou bien faut-il admettre que la ville est une création humaine historique non réductible à des lois statistiques ou autres (physiques, biologiques) ?

Du côté des sciences « dures » la tendance est forte à rechercher à partir des données urbaines des lois qui rapprocheraient de plus en plus les villes de systèmes physiques. Des économistes, des informaticiens (Sun *et al.*, 2016) sont prêts à suivre la même ligne. Dans le passé, pour ce qui est par exemple des transports, la conjonction de ces deux approches a conduit à des modélisations des trafics et déplacements relativement efficaces.

Du côté des sciences humaines et sociales, en se gardant de tout déterminisme positiviste, il semblerait que l'on ne rejette pas l'idée d'une organisation fractale des réseaux ou des développements urbains susceptibles, à condition d'être maîtrisés, d'apporter des réponses à des questions qui n'ont pas de solution dans le cadre des paradigmes actuels. Depuis quelques années Angélique Chettiparamb plaide pour une interprétation fractale des relations socio-spatiales. Son idée repose sur la reconnaissance d'échelles, à l'instar de la théorie fractale, échelles qui seraient dans leur combinaison fractale une manière pertinente de saisir la réalité complexe des rapports entre les sociétés actuelles et l'espace (Chettiparamb, 2013). D'ailleurs, pour l'architecte N. Salingaros, les villes étaient naturellement fractales avant que l'urbanisme moderne ne les entraîne sur d'autres voies : « *The ideal city of Le Corbusier is a purely large-scale conception, hence non-fractal* » (Salingaros, 2005). Pour le géographe D. Badariotti, le point de vue est différent mais « *une géométrie fractale permet d'augmenter les densités humaines tout en offrant à tout un chacun un accès aux espaces libres, à la lumière et à l'air, pour reprendre les éléments de la charte d'Athènes* » (Badariotti, 2005).

Alors aujourd'hui, pourquoi une approche fractale partagée ne permettrait-elle pas d'aborder des questions telles celles que M. Batty et Longley soulevaient à la fin de leur livre *Energy, Transportation, Spatial Polarization and Segregation, Planning Control* et qu'aujourd'hui

l'on renommerait : développement durable, lutte contre le changement climatique, résilience (Batty & Longley, 1994) ? Comment concilier les objectifs de durabilité et le désir d'espace des habitants ? Comment assurer d'une manière équitable une accessibilité à tous dans des villes fortement polarisées et périurbanisées ? Comment éviter que les formes urbaines radio-concentriques ne conduisent automatiquement à pénaliser l'accessibilité des périphéries ? Comment sortir de l'alternative infernale et trompeuse « ville compacte-îlot de chaleur et de congestion » / « ville éparpillée dévoreuse d'espace et impossible à desservir » ? Comment échapper à la tyrannie du plan et des planificateurs, de plus en plus rejetée ?

### FRACTALES ET JUSTICE SPATIALE

L'urbanisme et l'aménagement sont en peine de paradigme et de légitimité. Les grands récits hygiénistes et esthétiques sont usés. Les discours sur la durabilité font appel à d'autres échelles et d'autres modes d'action.

La néo-topie fractale pourrait redonner un souffle à la planification urbaine si elle s'avérait capable de surmonter les obstacles sur lesquels bute aujourd'hui la volonté urbanistique.

Prenons un exemple concret. Pour de nombreuses raisons, la desserte des grandes agglomérations par des réseaux ferrés de transport collectif présente généralement un caractère radial. Il s'ensuit que la desserte des zones centrales est toujours bien meilleure que celle des périphéries. Longtemps acceptée et subie comme une fatalité, cette situation est de plus en plus contestée. Les relégations qui en découlent, leurs effets cumulatifs conduisent à dénoncer une injustice spatiale. Les aménageurs, sommés d'améliorer la situation, baissent les bras. Lorsque la distance au centre double, il faudrait quadrupler le nombre de stations de métro pour assurer à tous la même densité de desserte. Lorsque la distance triple, il faudrait neuf fois plus de stations et ainsi de suite. On atteint très vite la limite économique du possible. Entre le réseau radial insatisfaisant et une densité uniforme de stations il n'y a pas de solution convenable.

Si le réseau présente une géométrie fractale, avec une dimension comprise entre 1 et 2, on peut garantir à tout l'espace urbain et à la population qui l'habite, quelle que soit la distance au centre, cette même dimension fractale. Bien sûr la densité de stations diminue toujours avec la distance au centre mais cette diminution est en quelque sorte compensée par une couverture régulière de l'espace par le réseau, selon une dimension fractale constante, à toute échelle, du

cœur de ville au périurbain lointain. À 20 km du centre ville le réseau « couvre » l'espace de la même façon qu'à 10 km ou à 5 km. Certes l'espace s'étend quand on s'éloigne du centre, les distances s'étirent. Le marché foncier en tient compte. Mais l'injustice spatiale n'est plus dans le réseau. Elle ne peut plus être invoquée contre les aménageurs comme elle l'était dans le cas d'un réseau purement radial alors même que le coût du réseau reste supportable.

La clé tient en trois formules simples. Dans le cas du réseau radial pur, à une distance  $R$  du centre, le nombre de stations est proportionnel à  $R$ . Assurer une desserte uniforme supposerait un nombre de stations proportionnel à  $R^2$ . Dans le cas du réseau fractal le nombre de stations est proportionnel à  $R^d$  (avec  $d \leq 2$ ).

Pourtant la fractalité n'est pas tout. La régularité importe. Il faut assurer au réseau une dimension fractale constante à toute échelle géographique. Ce n'est pas toujours le cas. L. Benguigui et M. Daoud avaient bien montré ce qu'il en était pour la région parisienne (Benguigui et Daoud, 1991). La dimension fractale du réseau ferré était proche de 2 pour Paris intra-muros. Elle tombait à 1,47 au-delà du périphérique. Cette variation brutale de la dimension fractale revenait à consacrer l'existence d'une banlieue sous-desservie par le réseau ferré et finalement lointaine et dévalorisée.

L'urbaniste, l'aménageur doit au contraire s'efforcer de garantir une dimension fractale constante pour le réseau en gommant ainsi la coupure centre/périphérie mise en cause.

C'est également selon ces principes que P. Frankhauser et plusieurs de ses collègues ont proposé des planifications de l'usage du sol mettant en cause les effets décriés de la densité grâce à une organisation fractale des espaces libres et bâtis.

Les exemples ci-dessus valorisent certes l'unicité de la dimension fractale. D'autres exemples pourraient être invoqués pour montrer que les multi-fractales peuvent aussi jouer utilement leur rôle. Le cas de la résilience développé par D. Schertzer et I. Tchiguirinskaia à propos des réseaux hydriques dans le dernier chapitre de ce livre en témoigne.

Il y a là une piste sérieuse pour sortir des contradictions énoncées ci-dessus.

## LES FORMES D'INTERDISCIPLINARITÉ

A priori les disciplines dans leur diversité d'approches pourraient contribuer à relever ces défis, à condition de coopérer. L'interdisciplinarité est vraiment au cœur du défi. Mais il faut cesser de parler de

l'interdisciplinarité sans en faire et de rêver à une panacée interdisciplinaire fantasmée plutôt que pratiquée. Quelles sont, dans le domaine qui nous intéresse ici, les formes d'interdisciplinarité réelles observées. La recherche que nous avons effectuée sur les réseaux de transport urbain (Dupuy, 2013) en relève quatre : interdisciplinarité ordinaire, interdisciplinarité naïve, interdisciplinarité transitive, interdisciplinarité offensive. Née des besoins de l'urbanisme dans l'après-guerre, une interdisciplinarité ordinaire organise une division du travail entre disciplines sous la houlette d'un « chef d'orchestre » conduisant à des documents marquants, plans d'aménagement, schémas, projets d'urbanisme (Dupuy, 2016). Depuis la fin des années 1980, des chercheurs de disciplines « dures » externes à l'urbanisme ne se plient plus à cette interdisciplinarité ordinaire jugée appauvrissante pour leur discipline. Ils envisagent à leur manière l'objet « ville » en fonction des principes de leur discipline, avec les outils qui sont les leurs et en cherchant la reconnaissance de leurs collègues. C'est l'interdisciplinarité « naïve ». À côté de cette interdisciplinarité naïve, certes féconde mais impliquant de très longs délais de mise en œuvre, est apparue une interdisciplinarité « transitive ». Elle est promue par des disciplines telles que les mathématiques, l'informatique et la physique qui développent, avec d'autres disciplines, traditionnellement plus proches ou réceptives à leurs approches, des outils nouveaux, traitant de sujets nouveaux (Kwan et Schwanen, 2009). Dans la mesure où ces disciplines « accueillantes » sont assez proches aussi de l'urbanisme et de l'aménagement, cette démarche interdisciplinaire transitive profite aussi au domaine aménagement-urbanisme. Plus récemment, les interdisciplinarités naïve et transitive sont elles-mêmes dépassées par une interdisciplinarité offensive qui met en cause l'urbanisme et l'aménagement urbain au nom de la science par un faisceau de critiques différentes mais convergentes (Dupuy et Benguigui, 2015).

Bien sûr on trouve d'autres approches interdisciplinaires intéressantes. Ce livre en fournit la preuve. Nous sommes ici dans une interdisciplinarité transitive concrétisée et stimulée par la modélisation. Cette interdisciplinarité de bon aloi qui donne toute sa place à l'approche fractale va-t-elle assez loin pour créer les bases d'une néo-topie ?

## LES DIFFICULTÉS DE L'INTERDISCIPLINARITÉ

Une première difficulté doit être signalée. Dans ce domaine comme dans d'autres, nombre de modélisateurs travaillent à leur manière en

imaginant qu'ils sont ou seront au service de décideurs qui prendront des décisions sur la base d'options qu'on leur présentera. Les modèles présument donc une extériorité de certains acteurs disposant de pouvoirs particuliers (hors modèle) sur l'évolution des réseaux ou de la ville. Cette hypothèse est discutable. S'il y a bien des processus fractals dans le développement des villes, les élus et autres « décideurs » n'en sont pas extérieurs. Par leurs rôles, par leurs décisions, par leurs actions, ils y contribuent (Dupuy, 1991 ; Garrison, 1990), ils en sont des rouages, peut-être inconsciemment. Avant de proposer à ces acteurs de prendre des décisions à partir de résultats de modèles impliquant la fractalité, il conviendrait d'élucider le rôle de ces décisions dans les processus de génération fractals.

Autre difficulté : un retour en arrière sur les travaux pionniers en matière d'application des fractales à la ville donne matière à réflexion. Les « pionniers » dont nous avons examiné les travaux ont tous cherché à aller au-delà de leur approche fractale en s'efforçant de la combiner à des processus plus généraux générateurs de fractalité. Force est de constater que cette quête a échoué.

S. Thibault a abandonné l'idée de relier, au-delà de la relation pluie-débit, la fractalité des réseaux à des processus génératifs sous-jacents. G. Benguigui a esquissé une théorie qui aurait pu conduire à admettre une fractalité provenant d'une vision beaucoup plus systématique de desserte généralisée. Il n'est pas allé plus loin (Benguigui, 1992). N. Lauriot, tout en saluant les mérites de l'outil fractal, cherchera ailleurs les raisons des analogies morphologiques qu'il reconnaît sur certains réseaux (Lauriot, 1996). Sa connaissance empirique et encyclopédique des réseaux le poussera vers la typologie de Vuchic, fondée sur la centralité (Vuchic, 1986). M. Batty et P. Longley renoncent à chercher les causes de la fractalité dans les théories urbaines, préférant se reporter à des modélisations de la génération de fractales issues des sciences physiques. Pourtant, H. A. Makse et son équipe étaient parvenus à modéliser un développement urbain à partir d'une génération percolative (Makse *et al.*, 1995). Leur modèle, résumé par la formule « development attracts further development », pouvait faire sens pour des urbanistes. La découverte de Makse raviva un temps les espoirs de Batty. Malheureusement H. A. Makse se tourna ensuite vers d'autres terrains d'application et les espoirs de Batty s'évanouirent.

On pourrait évoquer encore l'approche plus récente, mais elle aussi non aboutie, de C. Genre-Grandpierre (Genre-Grandpierre, 2007). Il s'agissait d'articuler une analyse fractale du réseau routier à la conjecture de Zahavi, théorie économique bien connue, comprise et admise par les planificateurs urbains depuis les années 1980.

Il nous semble que, dans tous ces cas, l'on a buté sur l'obstacle de l'interdisciplinarité.

Plus récemment le cas du projet Morphocity est très illustratif. Il montre que, même quand des collaborations interdisciplinaires permettent de surmonter les obstacles rencontrés précédemment (par exemple la collecte de données historiques valides pour une modélisation des processus conduisant à la fractalité), d'autres difficultés de compréhension proprement interdisciplinaire surgissent. En effet, comme le note P. Bonnin le travail interdisciplinaire « bouscule les approches disciplinaires traditionnelles » (Bonnin et Douady, 2013). C'est ce qu'affirmait déjà M. Batty à, propos de H. A. Makse et de ses collaborateurs : « ... *they have none of the intellectual baggage which those closer to the fields carry, evidence one again that fresh insights in science come from outsiders using established approaches in new fields* » (Batty, 2002). C'est également ce que nous avons conclu de notre étude en mettant en exergue le rôle indispensable des « naïfs » (Dupuy, 2013).

Cela étant, toujours selon Bonnin, la modélisation, notamment fractale, implique des restrictions, des simplifications heurtant nombre d'autres disciplines (qui servent cependant de points d'appui). L'objection venant de ces disciplines est que la modélisation ne tient pas compte de la multiplicité des acteurs et des actions qui font la ville. La réponse de P. Bonnin, assez semblable à l'argumentation de M. Batty et Longley, est que justement la multiplicité est telle qu'elle autorise l'approche statistique, celle des formes résultantes et celles des tentatives de modélisations. À l'heure qu'il est, le débat est loin d'être clos dans le cadre de Morphocity.

### TROIS CONDITIONS POUR UNE NÉO-TOPIE FRACTALE

Finalement on pourrait pour le moins retenir en conclusion trois conditions essentielles, à défaut desquelles le défi interdisciplinaire posé par les fractales ne saurait être relevé :

1) Accepter, encourager, divulguer l'interdisciplinarité « naïve », le « regard frais » de ceux qui pratiquent les fractales à propos d'autre chose et innovent dans ce domaine : ce sont des physiciens, des mathématiciens, des astrophysiciens, des chimistes, des biologistes, des informaticiens. Trop souvent leurs démarches sont considérées comme impérialistes. Le seraient-elles que ces « naïfs » sont ici cependant des alliés, pas des ennemis.

2) Relier la fractalité observée, constatée ou reproduite à des mécanismes, processus analysés par des spécialistes de l'urbain : historiens,

urbanistes, économistes, sociologues, de manière à expliquer dans des termes acceptables par eux la génération fractale. Cela implique des collaborations interdisciplinaires approfondies longues et coûteuses. Sans moyens considérables on n'aura que des renoncements, des esquives et l'on ne pourra atteindre le but visé.

3) Admettre que relever ce défi n'est pas seulement un sympathique exercice intellectuel. Il s'agit de résoudre de vrais problèmes. Le séminaire à l'origine de ce livre l'a rappelé. Les chapitres qui précèdent renforcent le message. Diverses disciplines, dont les mathématiques et la physique, vont dans le même sens. Des dilemmes, des impasses de l'urbanisme et de l'aménagement des villes actuelles peuvent trouver dans la fractalité des réponses que l'on ne trouvera pas ailleurs.

## BIBLIOGRAPHIE

- Arlinghaus S. L., 1985, « Fractals take a central place », *Geografiska Annaler, Series B, Human Geography*, Vol. 67, n° 2, p. 83-88.
- Badariotti D., 2005, « Des fractales pour l'urbanisme », *Cahiers de géographie du Québec*, Vol 49, n° 137, septembre, p. 133-156.
- Barabasi A.L., 2002, *Linked: The New Science of Networks*, Perseus Books Group, 280 p.
- Batty M., Longley P., 1994, *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function*, San Diego, CA and London, Academic Press, 394 p.
- Batty M., 2002, « New ways of looking at cities », *Nature* 377, 374, 19 oct.
- Benguigui L., 1992, « Some speculations on fractals and railway networks », *Physica A*, 191(1-4), 1992, p. 75-48.
- Bonnin P., Douady S., 2013, « Morphogénèse du réseau viaire », in ouvrage collectif du groupe FMR (flux, matrices, réseaux) n° 2, *Les réseaux dans le temps et dans l'espace*, Paris, septembre.
- Caron A., 2016, <http://www.laboiteverte.fr/armelle-caron-range-des-villes/?l=sb1>.
- Chettiparamb A., 2013, « Fractal specialities », *Environment and Planning D : Society and Space*, Volume 31, p. 680-692.
- Douady C.N. (dir.), 2014, *De la trace à la trame, la voie, lecture du développement urbain*, L'Harmattan, 255 p.
- Dupuy G., 1991, *L'urbanisme des réseaux, théories et méthodes*, Armand Colin, 195 p.
- Dupuy G., 2005, [http://archives-fig-st-die.cndp.fr/actes/actes\\_2005/dupuy/article.htm](http://archives-fig-st-die.cndp.fr/actes/actes_2005/dupuy/article.htm)
- Dupuy G., 2013, « Network geometry and the urban railway system: the potential benefits to geographers of harnessing inputs from “naive” outsiders », *Journal of Transport Geography*, 33, p. 85-94.

- Dupuy G., 2016, « Naïfs » et « agressifs » : l'irruption des sciences « dures » dans le champ de l'urbanisme », colloque Champ libre, Paris, janvier.
- Dupuy G., Benguigui G., 2015, « Sciences urbaines : interdisciplinarités passive, naïve, transitive, offensive », *Métropoles*, 16, p. 1-16.
- Garrison W., « Networks : reminiscence and lessons », *Flux*, Année 1990, Volume 6, n° 1, p. 5-12.
- Genre-Grandpierre C., 2007, « Changer de métrique des réseaux routiers pour réguler la dépendance automobile : les “réseaux lents” » ?, *Les Cahiers Scientifiques du Transport*, n° 52, p. 45-66.
- Kwan M. p. & Schwanen T. (eds), 2009, « Critical Quantitative Geographies », special issue of *Environment and Planning A*, Vol. 41, n° 2.
- Lauriot N., 1996, *Adaptation géographique et technique des réseaux de métropolitains dans le monde*, Thèse de Doctorat, Université Paris 1.
- Makse H. A., Havlin S. & Stanley H. E., 1995, « Modeling urban growth patterns », *Nature*, 377, p. 608-612.
- Marshall A., 2016, <http://commonedge.org/what-jane-jacobs-missed/>
- Peitgen H., Jürgens H., Saupe D., 1992, *Chaos and Fractals. New Frontiers of Science*, Springer, New York, 984 p.
- Salingaros N., 2005, <http://zeta.math.utsa.edu/~yxk833/connecting.html>
- Sun Y., Fan H., Li M., Zipf A., 2016, « Identifying the city center using human travel flows generated from location-based social networking data », *Environment & Planning: B, Planning & Design*, vol. 43 n° 3, p. 480-498.
- Vuchic V.R., 1986, *Les réseaux de l'an 2000*, UITP, Brussels, n.p.